

ADAPTACIÓN A MACROTIPO

Matemática 8° Básico

Texto del estudiante

Tomo 2

Autoras
Claudia Victoria Torres Jeldes
Mónica Viviana Caroca Toro

EDITORIAL
Santillana

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana
Dieciocho 414, Teléfono: (562) 2787-7392
Santiago de Chile, Año 2024

ÍNDICE

Pág

Unidad 1:

Números1

Lección 1:

Números enteros ($\mathbb{Z}$)6

Lección 2:

Números enteros ($\mathbb{Q}$)37

Lección 3:

Potencia y raíz cuadrada92

Síntesis157

Unidad 2

Álgebra y funciones165

Lección 1:

Expresiones algebraicas, ecuaciones
e inecuaciones170

Lección 2:

Funciones223

Síntesis285

Unidad 3

Geometría292

Lección 1:

Teorema de Pitágoras298

Lección 2:

Transformaciones isométricas339

Síntesis414

Unidad 4

Probabilidad y estadística421

Lección 1:

Estadística426

Lección 2:

Probabilidad494

Síntesis542

Glosario.....550

UNIDAD 3

GEOMETRÍA

En esta unidad estudiarás el teorema de Pitágoras, las transformaciones isométricas y aprenderás a calcular el área y volumen de prismas rectos y de cilindros





La cerámica de la cultura diaguita, se caracteriza especialmente por sus vasijas y cuencos pintados con diseños geométricos. Los motivos conforman diseños regulares y continuos bajo principios de simetría. Entre ellos destacan el zigzag, las ondas y cadenas.

Estas se fabricaron para satisfacer prácticas como la cocción de alimentos, almacenamiento de agua, comida, y también para rendir culto a los dioses y a los difuntos. Las piezas utilitarias tenían diseños y decoraciones sencillas. En cambio, las funerarias eran decoradas con mayor pulcritud, ornamentación y figuras geométricas pintadas con engobes.

Fuente: <https://museo.precolombino.cl/2020/10/13/geometria-en-la-ceramica-diaguital/>

Para reflexionar

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

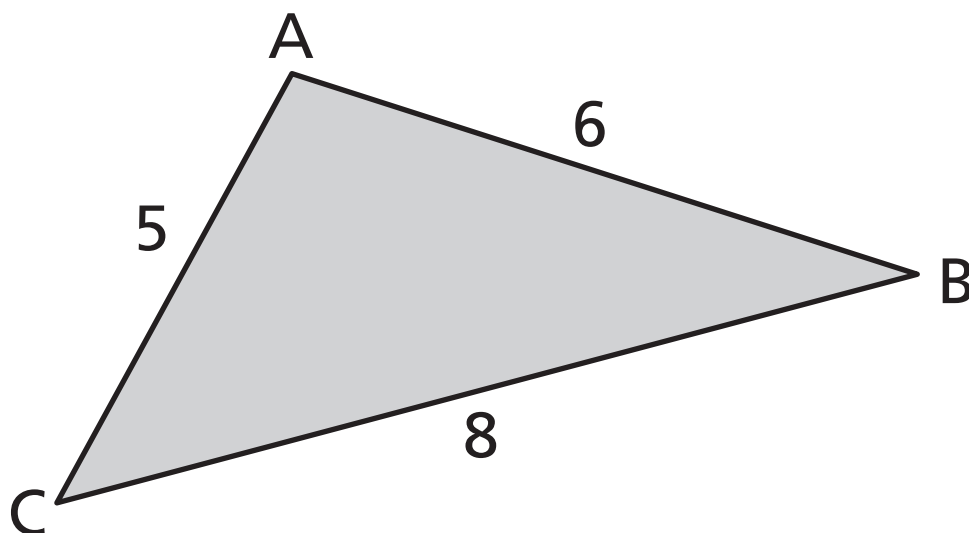
- ¿Qué figuras geométricas identifican en las vasijas de la imagen?
- Investiguen acerca del arte de la cultura diaguita y sobre su relación con los elementos de la geometría clásica. ¿Qué elementos estudiados reconocen en ella?
- ¿Qué aspectos de la geometría clásica es posible distinguir en los diseños diaguita? ¿Por qué?

Conocimientos previos

Para abordar esta unidad, puedes repasar los siguientes contenidos:

- Perímetro de figuras.

¿Cuál es el perímetro del triángulo de la imagen?



Se nos da un triángulo cuyos lados tienen las siguientes medidas:

$$\overline{AB} = 5 \quad \overline{BC} = 8 \quad \overline{CA} = 8$$

En este caso, el perímetro del triángulo, que es la suma de los 3 lados equivaldría a **19**.

- Cuadrados perfectos

$$2^2 = 4 \quad 3^2 = 9 \quad 4^2 = 16 \quad 5^2 = 25$$

- Propiedades de potencias y operaciones combinadas.

$$7^2 \cdot 4^2 = (7 \cdot 4)^2 = 28^2$$



BDA U3-ACT-1, 2 y 15

Lección

1

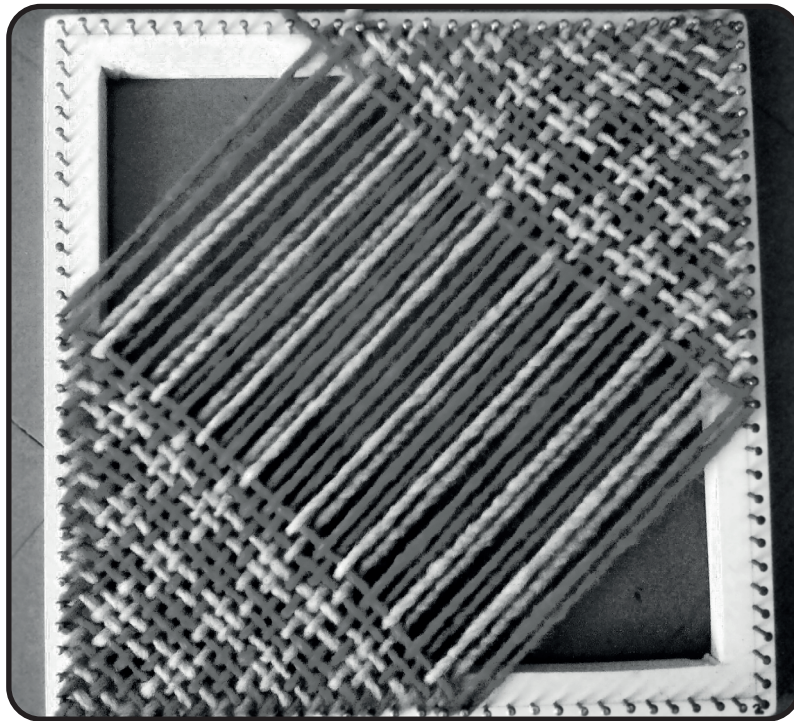
TEOREMA DE PITÁGORAS

TEOREMA DE PITÁGORAS

Esteban está aprendiendo el arte textil mapuche. Para esto, utiliza un telar con forma de cuadrado de lado 30 cm, como el de la fotografía, en el que primero realiza un tejido de fondo sobre el que colocará un anümka.



Anümka es el nombre que recibe el símbolo de la imagen, el que se encuentra presente en varios tejidos mapuche y con el cual se representa a las plantas de uso medicinal.



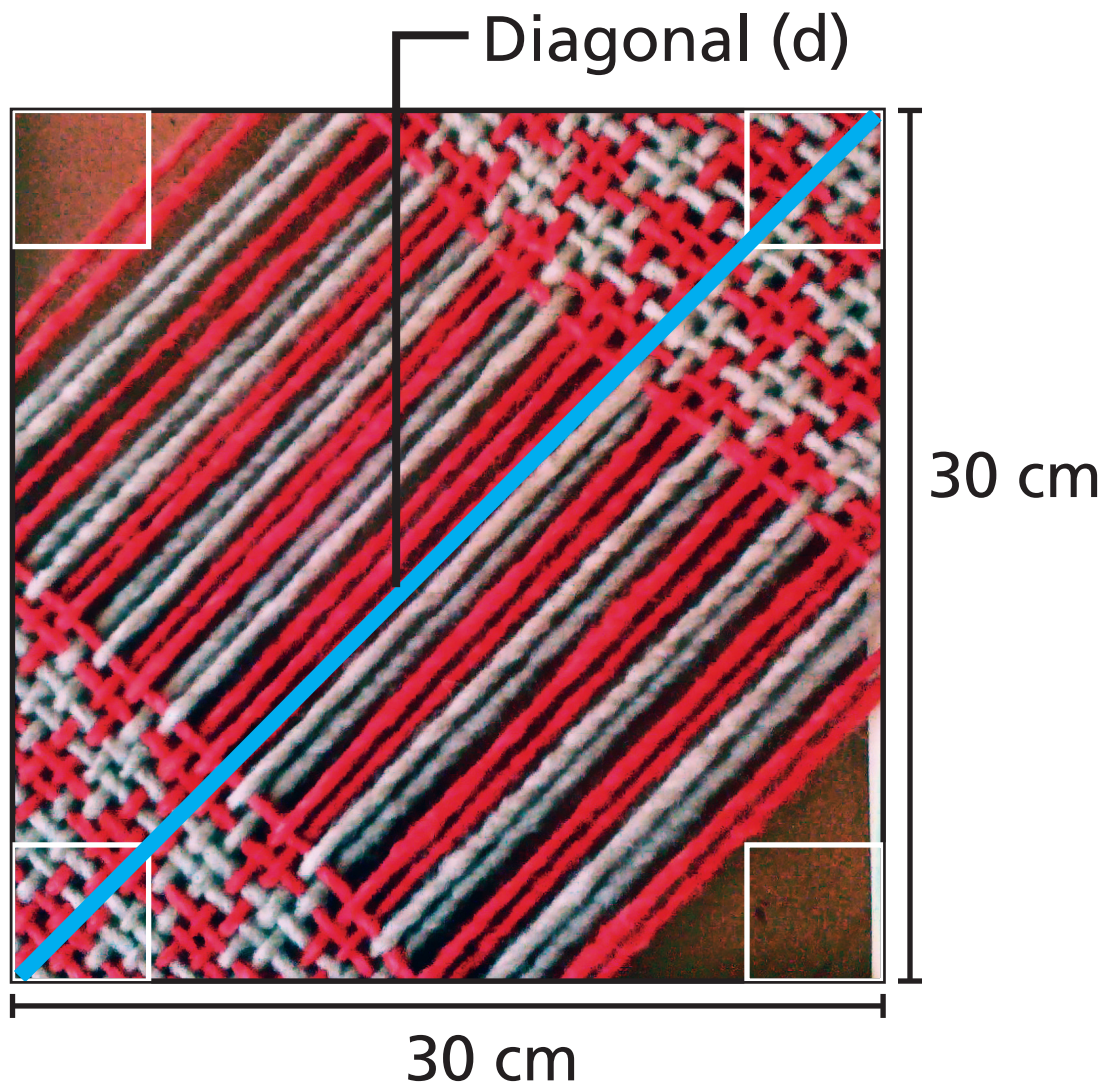
Fuente: <https://symbolikon.com/downloads/anumka-mapuche-symbols/>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Consideras que es importante aprender de la cultura de los pueblos originarios?, ¿por qué?
2. ¿Cuáles otros símbolos de la cultura mapuche conoces?

Ejemplo 1

Esteban quiere conocer la medida de la diagonal de su telar para así calcular las proporciones del anümka que tejerá.
¿Cuánto mide la diagonal del telar, si sus lados miden 30 cm?



1. Se quiere calcular la medida de la diagonal para un cuadrado de 30 cm de lado. Para esto, puedes considerar la siguiente igualdad:

$$d^2 = 30^2 + 30^2$$

2. Resuelve

$$d^2 = 30^2 + 30^2$$

$$d^2 = 900 + 900$$

$$d^2 = 1\,800$$

3. Utiliza la raíz cuadrada para despejar la incógnita d.

$$d^2 = 1\,800$$

$$d = \sqrt{1\,800}$$

$$d \approx 42,4$$

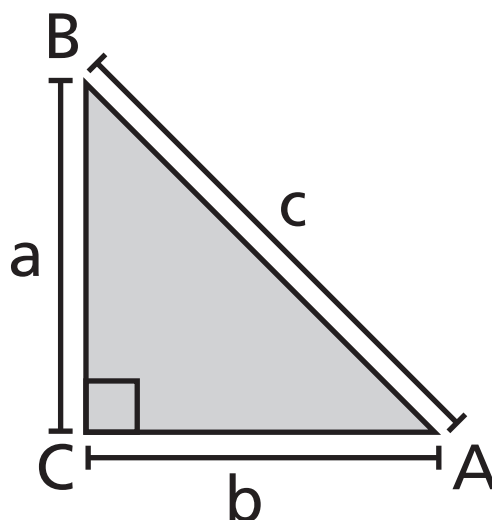
Luego, la medida de la diagonal es 42,4 cm, aproximadamente.

Aprende

En un triángulo rectángulo, el **teorema de Pitágoras** establece que la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.

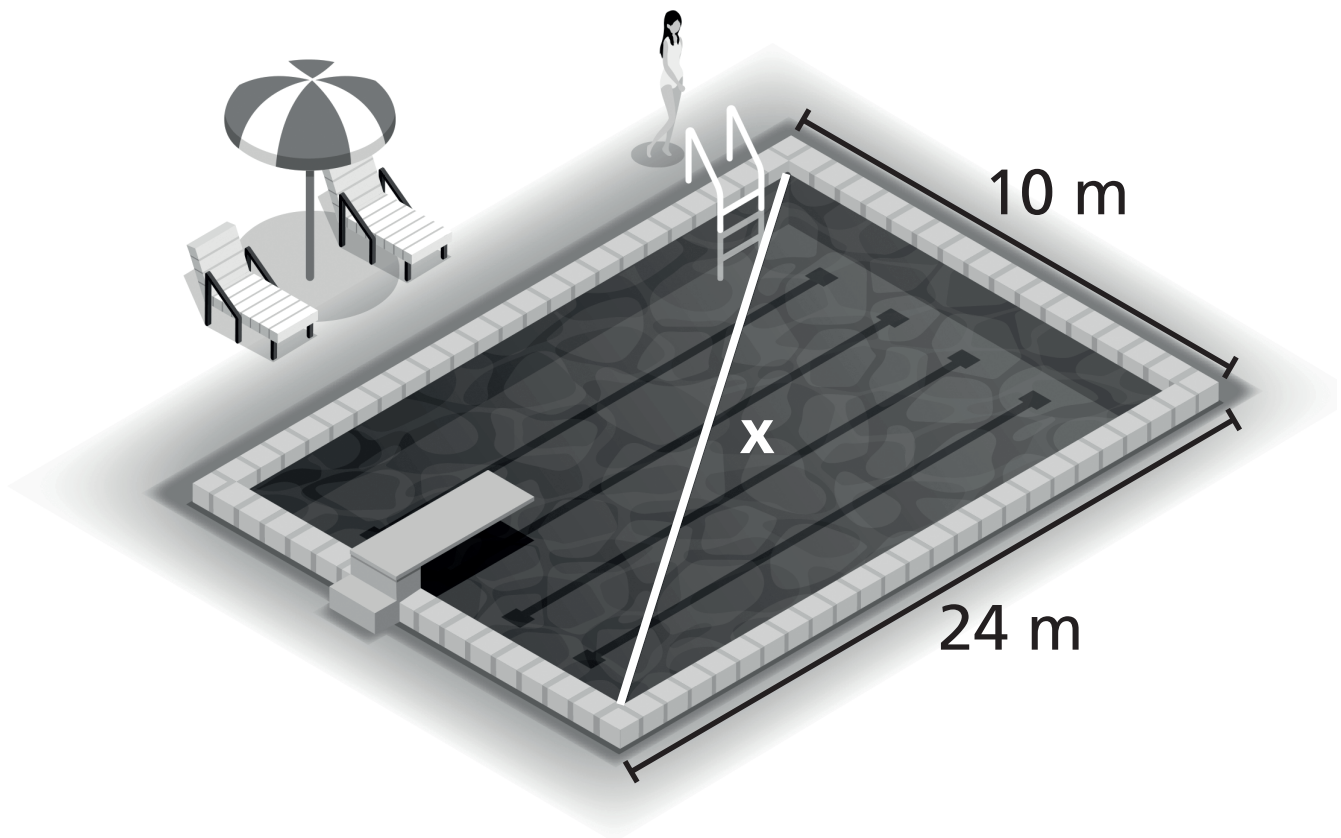
En el triángulo ABC, a y b representan las medidas de los catetos y c la medida de la hipotenusa.

Si un trío de números naturales cumple con el teorema de Pitágoras, son llamados **trío pitagórico**.

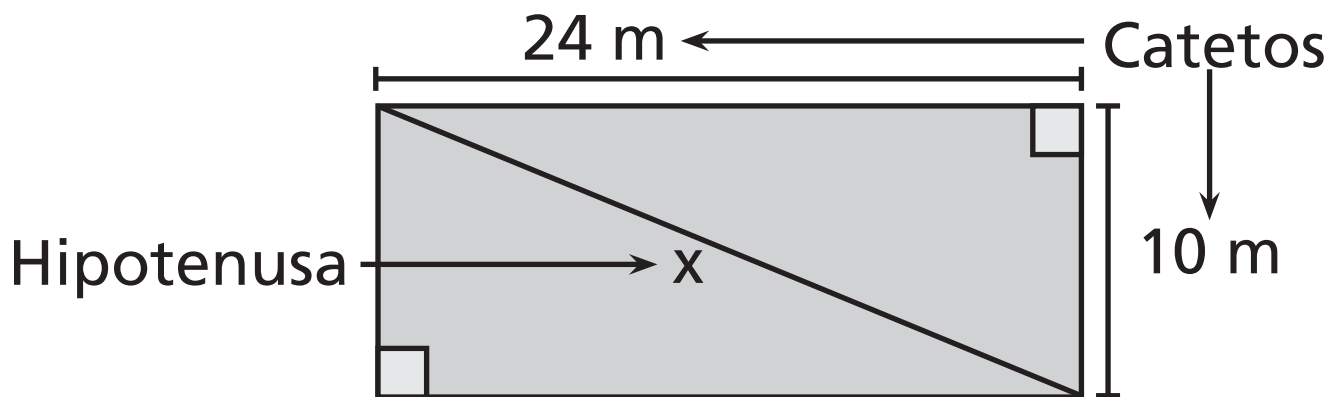


Ejemplo 2

La piscina de la imagen es de forma rectangular y mide 24 m de largo y 10 m de ancho. ¿Cuál es la distancia máxima que puede nadar una persona si solo lo hace en línea recta?



1. Si solo puede nadar en línea recta, la distancia máxima (x) corresponde a la diagonal de la superficie de la piscina.



2. Nota que la diagonal de la piscina determina dos triángulos rectángulos.

3. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal (x) de la piscina.

$$x^2 = 24^2 + 10^2$$

$$x^2 = 576 + 100$$

$$x^2 = 676$$

$$x = \sqrt{676}$$

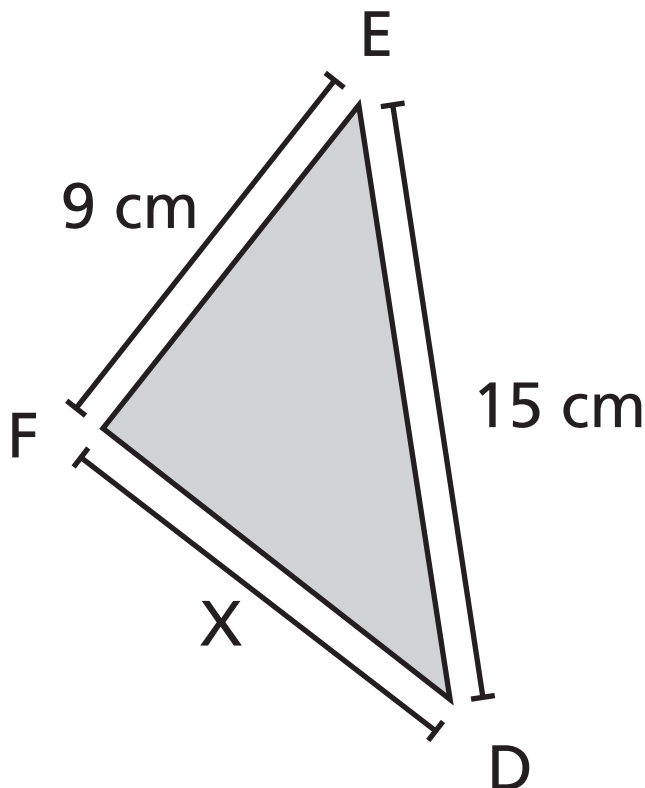
$$x = 26$$

De esta forma, se tiene que la distancia máxima que se puede nadar en la piscina es de 26 m.

¿Qué pasos sigues al aplicar el teorema de Pitágoras?

Ejemplo 3

Calcula el perímetro y el área del siguiente triángulo DEF:



1. Dado que el triángulo es rectángulo, puedes utilizar el teorema de Pitágoras para determinar la medida del lado desconocido (x).

$$9^2 + x^2 = 15^2$$

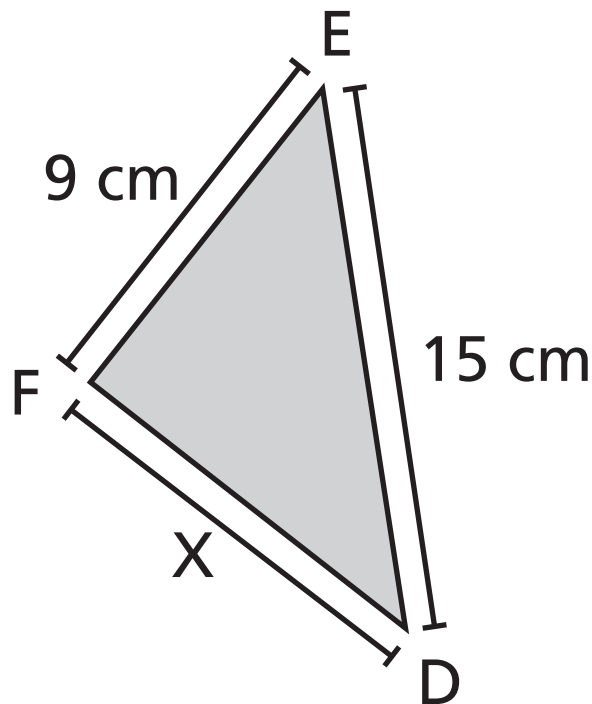
$$81 + x^2 = 225$$

$$x^2 = 225 - 81$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

2. Luego, como $x = 12$ cm, el triángulo queda:



3. Calcula el perímetro (**P**). Recuerda que el perímetro de un triángulo corresponde a la suma de las medidas de sus lados

$$P = 9 \text{ cm} + 12 \text{ cm} + 15 \text{ cm}$$

$$P = 36 \text{ cm}$$

4. Calcula el área (**A**). Recuerda que el área de un triángulo es igual al producto entre la medida de la base y la altura, dividido por 2.

$$A = \frac{12 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm}}{2}$$

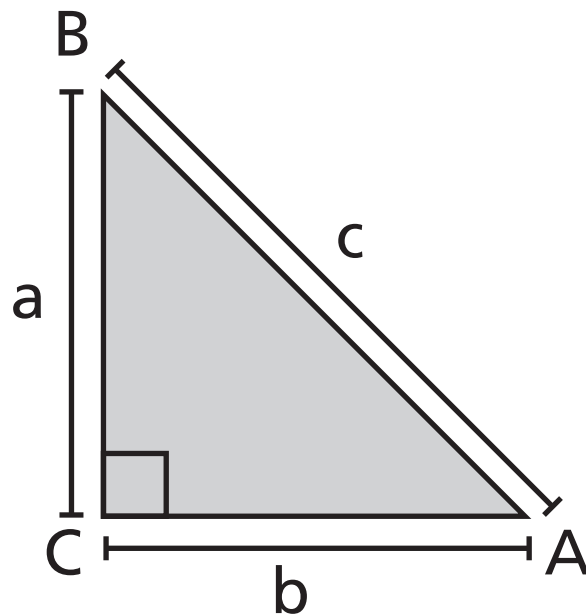
$$A = \frac{108}{2} \text{ cm}^2$$

$$A = 54 \text{ cm}^2$$

Entonces, el perímetro del triángulo DEF es 36 cm y su área , 54 cm².

Aprende

El **recíproco del teorema de Pitágoras** establece que si se tienen 3 segmentos de medidas **a**, **b** y **c** que cumplen con la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$, entonces, el triángulo formado por estos segmentos es un triángulo rectángulo.

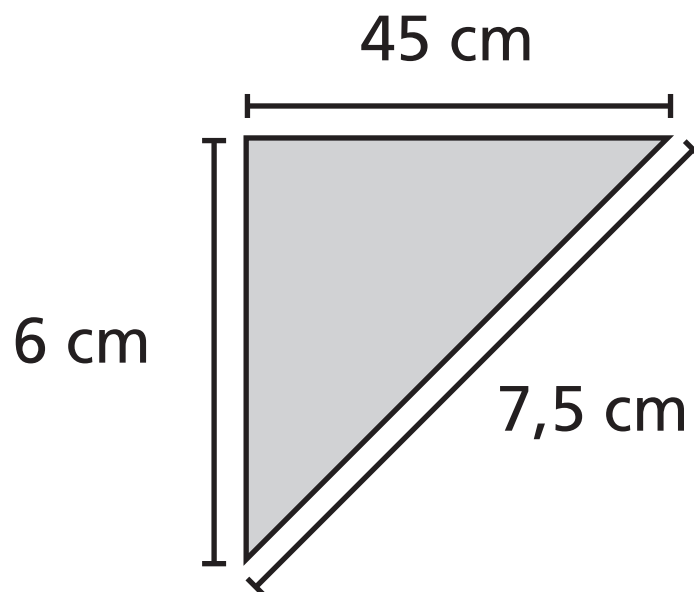


Ejemplo 4

Determina si el siguiente triángulo ABC es rectángulo:

1. Para responder, puedes utilizar el recíproco del teorema de Pitágoras. Se debe cumplir que:

$$6^2 + 4,5^2 = 7,5^2$$



2. Resuelve y verifica si se cumple la igualdad.

$$6^2 + 4,5^2 = 7,5^2$$

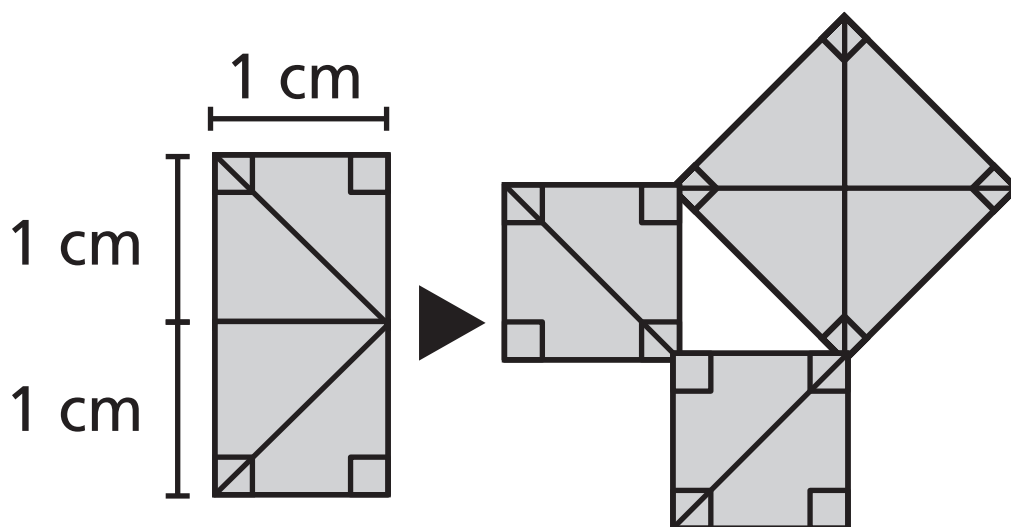
$$36 + 20,25 = 56,25$$

$$56,25 = 56,25$$

Entonces, se verifica que el triángulo **ABC** es rectángulo.

Ejemplo 5

Explica la validez del teorema de Pitágoras. Según las medidas del siguiente rectángulo, verifica que la suma de las áreas de los cuadrados que lo forman es igual al área del cuadrado de mayor de la imagen.



1. Calcula el área (A) del rectángulo

$$A = (2 \cdot 1) \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$$

2. Observa que el rectángulo está formado por 4 triángulos congruentes y el cuadrado de mayor tamaño está formado por 4 triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Por lo tanto, su área es 2 cm^2 al igual que el rectángulo.

3. Los cuadrados de menor medida están formados por dos triángulos congruentes iguales a los que forman el rectángulo. Por lo tanto, el área de cada uno es igual a $(2 : 2) \text{ cm}^2$, es decir, 1 cm^2 .
4. Al sumar las áreas de los cuadrados de menor tamaño se verifica que el resultado es igual al área del cuadrado de mayor medida.

$$1 \text{ cm}^2 + 1 \text{ cm}^2 = 2 \text{ cm}^2$$

Área cuadrados pequeños. Área cuadrado grande.

Entonces, se verifica que la suma de las áreas de los cuadrados pequeños es igual al área del cuadrado de mayor tamaño.

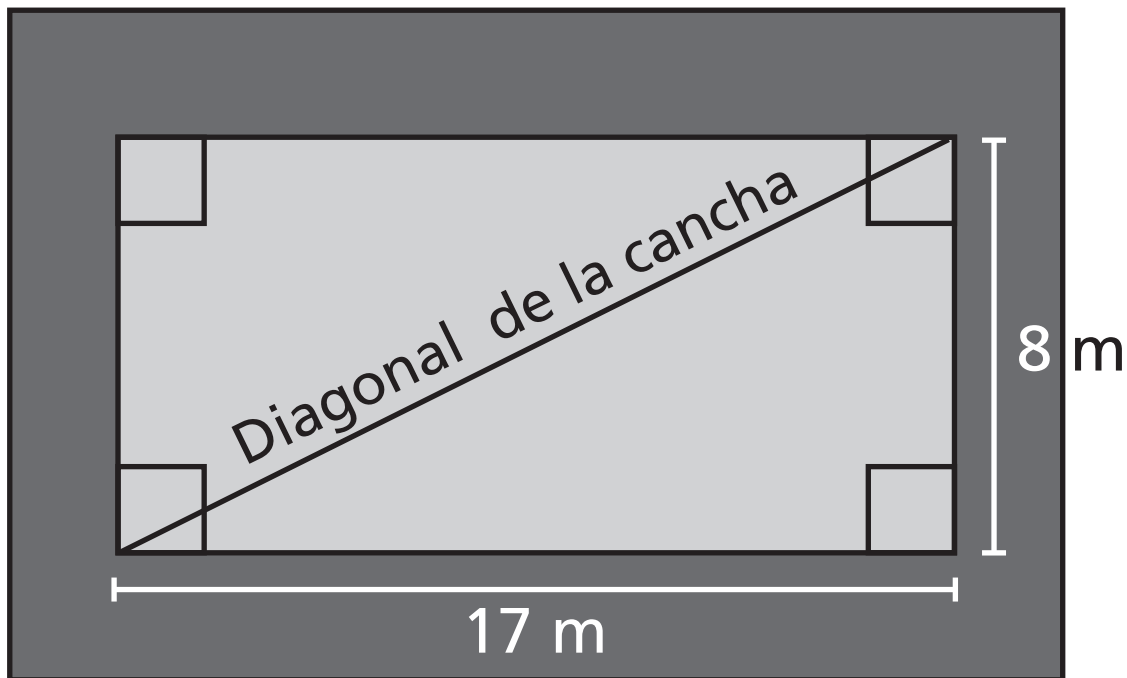
Ejemplo 6

Conecto con Educación Física y Salud

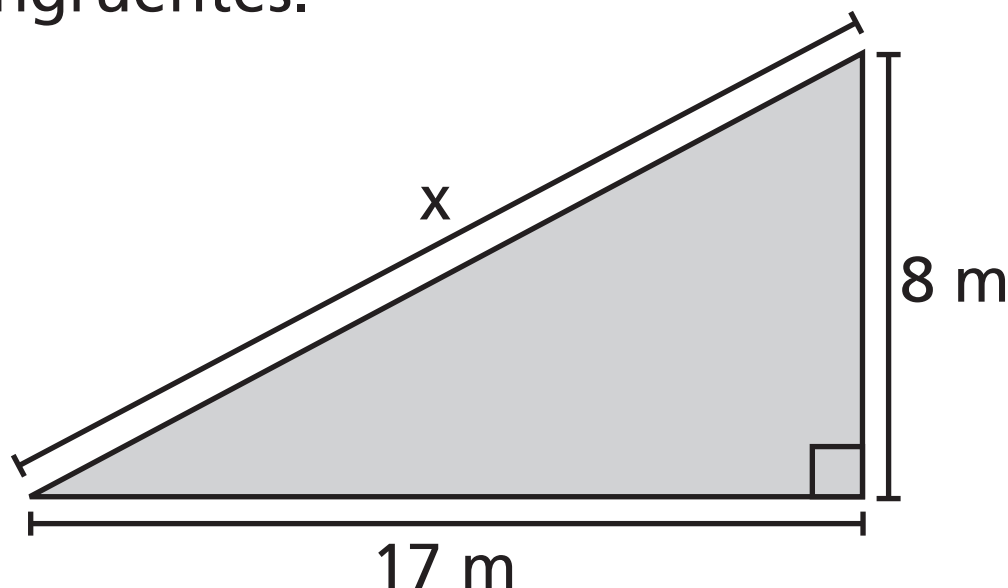
Para un campeonato escolar de vóleibol, el equipo Marea Brava ha entrenado todo el semestre en la cancha de su comuna, que por motivos de ubicación, mide un poco menos que una cancha normal de vóleibol.

El mejor saque del equipo tiene un alcance en diagonal con el balón, con el que generalmente pueden asegurar un punto porque la pelota va de un extremo de la cancha al otro, a gran velocidad, sin tocar la red, siendo muy difícil interceptarla por los oponentes.

Si la cancha en la que entrenó Marea Brava es rectangular y las medidas son las que se muestran en la imagen, ¿cuánto es el alcance máximo en diagonal que tiene el mejor saque?



1. Observa que la diagonal divide a la cancha en dos triángulos rectángulos congruentes.



2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de x .

$$x^2 = 17^2 + 8^2$$

$$x^2 = 289 + 64$$

$$x^2 = 289 + 64$$

$$x = 353$$

$$x = \sqrt{353}$$

$$x \approx 18,8$$

El alcance máximo en diagonal que tiene el mejor saque de Marea Brava es de, aproximadamente 18,8 m.



BDA U3-ACT-3, 16 y 17

Aplicaciones del teorema de Pitágoras

Los **paneles solares** no emiten gases contaminantes ni generan residuos tóxicos, por lo que contribuyen a mitigar el calentamiento global y, además, son una alternativa para comunidades alejadas que no cuenten con energía eléctrica.

Estos paneles son un conjunto de células fotovoltaicas interconectadas que conforman un sistema capaz de transformar luz solar en energía eléctrica.

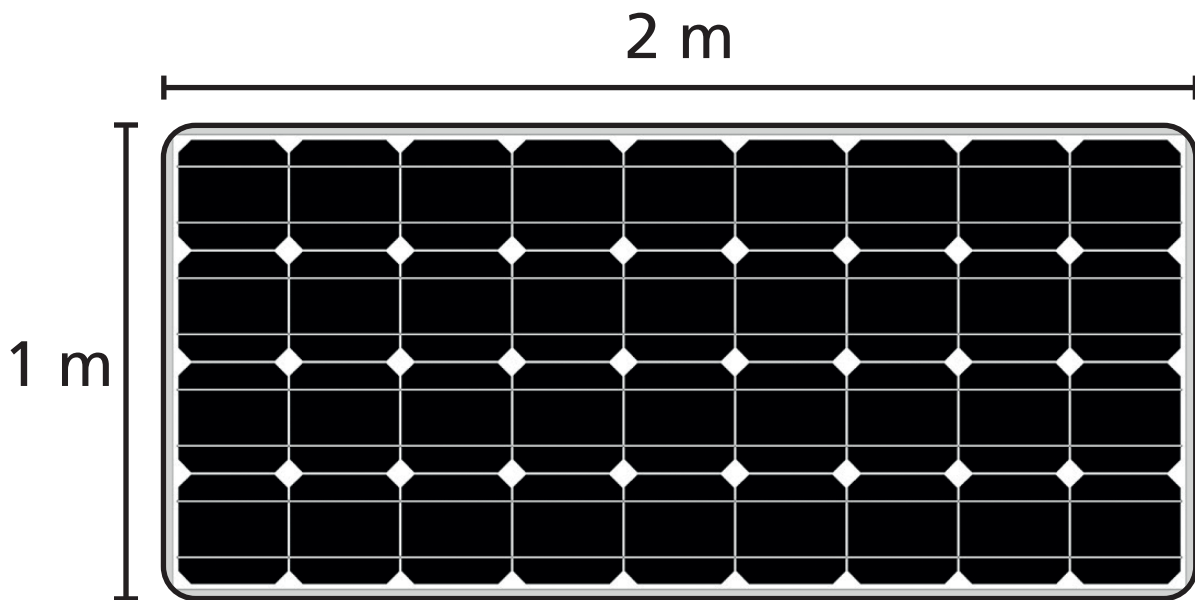


Piensa y comenta con tus compañeros.

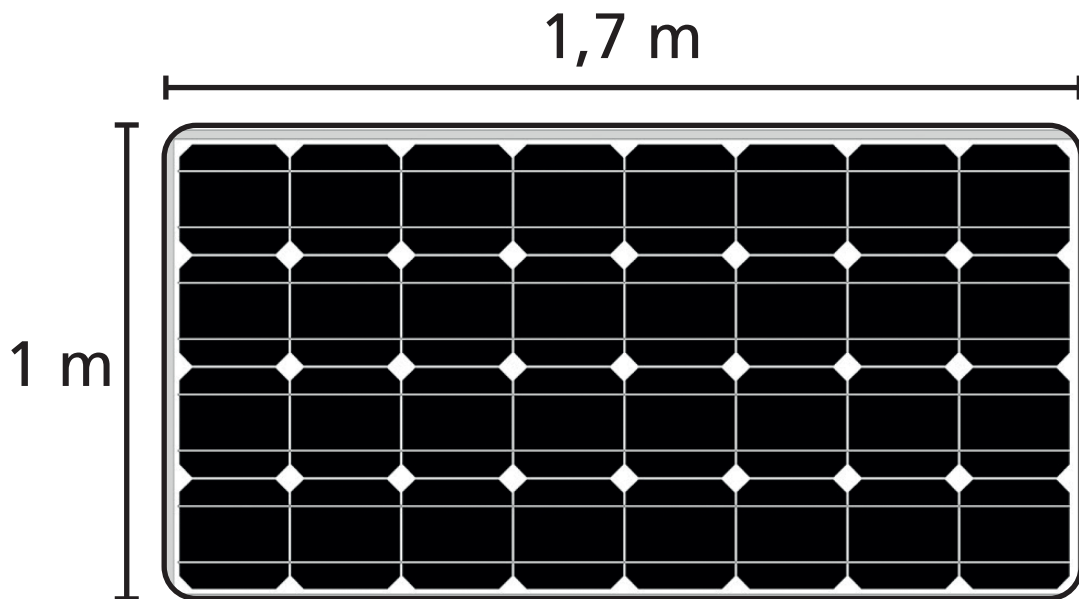
1. ¿Cuáles son las ventajas de utilizar la energía solar para generar energía eléctrica?
2. Averigüen qué tan factible es instalar paneles solares en tu colegio para generar energía eléctrica.
¿Creen que sería una buena opción para luchar contra el calentamiento global?

Ejemplo 1

Daysi quiere instalar paneles solares en la casa de su familia para mitigar los efectos del cambio climático y ahorrar energía. Necesita cubrir un sector mide 8 m. Daysi averigua y le ofrecen dos tipos de paneles, como los que se muestran en la imagen.

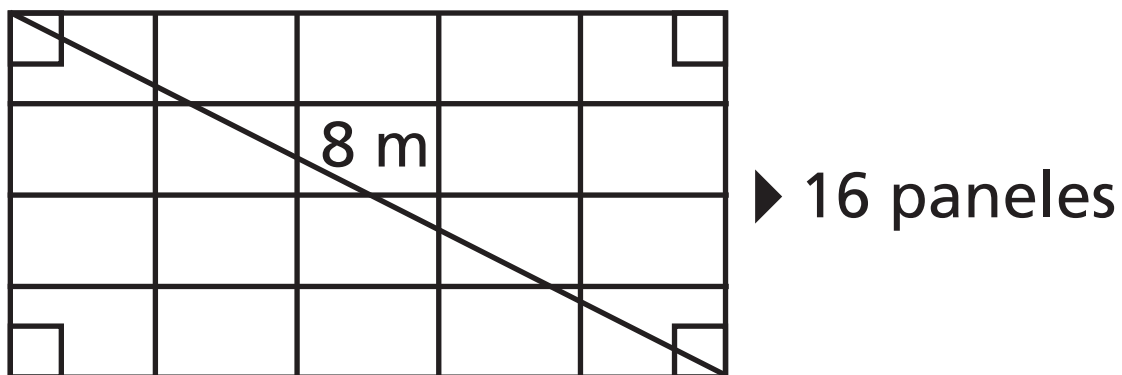
Opción 1

Opción 2



Si quiere instalar 16 paneles distribuidos en 4 filas, ¿qué opción debería comprar?

1. Puedes hacer un esquema del techo, para organizar los datos.



2. Aplica el Teorema de Pitágoras para calcular la medida de la diagonal (d) de cada panel.

Opción 1

$$d_1^2 = 1^2 + 2^2$$

$$d_1^2 = 1 + 4$$

$$d_1^2 = 5$$

$$d_1 = \sqrt{5} \approx 2,2$$

Opción 2

$$d_2^2 = 1^2 + 1,7^2$$

$$d_2^2 = 1 + 2,89$$

$$d_2^2 = 3,89$$

$$d_2 = \sqrt{3,89} \approx 2$$

3. Evalúa cuál opción es la adecuada para Daysi.

La diagonal de la superficie mide 8 m y corresponde a la medida de 4 diagonales del panel, entonces se tiene que:

Opción 1 $\rightarrow 2,2 \text{ m} \cdot 4 = 8,8 \text{ m}$

Opción 2 $\rightarrow 2 \text{ m} \cdot 4 = 8 \text{ m}$

Luego, la **opción 2** es la que le sirve a Daysi, ya que la diagonal del panel mide, aproximadamente 2 m, y al multiplicar por 4 resulta en 8 m, que coincide con la medida del sector del techo donde se instalarán los paneles.

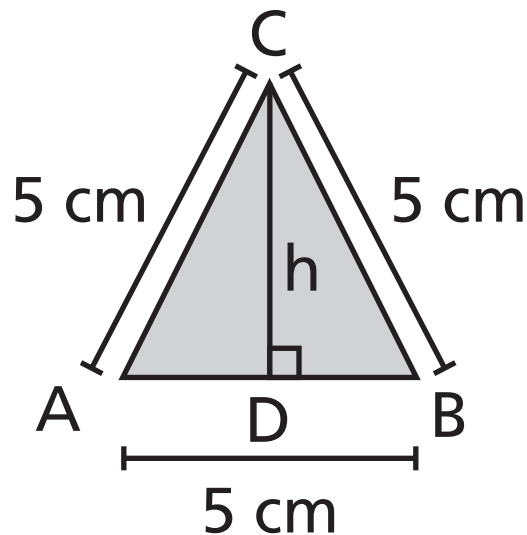


Herramientas tecnológicas

Para realizar los cálculos, puedes utilizar una calculadora online en el siguiente sitio:
<https://www.geogebra.org/scientific>

Ejemplo 2

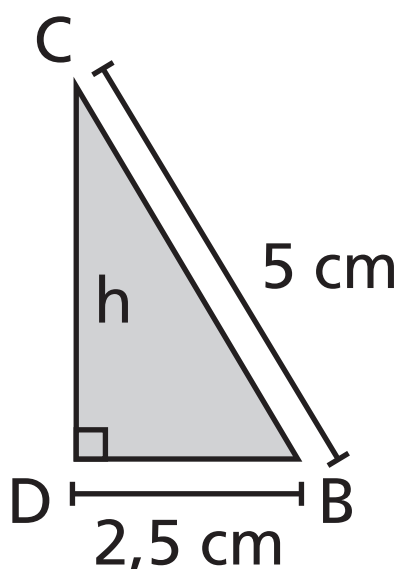
¿Cuál es la medida de la altura h en el triángulo?



1. En un triángulo equilátero, la altura (h) correspondiente a la base divide a esta en dos segmentos de igual medida. Por lo tanto, se cumple:

$$\overline{AD} = \overline{DB} = 2,5\text{cm}$$

2. Nota que la altura h divide al triángulo ABC en dos triángulos rectángulos congruentes. En el triángulo rectángulo DBC, h representa uno de sus catetos, por lo tanto, se puede aplicar el teorema de Pitágoras para calcular su medida.



$$h^2 + 2,5^2 = 5^2$$

$$h^2 + 6,25 = 25$$

$$h^2 = 25 - 6,25$$

$$h^2 = 18,75$$

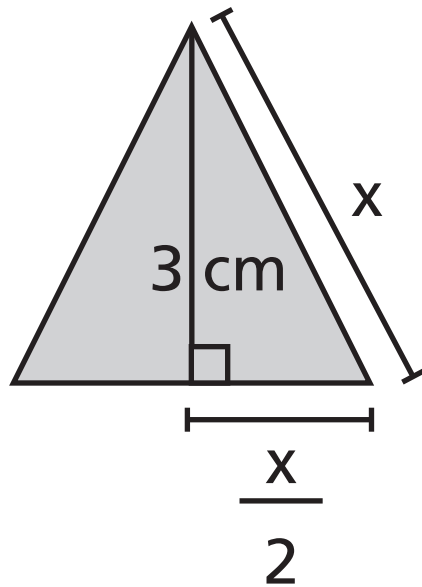
$$h = \sqrt{18,75} \text{ cm} \approx 4,33 \text{ cm}$$

Utilizamos una calculadora para obtener la raíz cuadrada.

Ejemplo 3

Calcula el perímetro de un triángulo equilátero cuya altura mide 3 cm

1. Considera que un triángulo equilátero tiene todos sus lados de igual medida y que la altura divide a la base en 2 segmentos iguales, entonces:



2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular el valor de x.

$$3^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2$$

$$9 + \frac{x^2}{2} = x^2$$

$$9 = x^2 - \frac{x^2}{4}$$

$$9 = \frac{3x^2}{2}$$

$$9 \cdot 4 = 3x^2$$

$$\frac{36}{3} = x^2$$

$$\sqrt{12} = x$$

$$x \approx 3,5$$

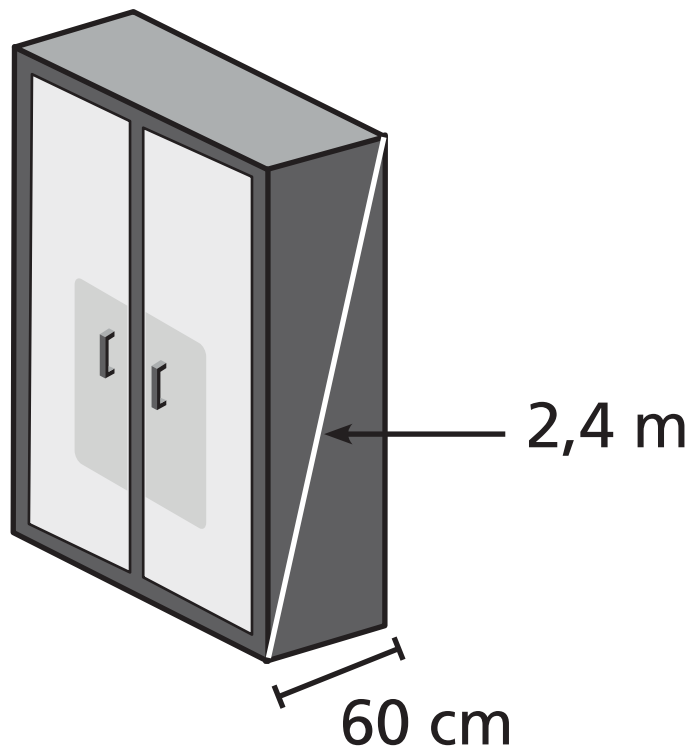
El lado del triángulo mide, aproximadamente, 3,5 cm. Al calcular el perímetro se tiene que:

$$3,5 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} + 3,5 \text{ cm} = 10,5 \text{ cm}$$

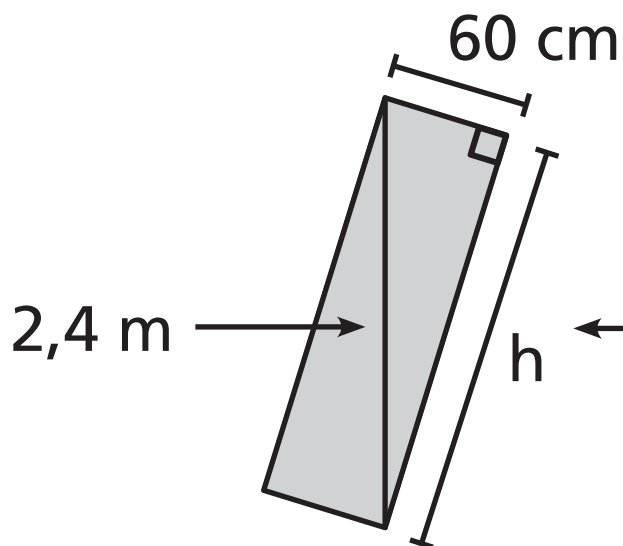
Luego, el perímetro del triángulo es de, aproximadamente, 10,5 cm.

Ejemplo 4

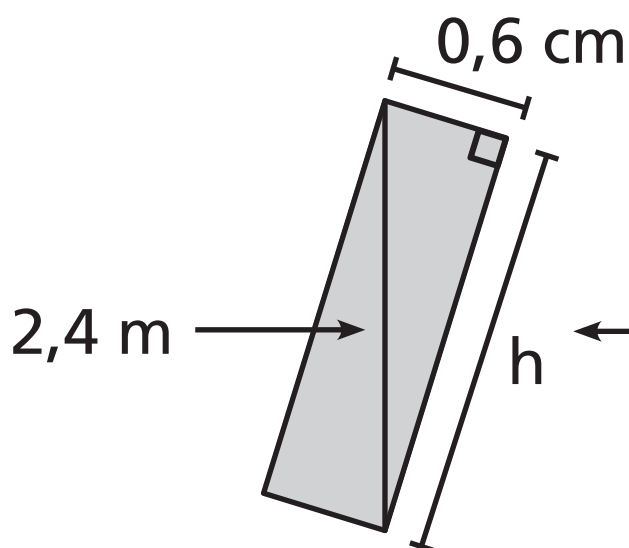
En una habitación de 2,4 m de altura se quiere ubicar un mueble de 60 cm de profundidad. Si el mueble se debe trasladar inclinado, ¿cuál es la altura máxima que puede tener para no rayar el techo?



1. En el mueble es posible formar un triángulo rectángulo en el que h representa su altura



En esta posición la diagonal del mueble coincide con la altura de la habitación.



Se igualan las unidades de medidas.

2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la medida de la altura (h).

$$h^2 + 0,6^2 = 2,4^2$$

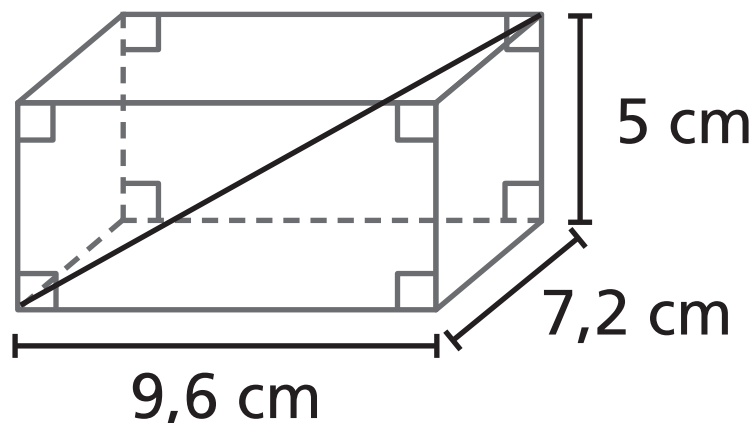
$$h^2 + 0,36 = 5,76$$

$$h^2 = 5,4$$

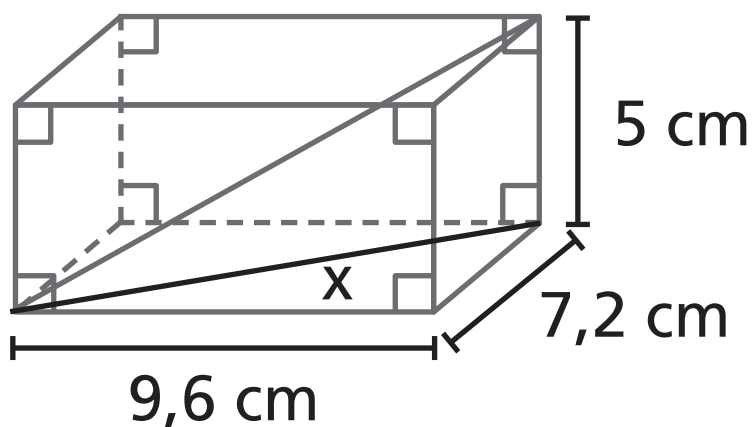
$$h = \sqrt{5,4} \approx 2,32 \text{ m} \rightarrow \text{Altura máxima del mueble}$$

Ejemplo 5

Calcula la medida de la diagonal del siguiente prisma recto de base rectangular:



1. Calcula la medida de la diagonal de la base (x) aplicando el teorema de Pitágoras



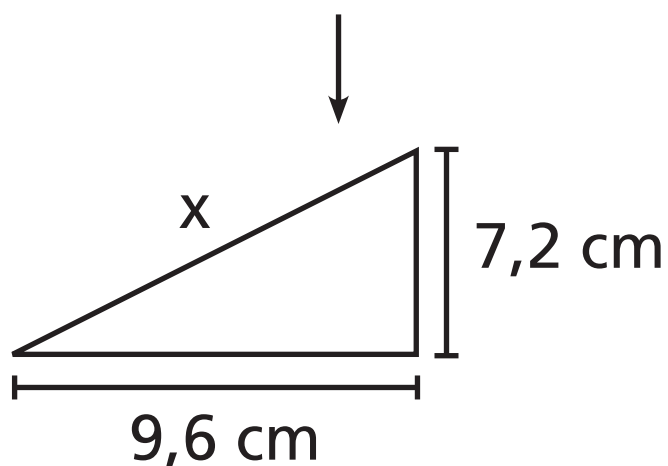
$$x^2 = 7,2^2 + 9,6^2$$

$$x^2 = 51,84 + 92,16$$

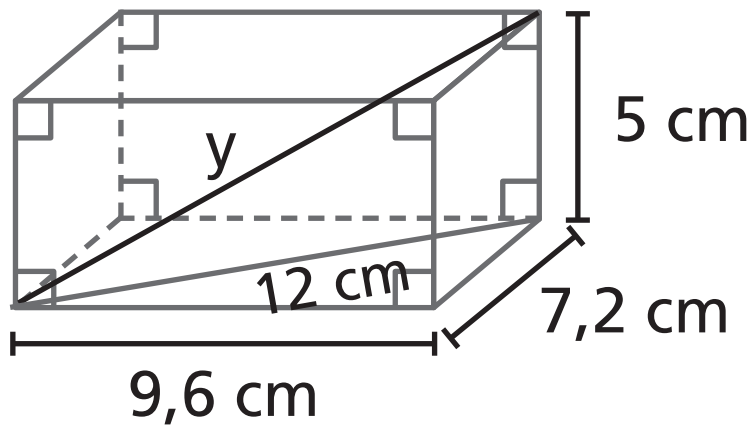
$$x^2 = 144$$

$$x = \sqrt{144}$$

$$x = 12\text{cm}$$



2. Calcula la medida de la diagonal del prisma (y).



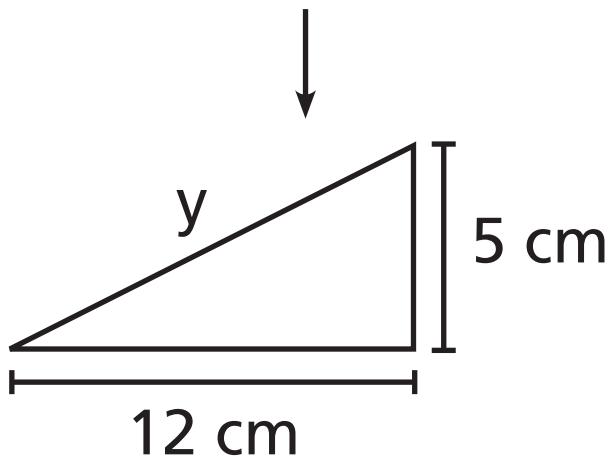
$$y^2 = 5^2 + 12^2$$

$$y^2 = 25 + 144$$

$$y^2 = 169$$

$$y = \sqrt{169}$$

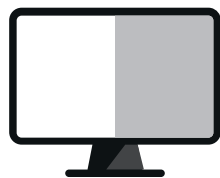
$$y = 13 \text{ cm}$$



Luego, la diagonal del prisma mide 13 cm.

Aprende

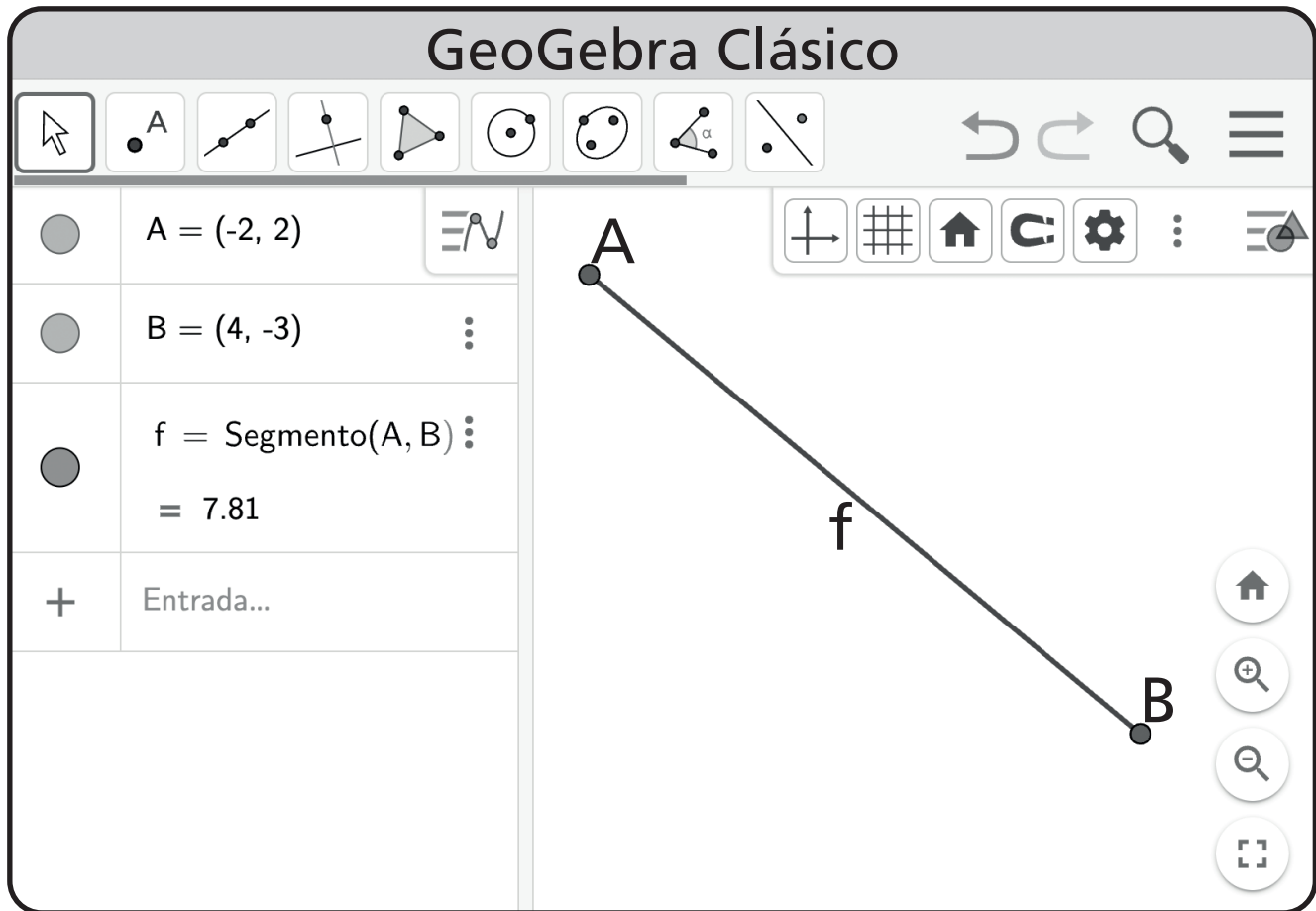
El teorema de Pitágoras se puede aplicar para calcular las medidas en figuras o cuerpos geométricos, y así poder determinar su área o su perímetro.



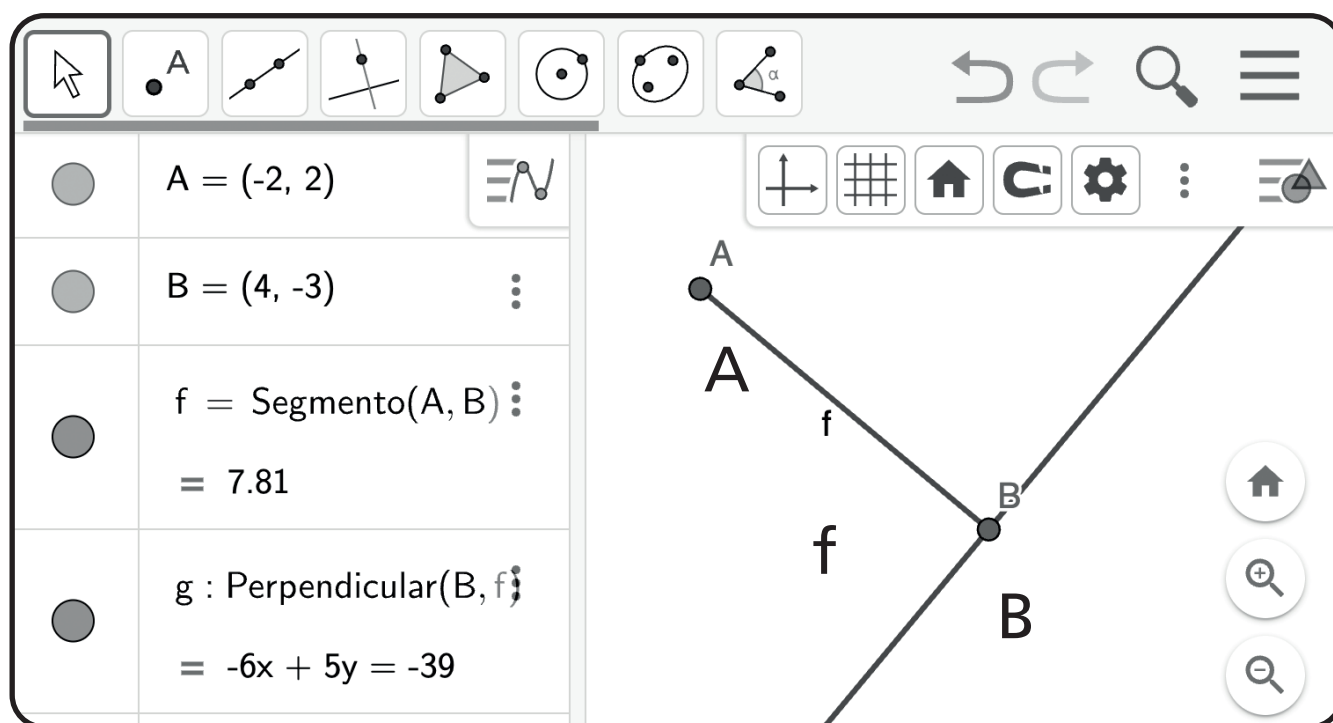
Herramientas tecnológicas

En la siguiente actividad podrás demostrar que en cualquier triángulo rectángulo se cumple que **la suma de las áreas de los cuadrados contruidos sobre los catetos es igual al área del cuadrado contruido sobre la hipotenusa**. Para ello, utilizaremos el programa GeoGebra.

1. Construye un segmento. Selecciona Segmento , luego pincha en dos puntos del plano. Habrás creado el segmento $\overline{AB}$.

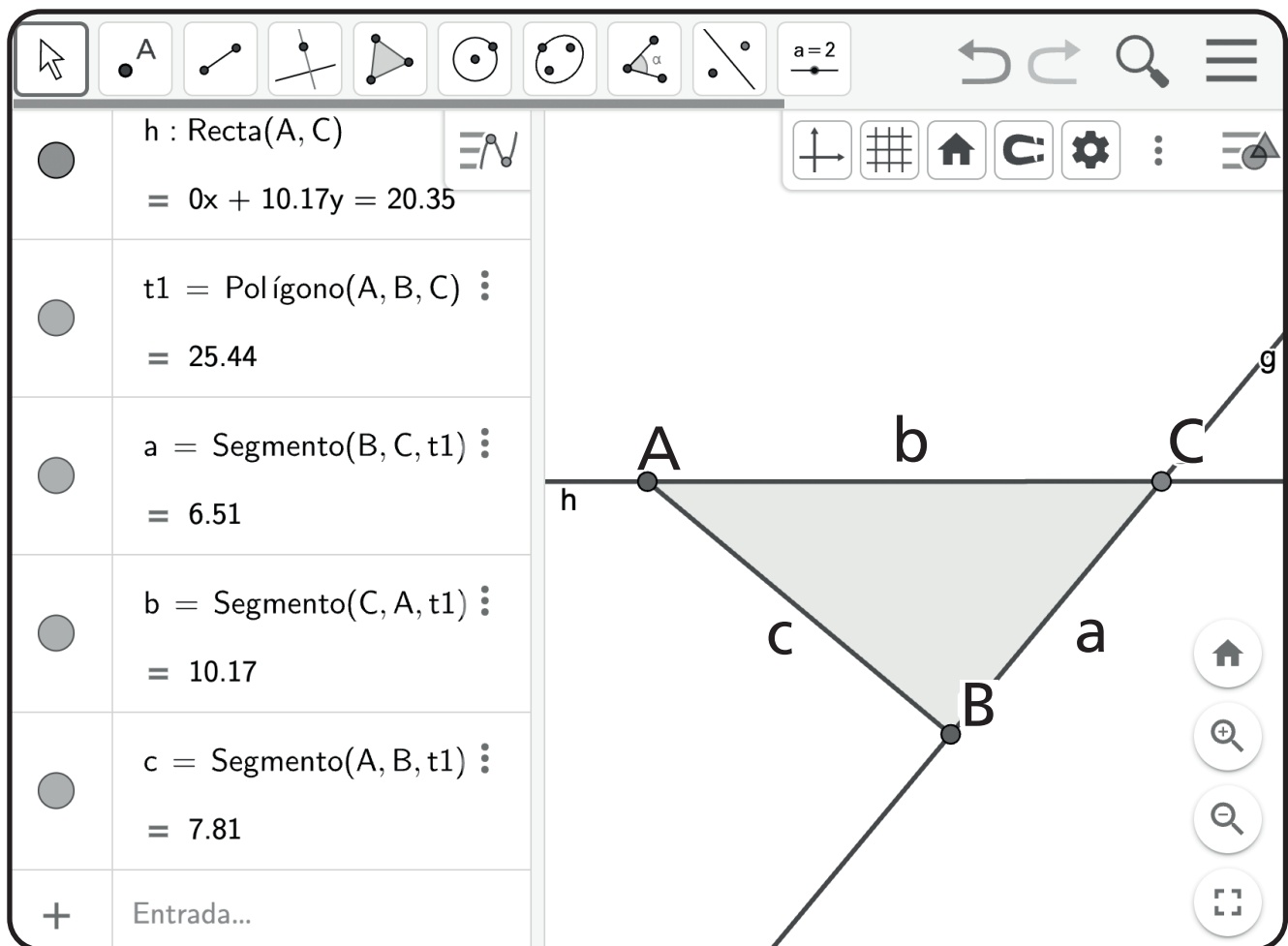


2. Traza una perpendicular al segmento $\overline{AB}$. Pincha , luego pincha sobre cualquier punto del segmento $\overline{AB}$ y desplaza la recta hasta el extremo B. Habrás trazado la recta perpendicular al segmento $\overline{AB}$ que pasa por B.

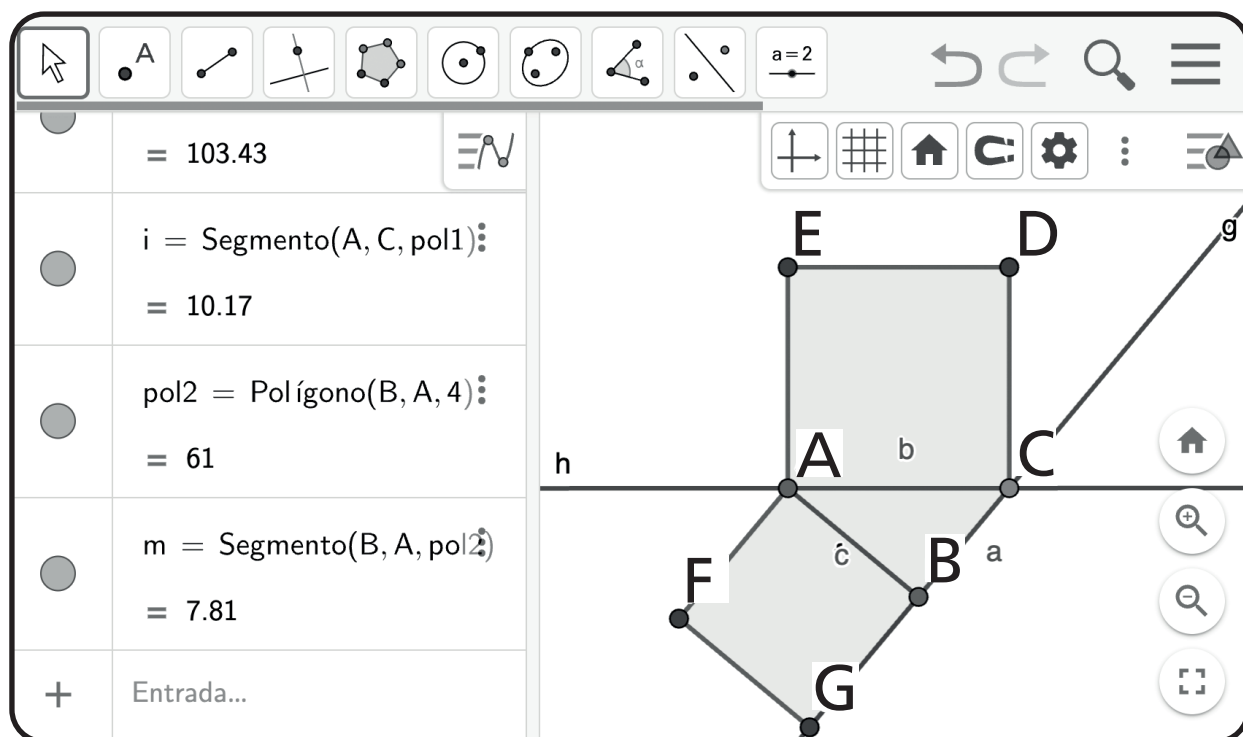


3. Sobre la recta crea el punto C. Pincha , y haz clic en cualquier lugar sobre la recta. Habrás creado el punto C sobre la recta.

4. Dibuja el segmento $\overline{AC}$. Selecciona , luego haz clic sobre A y C. Habrás creado el segmento $\overline{AC}$.
5. Construye el polígono ABC. Selecciona , pincha sobre A, B, C, A y habrás construido el polígono ABC.

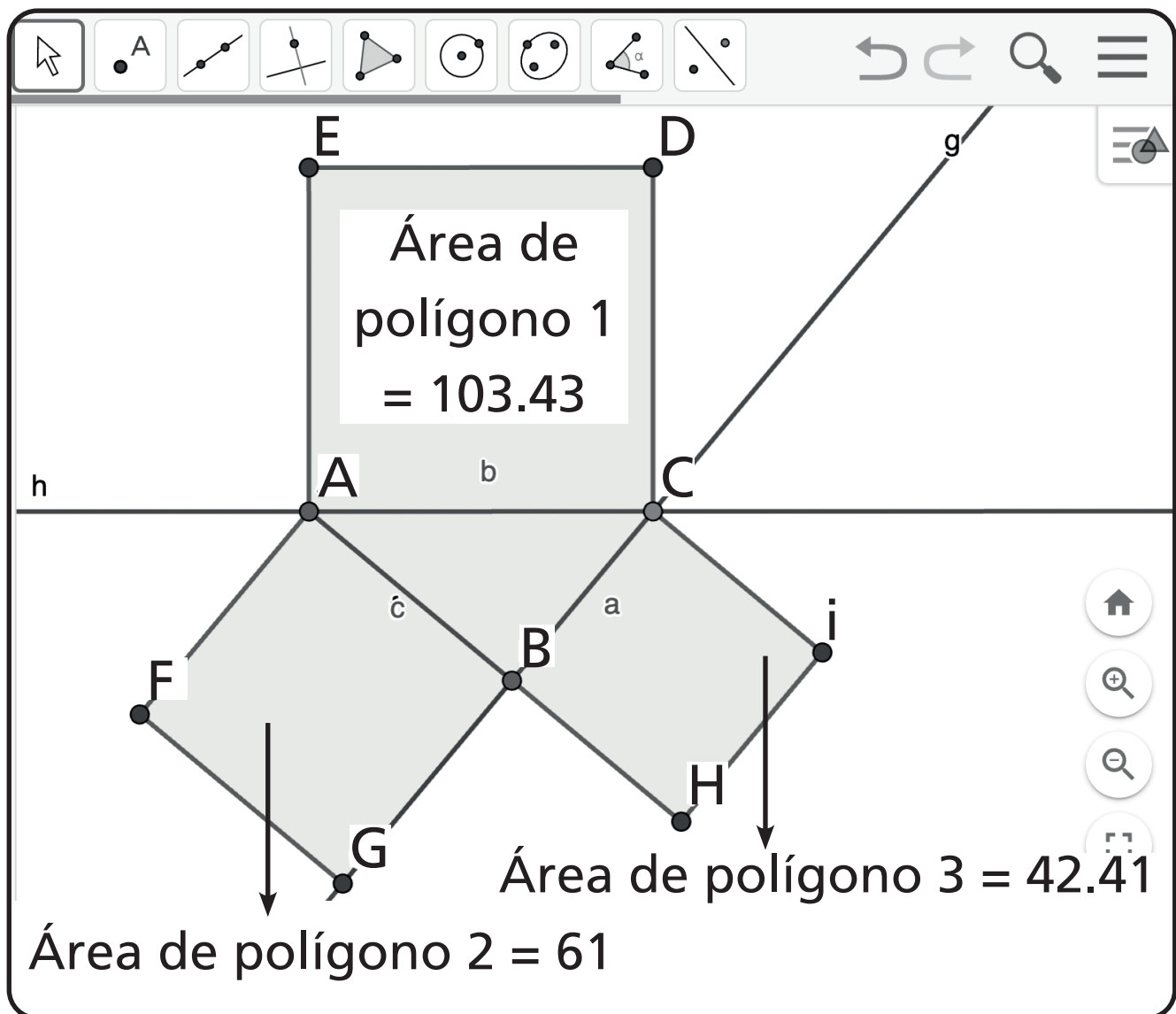


6. Construye los cuadrados sobre cada lado del triángulo ABC. Selecciona Polígono regular. Haz clic sobre A y luego sobre C. Aparecerá un cuadro donde debes poner el número de lados del polígono que quieres construir, en este caso 4.
7. Construye los cuadrados sobre los otros lados del triángulo, siguiendo las mismas indicaciones del paso 6., pero considerando los otros puntos.



8. Calcula el área de cada cuadrado.

Selecciona Área, . Haz clic sobre cada uno de los cuadrados contruidos y obtendrás el área de ellos.



9. Suma las áreas de los cuadrados contruidos sobre los catetos y compárala con el área del cuadrado contruido sobre la hipotenusa.
10. Repite el procedimiento construyendo un triángulo distinto.

Nota: La aplicación Geogebra, creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.



BDA U3-ACT-4 y 5

Lección

2

TRANSFORMACIONES
ISOMÉTRICAS

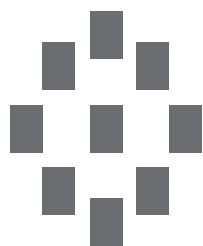
TRASLACIÓN

La **tradición textil mapuche** tiene sus orígenes en el período precolombino. La actividad textil estuvo exclusivamente en manos de las mujeres. Fueron ellas las encargadas de vestir a su pueblo. Tejieron una gran variedad de productos como parte de la vestimenta cotidiana y también de uso ritual.

Fuente: <http://www.memoriachilena.gob.cl/archivos2/pdfs/mc0035074.pdf>



Uno de los diseños encontrados en los trabajos textiles mapuche es el **mawñimin**, formado por figuras dispuestas simétricamente en torno a una de ellas.



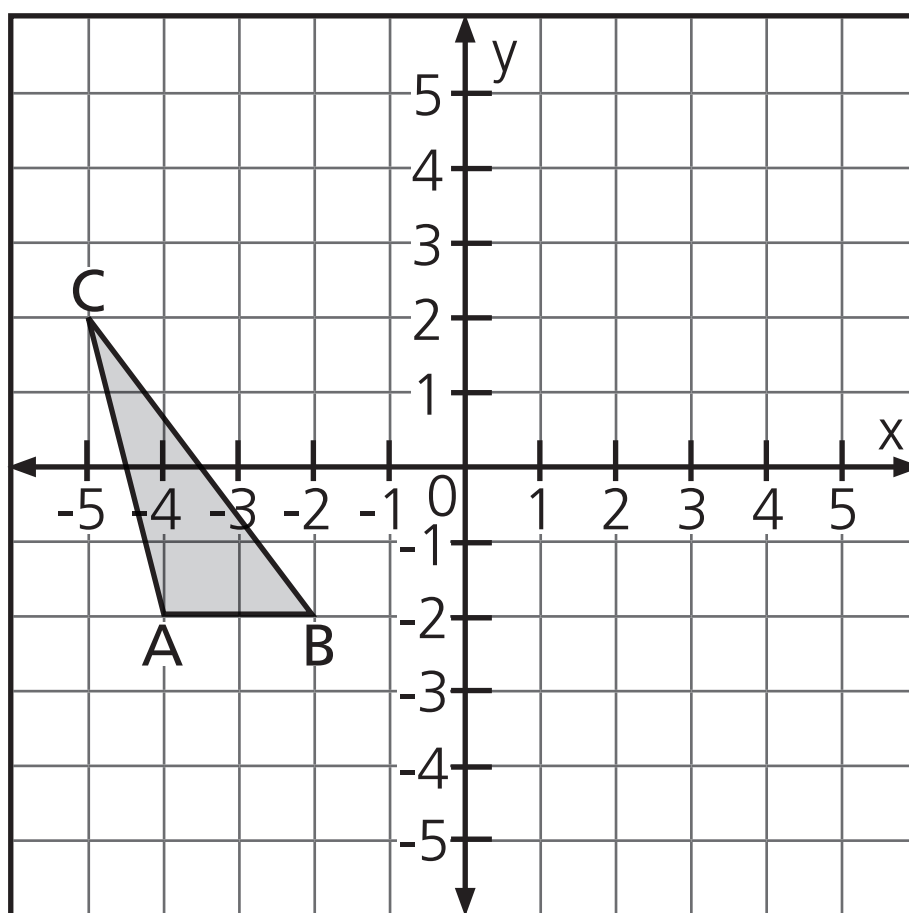
El **mawñimin** se construye a partir de la traslación de una figura desde un lugar del plano a otro, conservando su forma y tamaño.

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

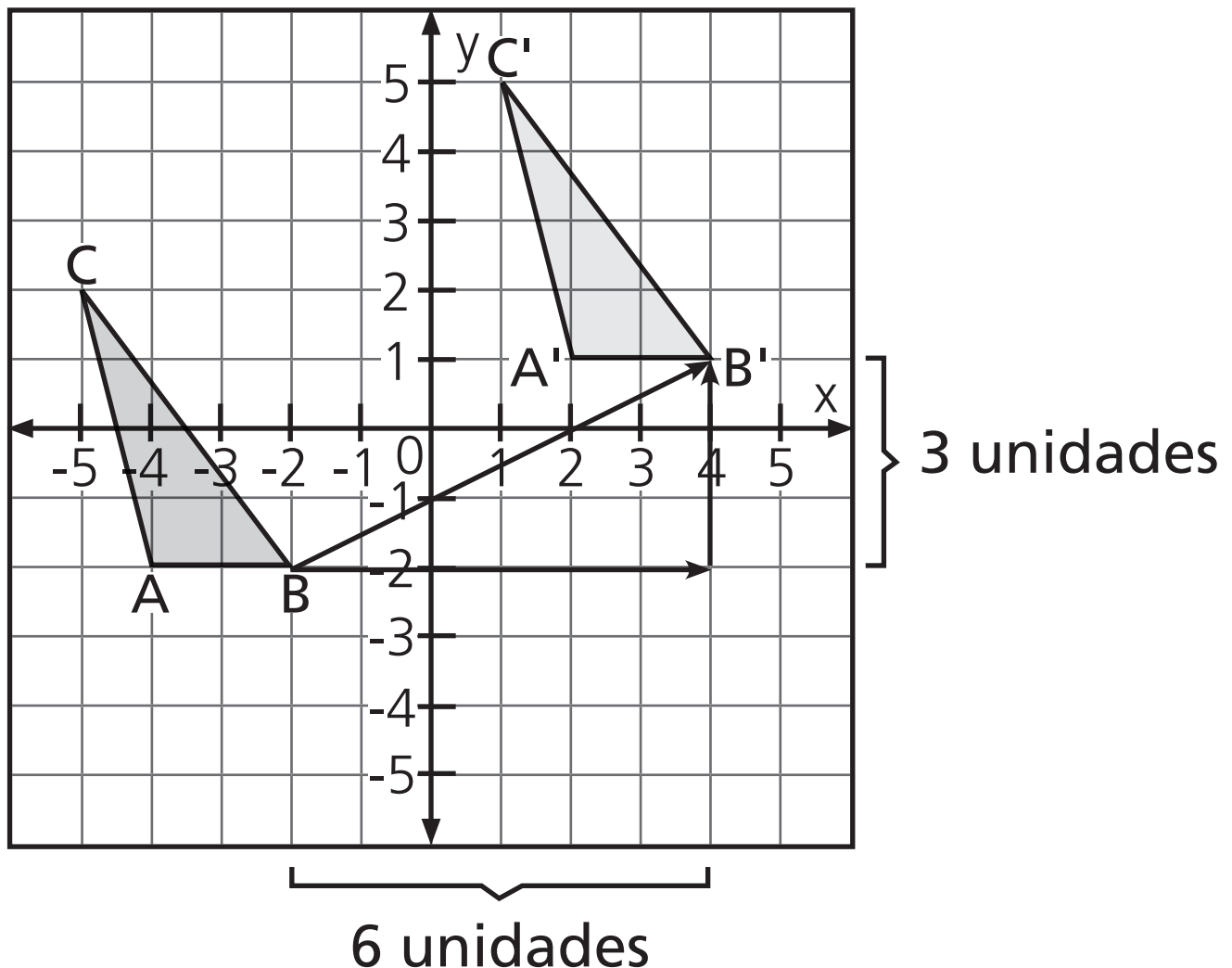
1. ¿Qué figuras geométricas ven en la prenda tejida de la imagen?
2. ¿Cómo creen que las mujeres mapuche logran tejer figuras de igual forma y tamaño?
3. Investiga la relación entre la simetría (transformación isométrica) con el principio de dualidad del pueblo mapuche presente en los tejidos mapuche.

Ejemplo 1

Traslada en el plano cartesiano el triángulo ABC , que se muestra en la figura, con respecto al vector $\vec{v} = (6, 3)$, y determina las coordenadas de los vértices del triángulo $A'B'C'$.



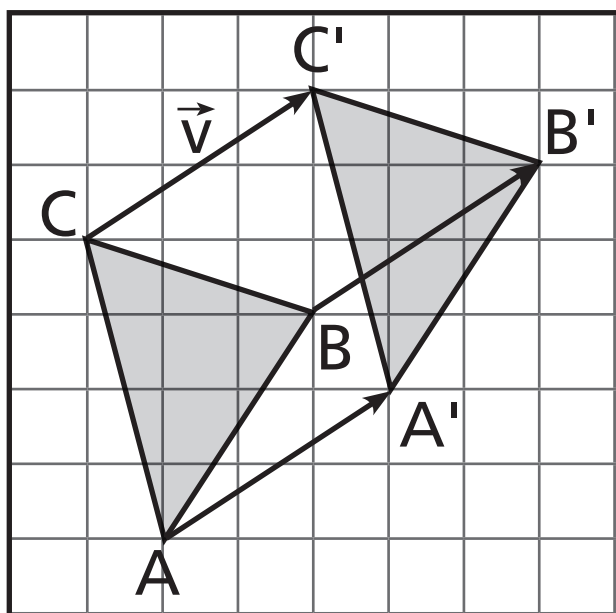
1. Como el vector de traslación es $\vec{v} = (6, 3)$, el triángulo ABC se traslada 6 unidades hacia la derecha y 3 unidades hacia arriba.



2. Las coordenadas de los vértices del triángulo A'B'C' son A'(2, 1), B'(4, 1) y C'(1, 5).

Aprende

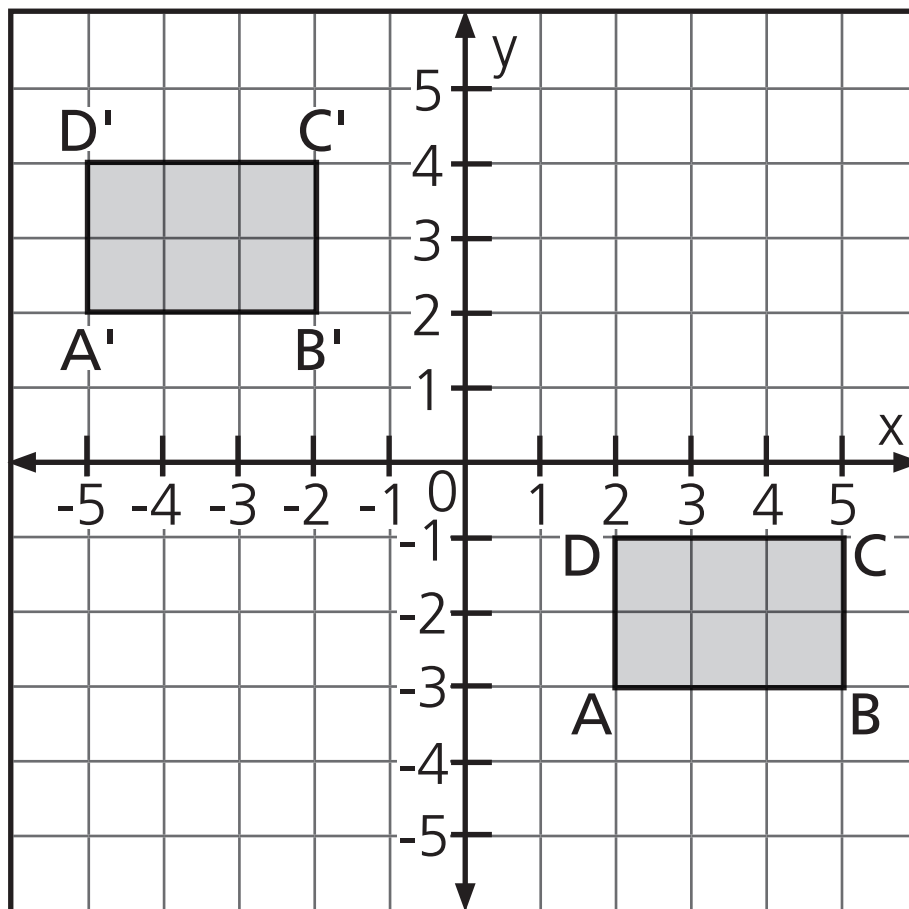
Isometría: palabra de origen griego que significa "igual medida" (iso = igual o mismo, metría = medir).



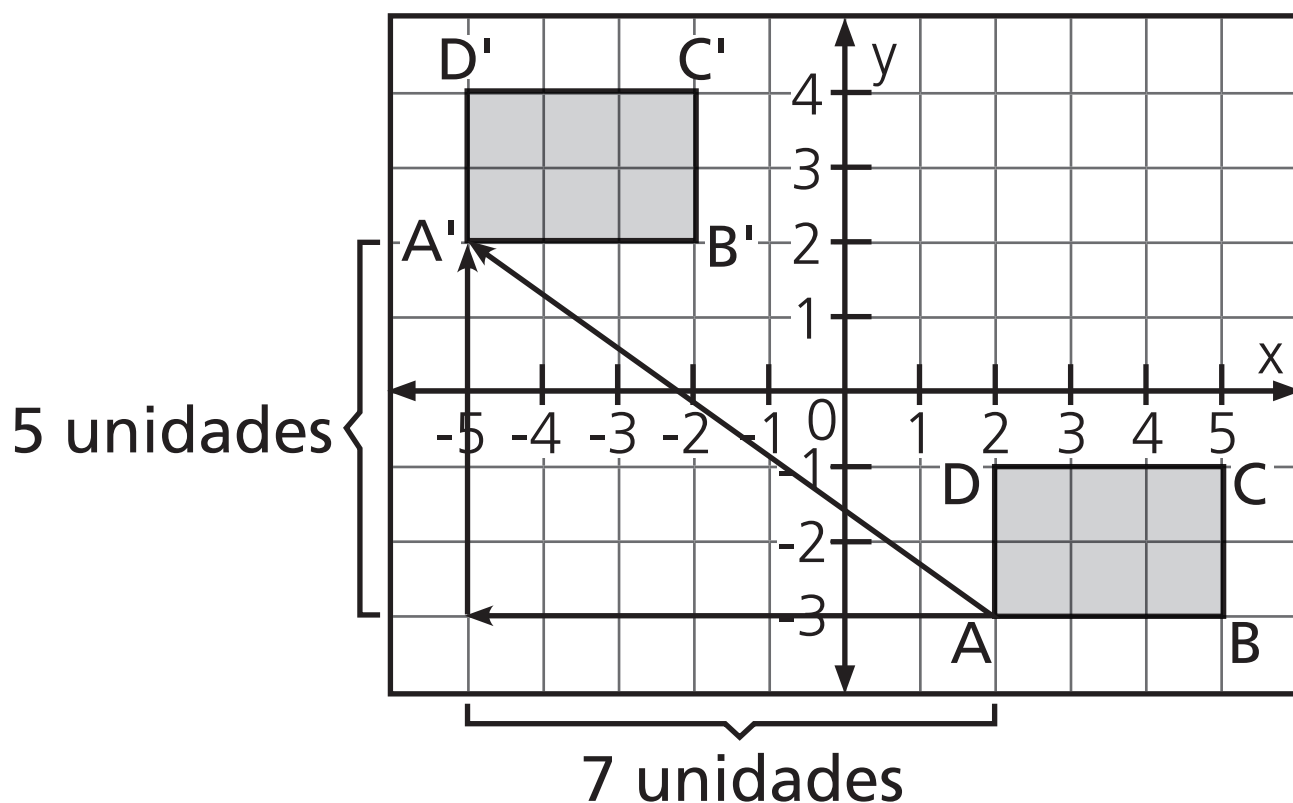
- Una **traslación de una figura geométrica** desplaza todos los puntos de ella en una misma magnitud, dirección y sentido.
- Al trasladar un punto A, le corresponderá otro punto A' en el que $\overrightarrow{AA'} = \vec{v}$, que es el **vector de traslación**.

Ejemplo 2

Determina el vector de traslación respecto al cual se trasladó el rectángulo ABCD para obtener su imagen $A'B'C'D'$.



1. Elige uno de los vértices del rectángulo ABCD, en este caso el vértice A, y cuenta las unidades que se trasladó hasta el vértice A'.
2. Como el vértice A se trasladó 7 unidades a la izquierda y 5 unidades hacia arriba en el plano cartesiano, la primera componente del vector buscado será -7 y la segunda, 5 . Es decir, el vector de traslación es $\vec{v} = (-7, 5)$.



3. Puedes comprobar la solución restando las coordenadas de A' con las de A . Las coordenadas de A' son $(-5, 2)$ y las de A son $(2, -3)$, entonces:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= (-5, 2) - (2, -3) \\ &= (-5 - 2, 2 - (-3)) \\ &= (-7, 5)\end{aligned}$$

Lo anterior se cumple con cualquier pareja de vértices correspondientes, es decir, si consideras que las coordenadas de B' son $(-2, 2)$ y las de B son $(5, -3)$ obtienes:

$$\begin{aligned}\vec{v} &= (-2, 2) - (5, -3) \\ &= (-2 - 5, 2 - (-3)) \\ &= (-7, 5)\end{aligned}$$



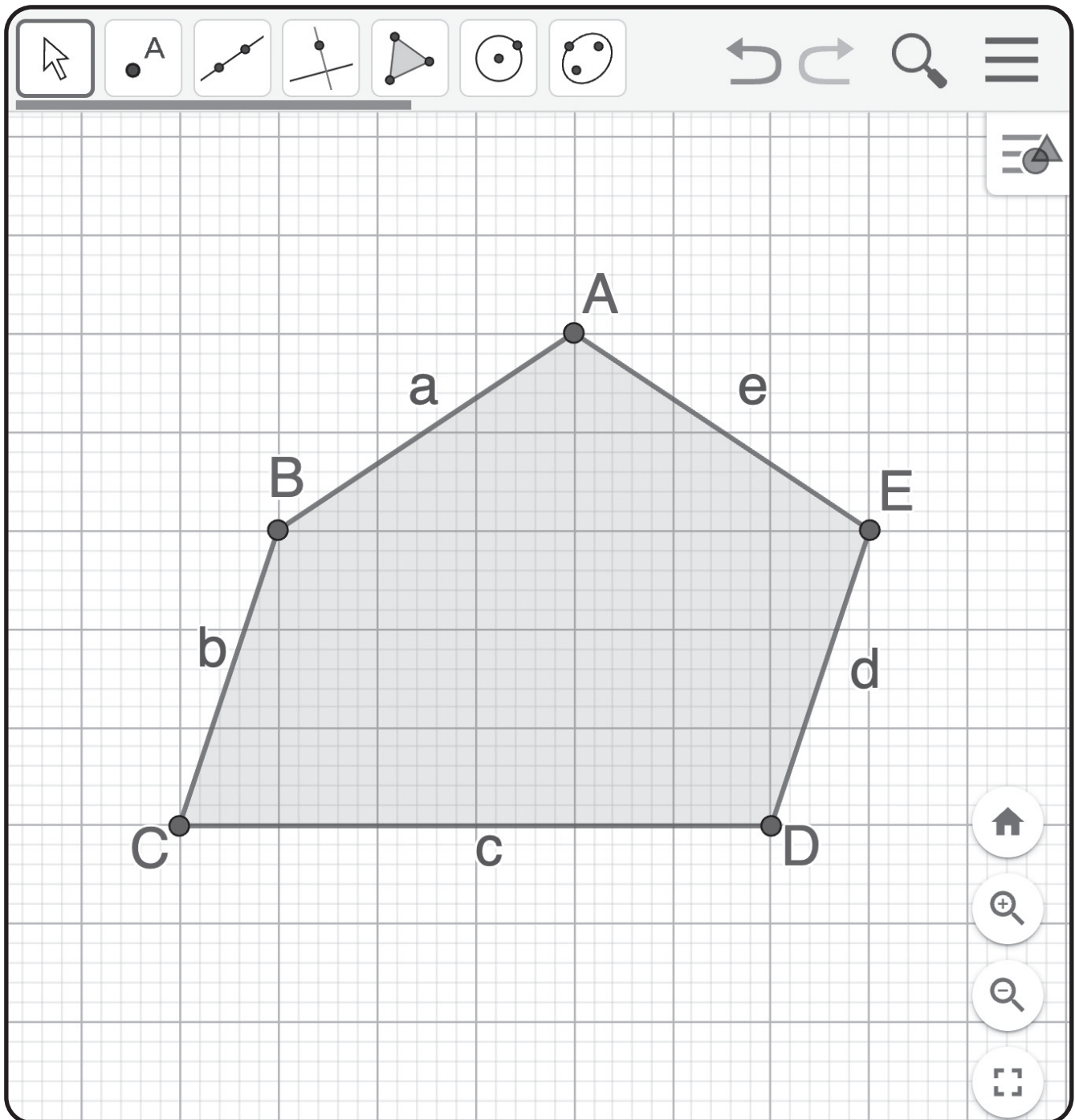
Herramientas tecnológicas

Traslación de un pentágono

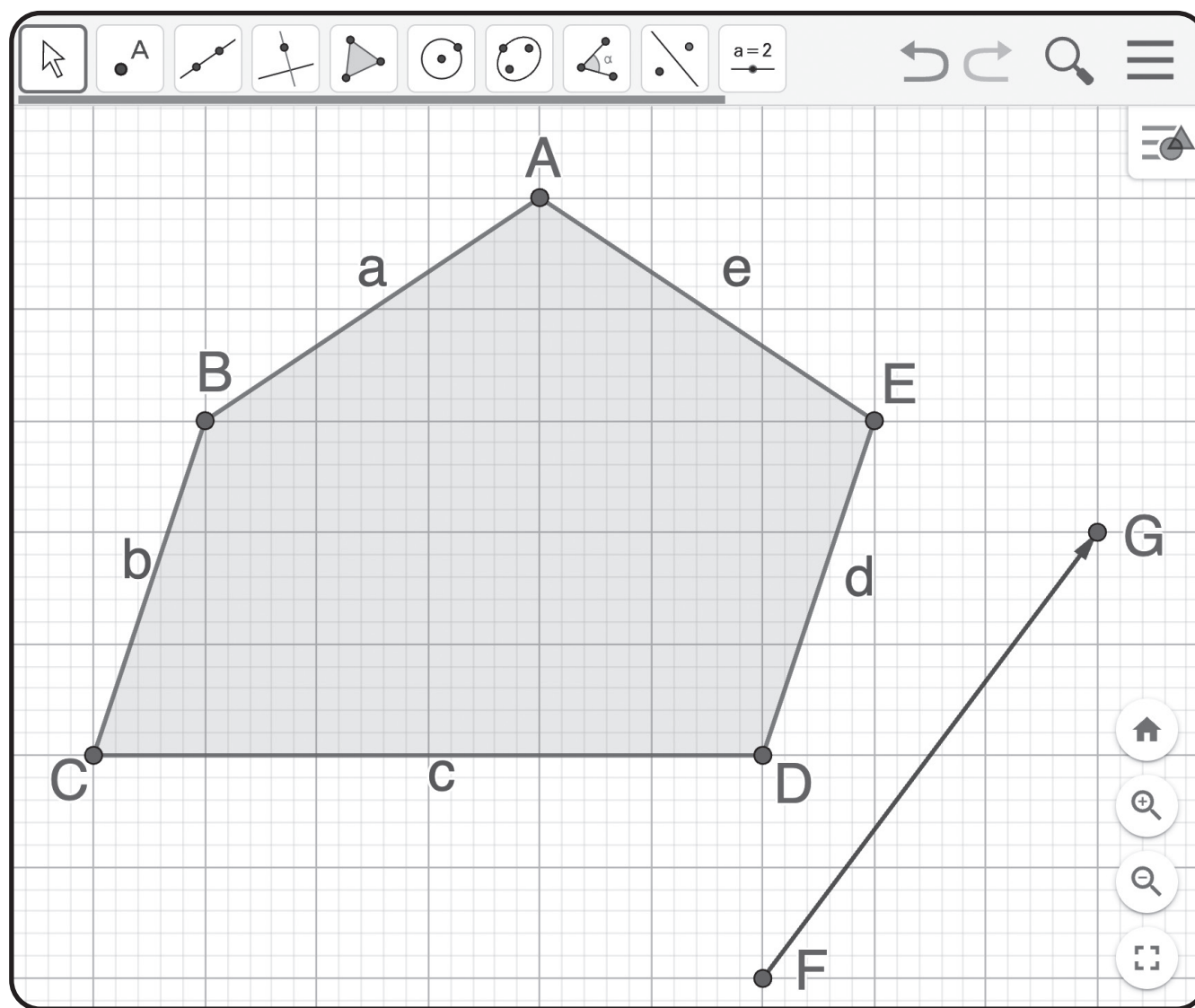
Usando el programa GeoGebra, puedes construir transformaciones isométricas mediante los siguientes pasos:

1. Utiliza una hoja nueva, presiona el botón derecho y selecciona **ejes**. Presiona nuevamente el botón derecho y selecciona **cuadrícula**.
2. En las herramientas del software selecciona **Polígono** . Luego, en la cuadrícula dibuja un pentágono haciendo clic en distintos puntos.

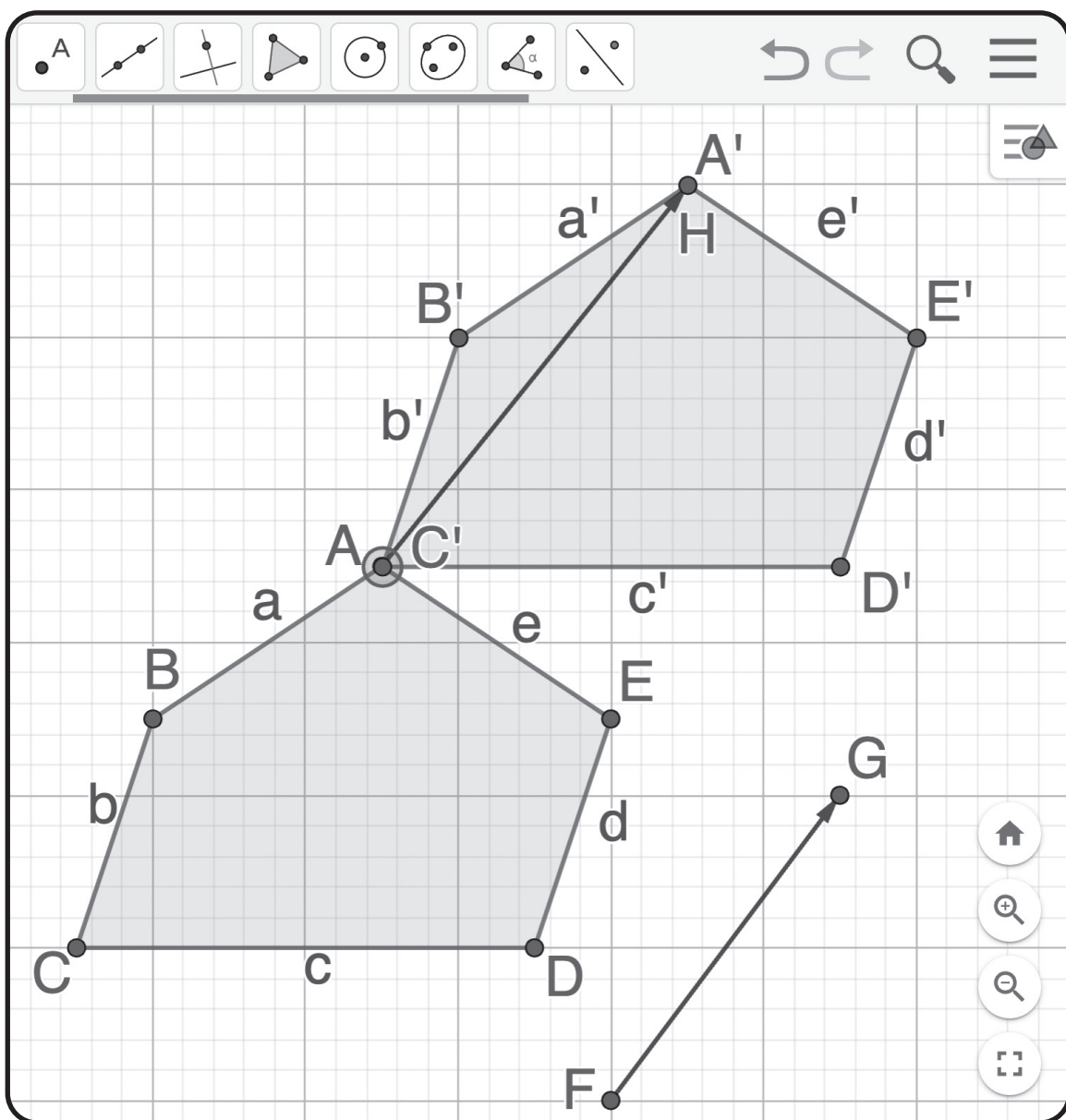
Recuerda que el último clic siempre se debe hacer sobre el primer vértice que generaste.



3. Dibuja un vector presionando la herramienta **Vector** .



4. Para trasladar la figura respecto al vector, selecciona la herramienta **Traslación** . Al usar esta herramienta, haz clic primero sobre el objeto que se trasladará, y luego sobre el vector de traslación.



Nota: La aplicación Geogebra, creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

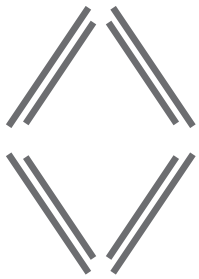


BDA U3-ACT-6, 18 y 19

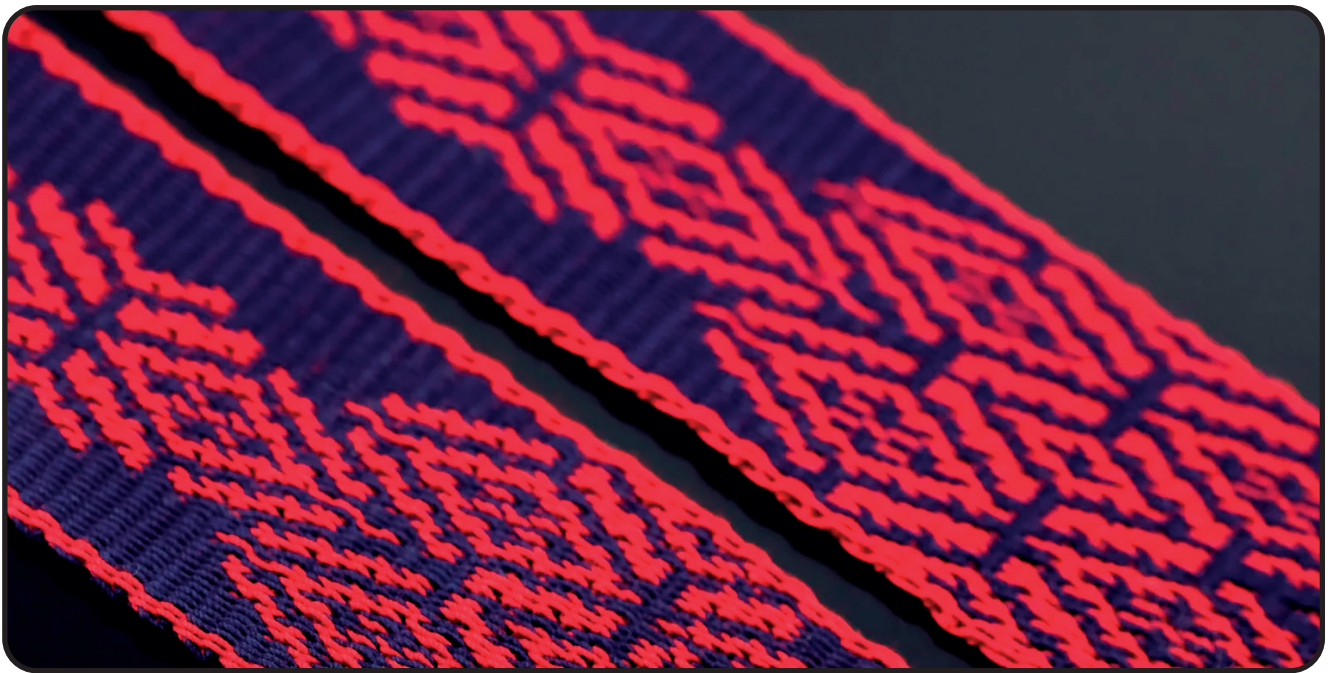
ROTACIÓN

Otro elemento frecuente de los diseños textiles mapuche es el **wiriwel**, el cual corresponde a líneas oblicuas y paralelas de tejido en cuyo centro casi siempre va otro dibujo. Corresponde a una representación del cosmos.

Fuente: <http://www.memoriachilena.gob.cl/archivos2/pdfs/mc0035074.pdf>



En términos geométricos, el wiritwel se puede generar a partir de rotaciones, las que se aplican a un par de líneas rectas en torno a un centro de rotación



Responde y comenta con tus compañeros.

1. ¿Qué crees que buscan representar los mapuche con el cosmos?

2. ¿Dónde crees que se ubica el centro de rotación en la imagen para lograr generar el **wiriwel**?
3. ¿Qué elementos de la cosmovisión mapuche se conocen hoy en día? Investiga.

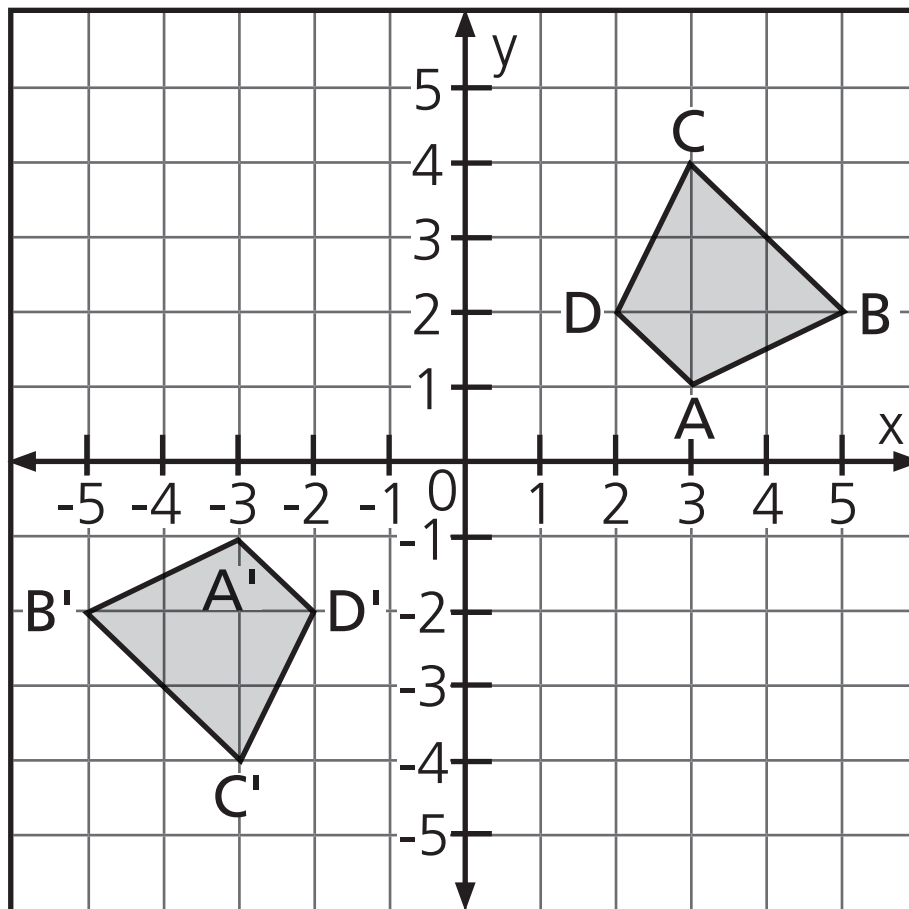
Para aprender más visita:

https://www.curriculumnacional.cl/portal/Secciones/Lengua-y-Cultura-de-los-Pueblos-Originarios-Ancestrales/89532:Lengua-y-Cultura-de-los-Pueblos-Originarios-Ancestrales#in_recursos

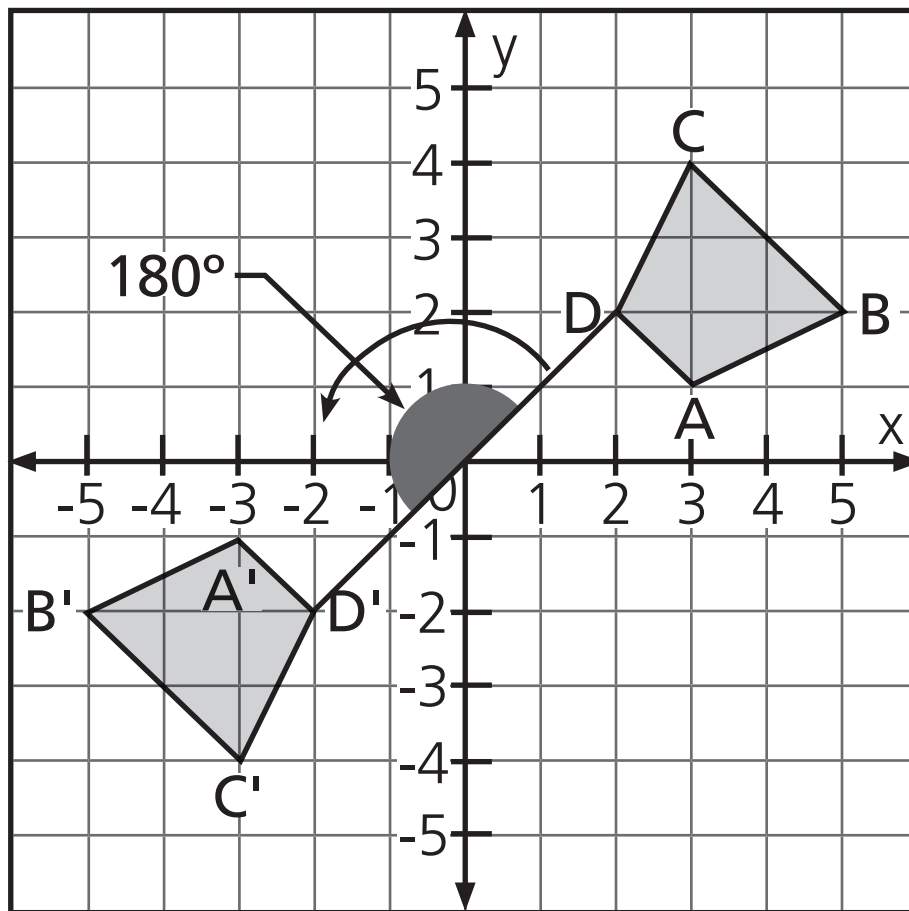


Ejemplo 1

Determina el ángulo de rotación respecto del cual se rotó el cuadrilátero $ABCD$ para obtener su imagen $A'B'C'D'$. Considera que O es el centro de rotación.

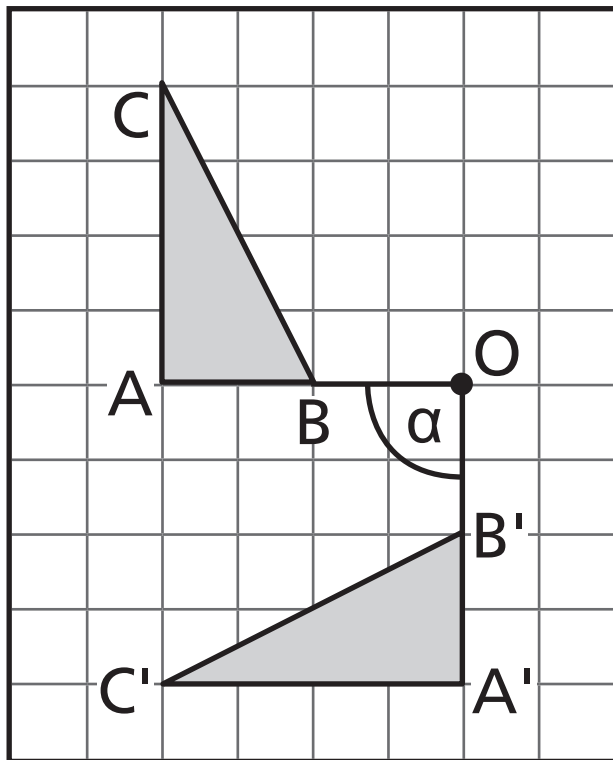


1. Traza un segmento que pase por O y que una uno de los vértices con su imagen, por ejemplo, D y D'.
2. Luego, el ángulo de rotación es de 180° .



¿Qué elementos se deben considerar al rotar figuras?

Aprende



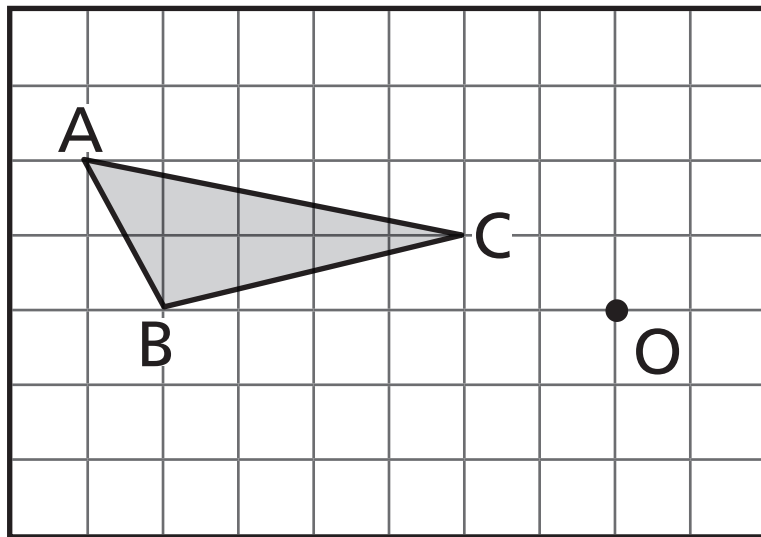
- Para identificar el **ángulo de rotación** de una figura, se une uno de los vértices de la figura original con el de la figura imagen, pasando por el centro de rotación,

y luego se mide el ángulo que se forma.

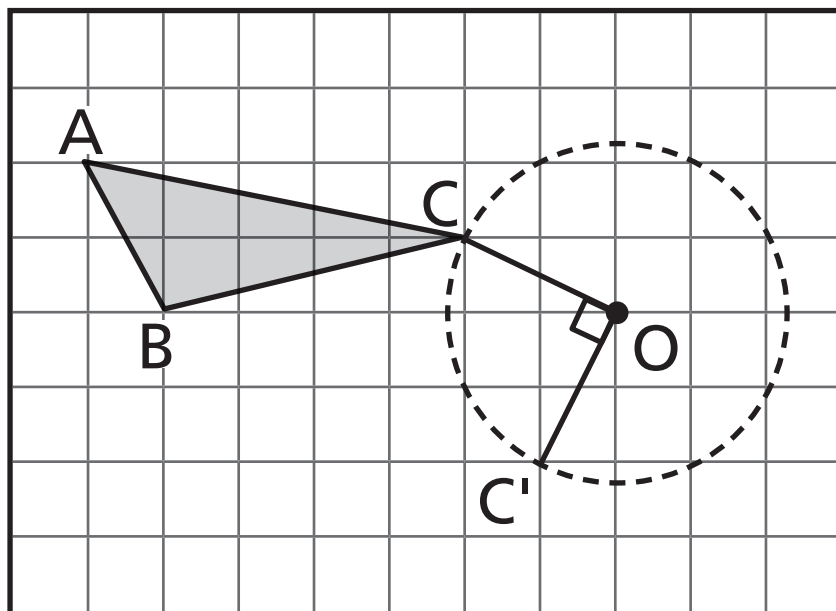
- Una rotación es una transformación isométrica en la cual todos los puntos se mueven respecto de un punto fijo llamado **centro de rotación** (O) en un determinado ángulo, llamado **ángulo de rotación** (α).
 - El **ángulo de rotación** puede tener sentido antihorario (positivo) o sentido horario (negativo).
- 

Ejemplo 2

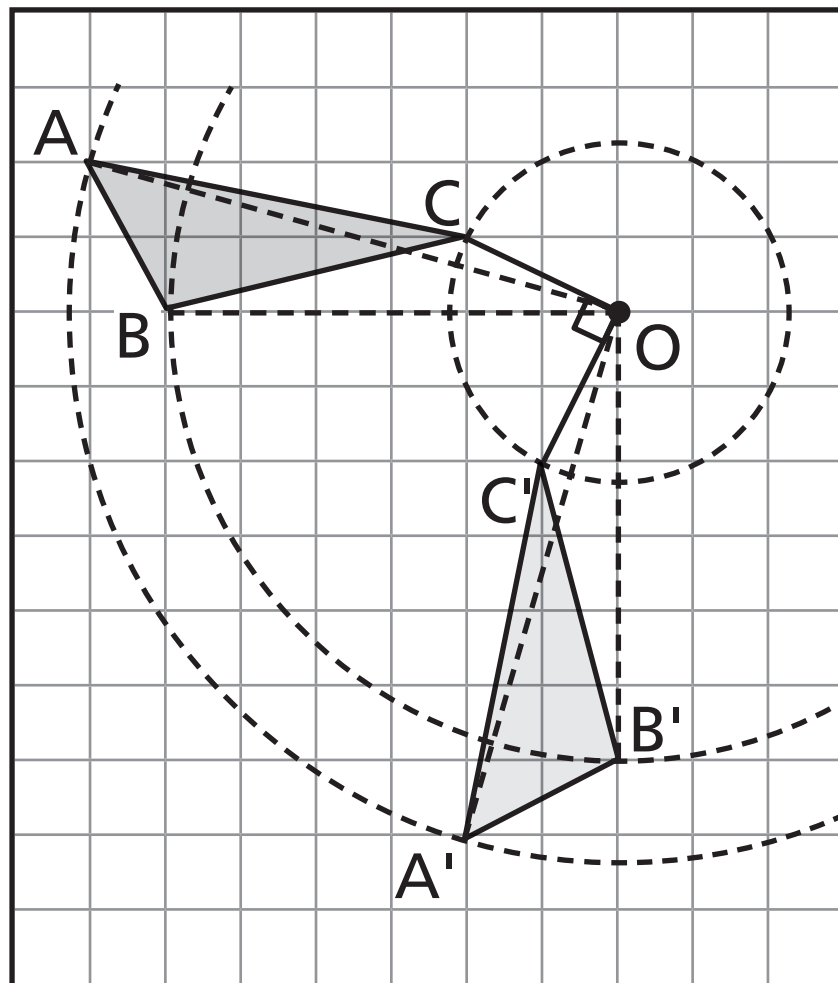
Utilizando regla y compás, rota el triángulo ABC, respecto al punto O, en 90° en sentido antihorario.



1. Dibuja una circunferencia con centro O y radio $\overline{OC}$ y con un transportador determina un ángulo de 90° . Luego, marca en la imagen el punto C' en la circunferencia

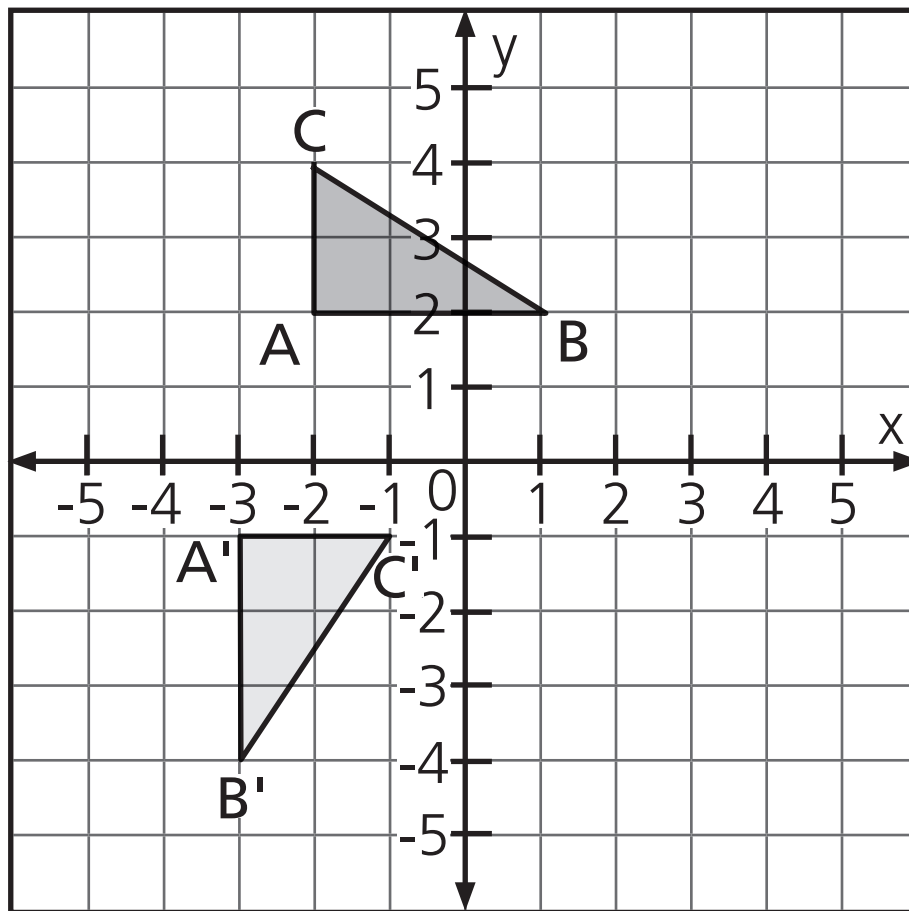


2. Repite el mismo procedimiento para los demás vértices y luego une los puntos. Con esto obtienes la imagen del triángulo ABC , es decir, el triángulo $A'B'C'$.

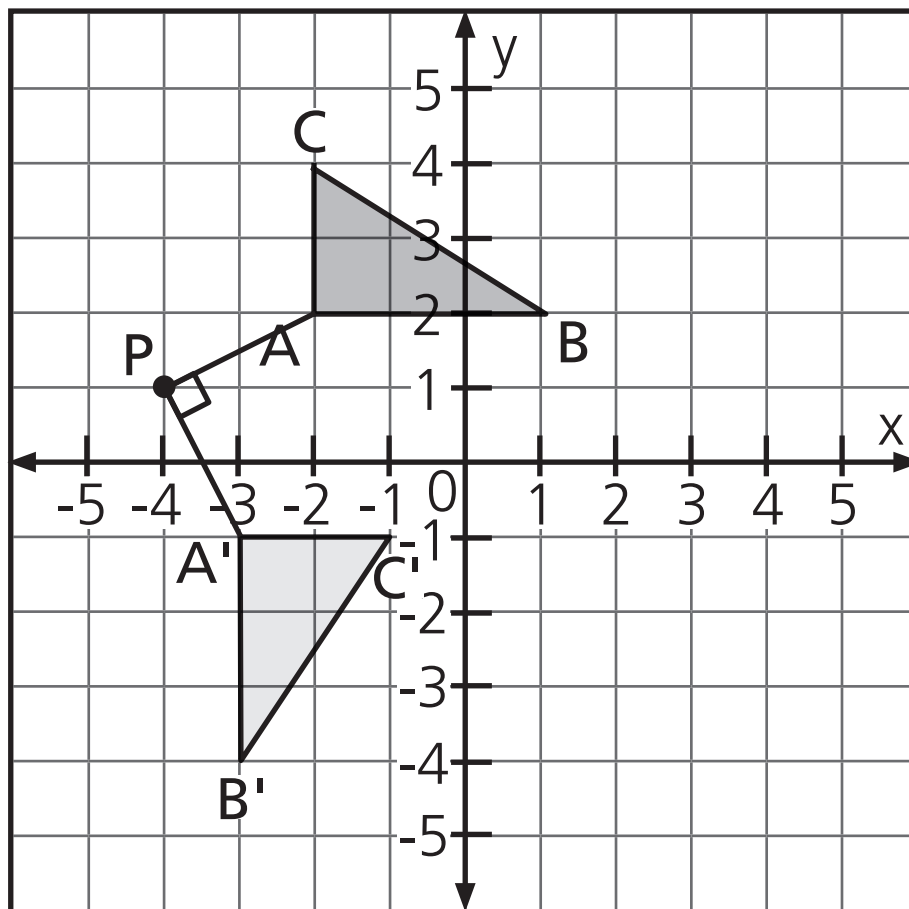


Ejemplo 3

Identifica el ángulo de rotación que se le aplicó al triángulo ABC para obtener el triángulo $A'B'C'$ considerando que P es el centro de rotación.



1. Traza un segmento que una A con P y otro que una P con A'.
2. Mide el ángulo que se forma, que en este caso es de 90° en sentido horario.



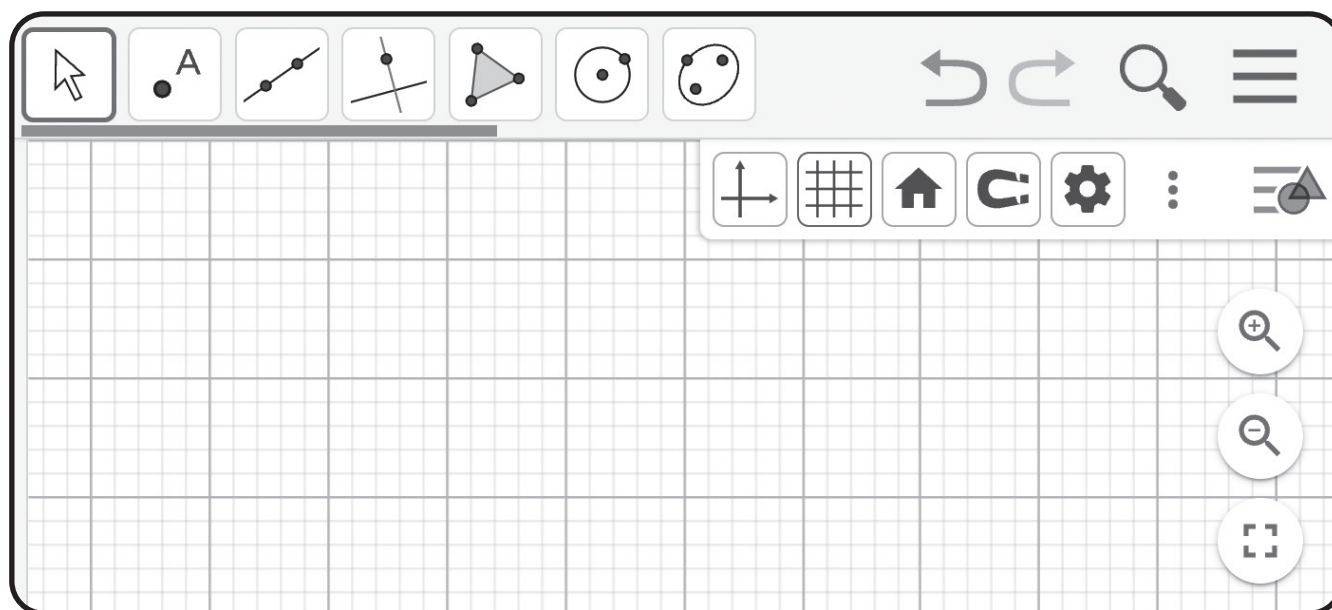


Herramientas tecnológicas

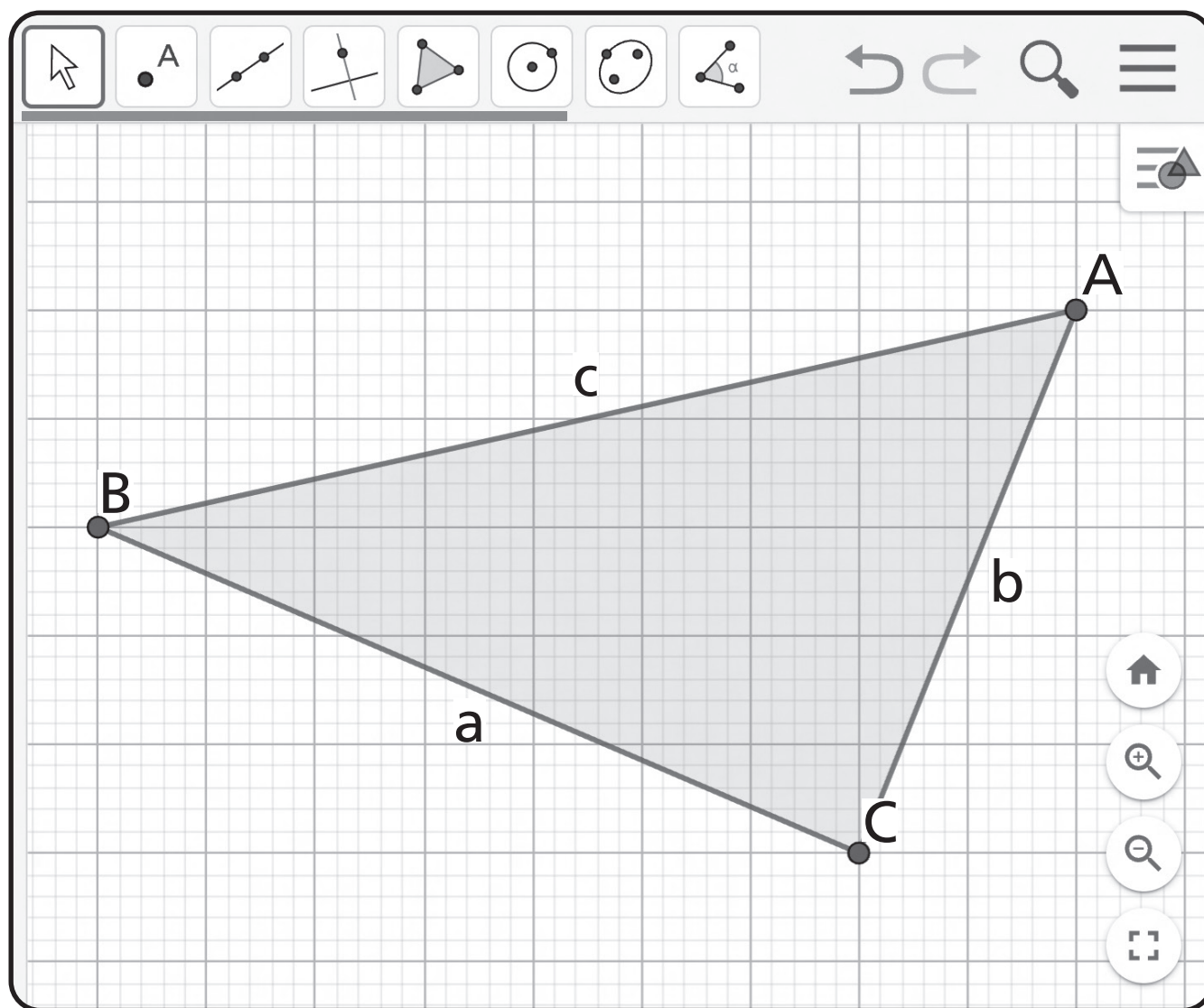
Rotación de un triángulo

Usando el programa GeoGebra, puedes construir transformaciones isométricas mediante los siguientes pasos:

1. Utiliza una hoja nueva, presiona el botón derecho y selecciona **ejes**. Presiona nuevamente el botón derecho y selecciona **cuadrícula**.

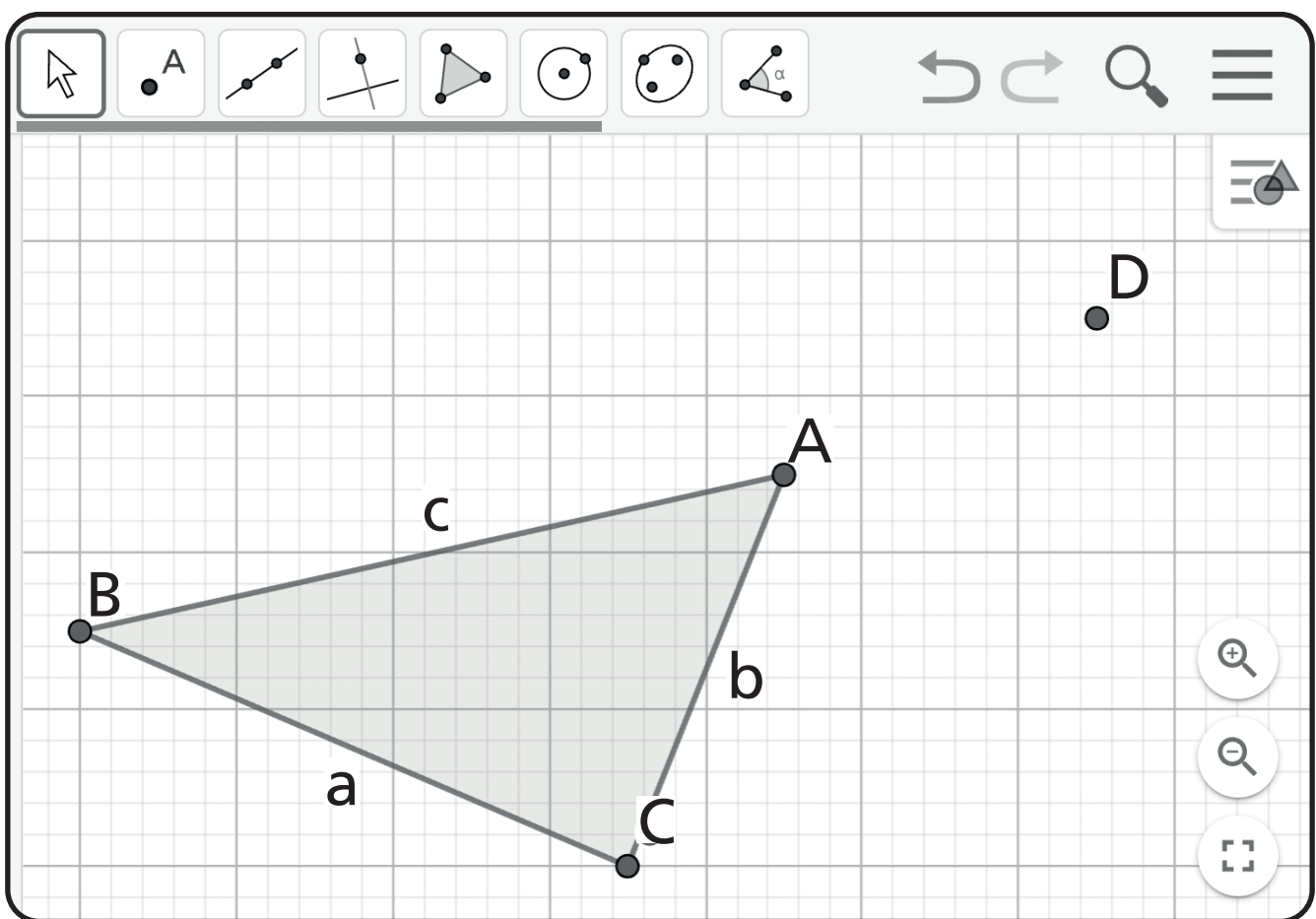


2. En las herramientas del software selecciona **Polígono** . Luego, en la cuadrícula dibuja un triángulo haciendo tres clics en distintos puntos; el cuarto clic lo debes hacer sobre el vértice del primer clic del triángulo.

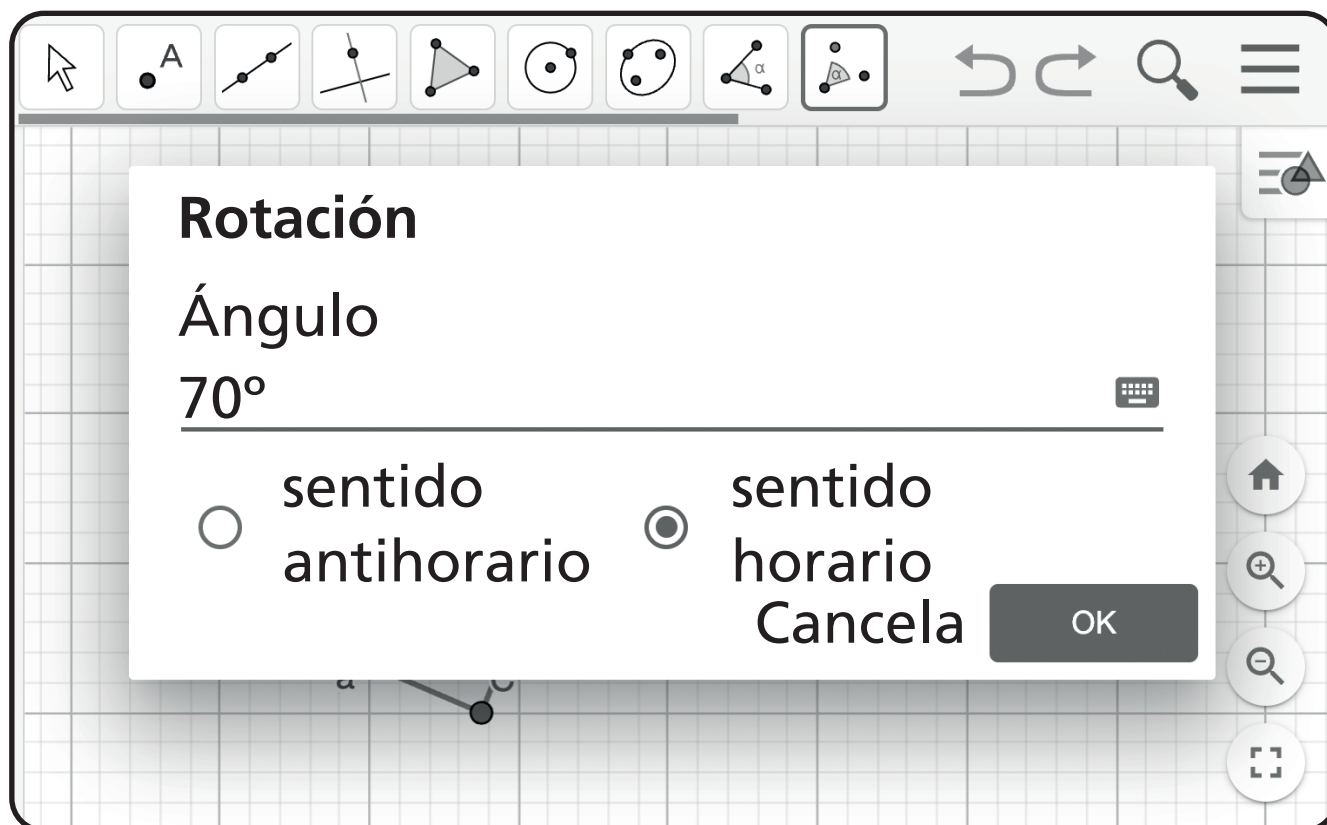


3. Selecciona la herramienta **Punto** .

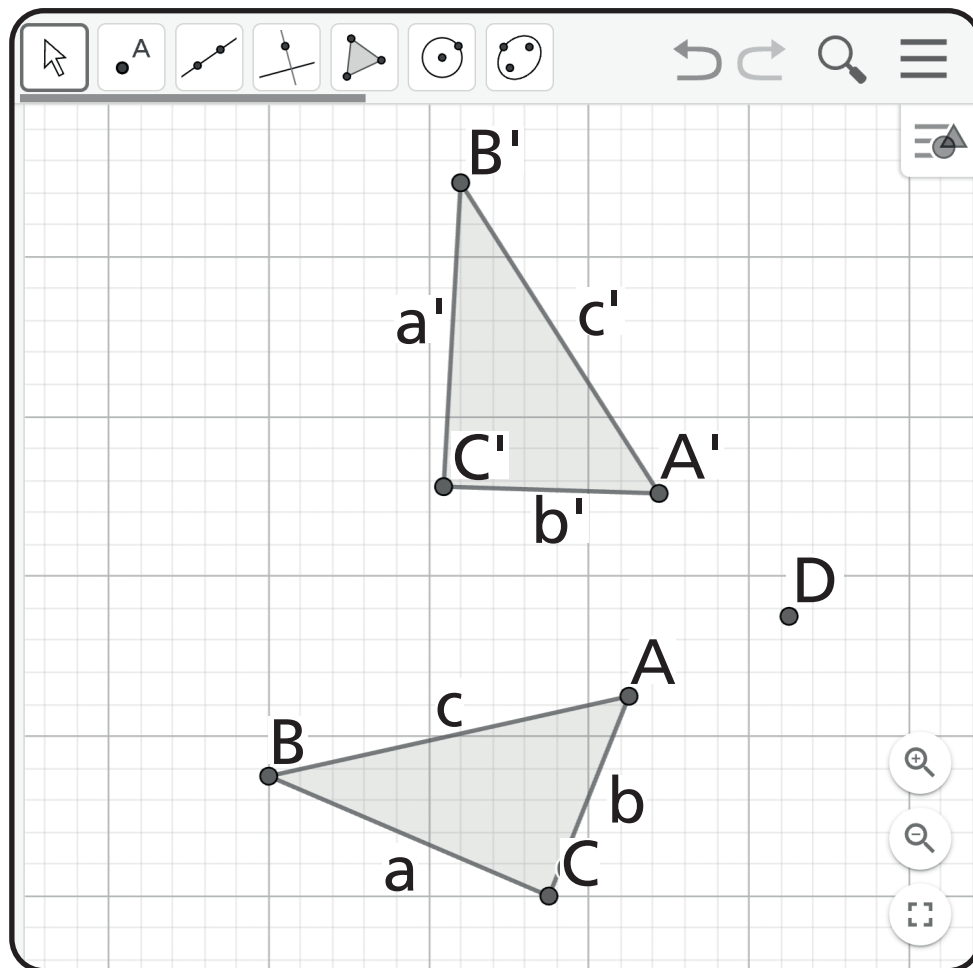
Haz clic en cualquier parte de la cuadrícula para dibujar el centro de rotación



4. Selecciona **Rotación**. Haz clic sobre el triángulo y, luego, sobre el centro de rotación. Aparecerá una tabla en la cual debes ingresar el ángulo de rotación, puede ser 70° (o el que tú quieras) , y el sentido de rotación, en este caso en sentido horario. Una vez ingresado los datos, presiona OK.



5. Selecciona la herramienta **Ángulo**. Haz clic sobre cada vértice correspondiente al ángulo interior del triángulo, en sentido antihorario; aparecerán las medidas de los ángulos interiores, como se muestra en la figura. Repite lo mismo con la figura imagen. Verás que ambas figuras tienen los ángulos de igual medida.



Nota: La aplicación Geogebra, creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.

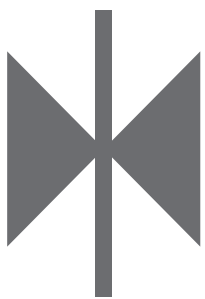
 **BDA U3-ACT-7, 20**

REFLEXIÓN



Otro de los diseños frecuentes en el arte textil mapuche es el **wangülen** o estrella, el cual corresponde a dos (o más) triángulos isósceles opuestos por uno de sus vértices, por donde pasa una línea recta. Representa un tipo de espíritu femenino presente en la mitología mapuche. La siguiente imagen muestra la versión más sencilla de este símbolo.

Fuente: <http://www.memoriachilena.gob.cl/archivos2/pdfs/mc0035074.pdf>



En términos geométricos, el **wangülen** se construye a partir de una reflexión respecto de un eje de simetría, en la que se asocia cada punto con otro punto a igual distancia de este eje, llamado imagen.

Responde y comenta con tus compañeros.

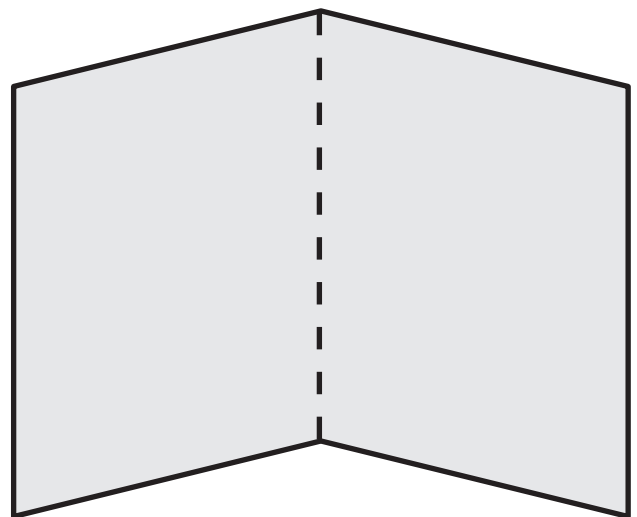
1. ¿Cuál es la historia del espíritu femenino desde el conocimiento mapuche?
Investiga.
2. ¿Observas otras simetrías en la figura?
Explica.

Para conocer más acerca de la textilería mapuche, puedes visitar el siguiente enlace:
<http://www.bibliotecanacionaldigital.gob.cl/visor/BND:47439>

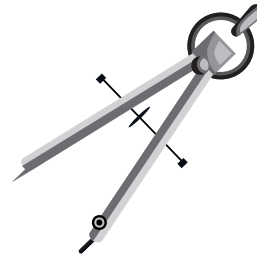
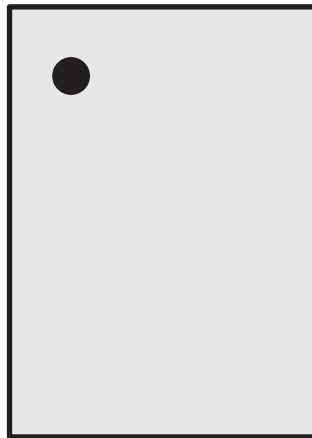
Ejemplo 1

Realiza una reflexión utilizando una hoja de papel. Para ello considerando los siguientes pasos:

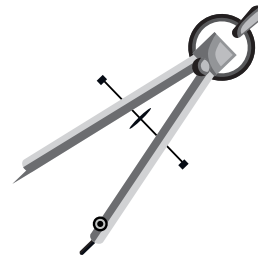
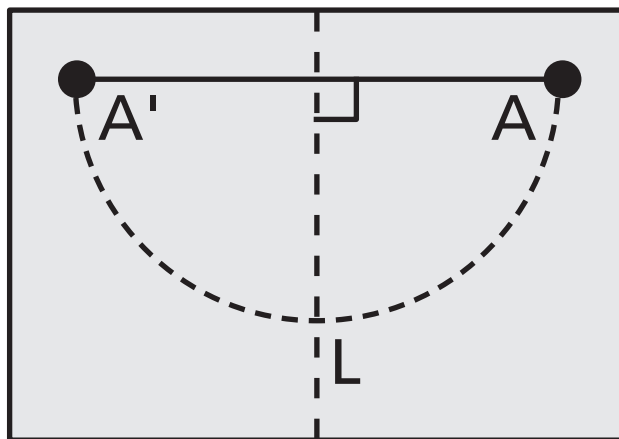
1. Dobla la hoja por la mitad



2. Marca un punto desde afuera de manera de que la marca se vea por ambos lados (también puedes perforar la hoja con tus compas)



3. Abre la hoja y marca los puntos en el interior como A y A'. Al pliegue de la hoja le llamaremos L. Une los puntos A y A'.

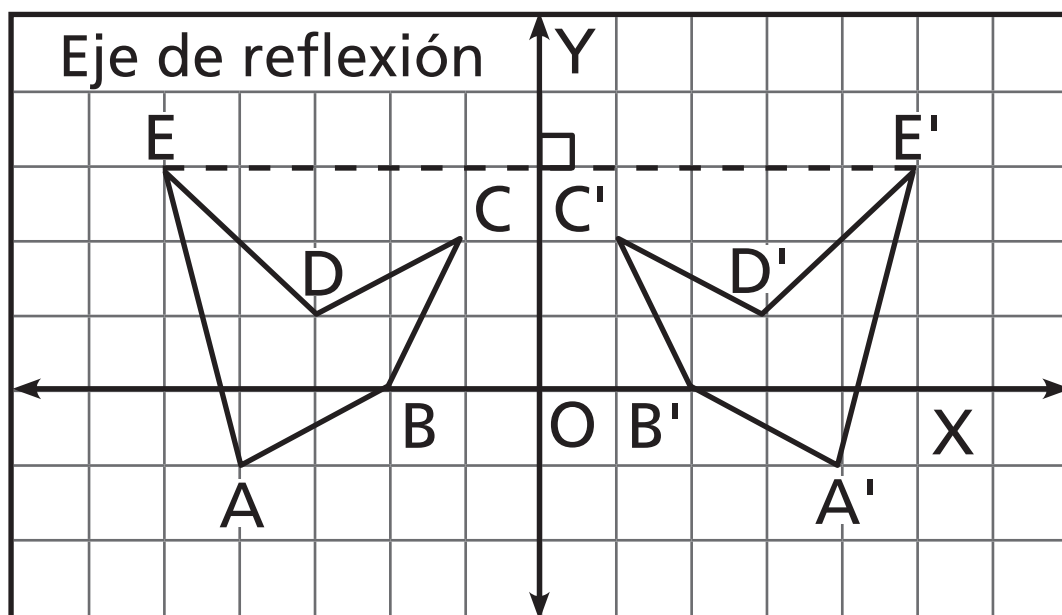


4. Mide la distancia desde cada punta a la recta L . ¿Como se relacionan dichas medias?

Como la distancia entre los puntos A y A' a la recta L es la misma entonces son simétricos respecto de la recta L .

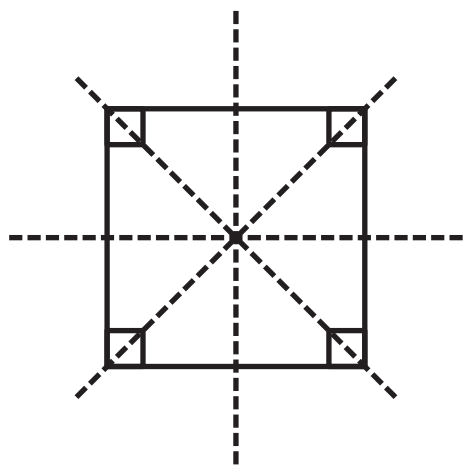
Aprende

Una **reflexión** es una transformación isométrica en la que a cada punto de una figura se le asocia otro punto llamado imagen. El punto y su imagen debe estar a igual distancia de una recta llamada eje de reflexión o eje de simetría y el segmento que une el punto con su imagen debe ser perpendicular a ella.



Por ejemplo, al Pentágono ABDCE se le aplico una reflexión con respecto al eje Y en el plano cartesiano.

Ejemplo 2



Una línea de simetría divide a una figura en dos partes simétricas. Existen figuras que cuentan con más de una línea simetría, es decir,

es posible “plegarlas” de varias formas de modo que ambas mitades coincidan.

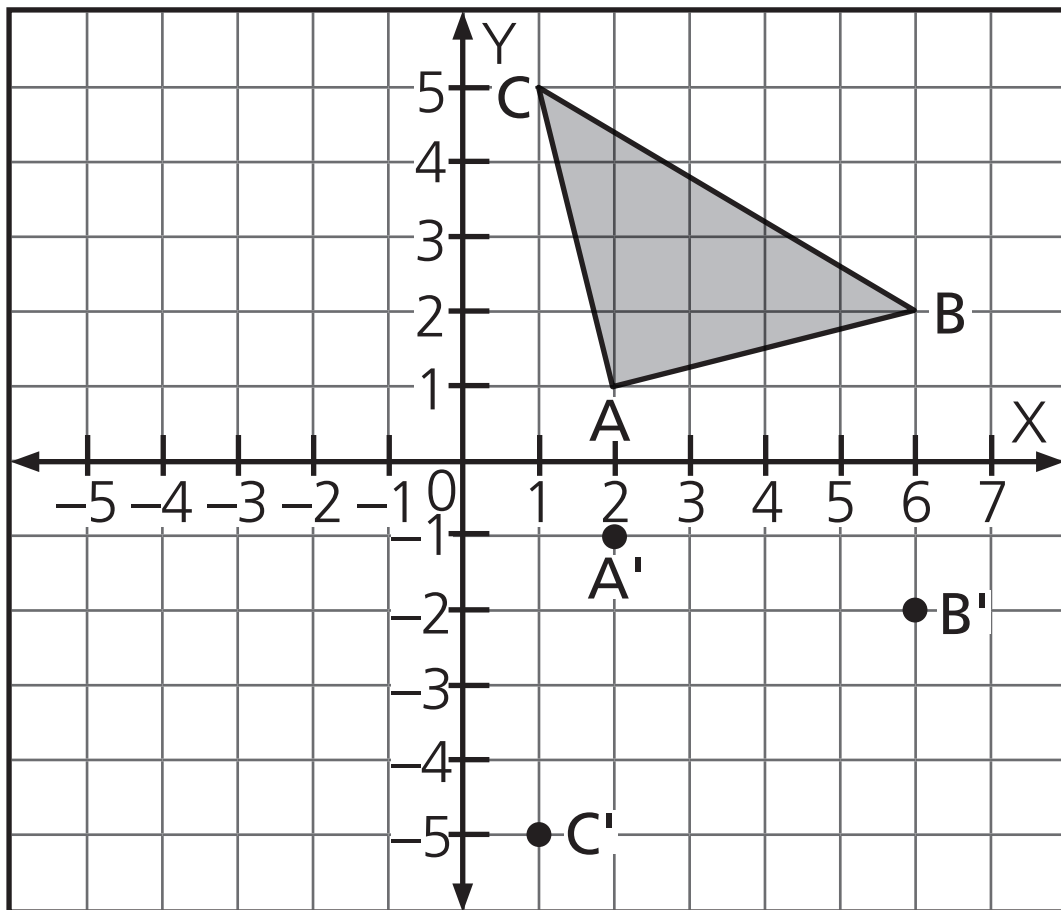
¿Cuántas líneas de simetría puedes dibujar en un cuadrado?

Recuerda que un cuadrado tiene todos sus lados y ángulos de igual medida. Luego, en un cuadrado se pueden dibujar 4 líneas de simetría, como se observa en la imagen.

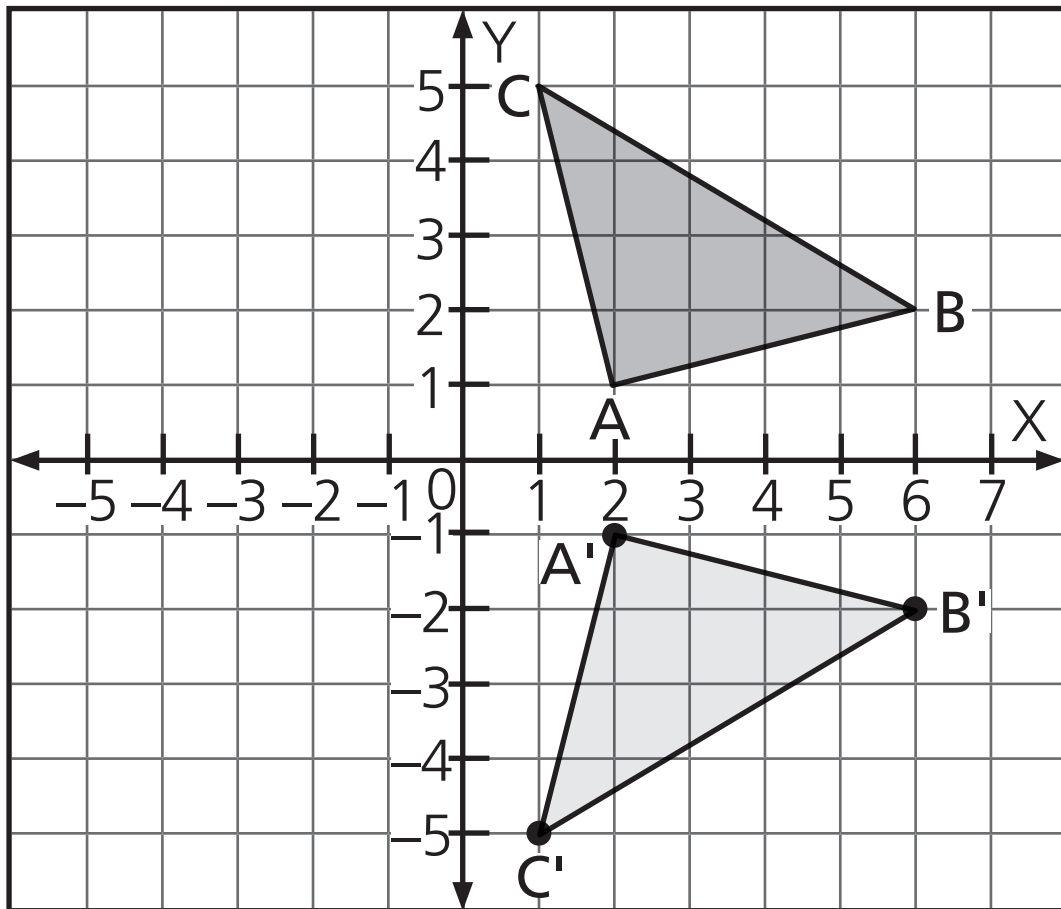
Ejemplo 3

Realiza una reflexión al triángulo ABC, de vértices $A(2, 1)$, $B(6, 2)$ y $C(1, 5)$, con respecto al eje X.

1. Representa el triángulo ABC en el plano cartesiano y dibuja los puntos simétricos a sus vértices con respecto al eje X



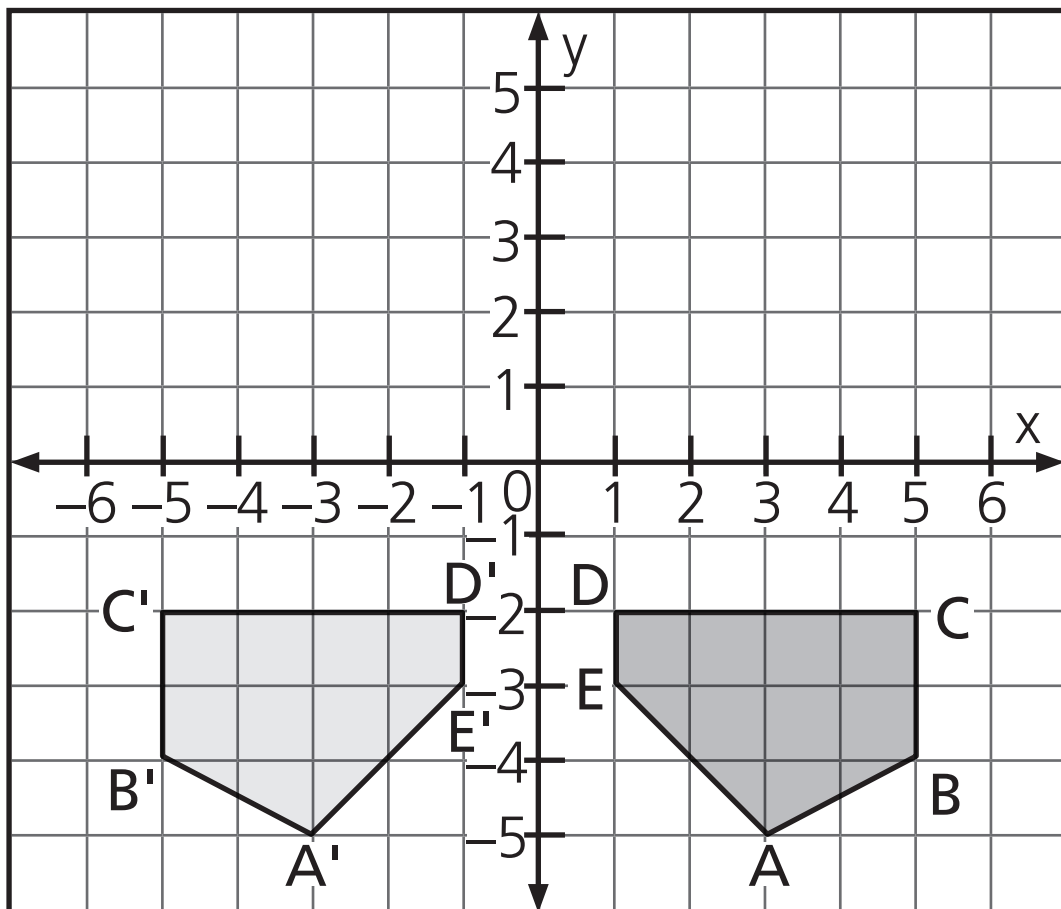
2. Une los puntos y dibuja el triángulo $A'B'C'$, que es la imagen del triángulo ABC .



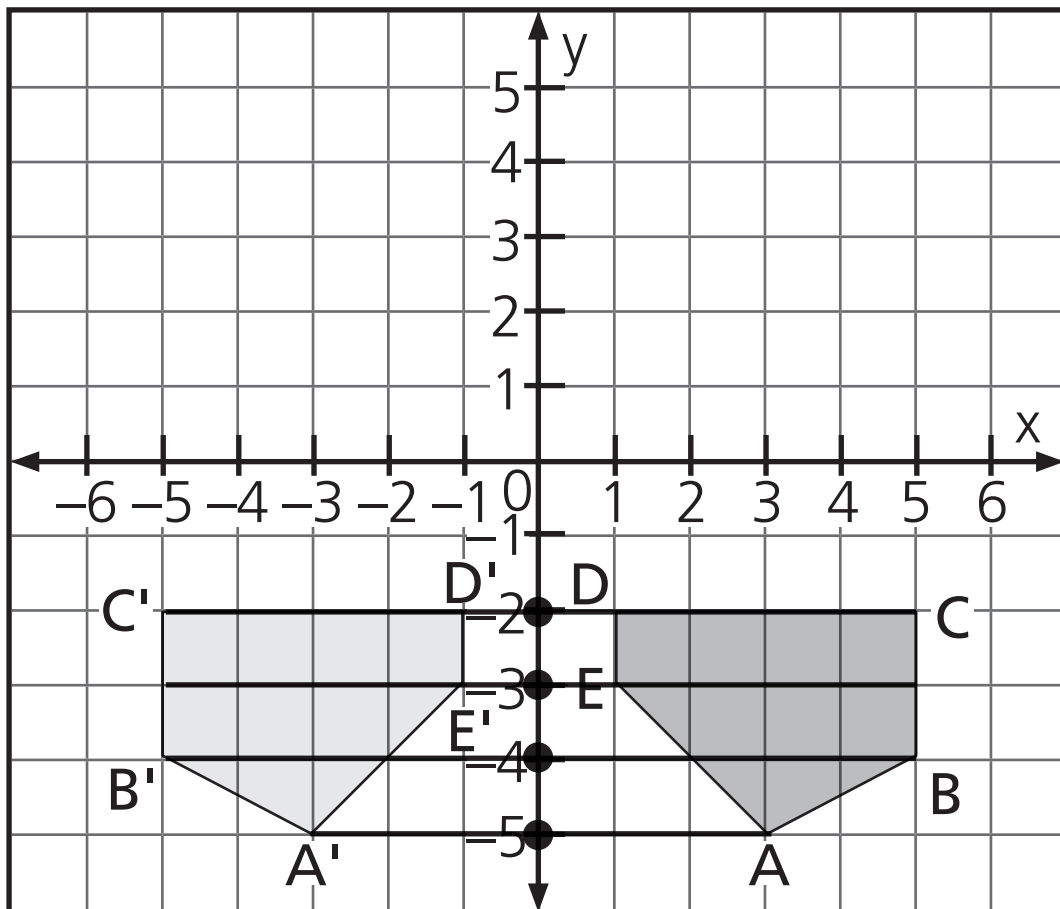
Ejemplo 4

Determina el eje de reflexión entre las figuras $ABCDE$ y $A'B'C'D'E'$

1. Traza segmentos que unan los vértices y marca su punto medio.



2. Identifica el eje de simetría. Puedes notar que los puntos medios de los segmentos pertenecen al eje Y, entonces, se puede afirmar que el eje de simetría es el eje Y.

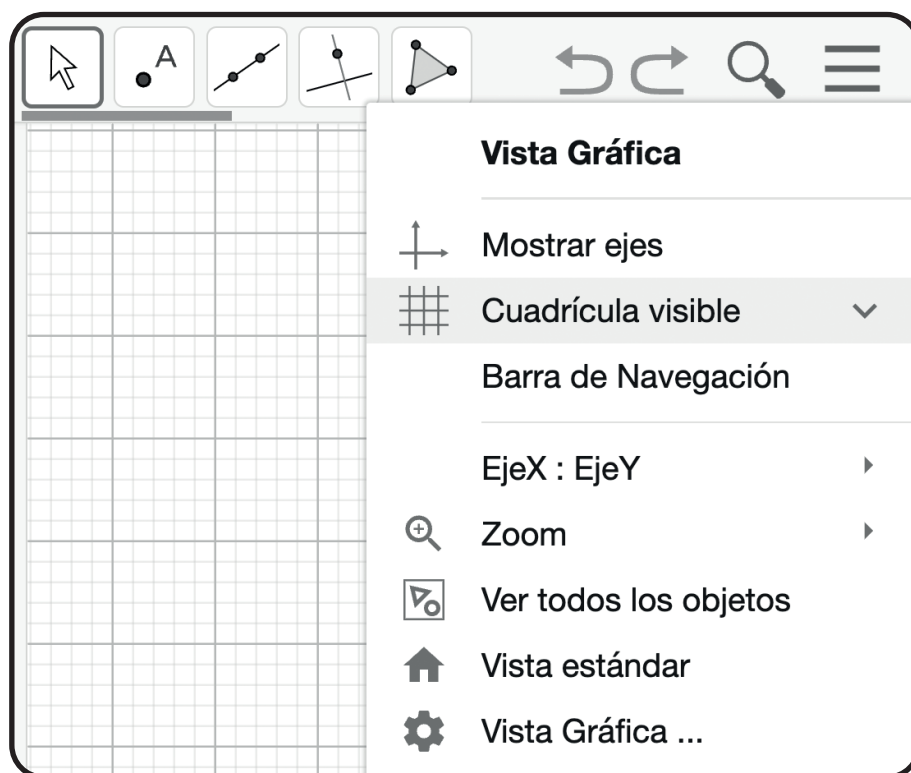




Herramientas tecnológicas

Reflexión de un cuadrilátero

Usando el programa GeoGebra, puedes construir transformaciones isométricas mediante los siguientes pasos:

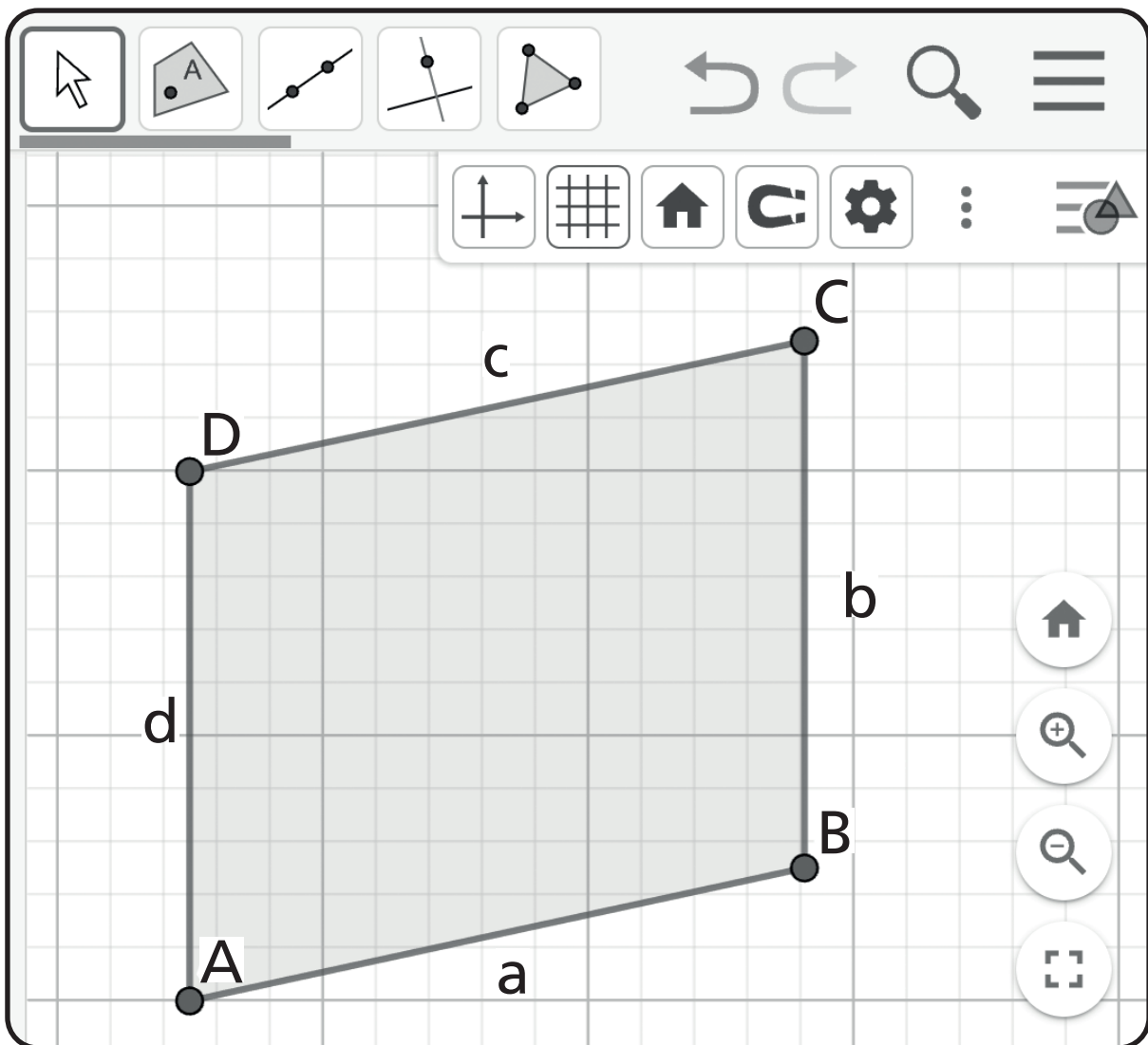


1. Utiliza una hoja nueva, presiona el botón derecho y selecciona **ejes**.

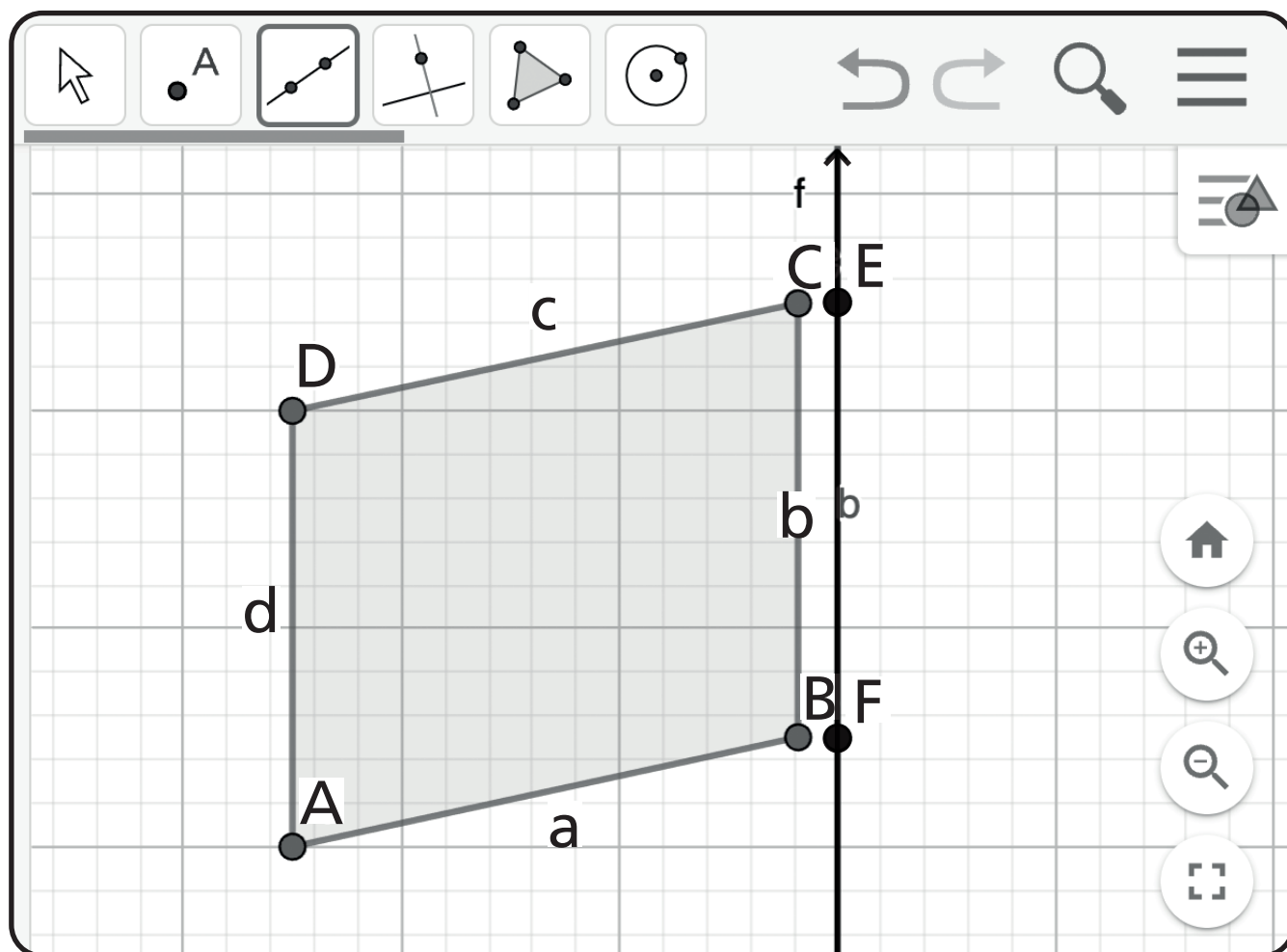
Presiona

nuevamente el botón derecho y selecciona **cuadrícula**.

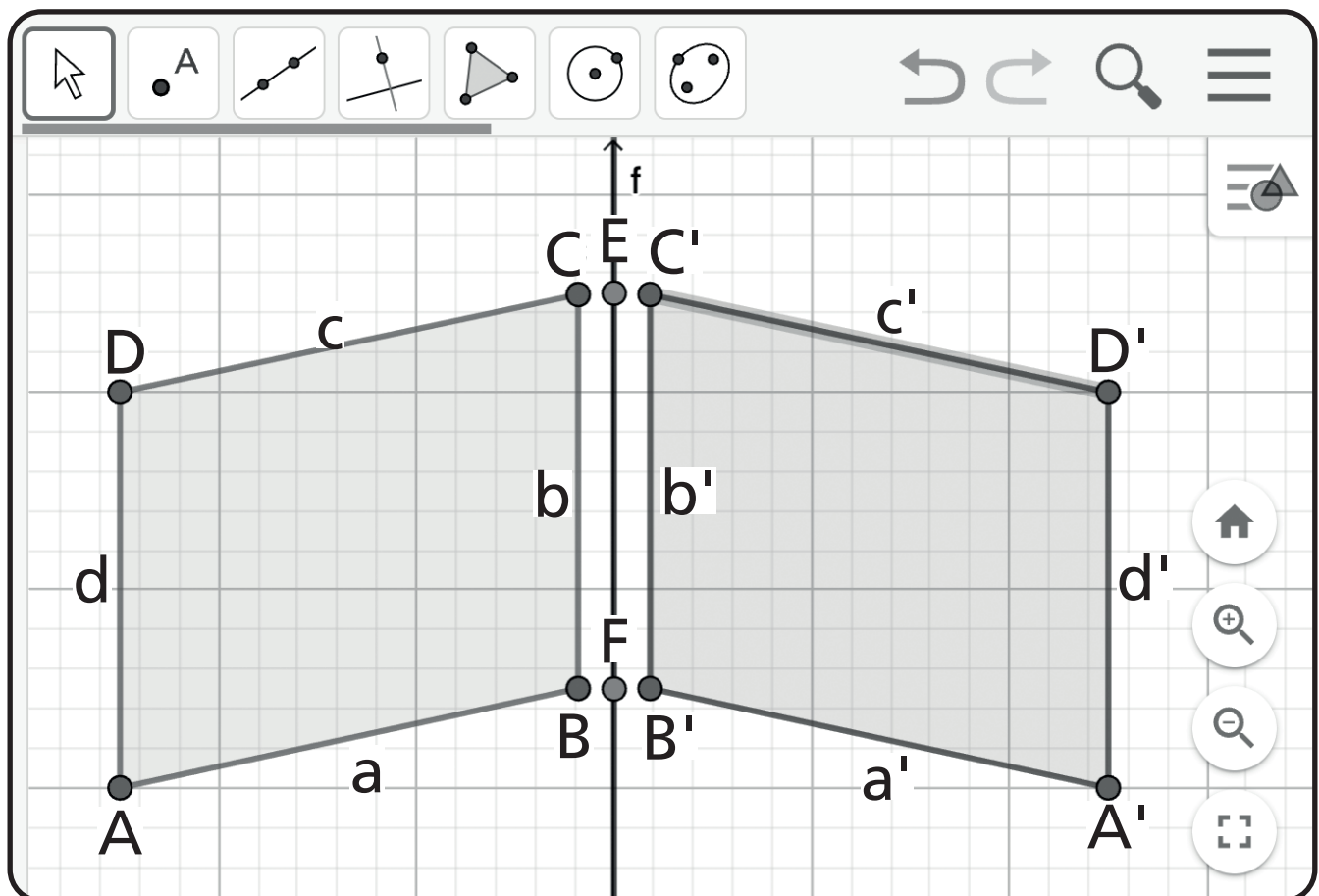
2. En las herramientas del software, selecciona **Polígono** . Luego, en la cuadrícula dibuja un cuadrilátero haciendo cuatro clics en distintos puntos; el quinto clic lo debes hacer sobre el vértice del primer clic del cuadrilátero.



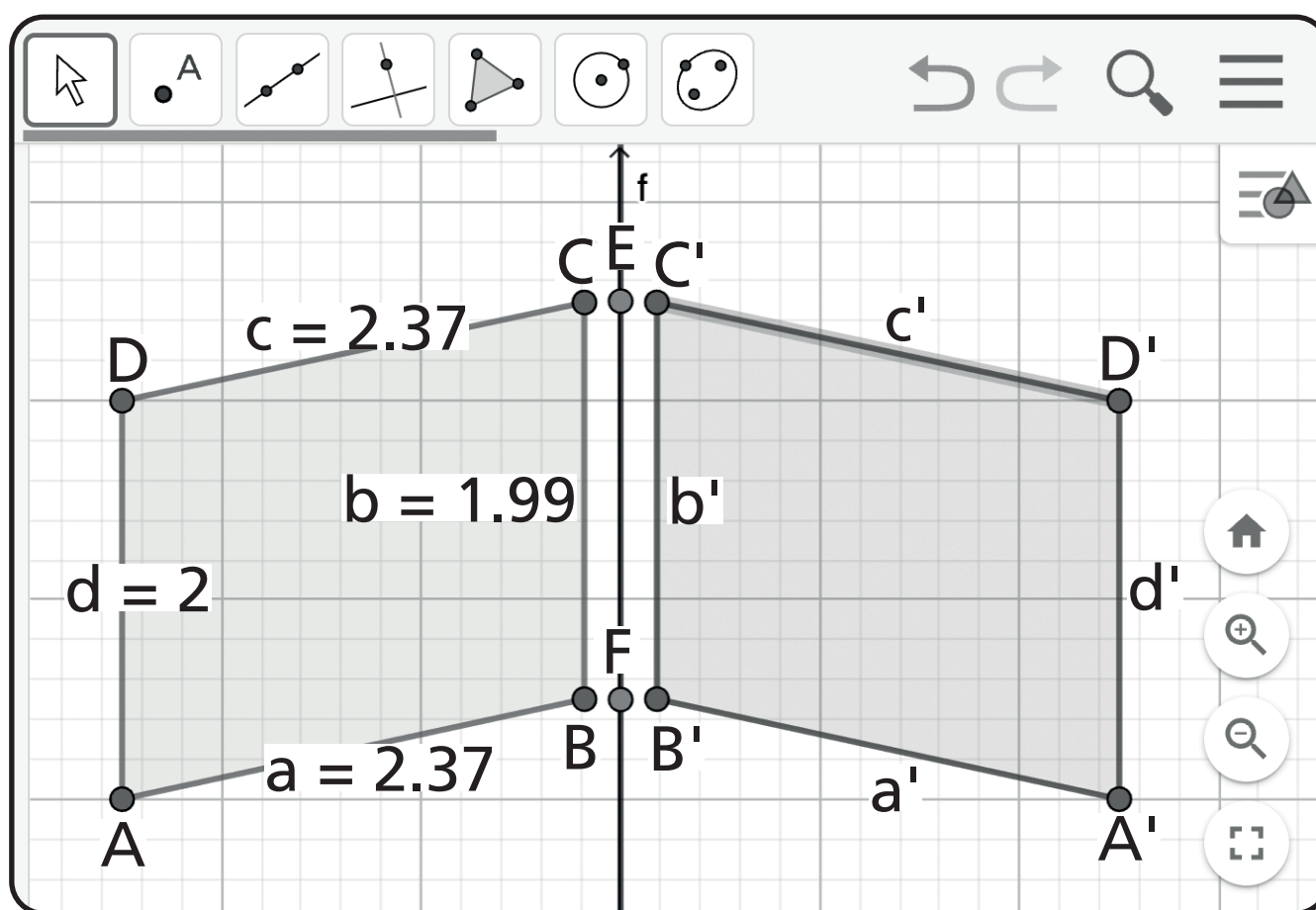
3. Selecciona la herramienta **Recta** . En la cuadrícula, haz dos clics en distintos puntos para dibujar el eje de simetría, como se muestra en la figura.



4. Selecciona la herramienta **Simetría axial** . Haz clic sobre el cuadrilátero y, luego, sobre la recta y aparecerá la siguiente imagen:



5. Selecciona la herramienta Distancia o Longitud. Haz clic sobre cada lado de la figura inicial y, luego, sobre cada lado de la imagen; aparecerán las medidas de todos los lados



Nota: La aplicación Geogebra, creada por Markus Hohenwarter, fue incluida en este texto con fines de enseñanza y a título meramente ejemplar.



BDA U3-ACT-8, 21

COMPOSICIÓN DE TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS

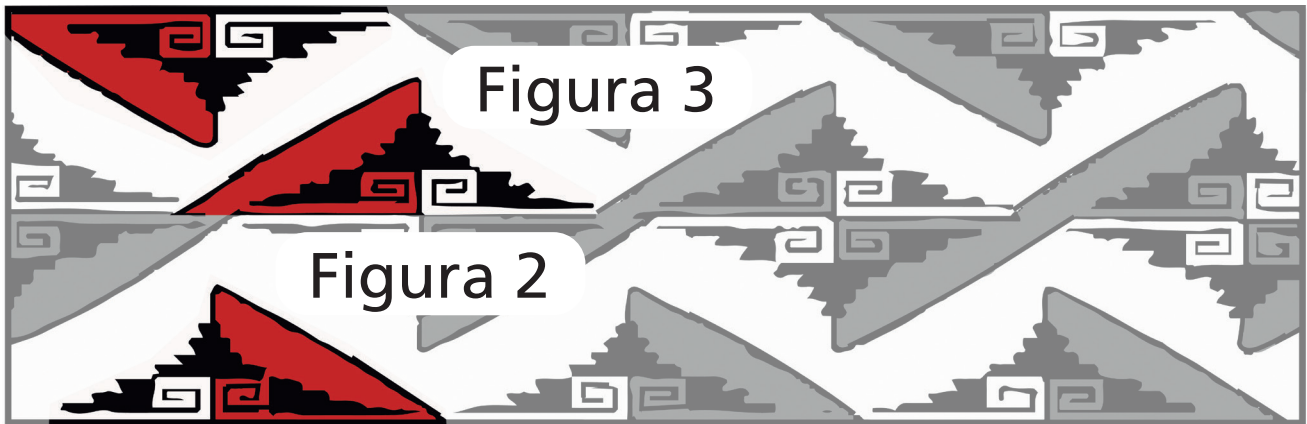
El **pueblo Diaguita** tiene una forma de vida sedentaria, en la cual se dedica a la agricultura y a la ganadería. Se destaca por el increíble trabajo de alfarería decorada con figuras geométricas.

En sus diseños se encuentran las transformaciones isométricas: rotaciones, traslaciones y reflexiones, sobre una misma figura, con las que se genera un diseño compuesto, como se ve en la imagen.



Fuente: <http://chileprecolombino.cl/pueblos-originarios/diaguita/>

Figura 1



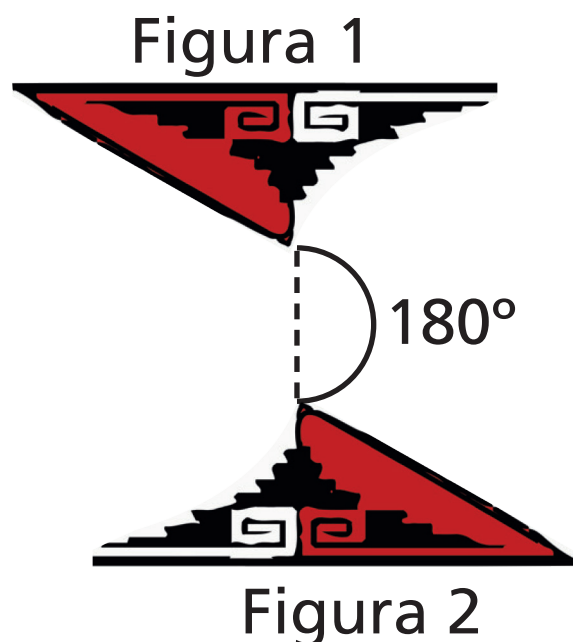
Responde las siguientes preguntas y comenta con tus compañeros:

1. ¿Desde qué año datan los primeros elementos de alfarería de la cultura diaguita encontrados en Chile? Investiga.
2. ¿Consideras importante estudiar el diseño del arte de los pueblos originarios? ¿Por qué?
3. ¿Qué transformaciones isométricas observas en el diseño de la imagen?

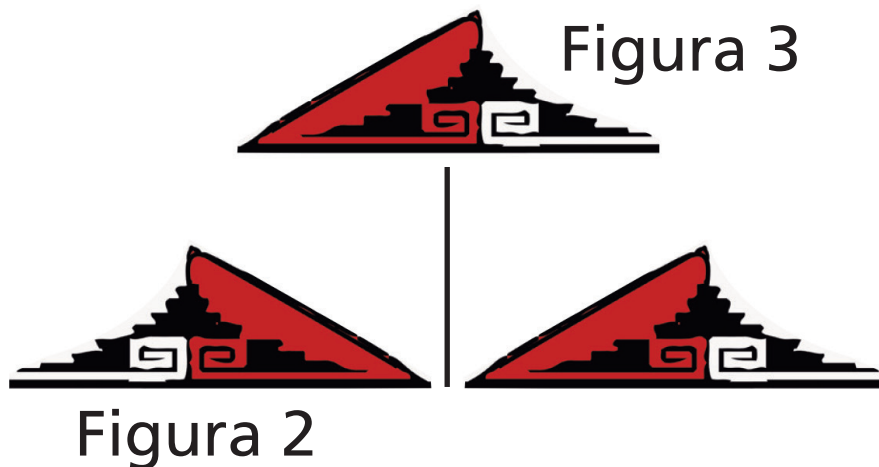
Ejemplo 1

Observa la imagen de la página anterior y responde: ¿qué transformaciones isométricas se le puede aplicar a la figura 1 para obtener la figura 3 pasando por la figura 2 ?

1. observa que a la figura 1 se le aplicó una **rotación** en 180° en sentido horario, con lo que se obtiene la figura 2.



2. luego, a la figura 2 se le puede aplicar primero una **reflexión** y a la figura resultante se le aplica una **traslación** para obtener la figura 3.

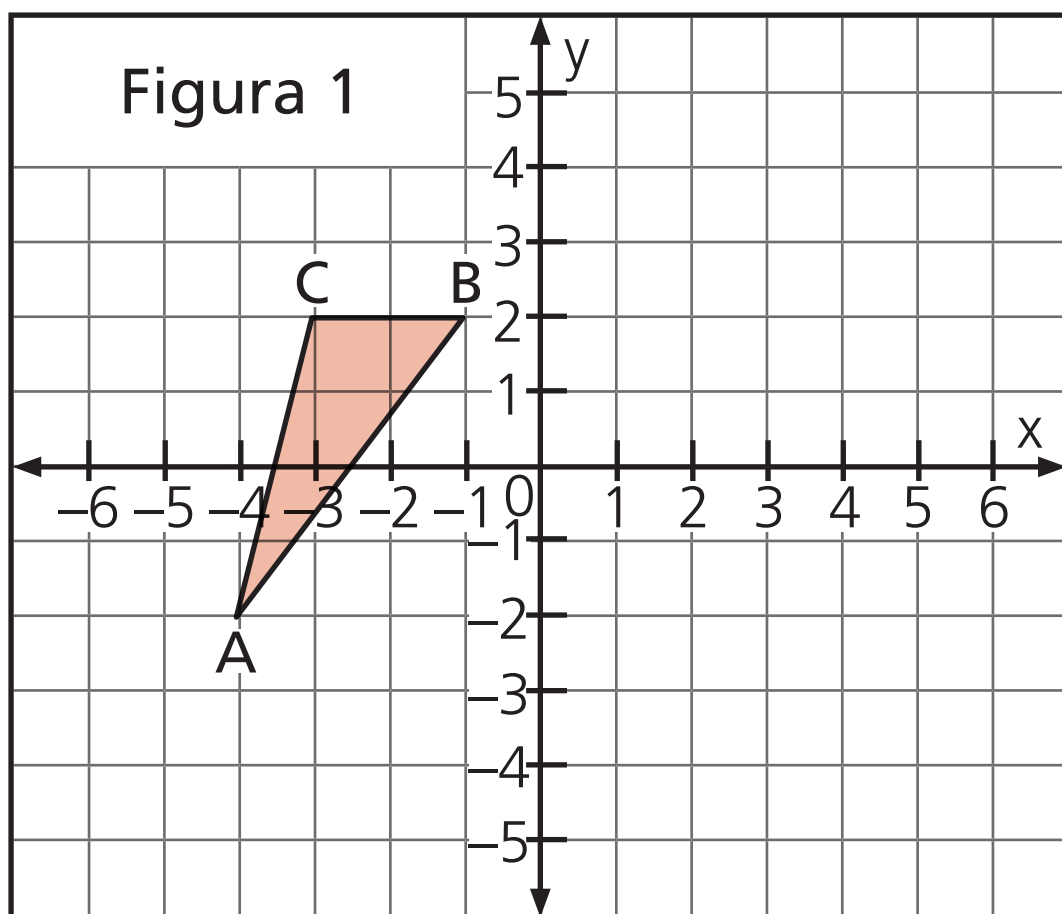


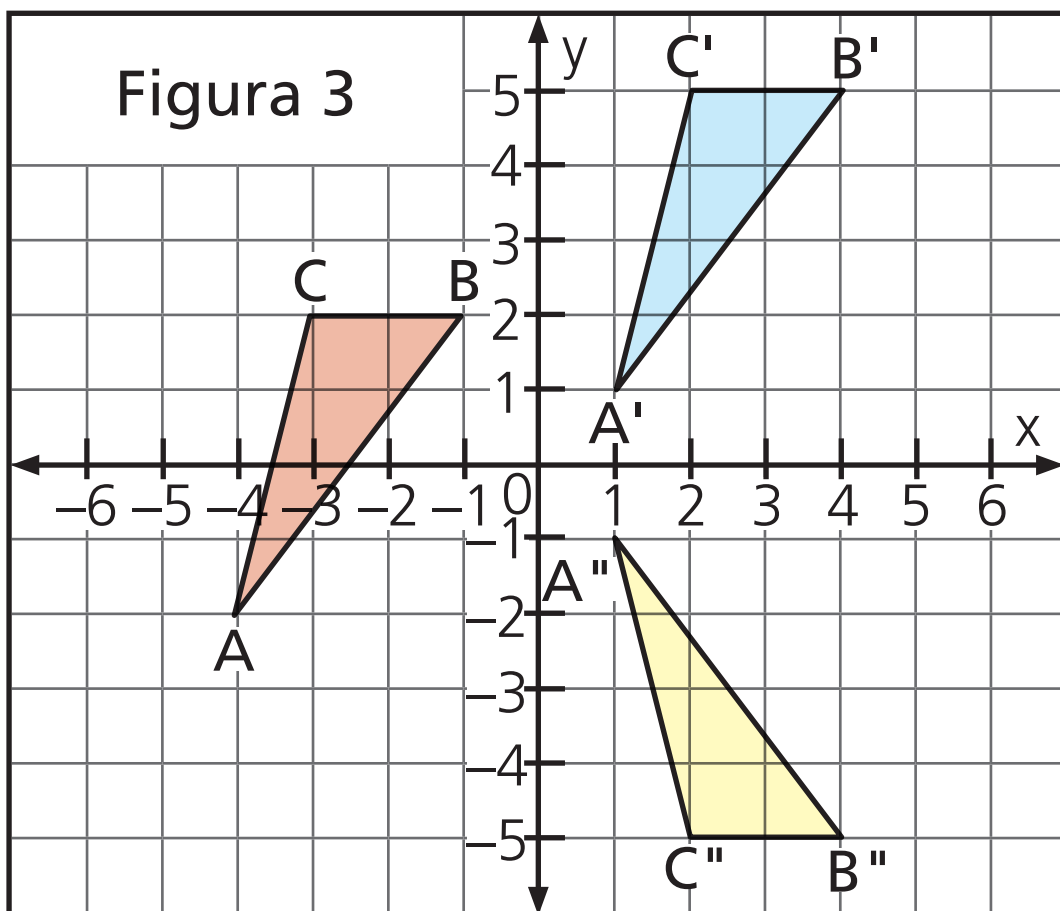
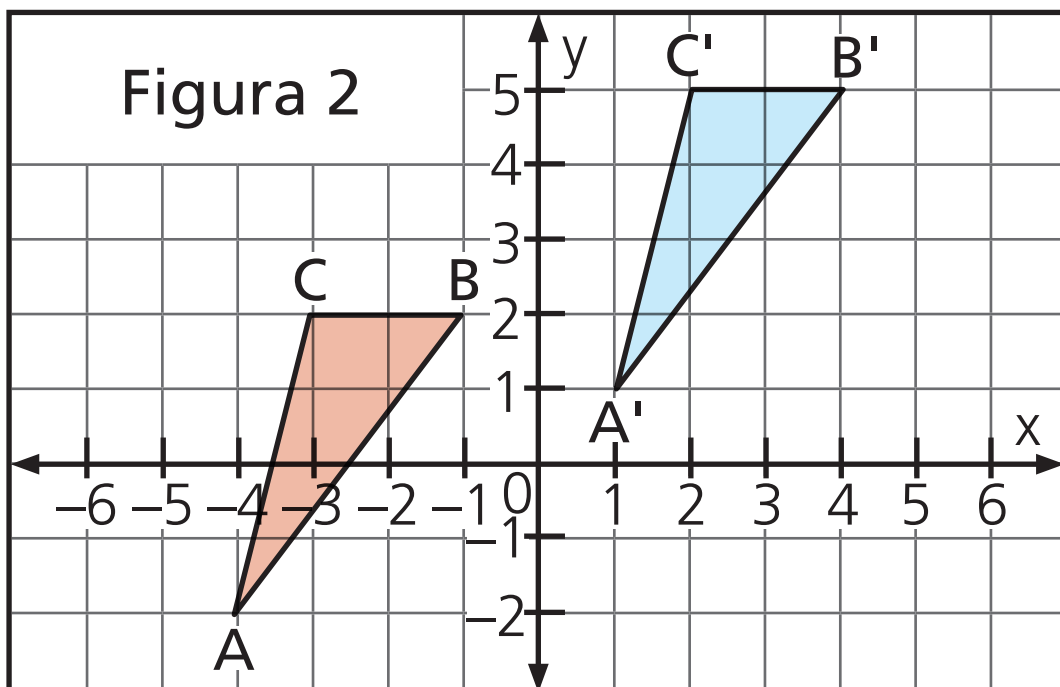
Ejemplo 2

Traslada el triángulo ABC, de vértices $A(-4, -2)$, $B(-1, 2)$ y $C(-3, 2)$, respecto del vector $\vec{v} = (5, 3)$. Luego, refleja su figura imagen respecto del eje X.

1. Representa el triángulo ABC en el plano cartesiano (Figura 1).

2. Traslada el triángulo ABC respecto del vector $\vec{v} = (5, 3)$ (Figura 2).
3. Finalmente, refleja el triángulo A'B'C' respecto del eje X. Las coordenadas del triángulo resultante son A"(1, -1), B"(4, -5) y C"(2, -5) (Figura 3)





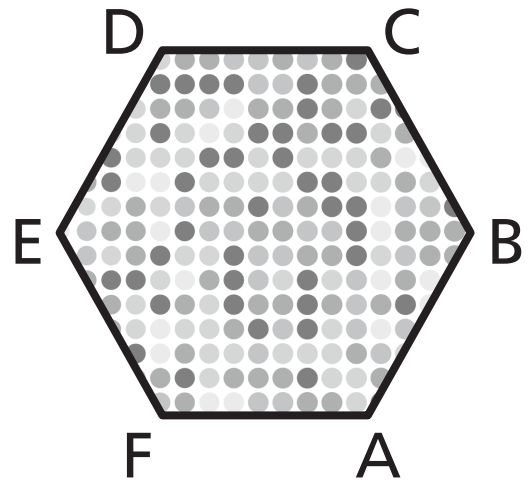
Aprende

La **composición de transformaciones isométricas** consiste en aplicar una transformación isométrica a una figura y sobre la figura imagen aplicar otra transformación isométrica, y así sucesivamente.

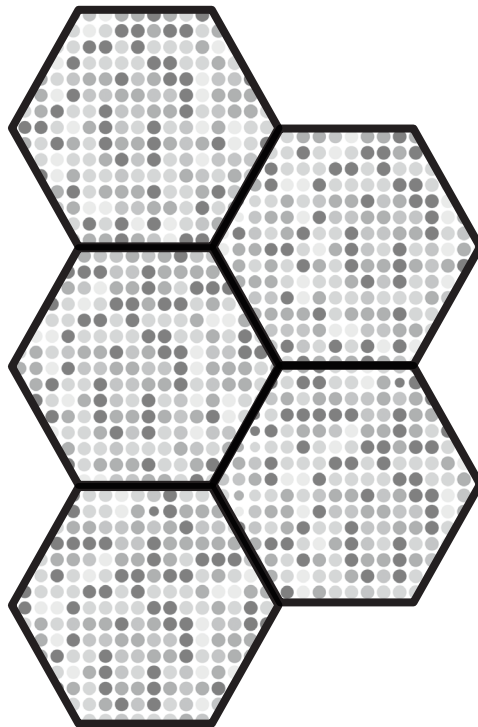
Ejemplo 3

Una familia quiere poner baldosas con forma de hexágono regular en su patio de manera que cubran todo el piso. ¿Cómo se puede crear un diseño para el piso?

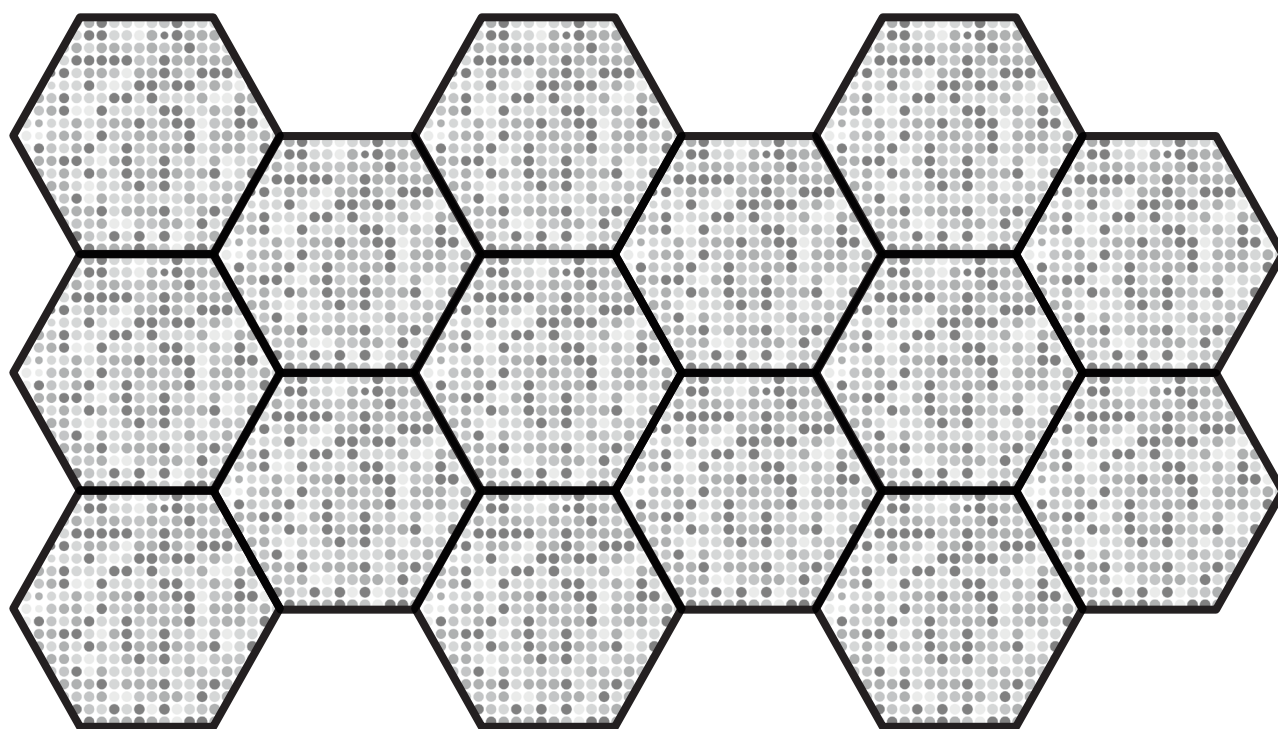
1. Dibuja un hexágono inicial ABCDEF que represente una baldosa.



2. Le puedes aplicar reflexiones respecto de los segmentos $\overline{FA}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$. Las reflexiones las puedes construir con regla y compás. Obtienes lo siguiente:



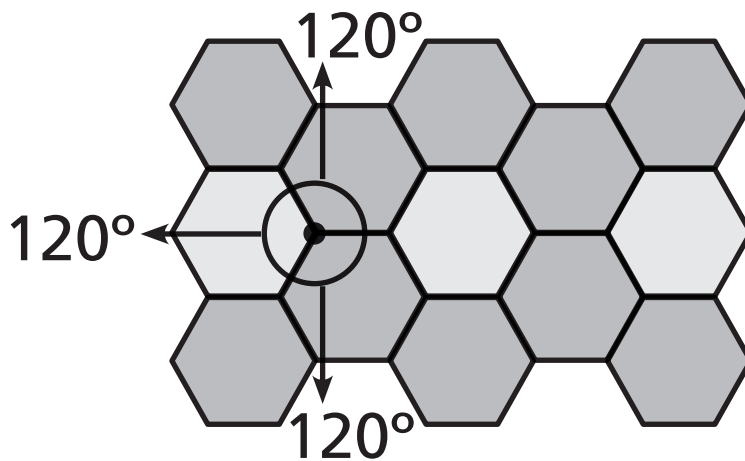
3. Luego, a esta nueva figura le aplicas sucesivas traslaciones hacia la derecha. Puedes trasladar cada uno de los puntos de la figura con regla y compás. Así, sigues aplicando transformaciones isométricas hasta cubrir el piso por completo.



¿De qué otra forma se podría haber realizado la teselación?

Aprende

Una **teselación** es una regularidad o patrón de figuras que cubre completamente una superficie plana y que cumple con dos condiciones: que no queden espacios y que no se superpongan las figuras.



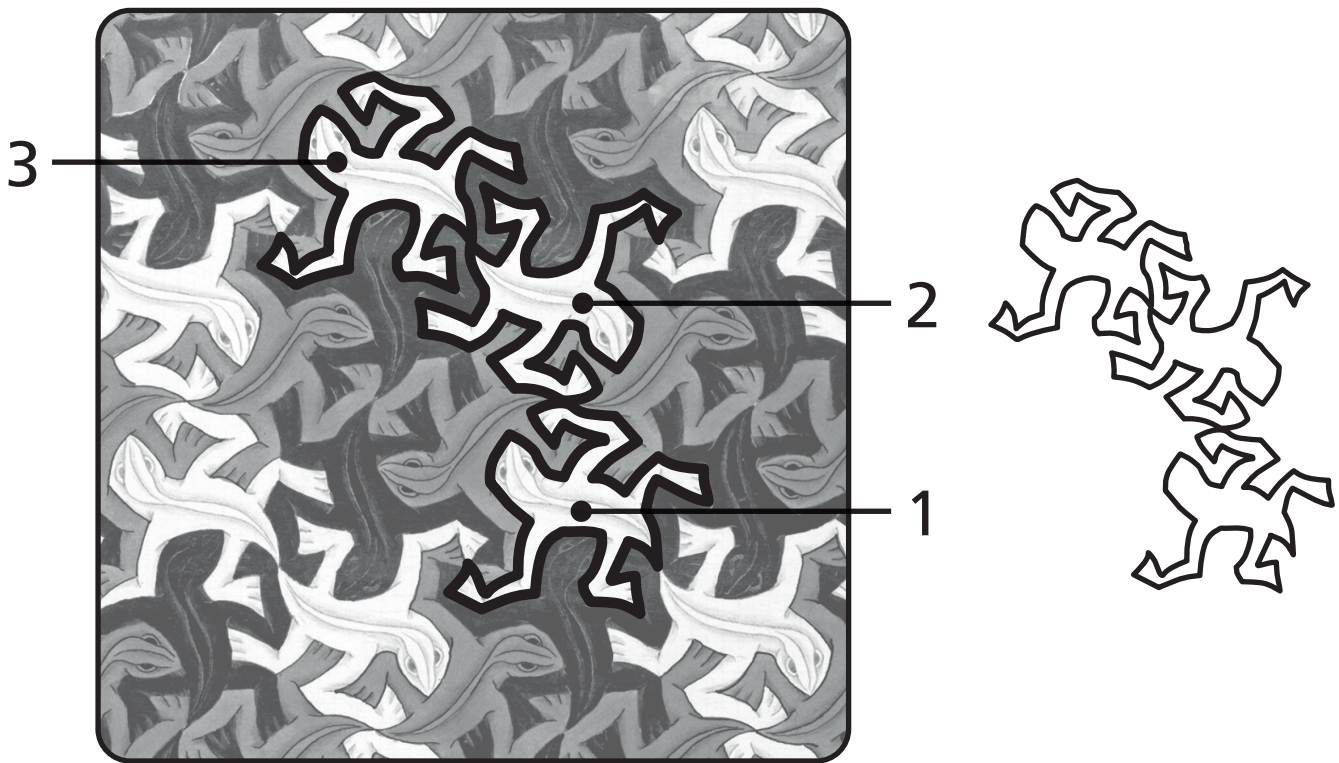
Las teselaciones se pueden crear usando transformaciones isométricas sobre una o varias figuras. La suma de los ángulos de las figuras que concurren a un vértice es 360° .

Ejemplo 4

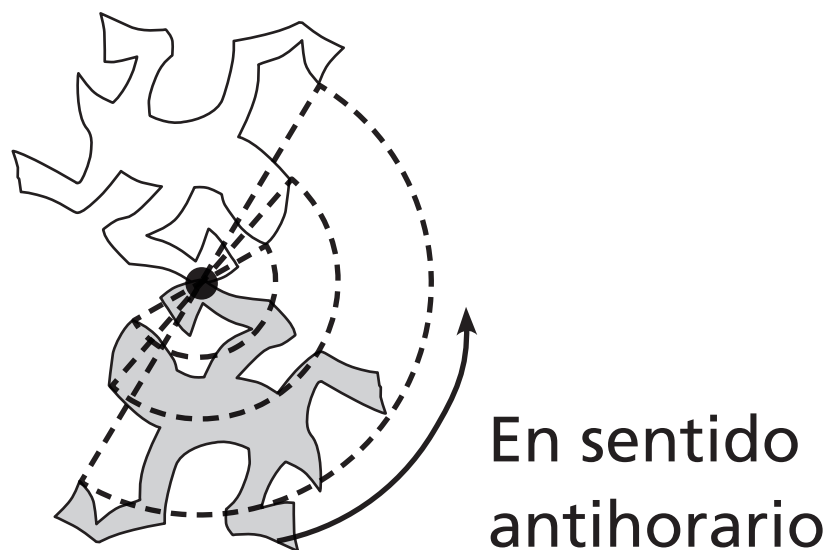
Conecto con Artes Visuales

El holandés Maurits Cornelis Escher es un artista cuyo trabajo ha interesado a muchos matemáticos porque utiliza patrones de figuras que cubren una superficie plana sin superponer las figuras ni dejar espacios libres entre ellas, es decir, teselaciones.

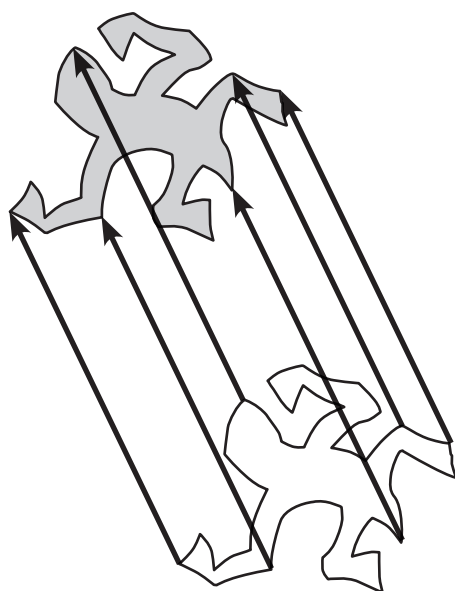
Observa la imagen y responde: ¿Qué transformación isométrica es necesario aplicar a la figura 1 para obtener la figura 2?, ¿y para obtener la figura 3 ?



1. Para obtener la figura 2 a partir de la figura 1, puedes aplicar una rotación en 180° .



2. Luego, para obtener la figura 3 a partir de la figura 1 , puedes aplicar una traslación.



Herramientas tecnológicas

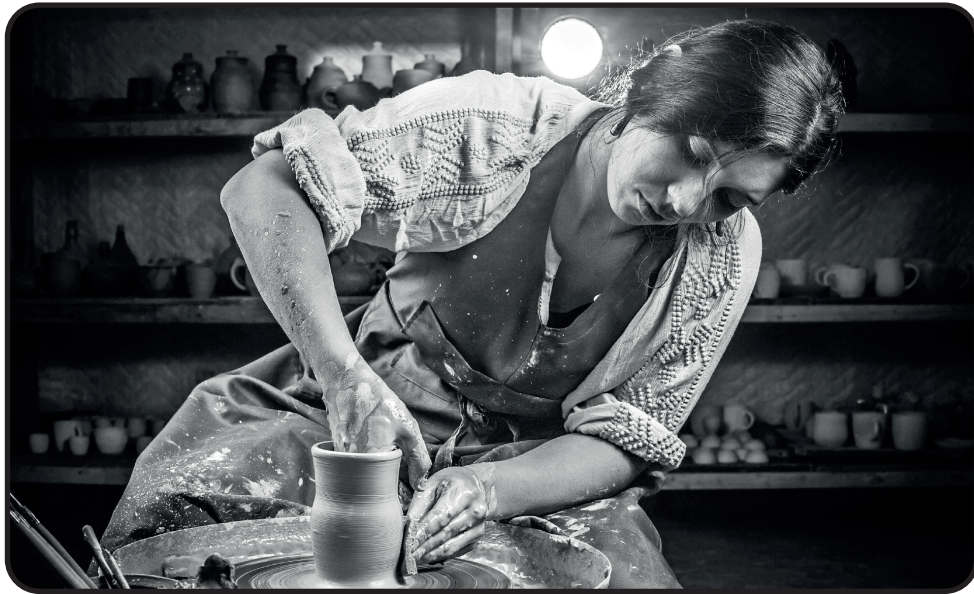
Para conocer más acerca de Maurits Cornelis Escher, puedes ingresar al siguiente sitio:

<http://www.mcescher.com/>



BDA U3-ACT-9

TRANSFORMACIONES ISOMÉTRICAS EN EL ESPACIO



El arte practicado por el pueblo Diaguita fue perfeccionado con la llegada de los inka a la zona. Comunidades diaguita e inka se asentaron en el pueblo de Pomaire que, gracias a la excelente calidad de la tierra, permitió desarrollar este arte en greda y practicar el oficio de la alfarería.

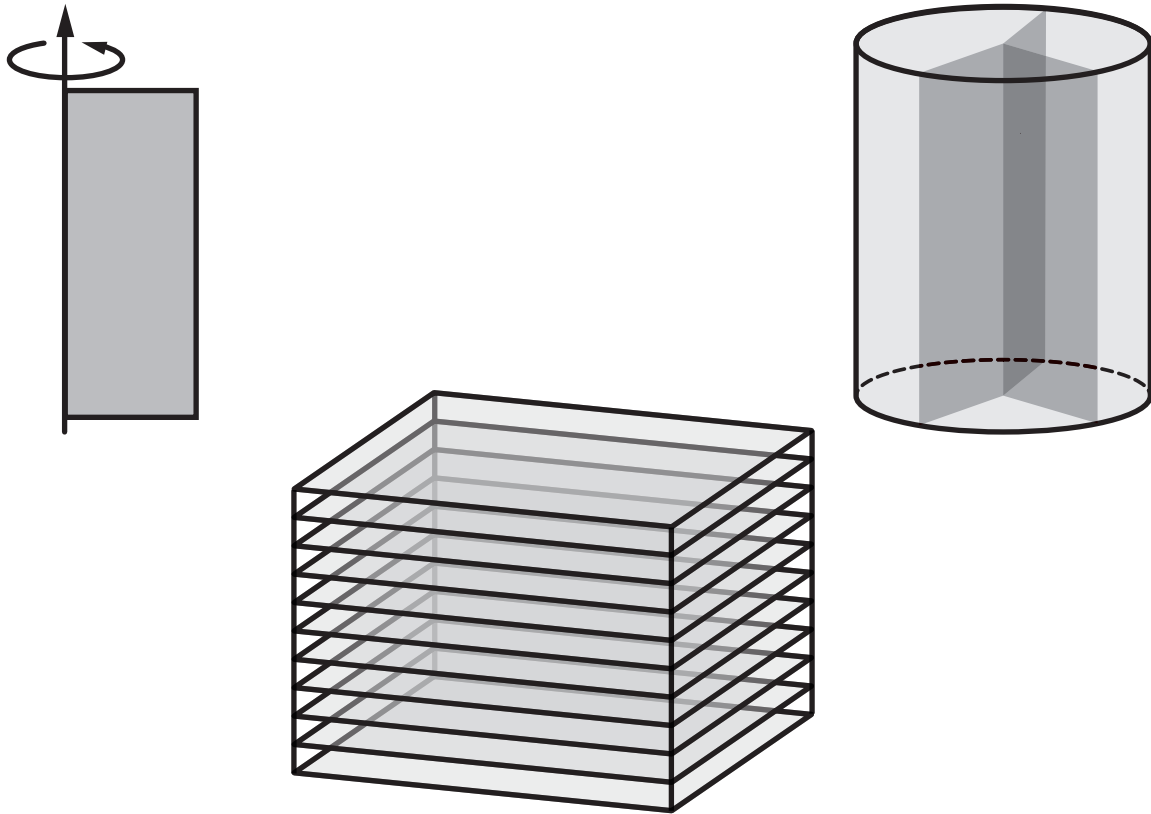
Fuente: <http://chileprecolombino.cl/pueblos-originarios/diaguita/>

Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Con qué transformación isométrica puedes relacionar la elaboración de la vasija de la imagen?
2. ¿Qué características tiene la vasija creada?

Aprende

- Un cuerpo es generado por rotación o es un sólido de revolución si se puede obtener mediante la rotación de una curva o de una figura plana en torno a un eje. Se llama generatriz a la línea recta que, por su movimiento, forma un sólido geométrico

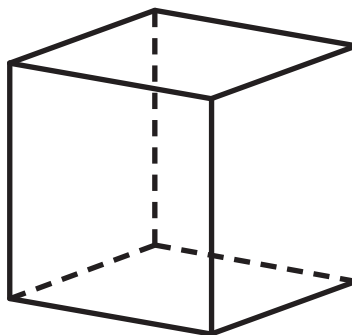


- Un cuerpo es generado por traslación si se puede obtener mediante el desplazamiento de una figura plana.
- Un plano de simetría divide a un cuerpo geométrico en dos partes iguales. Un cuerpo geométrico puede tener uno o varios planos de simetría.

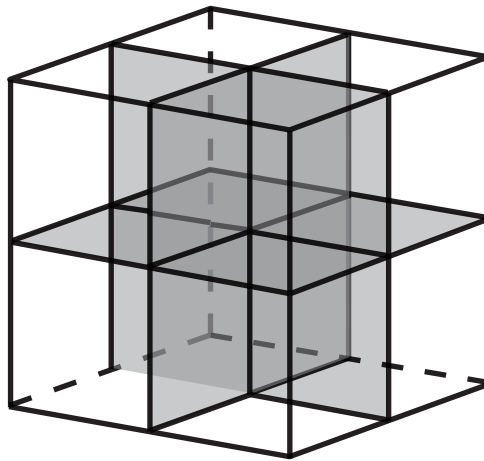
Ejemplo 1

Dibuja el o los planos de simetría de un cubo.

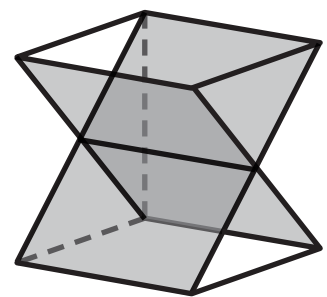
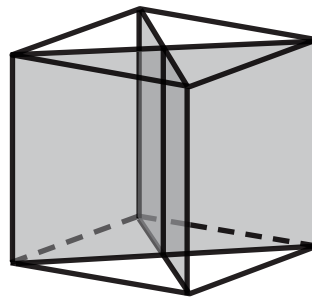
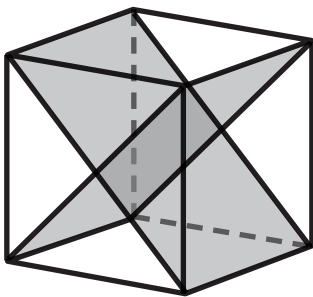
1. Dibuja un cubo para poder identificar los planos de simetría que tiene.



2. Un cuerpo puede tener planos de simetría horizontales, verticales o diagonales, por lo que se puede comenzar analizando si el cubo tiene planos de simetría horizontales o verticales.

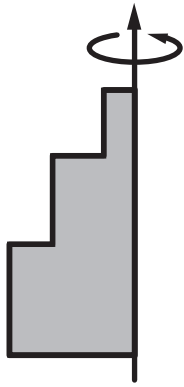


3. El cubo tiene dos planos de simetría verticales y uno horizontal. Luego, identifica los planos de simetría diagonales

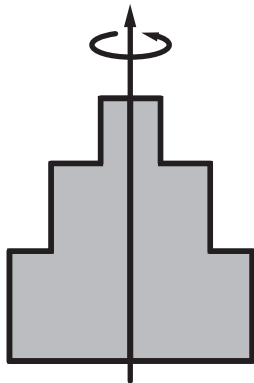


Se puede concluir que el cubo tiene 6 planos de simetría diagonales, por lo que en total el cubo tiene 9 planos de simetría.

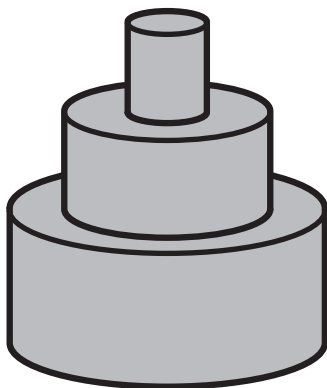
Ejemplo 2



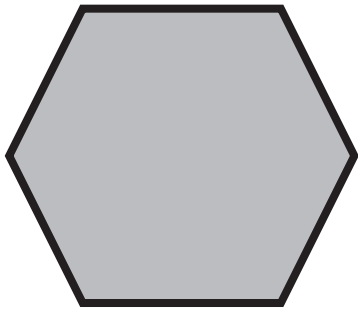
Dibuja el cuerpo que se genera al rotar la siguiente figura alrededor del eje indicado



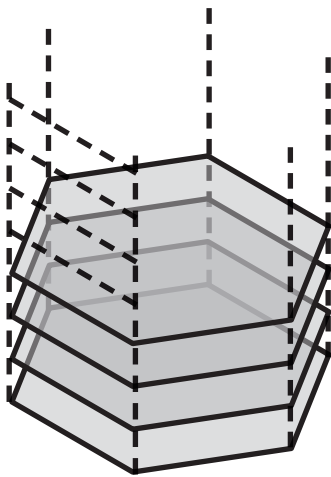
1. Copia la figura usando el eje como eje de simetría.



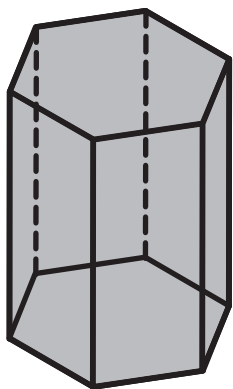
2. Dibuja el cuerpo dándole el volumen correspondiente.

Ejemplo 3

Dibuja el cuerpo que se genera al trasladar la siguiente figura en dirección perpendicular al plano que contiene esta hoja:



1. Traslada el hexágono en forma perpendicular al plano para construir el cuerpo geométrico.



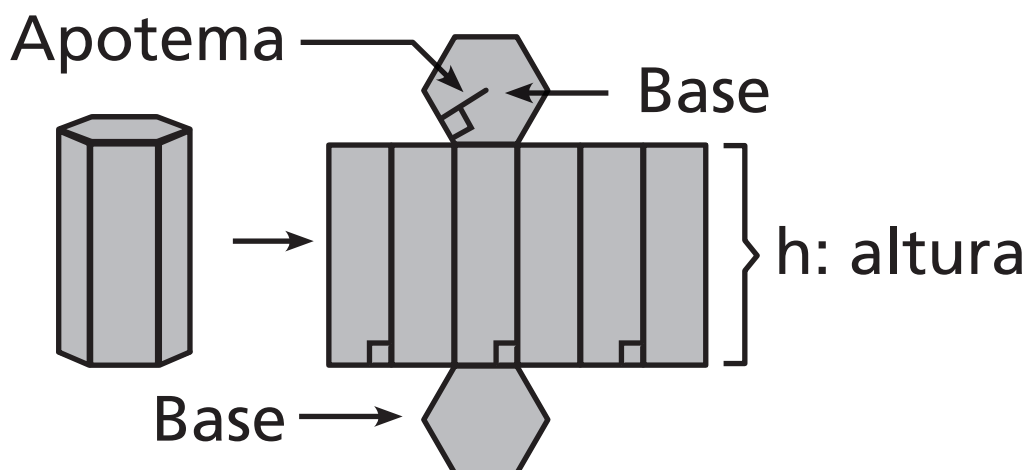
2. Finalmente, dibuja el cuerpo geométrico, que en este caso es un prisma recto de base hexagonal.

**BDA U3-ACT-10**

Área y volumen de prismas y cilindros

Área de un prisma

Para calcular el área total (A_T) de un prisma se suman el área lateral (A_L) con el área de las caras basales (A_B).



- $A_L = P_B \cdot h$, en que P_B es el perímetro de la base del prisma y h la altura.
- A_B = área del polígono de la base del prisma.

Área total (A_T) de un prisma:

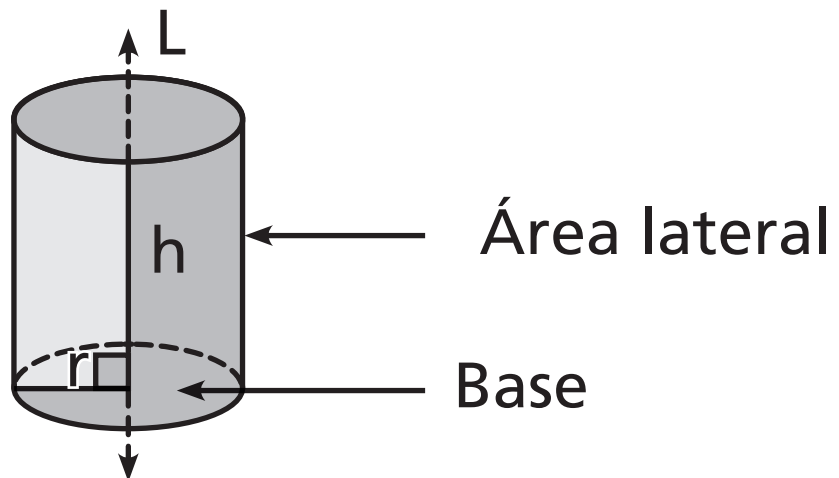
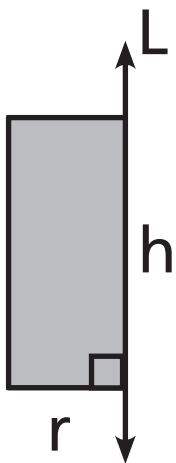
$$A_T = A_L + A_B + A_B + A_B = A_L + 2 \cdot A_B$$

Área de un cilindro

- Un **cilindro recto** es un cuerpo redondo o cuerpo de rotación que se genera a partir de un rectángulo que se hace girar considerando uno de sus lados como eje de rotación.

h: altura del cilindro **r:** radio de la base

L: eje de rotación



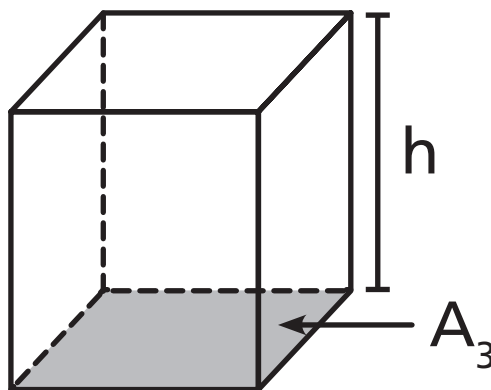
- Para calcular el **área total** (A_T) de un cilindro se suman el área lateral (A_L) con el área de las caras basales (A_B).

$$\begin{aligned} A_T &= A_L + A_B + A_B \\ &= 2\pi rh + \pi r^2 + \pi r^2 \\ &= 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h + r) \end{aligned}$$

Volumen de un prisma

El **volumen (V)** de un **prisma** se puede determinar calculando el producto del área basal (A_B) por la medida de su altura (h).

$$V = AB \bullet h$$

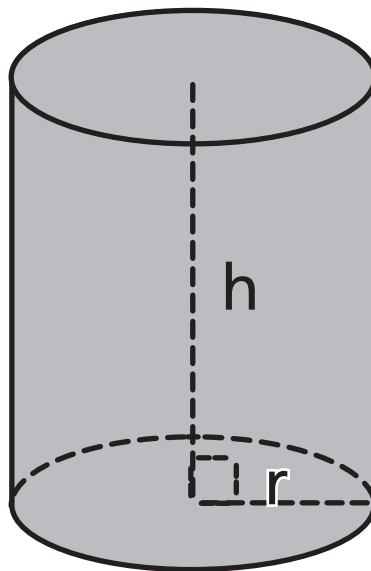


Volumen de un cilindro

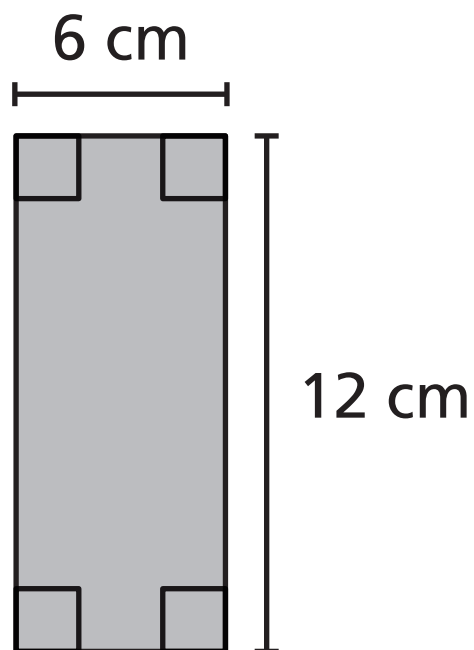
El **volumen (V)** de un **cilindro** se asemeja al de un prisma. Para calcularlo se determina el área de una base (A_B) y se multiplica por la medida de su altura. Es decir, el volumen (V) de un cilindro está dado por:

$$V = A_B \cdot h = \pi r^2 \cdot h$$

donde r es el radio de la base y h la altura del cilindro.



¿Cuál es el área total del siguiente prisma recto cuya base es un hexágono regular?



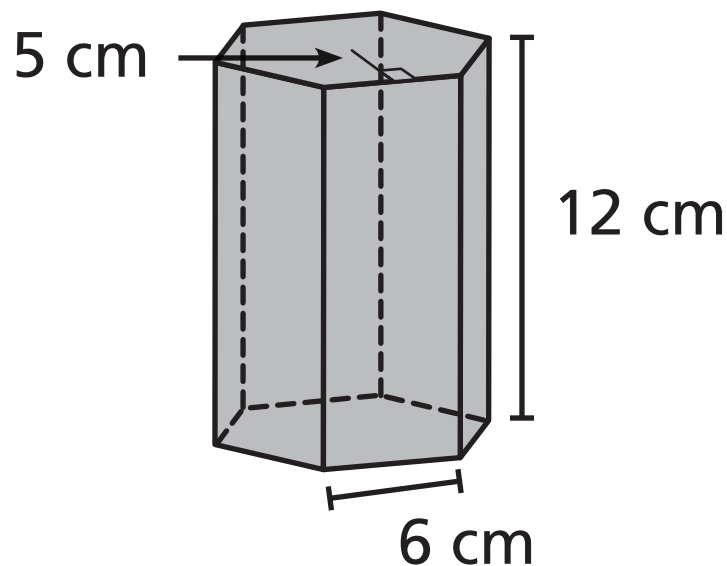
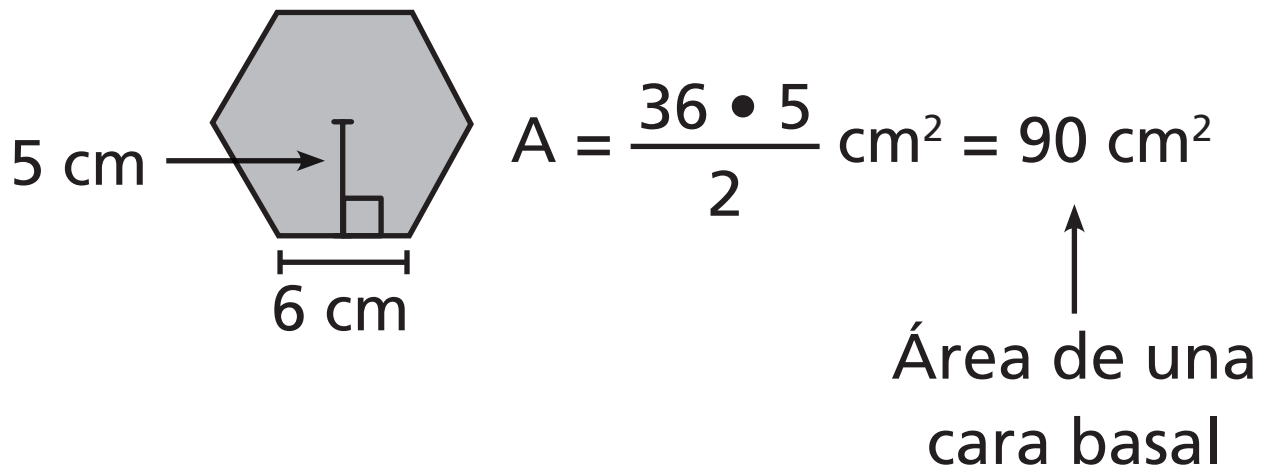
Se dibuja la red geométrica que permite construir el prisma y se calcula el área de una de sus caras laterales y de una de sus caras basales.

$$A = (12 \cdot 6) \text{ cm}^2$$

$$A = 72 \text{ cm}^2$$



Área de una
cara lateral



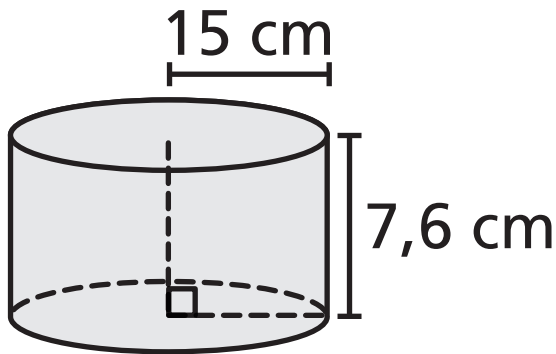
Luego, se calcula el área total (A_T).

$$A_T = A_L + 2A_B$$

$$A_T = (72 \cdot 6) + (2 \cdot 90)$$

$$A_T = 612 \text{ cm}_2$$

¿Cuál es el área total del siguiente cilindro?
Considera $\pi = 3,14$.



$$A_T = 2 \pi r(h + r)$$

$$A_T = 2 \cdot 3,14 \cdot 15(7,6 + 15)$$

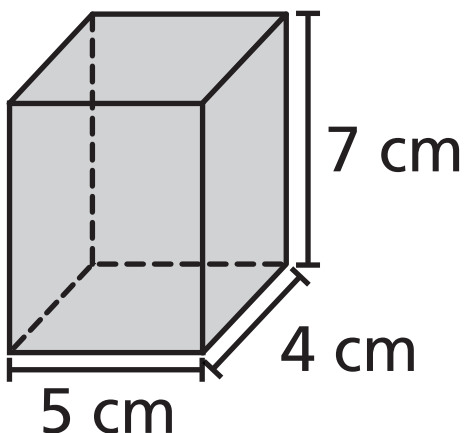
$$A_T \approx 2\,129\,c$$

$$A_T = 94,2 \cdot 22,6$$

$$A_T \approx 2\,129$$

$$A_T \approx 2\,129\,cm^2$$

¿Cuál es el volumen del siguiente prisma recto de base rectangular?



$$V = A_B \cdot h$$

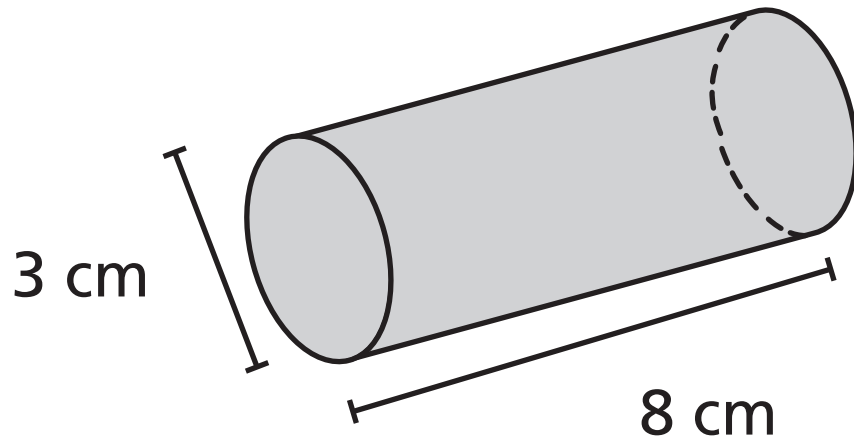
$$V = (5 \cdot 4) \cdot 7$$

$$V = 20 \cdot 7$$

$$V = 140$$

$$V = 140\,cm^3$$

¿Cuál es el volumen del siguiente cilindro?
Considera $\pi = 3,14$.



$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V = 3,14 \cdot (1,5)^2 \cdot 8$$

$$V = 56,52$$

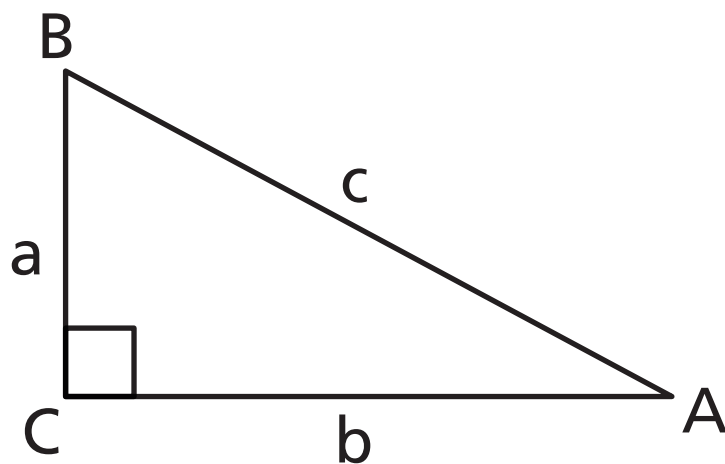
$$V = 56,52 \text{ cm}^3$$



BDA U3-ACT-11, 22

SÍNTESIS**UNIDAD 3: GEOMETRÍA****Lección 1 » teorema de Pitágoras**

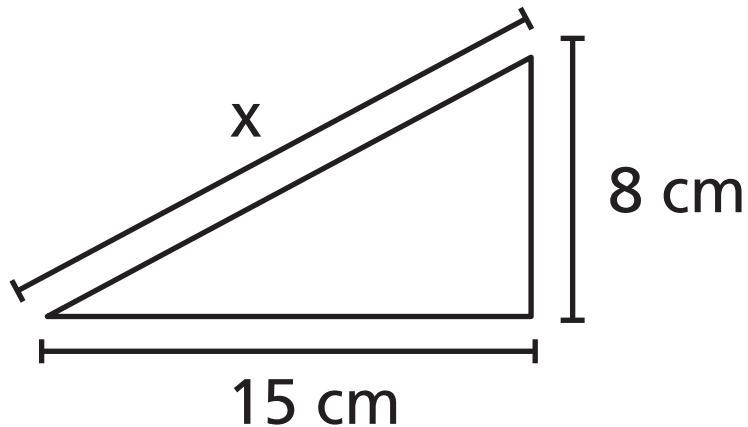
En un triángulo rectángulo, el **teorema de Pitágoras** establece que la suma de la medida de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.



$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{Cateto}^2 + \text{Cateto}^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

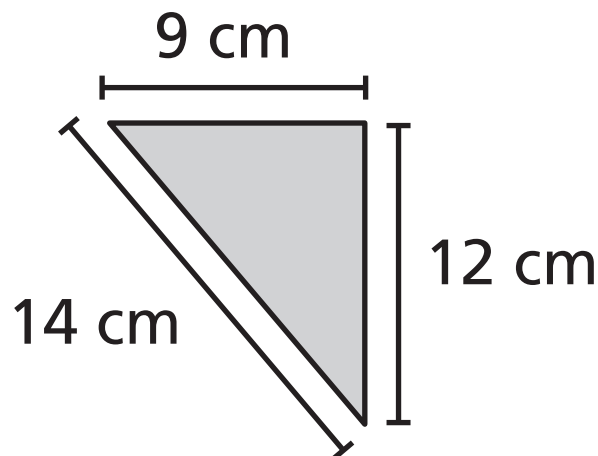
Ejemplo: Calcula la medida (x) que falta en el triángulo:



$$\begin{aligned}
 15^2 + 8^2 &= x^2 \\
 225 + 64 &= x^2 \\
 \sqrt{289} &= x \\
 17 &= x
 \end{aligned}$$

El lado mide 17cm

Ejemplo: El siguiente triángulo ¿es rectángulo?



Para saber si el triángulo es rectángulo, se puede usar el **recíproco del teorema de Pitágoras**, entonces:

$$¿14^2 = 9^2 + 12^2?$$

$$¿196 = 81 + 144?$$

$$196 \neq 225$$

La igualdad no se cumple, por lo que el triángulo no es rectángulo.

¿Cómo podemos utilizar el teorema de Pitágoras en la vida cotidiana? ¿Qué dificultades tuviste para aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas?

Lección 2 » Transformaciones isométricas

Traslación: todos los puntos de una figura se desplazan en una misma magnitud, dirección y sentido. Se puede representar por un vector.

Ejemplo: Dado un triángulo de vértices A $(-5, -3)$; B $(2, -1)$ y C $(1, 4)$, ¿cuáles son las coordenadas de los vértices resultantes si el triángulo ABC se traslada 2 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba?

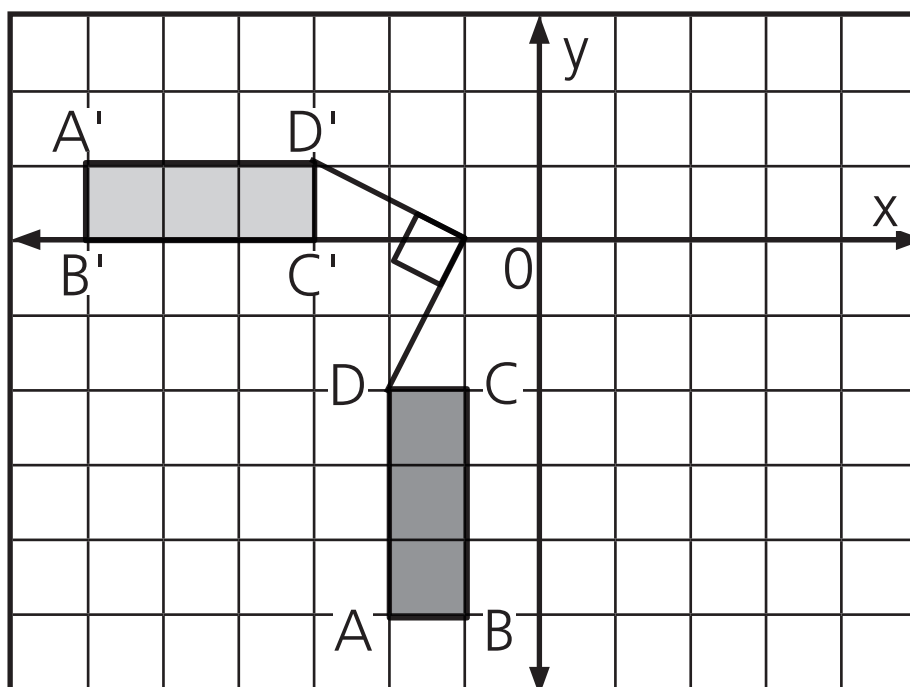
Las nuevas coordenadas serán:

$$A (-5 + 2, -3 + 3) = A (-3, 0)$$

$$B (2 + 2, -1 + 3) = B (4, 2)$$

$$C (1 + 2, 4 + 3) = C (3, 7)$$

Rotación: todos los puntos de una figura se mueven respecto de un punto fijo o centro en un cierto ángulo de rotación.

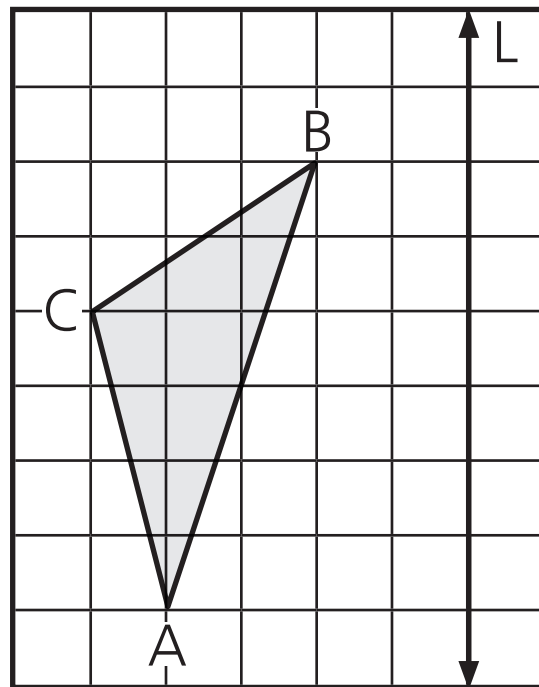


Ejemplo: ¿En qué ángulo se rotó la siguiente figura ABCD?

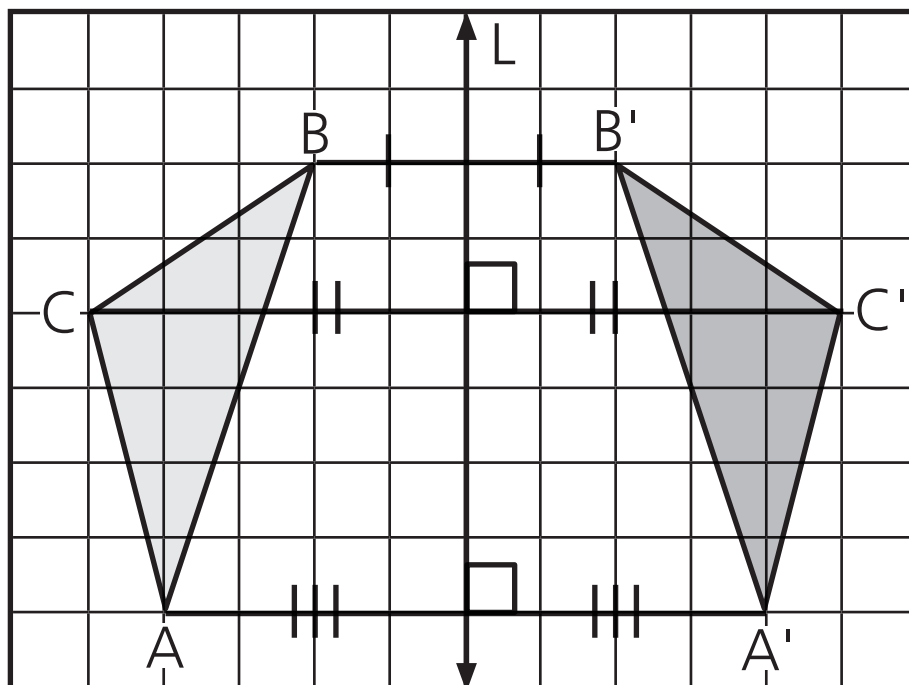
La figura se rotó en 90° en sentido horario con centro de rotación en el punto P.

Reflexión: a cada punto se le asocia un punto que está a la misma distancia de una recta llamada **eje de reflexión** y el segmento que une el punto con su imagen debe ser perpendicular al eje de reflexión.

Ejemplo: Determina la figura imagen al reflejar el triángulo ABC respecto del eje L.



Al reflejar el triángulo se obtiene lo siguiente:



¿Qué estrategias utilizaste para aplicar transformaciones isométricas? ¿Crees que trabajar en grupo aporta a tu proceso de aprendizaje?, ¿por qué?



BDA U3-ACT-12, 13, 14, 23, 24 y 25

UNIDAD 4

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

En esta unidad estudiarás las medidas de posición y utilizarás diversos gráficos para representar los datos. Además, aplicarás el principio multiplicativo para calcular la probabilidad de un evento



11 de febrero: Día Internacional de la Mujer y la Niña en la Ciencia

La Asamblea General de las Naciones Unidas instauró en 2015 esta celebración con el objetivo de generar conciencia y dar visibilidad a las mujeres que forman parte del área de las ciencias.

Para reflexionar

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

- ¿A qué área de la ciencia crees que se dedica la mujer de la imagen?
¿Por qué?
- Investiguen sobre Eloísa Díaz, una mujer chilena destacada en el área de la ciencia.
- ¿Cómo se puede utilizar la probabilidad y estadística en el ámbito de la ciencia?



Conocimientos previos

Para abordar esta unidad, puedes repasar los siguientes contenidos:

- Espacio muestral

El espacio muestral (Ω) del experimento aleatorio de lanzar dos monedas es: $\Omega = \{cc, cs, sc, ss\}$

- Cálculo de probabilidades

En una caja hay fichas numeradas del 1 al 10 y se extrae una al azar.

¿Cuál es la probabilidad de obtener una ficha con el número 4?

$$\frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{1}{10}$$

- Medidas de tendencia central

El promedio de los datos 1, 5, 8, 4, 5, 7, 6, 7, 5, 2 es:

$$\frac{1 + 5 + 8 + 4 + 5 + 7 + 6 + 7 + 5 + 2}{10} = \frac{50}{10} = 5$$



DBA U4-ACT-1, 2 y 11

Lección

1

ESTADÍSTICA

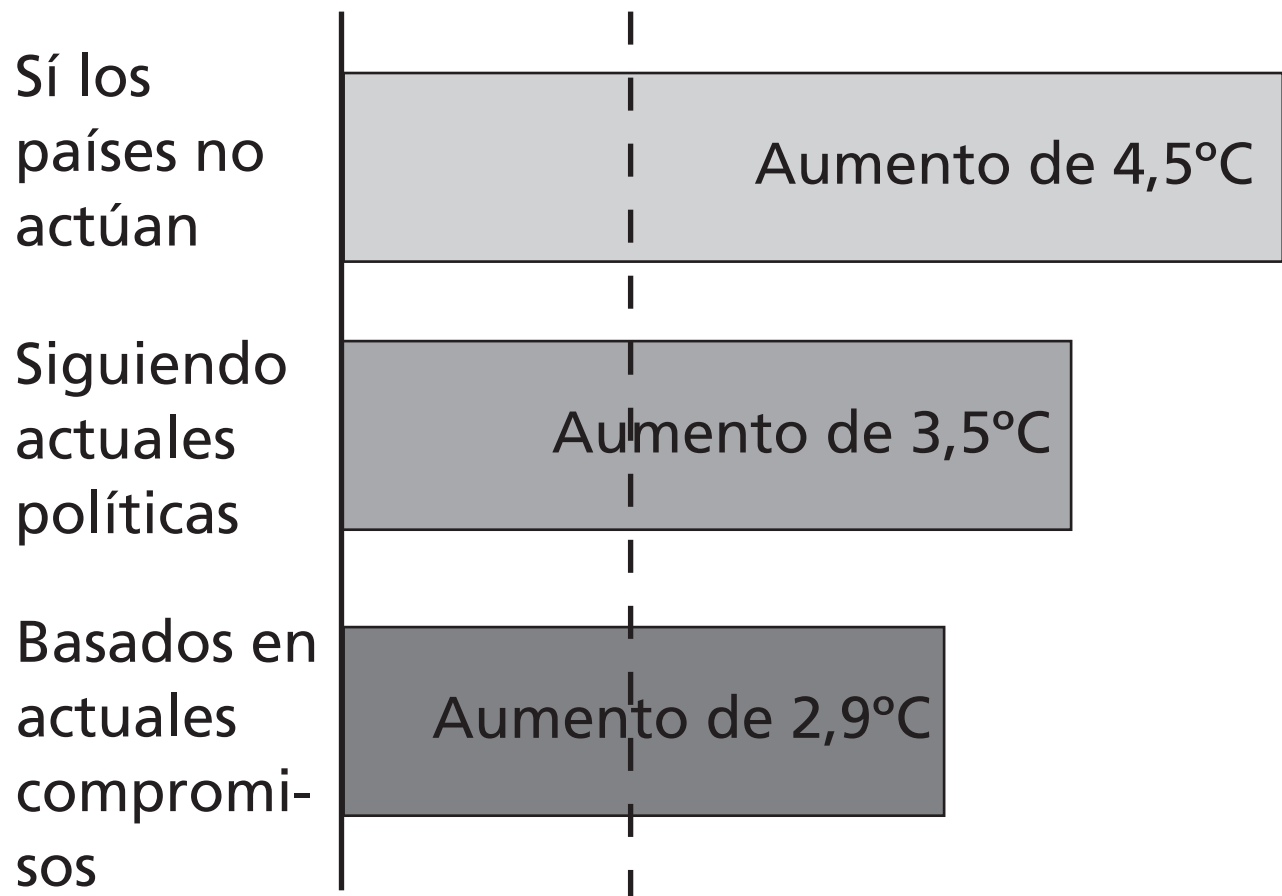
REPRESENTACIONES GRÁFICAS

En los últimos años, los científicos dedicados a estudiar el cambio climático han argumentado que la temperatura global no debe aumentar más de 2°C para el final del siglo si se quiere evitar un impacto irreversible.

Los países que firmaron el acuerdo de París se comprometieron a limitar el aumento medio de la temperatura global a 2°C y seguir con los esfuerzos para no superar los $1,5^{\circ}\text{C}$.

PROMEDIO DE CALENTAMIENTO (°C) PROYECTADO PARA 2100

Meta de aumentar solo en 1,5° C

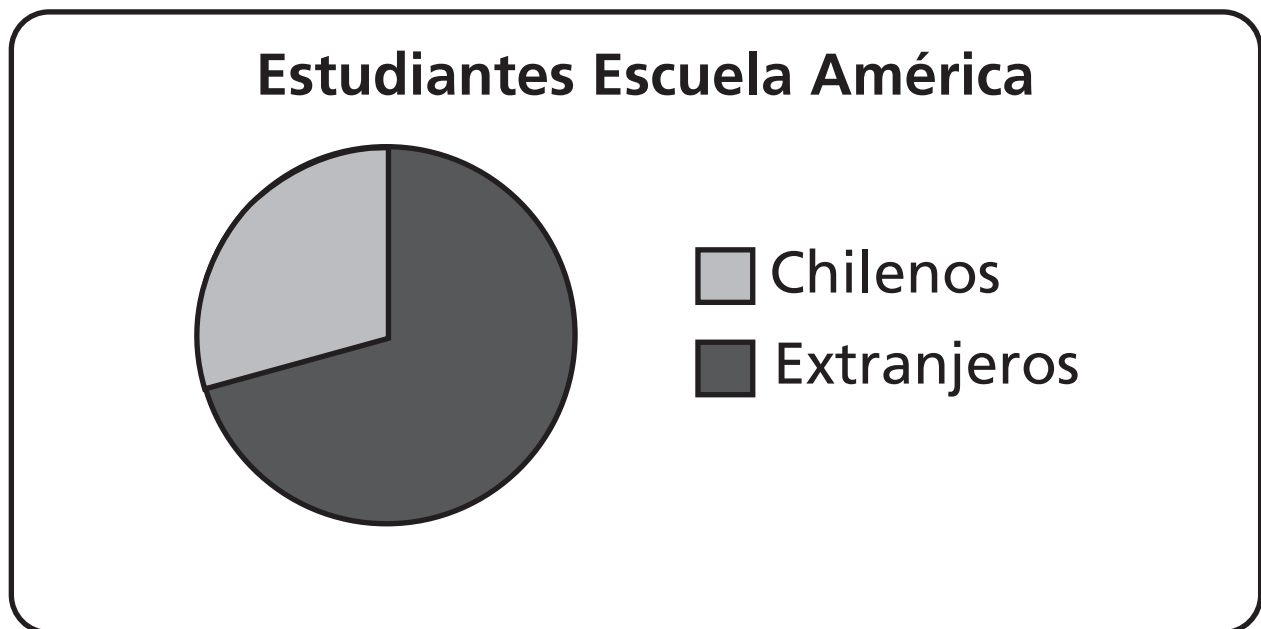


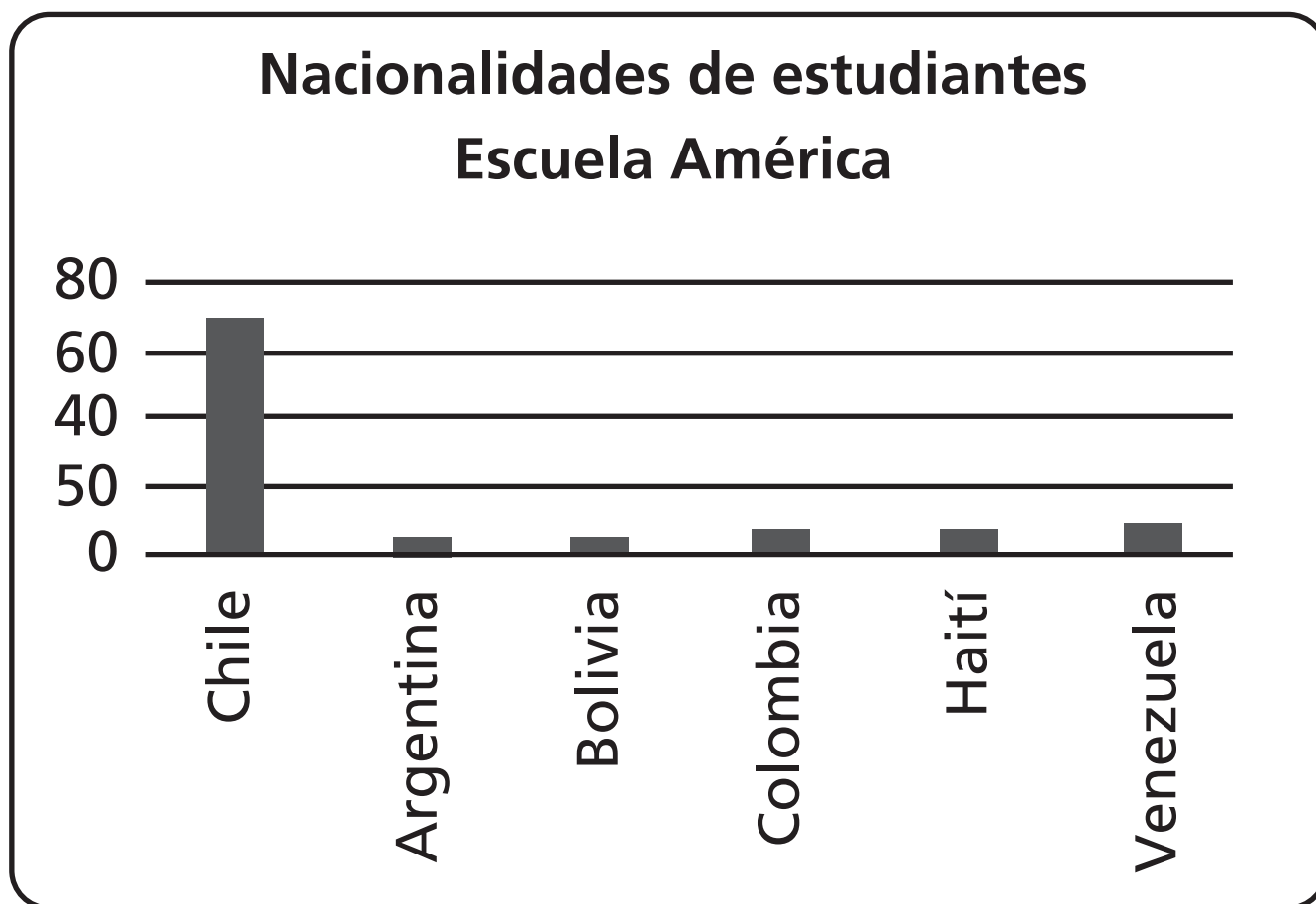
Responde las siguientes pregunta:

1. ¿Qué información nos entrega el gráfico de la imagen respecto del cambio climático?
2. ¿Por qué consideras que es importante comprender la información que se entrega en gráficos?
3. Investiga cuáles son los compromisos adquiridos por los países que firmaron el acuerdo de París.

Ejemplo 1**Conecto con Historia, Geografía y Ciencias Sociales**

En los siguientes gráficos se muestra la distribución de estudiantes chilenos y extranjeros en los octavos básicos de un colegio:





1. ¿Cuál de estos dos gráficos nos permite conocer las características culturales de una comunidad educativa? ¿Por qué?

El gráfico que muestra diversidad de culturas es el gráfico de barras, ya que él detalla las diferentes nacionalidades presentes en los octavos básicos del colegio.

Por otro lado, el gráfico circular, muestra únicamente que existen estudiantes chilenos y estudiantes extranjeros, sin revelar las diferentes nacionalidades y culturas presentes.

2. A partir de los datos expuestos, ¿qué estrategias se podrían realizar para tener una comunidad educativa acogedora? Algunas propuestas son:

- Generar ferias interculturales semanalmente, donde los estudiantes de diferentes nacionalidades puedan compartir con la comunidad su cultura, tradiciones, comidas típicas e historia.
- Incluir cápsulas de historia de Latinoamérica, donde los estudiantes puedan aprender la historia de países vecinos y su relación con la historia de Chile.

- Compartir información sobre la Ley de Migración que protege los derechos de las niñas, niños y adolescentes migrantes.

Censo 2024

Poblacion y vivienda chile

“La información sobre la cantidad de niños y adolescentes en Chile se actualizará en el próximo Censo que se realizará entre los meses de marzo a junio de 2024. El objetivo de un Censo es conocer cuántos habitantes hay en el país, la forma en la que estos viven y dónde lo hacen. En el siguiente link hay un video sobre los objetivos del Censo 2024:

<https://www.ine.gob.cl/censo/todo-sobre-el-censo>

Hace más de 30 años, Chile se comprometió a hacer todo lo necesario para cumplir con la **Convención sobre los Derechos del Niño**, norma internacional que establece los derechos de niños, niñas y adolescentes. En ella, todos los países que la han ratificado, han acordado que ellos y ellas tienen los mismos derechos, independiente de su situación migratoria y de la situación migratoria de sus padres.

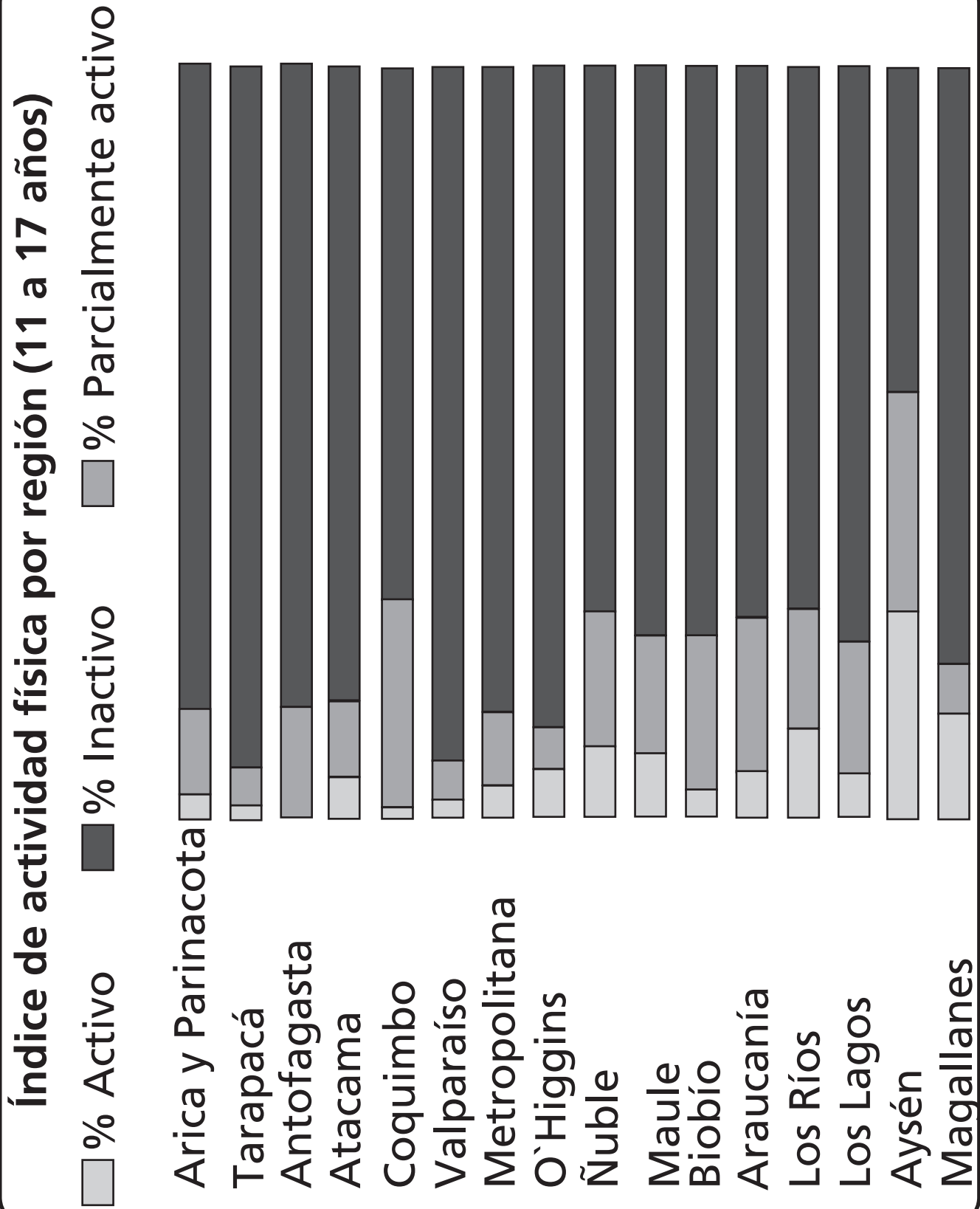
<https://www.defensorianinez.cl/wp-content/uploads/2022/07/Cartilla-Derechos-NNA-Migrantes-versi%C3%B3n-legibilidad.pdf>

Ejemplo 2

Conecto con Educación Física y Salud

Desde hace mucho tiempo que los indicadores de cuánto deporte practican las personas en Chile son preocupantes. El año 2021 se realizó la Encuesta Nacional de Hábitos de Actividad Física y Deporte desarrollada por el Mindep y contó con la participación de más de seis mil personas, de diferentes regiones del país y edades.

En el siguiente gráfico se muestran los resultados acerca del índice de actividad física por región considerando a personas de 11 a 17 años:

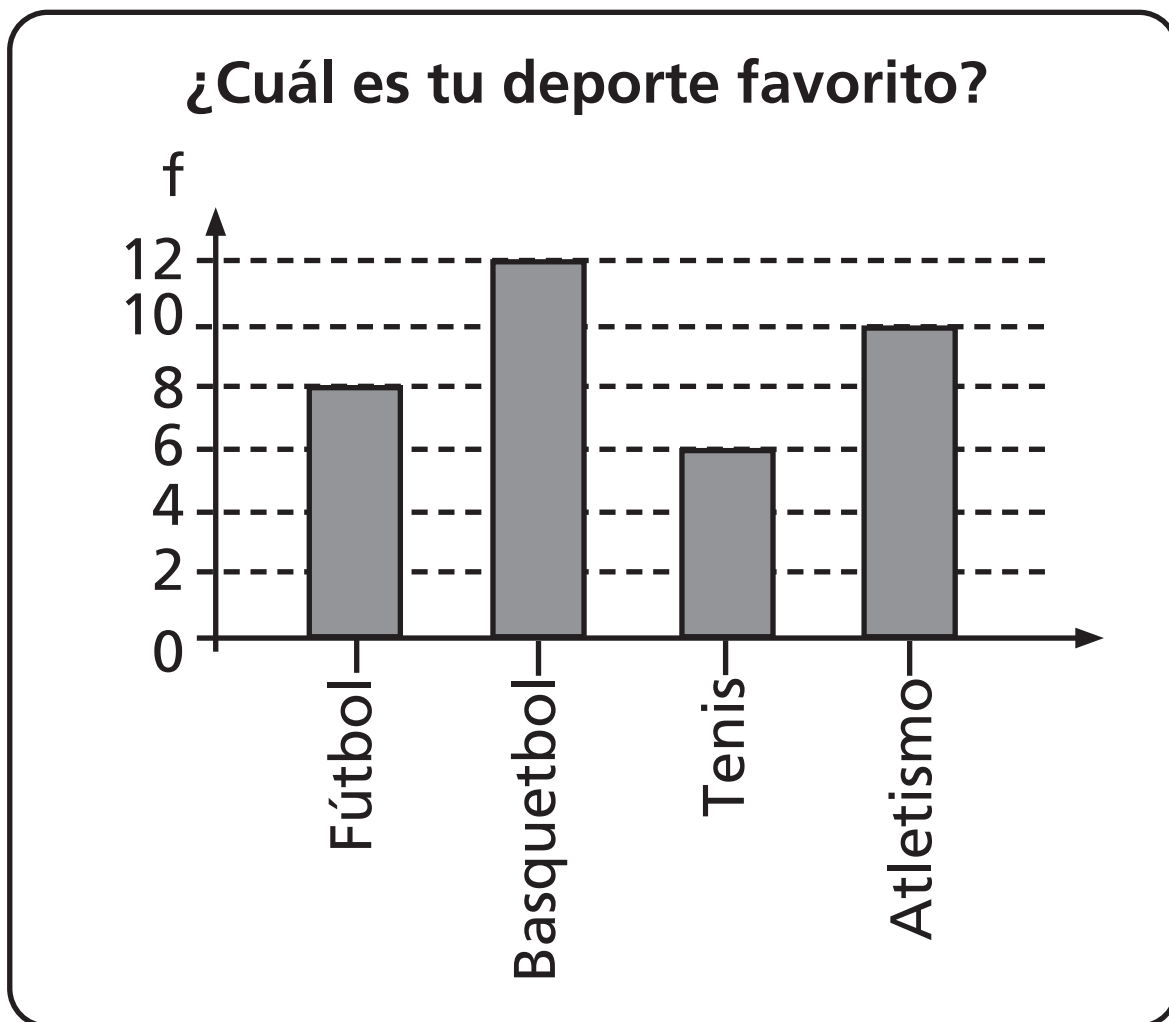


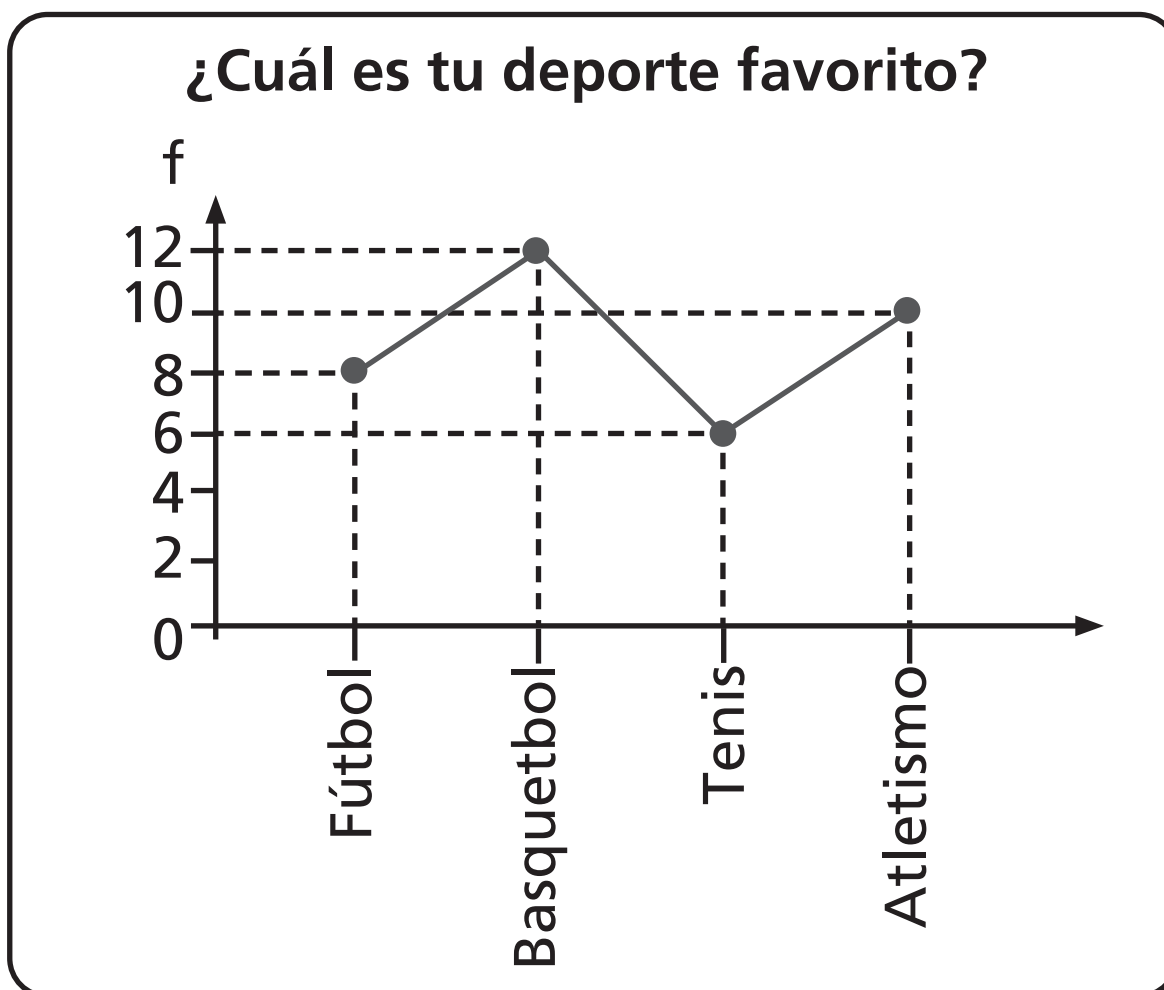
Escribe algunas conclusiones a partir de la información del gráfico.

- Se puede observar que los jóvenes de entre 11 y 17 años de la Región de Valparaíso son los más inactivos del país, contando con un 93,9 % de inactividad.
- Otras regiones con una alta inactividad son Tarapacá, Arica y Parinacota, Antofagasta, Atacama, la Región Metropolitana y O'Higgins.
- Por otro lado, la Región de Aysén cuenta con un 27,8 % de población de entre 11 y 17 activa, siendo la región con mayor nivel de actividad física del país.
- Se puede notar que las regiones que se ubican más al sur presentan un mayor índice de actividad física, mientras que las regiones de la zona norte muestran índices de actividad más bajos.

Ejemplo 3

Para la creación de los talleres del colegio, se les preguntó a los estudiantes cuál es su deporte favorito. Los datos se representaron en los siguientes gráficos:





¿Cuál de los gráficos crees que es más adecuado para representar la información anterior?

El gráfico de barras es el más adecuado para representar la información porque permite comparar las frecuencias de las distintas variables y no hay una variabilidad en el tiempo para la variable deporte.

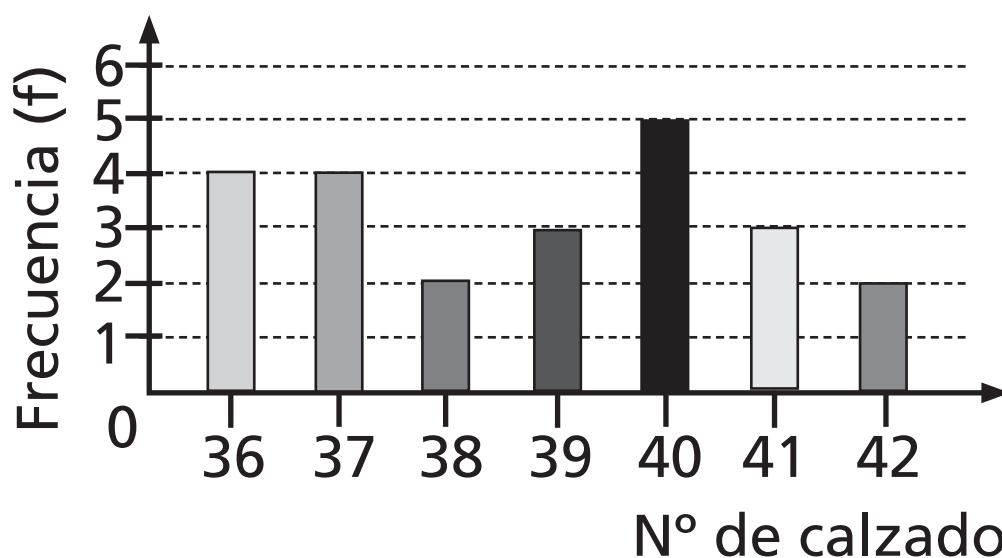
Aprende

- **El gráfico de barras** se utiliza para comparar las frecuencias de variables cualitativas o cuantitativas discretas. Pueden ser de barras simples o múltiples.
- **Los gráficos de líneas** son representaciones útiles para comunicar información referida a valores numéricos que varían en el tiempo.

Ejemplo 4

Los números de calzado de los estudiantes de un 8° básico se encuentran representados en el siguiente gráfico de barras. Escribe tres conclusiones a partir de él.

Número de calzado de los estudiantes de 8° básico



- Al observar el gráfico, podemos notar que la barra de mayor altura corresponde al número 40.

Esto quiere decir que el número de calzado que presenta mayor frecuencia es 40.

- Del mismo modo, los números de calzado que exhiben menor frecuencia son 38 y 42.
- Hay 23 estudiantes en el 8° básico. Esto se obtiene al sumar la frecuencia de cada número de calzado.

Ejemplo 5

La siguiente tabla muestra la cantidad de público que asistió a los partidos de 1ª y 2ª División de fútbol en las cuatro fechas que hubo en un mes. ¿Cuál es el gráfico más adecuado para representar la comparación entre las cantidades de público asistente?

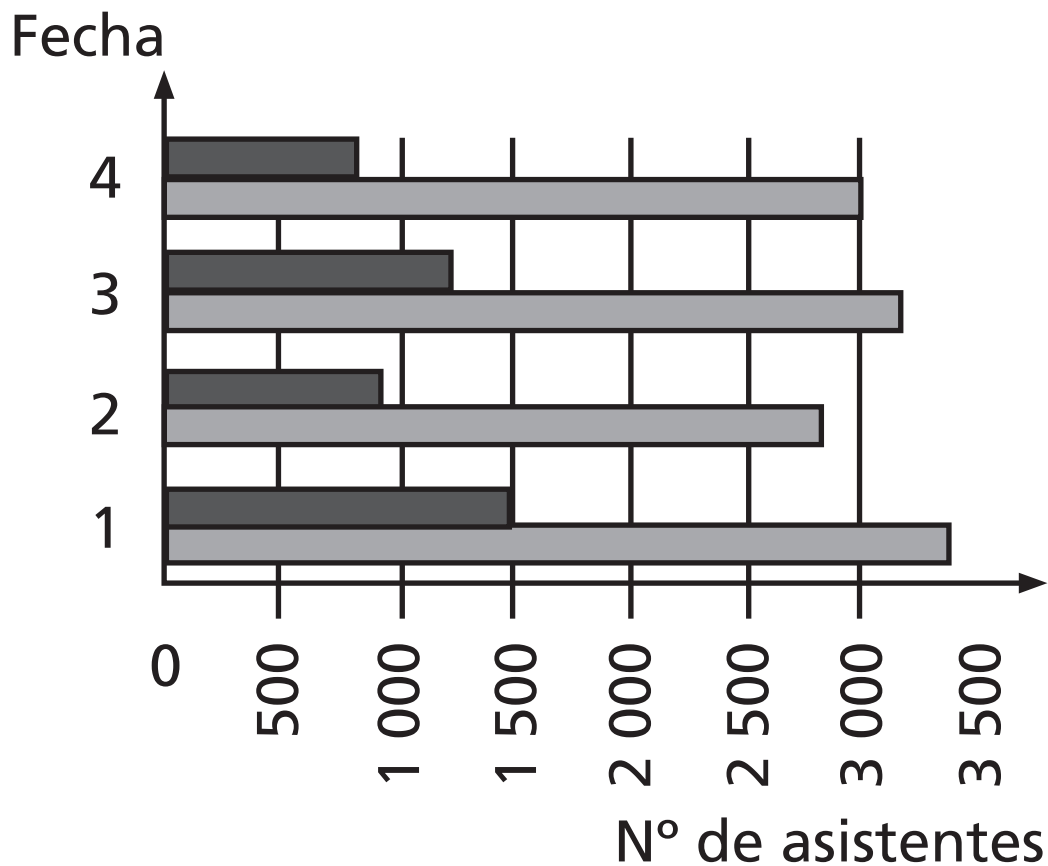
Cantidad de público asistente en los partidos de fútbol en un mes.		
Fecha	Público 1ª División	Público 2ª División
1	3 400	1 500
2	2 800	900
3	3 200	1 200
4	3 000	800

1. Para realizar una comparación entre el público asistente a los partidos de Primera y Segunda División, lo más recomendable es elaborar un gráfico de barras dobles, pues muestran comparaciones de datos entre dos conjuntos de datos similares por tramo.

Considera que los gráficos de barras pueden ser horizontales o verticales.

2. Al construir el gráfico, se obtiene lo siguiente:

Cantidad de público asistente en los partidos de fútbol en un mes



■ Segunda División

■ Primera División

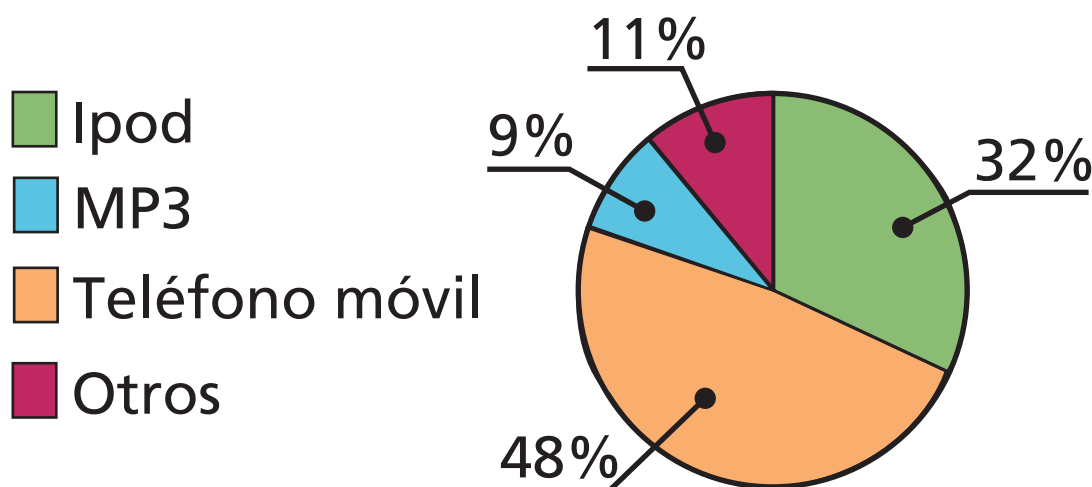
De esta manera, se pueden observar gráficamente las diferencias en la asistencia del público a los partidos de Primera y Segunda División.

Por ejemplo, se observa claramente que el público que asiste a los partidos de Primera División es mucho mayor que los que asisten a Segunda División. La fecha en la que asistieron más hinchas al estadio fue en la fecha 1 y la mayor diferencia de público entre ambas categorías fue en la fecha 4.

Ejemplo 6

Se realizó una encuesta a 300 estudiantes de un colegio sobre los dispositivos de almacenamiento de música que más utilizan. La información obtenida se representó en el siguiente gráfico:

La siguiente imagen muestra un MP3, Ipod y un teléfono móvil que acompañan la información del gráfico

Dispositivos de almacenamiento de música



¿Cuántos estudiantes prefieren almacenar su música en un Ipod o en un MP3?

1. Calcula los porcentajes.

Ipod

$32 \% \text{ de } 300 = 0,32 \cdot 300 = 96 \text{ estudiantes.}$

MP3.

$9 \% \text{ de } 300 = 0,09 \cdot 300 = 27 \text{ estudiantes.}$

2. Suma las cantidades obtenidas.

$$96 + 27 = 123$$

Luego, 123 estudiantes prefieren almacenar su música en un Ipod o en un MP3

Aprende

- En un **gráfico circular**, cada sector representa un valor de la variable expresado como un porcentaje. En general, este tipo de gráficos se utiliza para saber cómo se comporta una variable respecto de un todo.
- Para construir un gráfico circular, se traza una circunferencia, su centro y un radio. Luego, a partir del radio se trazan los ángulos adyacentes, que corresponden a cada uno de los porcentajes encontrados. Cada ángulo (a) se puede calcular mediante la expresión:

$$a = \frac{f \cdot 360^\circ}{n},$$
 en la que n es el total de datos y f la frecuencia absoluta de cada categoría o valor de la variable.

Aprende

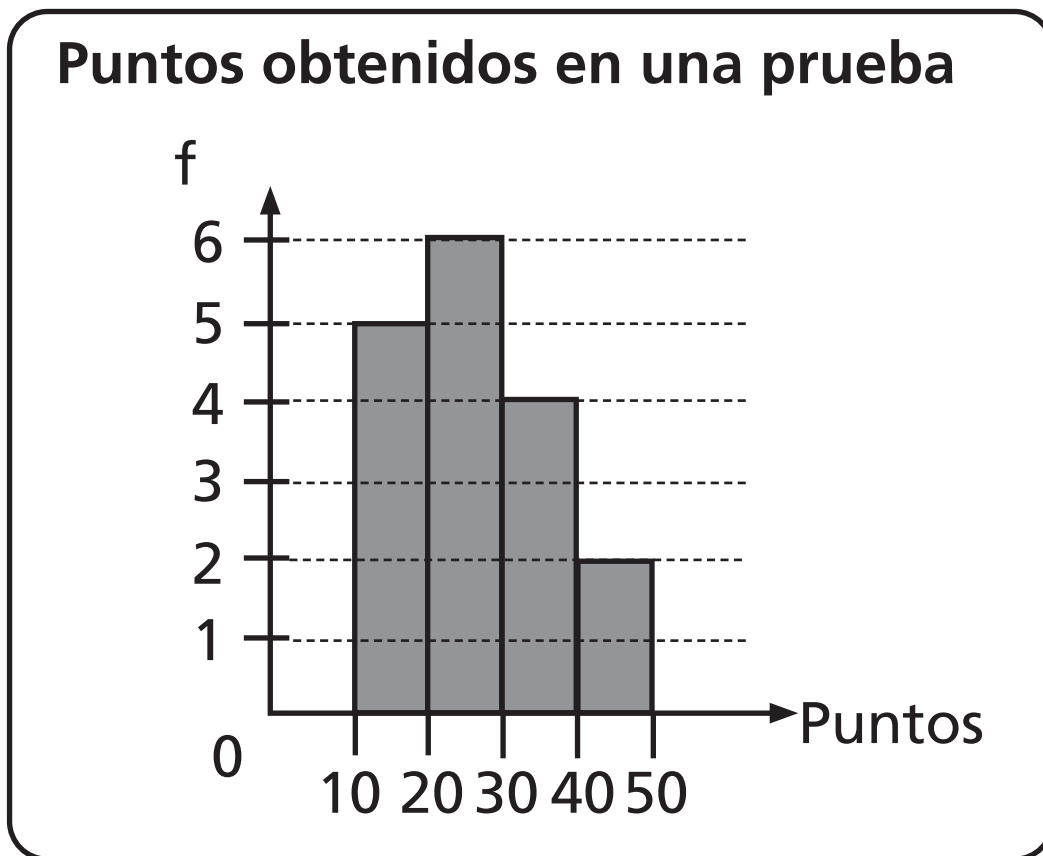
- El **histograma** es un gráfico formado por barras contiguas, en las que cada una representa un intervalo de valores de una variable cuantitativa continua. Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados en intervalos.
- El **polígono de frecuencias** se obtiene uniendo los puntos correspondientes a la marca de clase de cada intervalo (punto medio del intervalo). Para completar el polígono, se considera un punto en la marca de clase del intervalo que esta al inicio y otro punto en la marca de clase del intervalo final del histograma, ambos con frecuencia 0.

Ejemplo 7

En la siguiente tabla se muestran los puntos obtenidos por un grupo de estudiantes en una prueba. Construye el histograma y el polígono de frecuencias correspondiente a los datos.

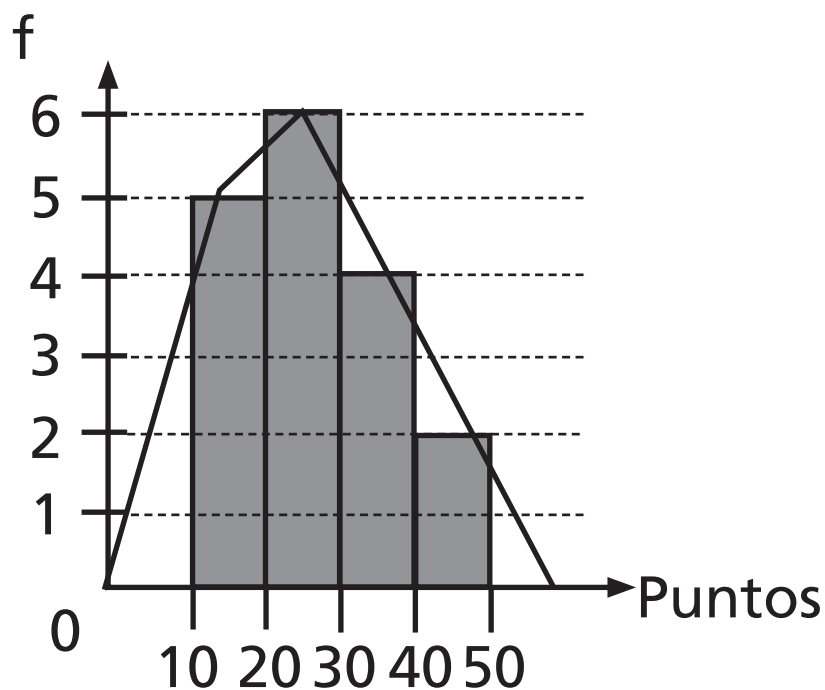
Puntos obtenidos en una prueba		
Puntos	f	Marca de clase
[10, 20[	5	15
[20, 30[	6	25
[30, 40[	4	35
[40, 50]	2	45

1. En los ejes coordenados marca las frecuencias en el eje vertical y los intervalos en el horizontal. Luego, sobre cada intervalo dibuja barras cuya altura corresponde a la frecuencia.



2. Para realizar el polígono de frecuencias une con una línea poligonal las marcas de clase de cada intervalo.

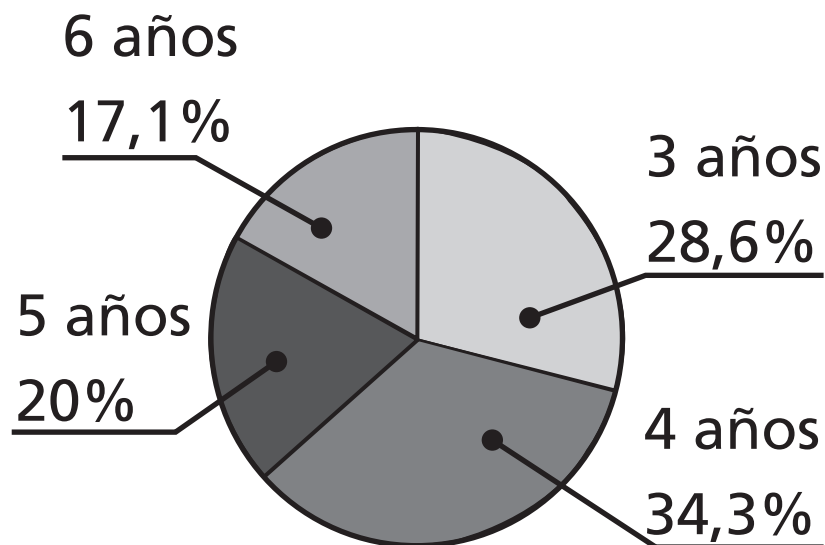
Puntos obtenidos en una prueba



Ejemplo 8

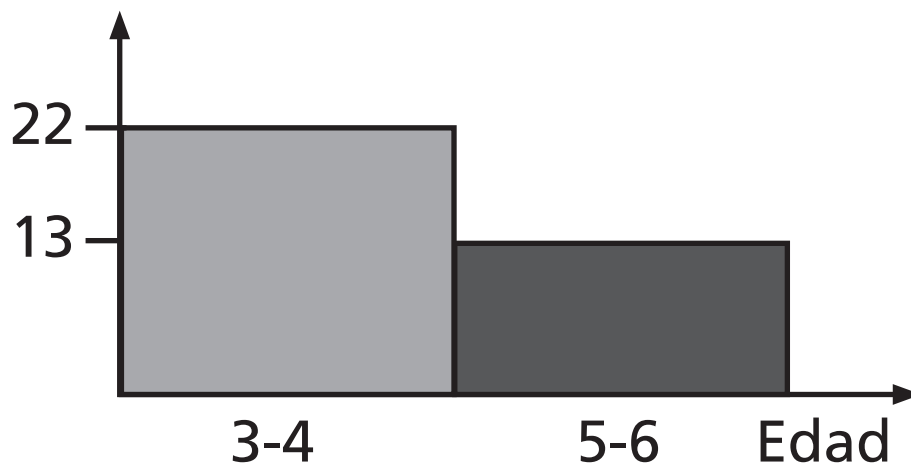
Daniela pasó el último fin de semana haciendo una tarea que consistía en averiguar las edades de los niños y niñas que viven en su edificio. La información que obtuvo la representó con distintos gráficos.

Edad de los niños y niñas del edificio



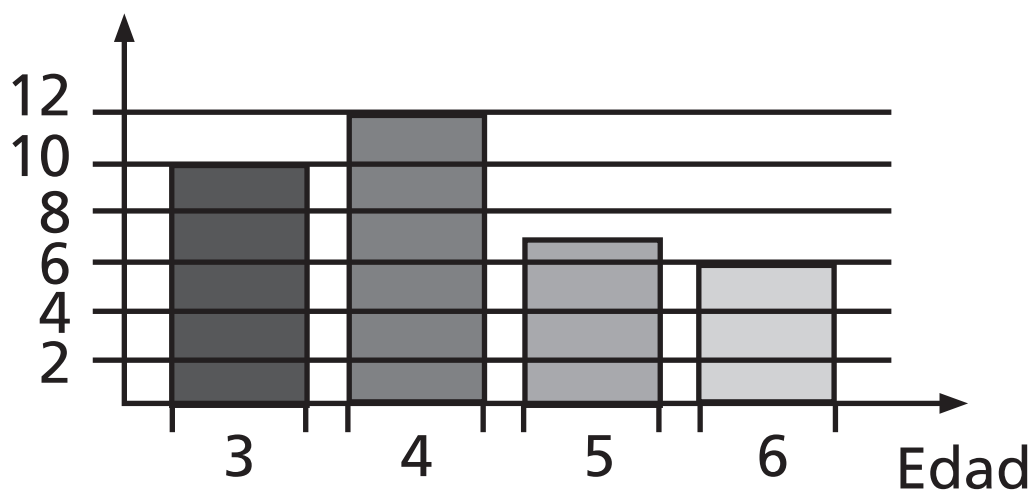
Edad de los niños y niñas del edificio

Frecuencia absoluta



Edad de los niños y niñas del edificio

Frecuencia absoluta



Si se quiere conocer la cantidad de niños y niñas que encuestó Daniela, ¿cuál gráfico es el más adecuado? ¿Y si se quiere comparar la cantidad de niños y niñas con respecto a su edad?

1. Para conocer la cantidad de niños y niñas que encuestó Daniela, es posible considerar el gráfico de barras y el histograma. El gráfico circular no es adecuado, ya que entrega los porcentajes, pero no la cantidad exacta de cada categoría.

En este caso, se puede saber que Daniela encuestó a 35 niños y niñas.

2. Para comparar las categorías, sería más adecuado el gráfico circular o el gráfico de barras. En estos casos se puede observar la diferencia entre cada edad, o conocer cuál edad es la más o menos común en el edificio.

En el caso del histograma, solo se podrían comparar los intervalos $[3, 4]$ y $[5, 6]$, lo que no entregaría mayor información.

En la situación, se puede decir que la mayoría de los niños y niñas tienen 4 años, o que $\frac{1}{5}$ del total corresponde a niños y niñas de 5 años.



BDA U4-ACT-3, 12 , 13, 14 y 15

MEDIDAS DE POSICIÓN

El **salto de altura** es una prueba de atletismo que tiene por objetivo sobrepasar una barra horizontal, denominada listón, colocada a una altura determinada entre dos soportes verticales separados por unos 4 m.

En la imagen se observa a Stefka Kostadinova, atleta búlgara, ya retirada, especialista en salto de altura que fue campeona olímpica, mundial y europea y posee el récord del mundo vigente aún, con 2,09 m de altura en esta competencia.

Fuente: <https://www.mcnbiografias.com/app-bio/do/show?key=kostadinova-stefka>



https://revistabalcanes.com/wp-content/uploads/2013/10/kostadinova_07.jpg

Responde las siguientes preguntas y comenta con tus compañeros:

1. ¿Por qué piensas que la mejor marca no ha podido ser superada durante tantos años? Investiga sobre Stefka Kostadinova para complementar tu respuesta.

2. ¿Qué sabías acerca del salto de altura?
¿Qué deporte practicas o te gustaría practicar?

Ejemplo 1

La siguiente tabla muestra las mejores marcas femeninas en el salto de altura.
¿Cuál es la mediana de los datos?

Ranking	Marca	Atleta	País	Fecha	Lugar
1	2,09	Stefka Kostadinova	Bulgaria	30 de agosto de 1987	Roma, Italia
2	2,08	Blanka Vlašić	Croacia	31 de agosto de 2009	Zagreb, Croacia
3	2,07	Liudmila Andonova	Bulgaria	20 de julio de 1984	Berlín, Alemania
		Anna Chícheroova	Rusia	22 de julio de 2011	Cheboksary, Rusia

Ranking	Marca	Atleta	País	Fecha	Lugar
5	2,06	Kajsa Bergqvist	Suecia	26 de julio de 2003	Eberstadt, Alemania
		Hestrie Cloete	Sudáfrica	31 de agosto de 2003	París, Francia
		Yelena Slesarenko	Rusia	28 de agosto de 2004	Atenas, Grecia
		Ariane Friedrich	Alemania	14 de junio de 2009	Berlín, Alemania
		Mariya Lasitskene	Unión Soviética	6 de julio de 2017 20 de junio de 2019	Lausanne, Suiza Ostrava, República Checa

Ranking	Marca	Atleta	País	Fecha	Lugar
10	2,05	Tamara Býkova	Rusia	22 de junio de 1984	Kiev, Unión Soviética
		Heike Henkel	Alemania	31 de agosto de 1991	Tokio, Japón
		Inha Babakova	Ucrania	15 de septiembre de 1995	Tokio, Japón
		Tia Hellebaut	Bélgica	23 de agosto de 2008	Pekín, China
		Chaunté Lowe	Estados Unidos	26 de junio de 2010	Des Moines, Estados Unidos

1. Ordena los datos de menor a mayor para hallar la mediana.

2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,06 - 2,06 -
2,06 - 2,06 - 2,06 - 2,07 - 2,07 - 2,08 - 2,09

2. Determina entre qué valores estará la mediana. Como el conjunto tiene 14 datos, la mediana corresponde al promedio de los datos ubicados en la posición 7 y la posición 8.

2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,05 - 2,06 - 2,06 -
2,06 - 2,06 - 2,06 - 2,07 - 2,07 - 2,08 - 2,09

3. Calcula el promedio de los datos centrales. Como los valores son iguales, el promedio es 2,06

En conclusión, se puede decir que el 50 % de las mejores marcas está por debajo de los 2,06 m, o bien, que el 50 % de los datos está por encima de los 2,06 m.

Ejemplo 2

Conecto con Educación Física y Salud

Ruta

Es una especialidad del ciclismo en que el deportista junto con su máquina recorre distancias urbanas y rurales en forma individual y grupal.



Pista

Es una especialidad del ciclismo que se practica en una pista o velódromo que puede tener distintas medidas, 500, 333, 250 o 200 m.



BMX

El BMX se originó a comienzos de la década de 1970 en California cuando los jóvenes intentaban imitar a los campeones de motocross con sus bicicletas.



BMT

Especialidad del ciclismo que tiene lugar en terrenos montañosos o en aquellos que presentan una orografía similar, con pendientes y rutas sinuosas.



Las estaturas, en centímetros, de los seleccionados de un grupo de ciclistas son:

160, 168, 164, 170, 162, 166, 172, 166, 168,
164, 162, 160, 168, 170, 160, 162

Determina los valores que dividen al conjunto de datos en 4 grupos con igual cantidad de elementos

1. Ordena los datos de menor a mayor.

160, 160, 160, 162, 162, 162, 164, 164,
166, 166, 168, 168, 168, 170, 170, 172

2. Divide el grupo de datos en 4 partes iguales.

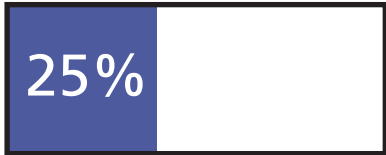
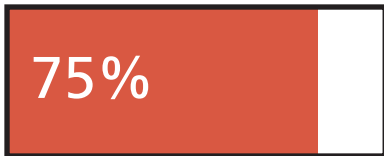
160, 160, 160, 162
162, 162, 164, 164
166, 166, 168, 168
168, 170, 170, 172

3. Como los valores pedidos se encuentran entre dos datos, calculas el promedio de ellos en cada caso.

Entonces los valores pedidos son: 162, 165 y 168.

Aprende

Una de las **medidas de posición** son los **cuartiles** (Q_k , con $k = 1, 2, 3$), que corresponden a tres valores que dividen una distribución de datos en cuatro partes iguales.

Primer cuartil (Q_1)	Segundo cuartil (Q_2)	Tercer cuartil (Q_3)
Es el valor que separa el 25 % de los datos de la distribución.	Es el valor que separa el 50 % de los datos de la distribución.	Es el valor que separa el 75 % de los datos de la distribución.
 Q_1	 Q_2	 Q_3

Para calcular el cuartil Q_k , se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{4}$.

- Si resulta un número entero, Q_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.
- Si resulta un número decimal, Q_k es igual al dato que ocupa la posición : $\frac{n \cdot k}{4} + 1$.
- Considera que la parte entera de un número x ($[x]$) equivale al entero más grande menor o igual a x . Por ejemplo:
 $[2,1] = 2$; $[3,8] = 3$

Ejemplo 3

Los siguientes datos representan los puntajes correspondientes a la clasificatoria para una competición:

100 - 121 - 134 - 123 - 142 - 118 - 123 - 142 -
126 - 127 - 131 - 98 - 116

Si para participar en la competición se debe estar sobre el 50 % de los mejores puntajes de todos los que rindieron la prueba, ¿cuál es el puntaje de corte?

1. Ordena los datos de forma creciente.

98 - 100 - 116 - 118 - 121 - 123 - 123 - 126 -
127 - 131 - 134 - 142 - 142

2. Identifica el puntaje que divide a los datos en dos partes iguales

$$Q_2 = \frac{13 \cdot 2}{4} = 6,5$$

Como resulta un número decimal, calculas $[6,5] + 1$, que resulta $6 + 1 = 7$

98 - 100 - 116 - 118 - 121 - 123 - **123** - 126 -
127 - 131 - 134 - 142 - 142

3. El dato encerrado es el valor de Q_2 , el cual separa el 50 % de los datos de la distribución. Además, este valor equivale a calcular la mediana.

Luego, para participar en la competición, se debe obtener un puntaje superior a 123.

Ejemplo 4

Los datos que se presentan a continuación corresponden a los resultados de una encuesta sobre la cantidad de horas diarias que un grupo de personas utiliza internet.

3 - 2 - 2 - 4 - 1 - 2 - 3 - 2 - 3 - 2 - 1 - 0 - 1 - 2 - 1

2 - 1 - 3 - 1 - 0 - 3 - 4 - 3 - 4 - 0 - 2 - 0 - 2 - 4 - 0

¿Cuál es el tercer cuartil? ¿Qué representa?

Cantidad de horas que un grupo de personas usa internet		
Cantidad de horas	f	F
0	5	5
1	6	11
2	9	20
3	6	26
4	4	30

1. Construye una tabla para organizar los datos.
2. Calcula el tercer cuartil (Q_3). Recuerda que se puede utilizar la expresión $\frac{n \cdot k}{4}$, en la que n es la cantidad total de datos.

$$Q_3 = 30 \cdot \frac{3}{4} = 22,5 \longrightarrow [22,5] + 1 = 23$$

3. Identifica en la tabla el dato que ocupa la posición 23

Cantidad de horas que un grupo de personas usa internet		
Cantidad de horas	f	F
0	5	5
1	6	11
2	9	20
3	6	26
4	4	30

Luego, el tercer cuartil es 3, por lo que se puede concluir que el 75 % de las personas encuestadas utiliza internet 3 horas o menos diariamente.

Aprende

Los **percentiles** (P_k , con $k = 1, 2, 3, \dots, 99$) corresponden a los 99 valores de una distribución que la dividen en 100 partes iguales. La diferencia entre dos percentiles consecutivos corresponde al 1% de la distribución.

Para calcular el percentil P_k , se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{100}$.

- Si resulta un número entero, P_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.
- Si resulta un número decimal, P_k es igual al dato que ocupa la posición $\frac{n \cdot k}{100} + 1$.

Ejemplo 5

Se quiere seleccionar a un grupo de estudiantes para competir en las olimpiadas de atletismo. Las marcas (en metros) obtenidas por los estudiantes en una prueba son las siguientes:

52,4 - 56,3 - 57,5 - 65,3 - 65,3 - 66,5 - 66,8 -
67,9 - 68,7

69,3 - 70,2 - 71,4 - 72,4 - 74,7 - 74,9 - 75,5 -
75,6

Si se selecciona el 90 % de las mejores marcas, ¿cuántos estudiantes no fueron considerados?

1. Se debe calcular P_{10} , ya que los estudiantes no seleccionados equivalen al 10 % y deben ser los de menores marcas.

$$P_{10} = \frac{17 \cdot 10}{100} = \frac{170}{100} = 1,7$$

Como 1,7 es un número decimal, se calcula $[1,7] + 1 = 1 + 1 = 2$.

2. Como los datos ya están ordenados de forma creciente, identifica aquel dato que ocupa la posición 2.

Posición	1	2	3	4	5	6	7
Dato	52,4	56,3	57,5	65,3	65,3	66,5	66,8

Posición	8	9	10	11	12	13	14
Dato	67,9	68,7	69,3	70,2	71,4	72,4	74,7

Posición	15	16	17
Dato	74,9	75,5	75,6

3. Luego, el valor de P_{10} corresponde a 56,3, por lo tanto, 2 estudiantes no fueron seleccionados.

Ejemplo 6

A partir de la información de la tabla, determina el intervalo donde se ubica el percentil 20.

Estatura de un grupo de estudiantes		
Estatura (m)	f	F
[1,30; 1,40[	2	2
[1,40; 1,50[	5	7
[1,50; 1,60[	8	15
[1,60; 1,70[	11	26
[1,70; 1,80]	4	30

1. El percentil 20 es aquel valor bajo el cual se encuentran el 20 % de los datos.

Entonces, se tiene que:

$$20 \% \text{ de } 30 \rightarrow 0,2 \bullet 30 = 6$$

2. Identifica el primer intervalo, cuya frecuencia acumulada (F) iguala o supera este valor. Puedes observar que el percentil 20 se encuentra en el intervalo $[1,40; 1,50[$ m.

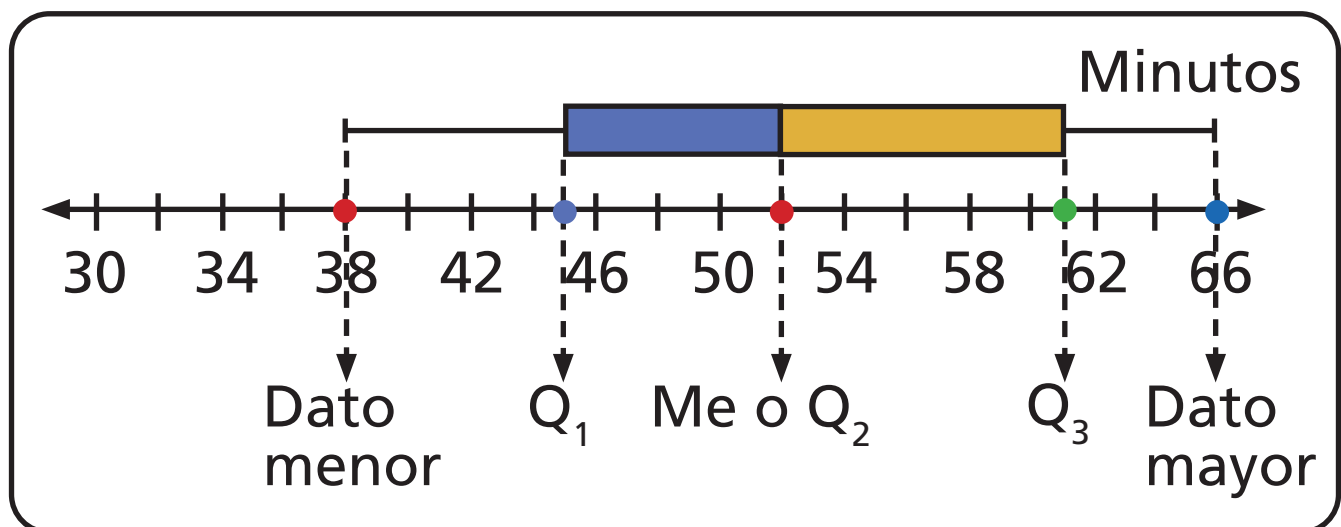
Aprende

Un **diagrama de cajón** permite visualizar algunas características de la población a partir de las medidas de tendencia central y de posición.

Al observar un diagrama de cajón es posible obtener conclusiones respecto de la distribución de la variable en estudio. Si uno de los cajones tiene mayor área, significa que los datos que se ubican entre determinados cuartiles están más dispersos.

Ejemplo 7

Los minutos que tardaron los estudiantes en responder un examen están representados en el siguiente diagrama de cajón:



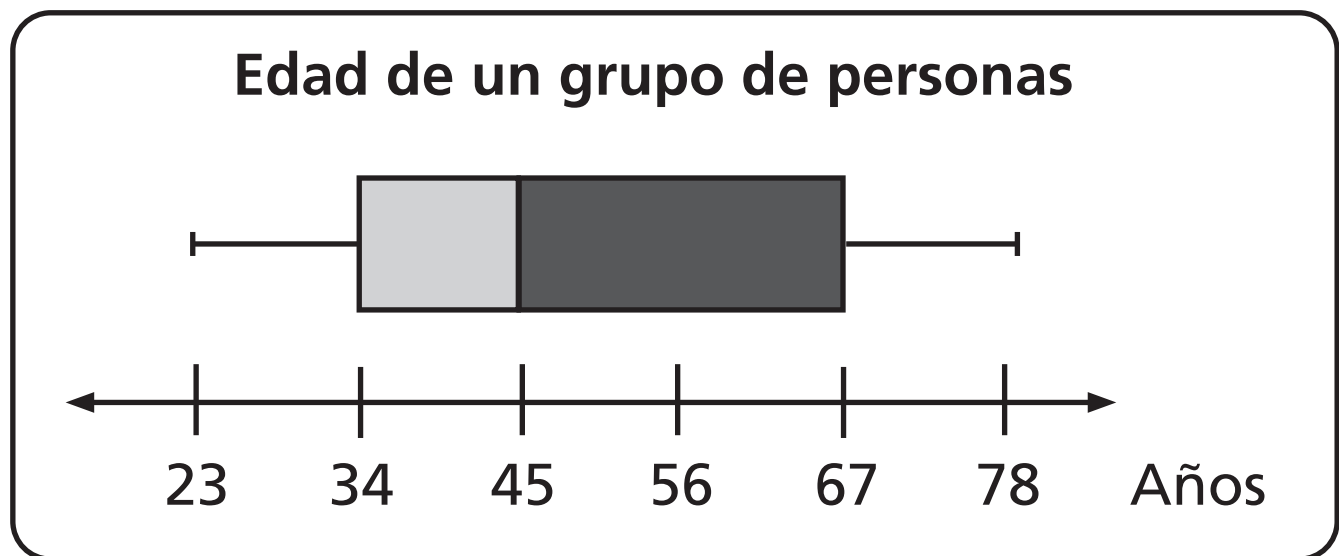
¿Al cabo de cuántos minutos el 50 % de los estudiantes contestaron el examen?

¿Cuántos minutos tardaron en responder el examen todos los estudiantes?

1. La mediana separa el 50 % de los datos, por lo tanto, a los 52 min la mitad de los estudiantes terminó el examen.
2. Para determinar el tiempo que tardaron en responder el examen todos los estudiantes basta observar el dato mayor de la distribución de datos. Es decir, tardaron 66 minutos en responder el examen.

Ejemplo 8

Las edades, en años, de un grupo de personas están representadas en el siguiente diagrama de cajón. Describe la distribución de datos.



El cajón morado tiene mayor área que el cajón amarillo, entonces, las edades ubicadas entre Q_2 y Q_3 están más dispersas que las situadas entre Q_1 y Q_2 .

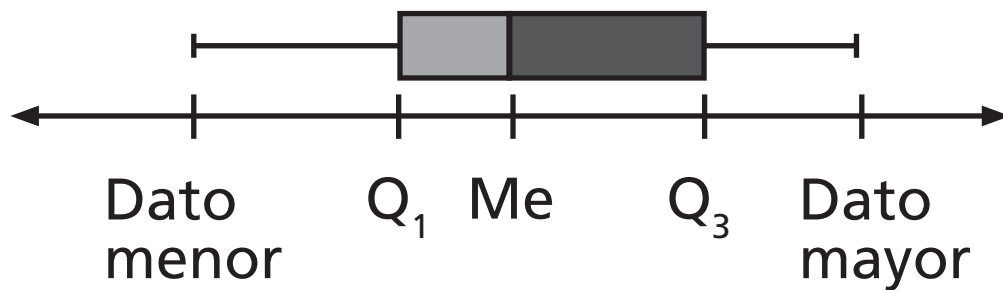
Aprende

Para construir un **diagrama de cajón** se traza una recta graduada a partir de los datos y se construye un rectángulo (cajón) cuyos extremos deben estar ubicados sobre Q_1 y Q_3 .

Así, la medida del largo de la caja es $Q_3 - Q_1 = Ric$, en que Ric corresponde al recorrido intercuartil o rango intercuartil, es decir, a la variabilidad de los datos con respecto a la mediana (Me).

Dentro del cajón se traza una línea vertical en el lugar de la mediana (Me); de esta manera, se divide el conjunto de datos en dos partes porcentualmente iguales.

Luego, se trazan dos líneas, a ambos lados del cajón, desde sus extremos hasta los valores del dato menor y del mayor de la distribución.



Ejemplo 9

Las notas obtenidas por los estudiantes de dos 8° básicos en una evaluación son las siguientes:

Notas 8° A	6,5 - 5,2 - 7,0 - 4,8 - 3,5 - 5,8 - 6,6 - 3,7 - 4,5 - 5,2 - 6,3 - 7,0 - 5,5 - 6,5 - 4,9 - 6,8 - 5,6 - 5,5 - 5,8 - 6,0 - 5,5 - 4,8 - 4,2 - 5,9 - 7,0 - 6,4 - 4,0 - 4,0
-----------------------	--

Notas 8° B	5,4 - 5,4 - 7,0 - 6,8 - 3,4 - 4,8 - 6,2 - 3,8 - 5,5 - 6,2 - 6,6 - 6,0 - 5,0 - 6,4 - 3,8 - 3,8 - 6,6 - 5,7 - 5,5 - 7,0 - 6,5 - 5,8 - 3,2 - 5,5 - 6,6 - 6,8 - 7,0 - 3,2
-----------------------	--

Construye un diagrama de cajón para cada distribución de datos.

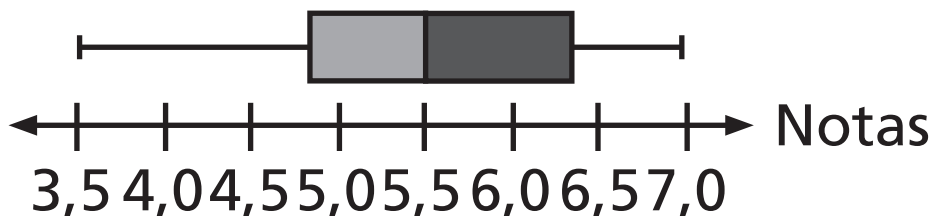
1. Determina los valores necesarios para construir el diagrama de cajón correspondiente a cada curso:

8°A	
Dato menor	3,5
Dato mayor	7,0
Primer cuartil	4,8
Mediana	5,55
Tercer cuartil	6,45
Recorrido intercuartil	1,65

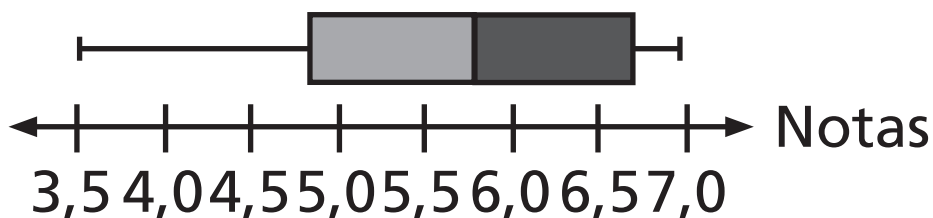
8°B	
Dato menor	3,2
Dato mayor	7,0
Primer cuartil	4,9
Mediana	5,75
Tercer cuartil	6,6
Recorrido intercuartil	1,7

2. Construye los diagramas de cajón.

8°A



8°B



Herramientas tecnológicas

Para realizar los cálculos, puedes utilizar una calculadora online en el siguiente sitio:
<https://www.geogebra.org/scientific>



Herramientas tecnológicas

Sigue las instrucciones para determinar las medidas de posición de un conjunto de datos.

1. En una hoja de cálculo escribe «Edades» en la celda A2, y en la misma columna A anota las edades de 13 de tus compañeros y compañeras. Luego, escribe «Cuartiles» y «Percentiles» en las celdas F1 e I1, respectivamente.
2. En la celda C3 escribe moda; en la celda C4 escribe media, y en la celda C5 escribe mediana.
3. En la celda F3 escribe q_1 ; en la celda F4 escribe q_2 , y en la celda F5 escribe q_3 .
4. En la celda I3 escribe p_1 ; en la celda I4 escribe p_{10} ; en la celda I5 escribe p_{25} ; en la celda I6 escribe p_{50} ; en la celda I7 escribe p_{75} ; y en la celda I8 escribe p_{90} .

	A	B	C	D
1			cuartiles	percentiles
2	Edades			
3	13	moda	q1	p1
4	13	media	q2	p10
5	14	mediana	q3	p25
6	13			p50
7	14			p75
8	14			p90
9	13			
10	14			
11	13			
12	13			
13	14			
14	15			
15	15			
16				

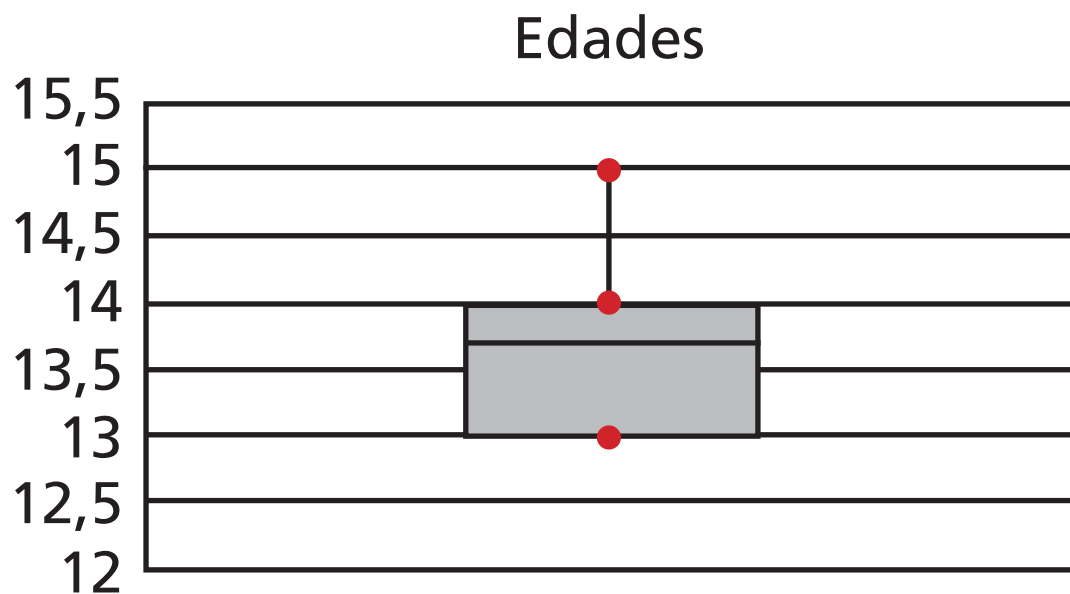
5. En las celdas correspondientes escribe las siguientes fórmulas para calcular cada valor.

Celda	Formula	¿Qué hace?
D3	=MODA(A3:A15)	Calcula la moda
D4	=PROMEDIO(A3:A15)	Calcula la media
D5	=MEDIANA(A3:A15)	Calcula la mediana
G3	=CUARTIL(A3:A15;1)	Calcula el cuartil 1
G4	=CUARTIL(A3:A15;2)	Calcula el cuartil 2
G5	=CUARTIL(A3:A15;3)	Calcula el cuartil 3
J3	=PERCENTIL(A3:A15;0,01)	Calcula el percentil 1
J4	=PERCENTIL(A3:A15;0,1)	Calcula el percentil 10
J5	=PERCENTIL(A3:A15;0,25)	Calcula el percentil 25
J6	=PERCENTIL(A3:A15;0,5)	Calcula el percentil 50
J7	=PERCENTIL(A3:A15;0,75)	Calcula el percentil 75
J8	=PERCENTIL(A3:A15;0,9)	Calcula el percentil 90

6. En este caso se obtiene lo siguiente:

	A	B	C	D	E
1			cuartiles	percentiles	
2	Edades				
3	13	moda	q1	p1	13
4	13	media	q2	p10	13
5	14	mediana	q3	p25	13
6	13			p50	14
7	14			p75	14
8	14			p90	14,8
9	13				
10	14				
11	13				
12	13				
13	14				
14	15				
15	15				
16					

7. También puedes construir en la hoja de cálculo el diagrama de cajón que representa la situación. En este caso, el diagrama de cajón fue construido de forma vertical.



¿Crees que el uso de tecnologías ayuda en tu proceso de aprendizaje? Comenta con tus compañeros.



DBA U4-ACT-4, 5, 16 y 17

Lección

2

PROBABILIDAD

PRINCIPIO MULTIPLICATIVO

Rapa Nui es una isla de Chile perteneciente a la región de Valparaíso. Es uno de los principales destinos turísticos del país debido a su naturaleza y por sus enigmáticas e imponentes estatuas, llamadas moai.

Para la tradición rapa nui existe un infinito mundo de seres y fuerzas sobrenaturales, lo que hace pensar que los habitantes de la isla siempre estaban en constante conexión con las fuerzas del universo. Eso explica la creencia de un dios de la tierra, del viento o el hecho que una roca tenga su propio espíritu.

En ese contexto, es posible comprender el carácter sagrado que tiene el elemento tierra, que para la cultura rapa nui es sinónimo de kaina (territorio, matriz, útero).

Fuente: <http://chileprecolombino.cl/pueblos-originarios/rapa-nui/artel>



Fuente: Gettyimages/Volanthevist

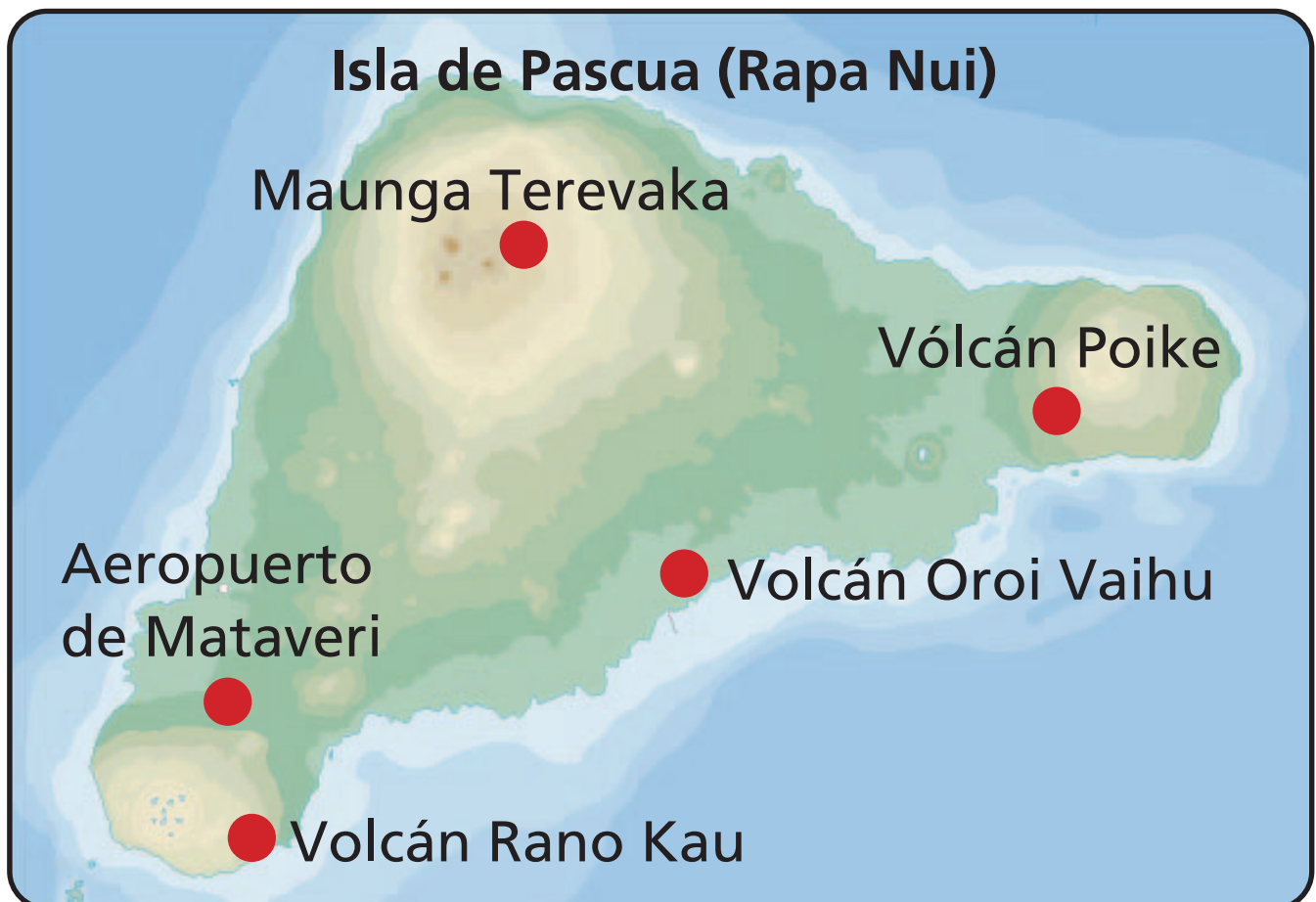
“Uno de los elementos que caracteriza al pueblo Rapa Nui, se relaciona con la actividad escultórica. Los relatos y la tradición oral indican que la actividad escultórica se inició en el Rano Raraku o volcán Raraku, territorio en el cual los escultores se organizaron para construir este legado cultural reconocido en el mundo entero.

Investiga sobre el pueblo Rapa Nui y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo llegó el pueblo a la isla?
2. ¿Qué son los moai y cuántos hay en la isla?
3. ¿Por qué crees que hay moai que están enterrados? Comenta con tu curso.

Ejemplo 1

La siguiente imagen corresponde al mapa topográfico de Rapa Nui. En cada esquina se ubica un volcán inactivo. Al norte se encuentra el Maunga Terevaka, que es el punto más alto de la isla; por el sudeste se ubica la península del Poike, con el volcán Puakatiki, y al sudoeste se encuentra el Rano Kau, en cuyo interior existen diversas lagunas.



Supón que para llegar de Poike a Oroí una persona tiene la opción de viajar en moto o bicicleta; luego, de Oroí a Vaihu lo puede hacer en bicicleta, moto o a pie, y de Vaihu al aeropuerto de Mataverí puede viajar en taxi o a pie.

¿De cuántas maneras puede realizar su viaje si pasa por todos los destinos en el orden indicado?

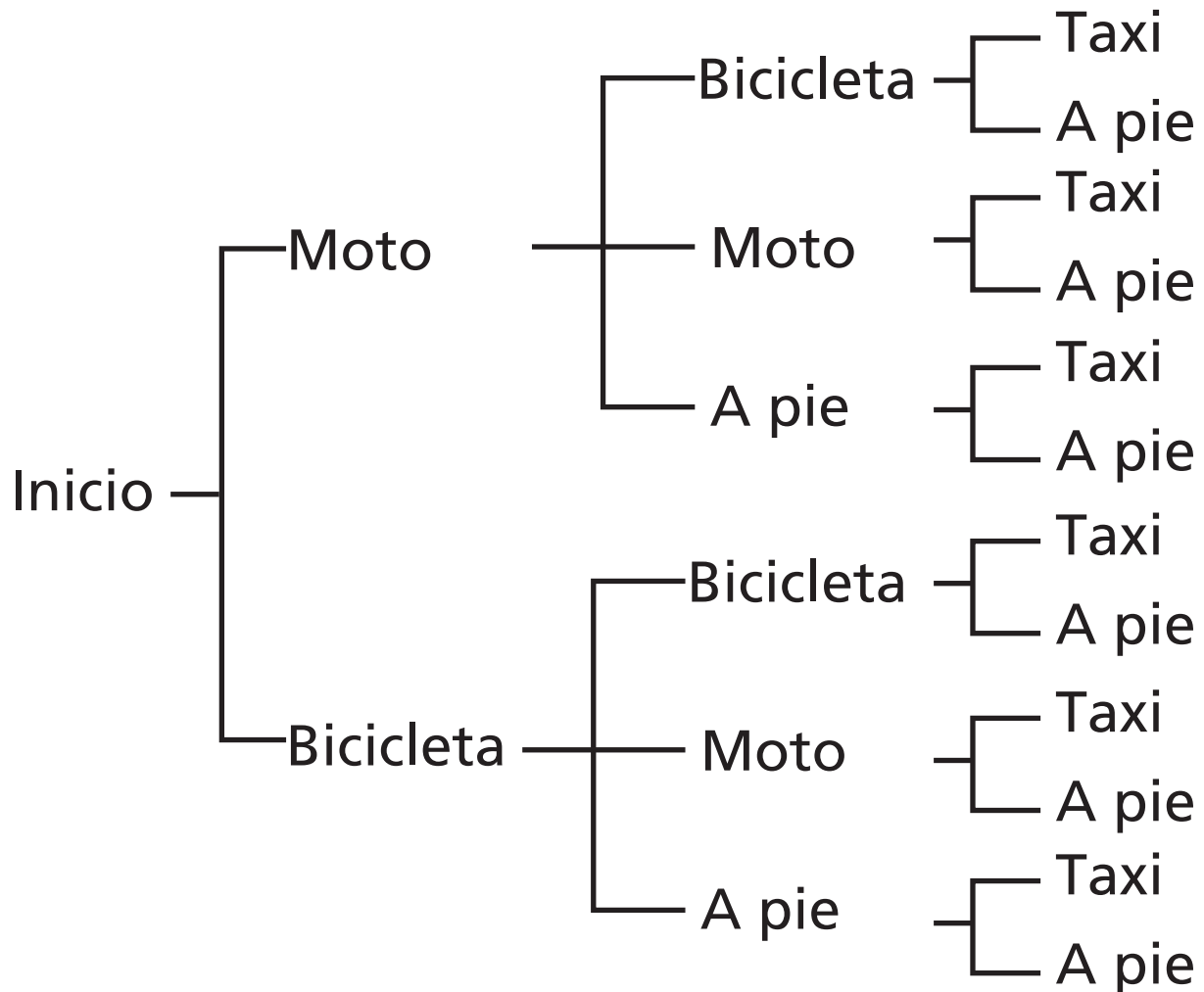
1. Representa todas las posibles combinaciones de viaje. Para ello, puedes construir un diagrama de

Poike

Oroi

Vaihu

Aeropuerto
Mataveri



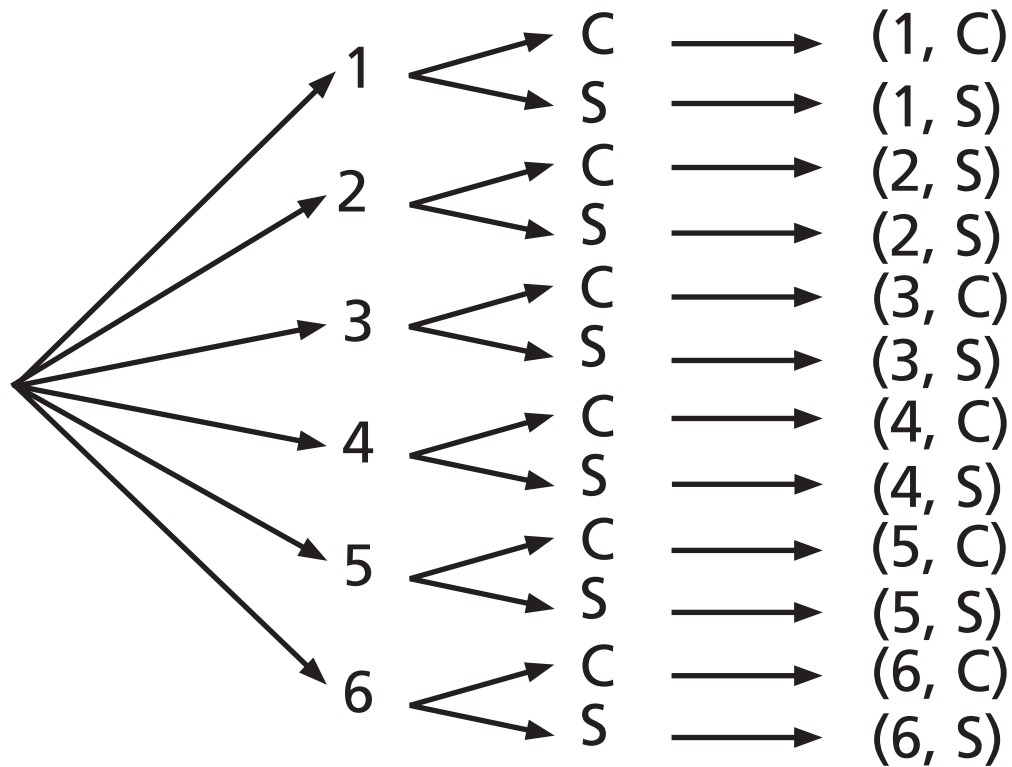
2. Al observar el diagrama, puedes notar que hay 12 opciones para realizar el viaje.

Aprende

El **diagrama de árbol** permite representar los resultados posibles de un experimento aleatorio. Cada ramificación del diagrama corresponde a un elemento del espacio muestral y cada camino, a un posible resultado del experimento.

Ejemplo 2

Se realiza el experimento aleatorio de lanzar un dado de seis caras (1, 2, 3, 4, 5 o 6) y una moneda (C o S). Representa los resultados con un diagrama de árbol y determina cuántos son los resultados posibles.

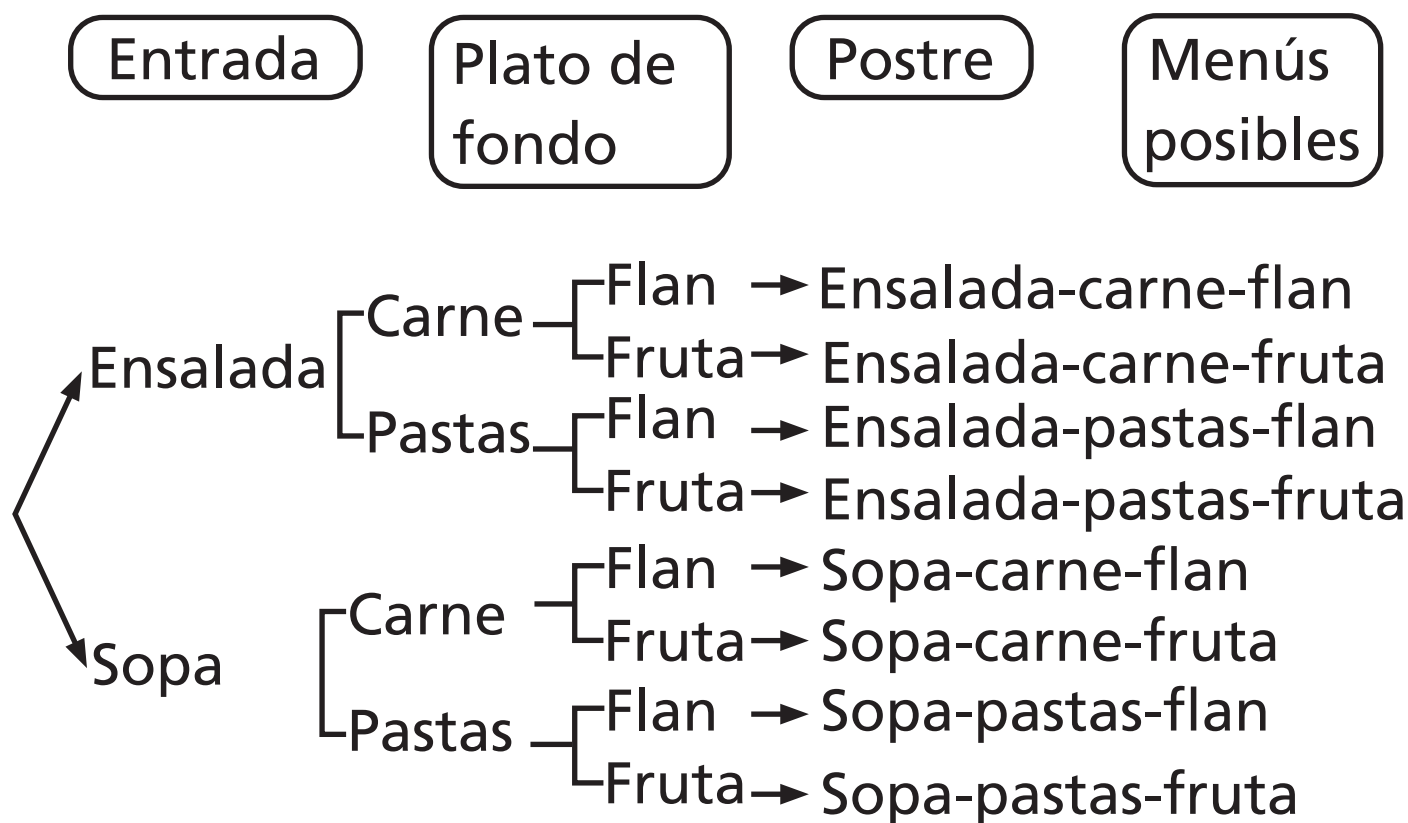


En el experimento de lanzar una moneda y un dado hay 12 resultados posibles, los cuales corresponden al espacio muestral.

Ejemplo 3

En el menú del colegio se ofrecen diferentes opciones. Hay 2 platos de entrada (ensalada o sopa), 2 platos de fondo (carne al jugo o pastas) y 2 postres (flan o fruta). ¿Cuántas combinaciones del menú se pueden hacer con estas opciones?

1. Representa las combinaciones en un diagrama de árbol.



2. Entonces, se pueden formar 8 menús diferentes.

¿Crees que es útil representar datos en un diagrama de árbol?, ¿por qué?

Aprende

- El **principio multiplicativo** es una técnica de conteo en la que si un conjunto está compuesto por n_1 elementos, otro conjunto por n_2 elementos, y así sucesivamente con k conjuntos diferentes, entonces, la cantidad de maneras de combinar los elementos de los conjuntos es:

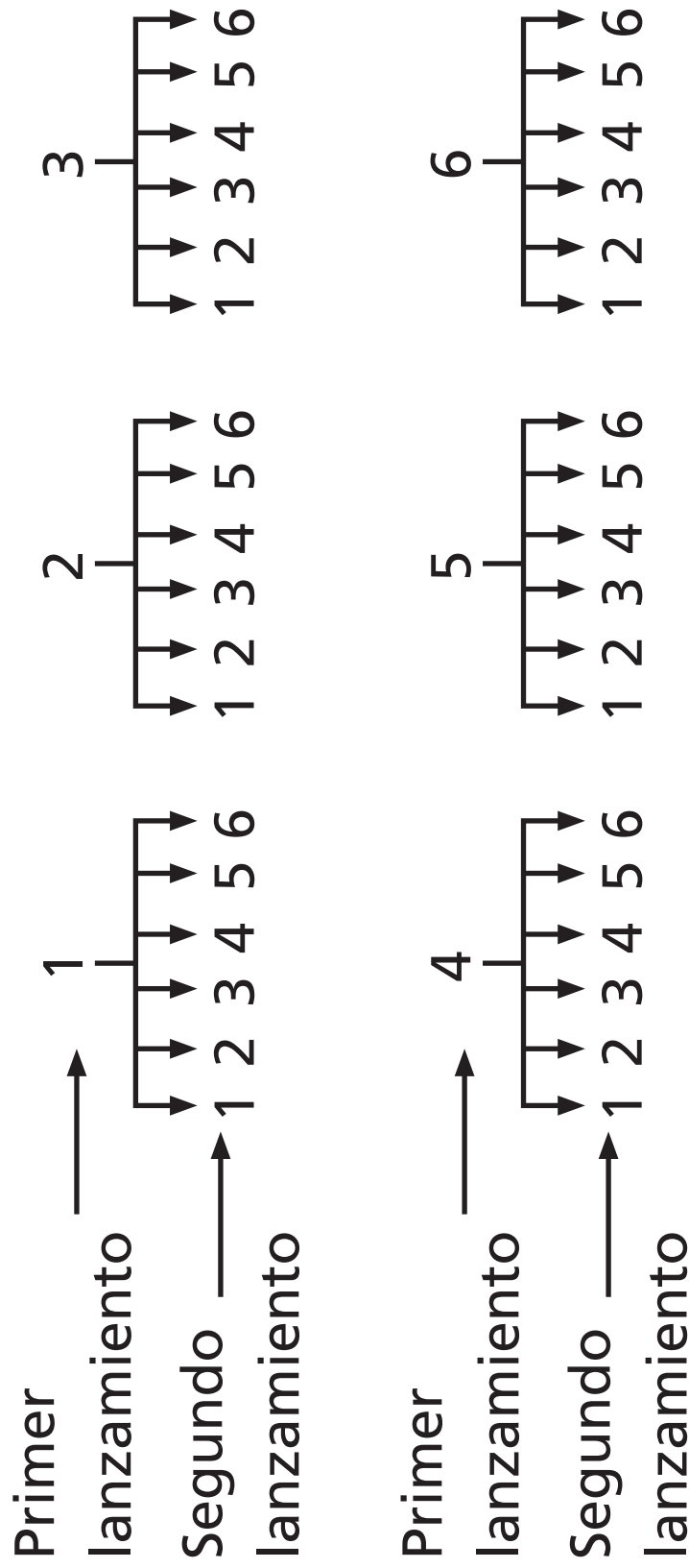
$$n_1 \bullet n_2 \bullet \dots \bullet n_k$$

- La cardinalidad de un conjunto A ($\#A$) corresponde a la cantidad de elementos contenidos en él.

Ejemplo 4

Al lanzar un dado de seis caras dos veces, ¿cuál es la cantidad de resultados posibles?

1. Para determinar la cantidad de resultados posibles, puedes utilizar un diagrama de árbol, en el cual se escriben de forma ramificada los elementos de cada lanzamiento.



Puedes observar que hay 36 resultados posibles y que cada camino corresponde a una combinación posible, por ejemplo, $(1, 1)$ o $(2, 3)$.

2. También es posible determinar la cantidad de resultados posibles utilizando una tabla.

	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

3. Asimismo, también es posible utilizar el principio multiplicativo para resolver. Luego, la cantidad de combinaciones son 36, ya que en cada lanzamiento hay 6 posibles resultados (1, 2, 3, 4, 5 y 6) y son 2 lanzamientos, es decir, $6 \bullet 6 = 36$.

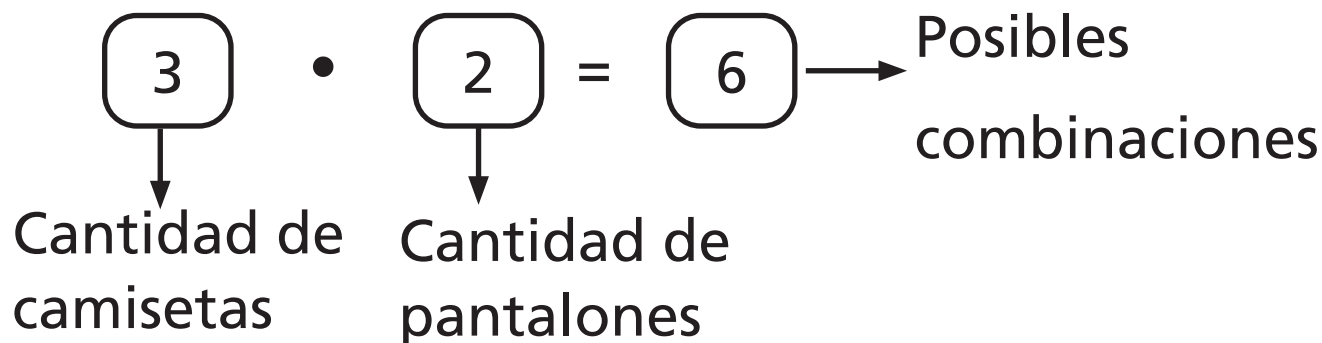
Ejemplo 5

Alejandro tiene 3 camisetas (roja, verde y azul) y 2 pantalones (negro, café). ¿De cuántas formas distintas puede escoger una camiseta con un pantalón?

1. Representa las posibles combinaciones que puede elegir Alejandro.



2. Para calcular de cuántas formas distintas puede escoger una camiseta con un pantalón, utiliza el principio multiplicativo:



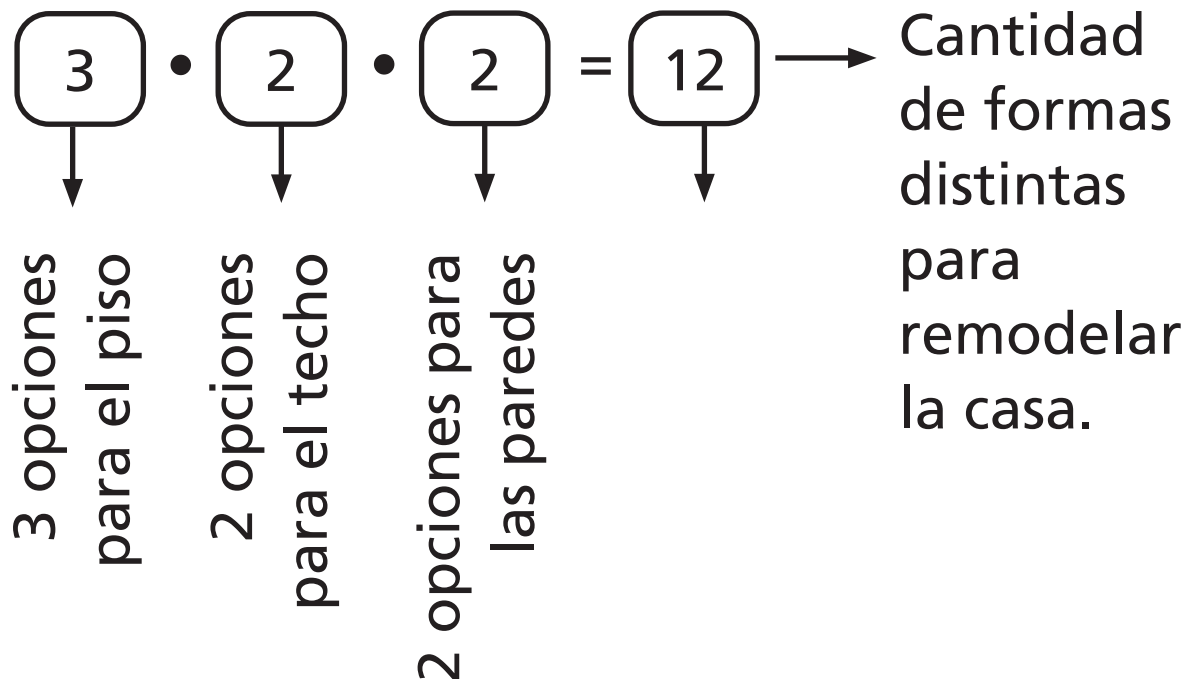
Ejemplo 6

Al remodelar una casa, se puede escoger entre las siguientes opciones: el piso puede ser de madera, cerámica o alfombra. El techo puede tener o no vigas a la vista. Las paredes pueden ser de color blanco o amarillo. ¿Cuántas opciones hay para remodelar la casa si se elige una opción en cada categoría?

1. Determina la cantidad de elementos de cada conjunto.

A : Piso	#A = 3
B : Techo	#B = 2
C : Paredes	#C = 2

2. La cantidad de formas que hay para remodelar la casa está dada por:

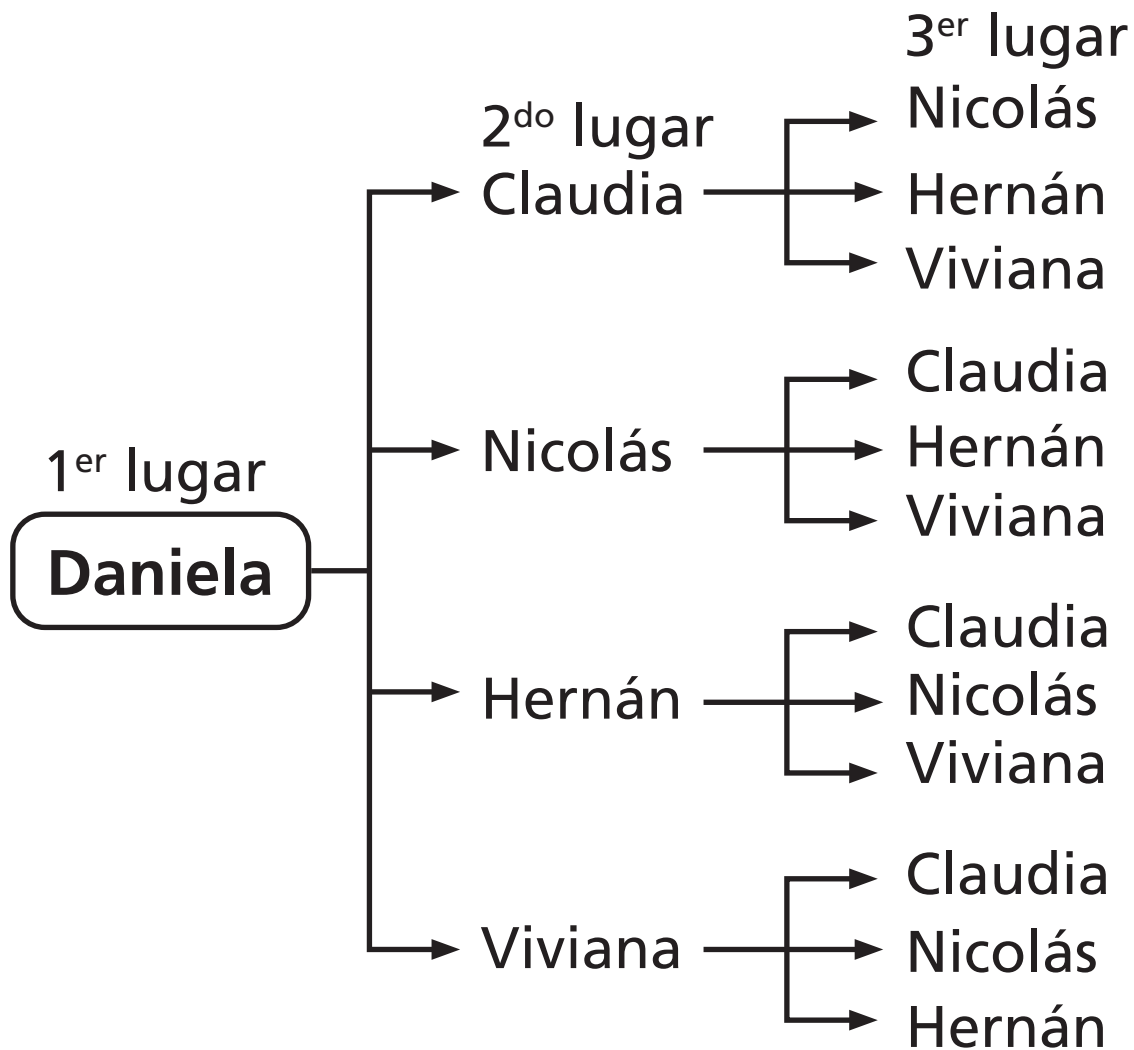


Ejemplo 7

En un festival se otorgan premios a los tres primeros lugares. Quedaron seleccionadas 5 personas: Claudia, Nicolás, Hernán, Viviana y Daniela. Si los jueces otorgaron el primer lugar a Daniela, ¿de cuántas formas se podrían entregar los premios?

1. Las combinaciones las puedes ver en un diagrama de árbol.

Observa que en cada rama se considera a los participantes que no se ubican en la rama anterior, ya que una misma persona no puede obtener más de un lugar simultáneamente.



2. La cantidad de formas en que se pueden entregar los premios está dada por:

$$1 \cdot 4 \cdot 3 = 12$$

Ejemplo 8

Por seguridad, Antonia cambia mensualmente la clave de su cuenta de ahorros. Para esto, utiliza todas las combinaciones de cuatro números que puede realizar con los dígitos del 1 al 4 de modo que en cada clave no se repite ninguno. En estas condiciones, ¿cuánto tiempo pasa Antonia sin repetir ninguna clave?

1. Considera que cada clave debe ser de 4 números y que los dígitos no se pueden repetir.
2. Aplica el principio multiplicativo para determinar la cantidad de claves posibles.

Ten en cuenta que como los dígitos no se pueden repetir, la cantidad de opciones va disminuyendo, es decir, hay 4 opciones para el primer dígito, 3 para el segundo, 2 para el tercero y 1 opción para el cuarto dígito.

$$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$$

3. Entonces, pasan 24 meses en los que Antonia no repite ninguna clave.



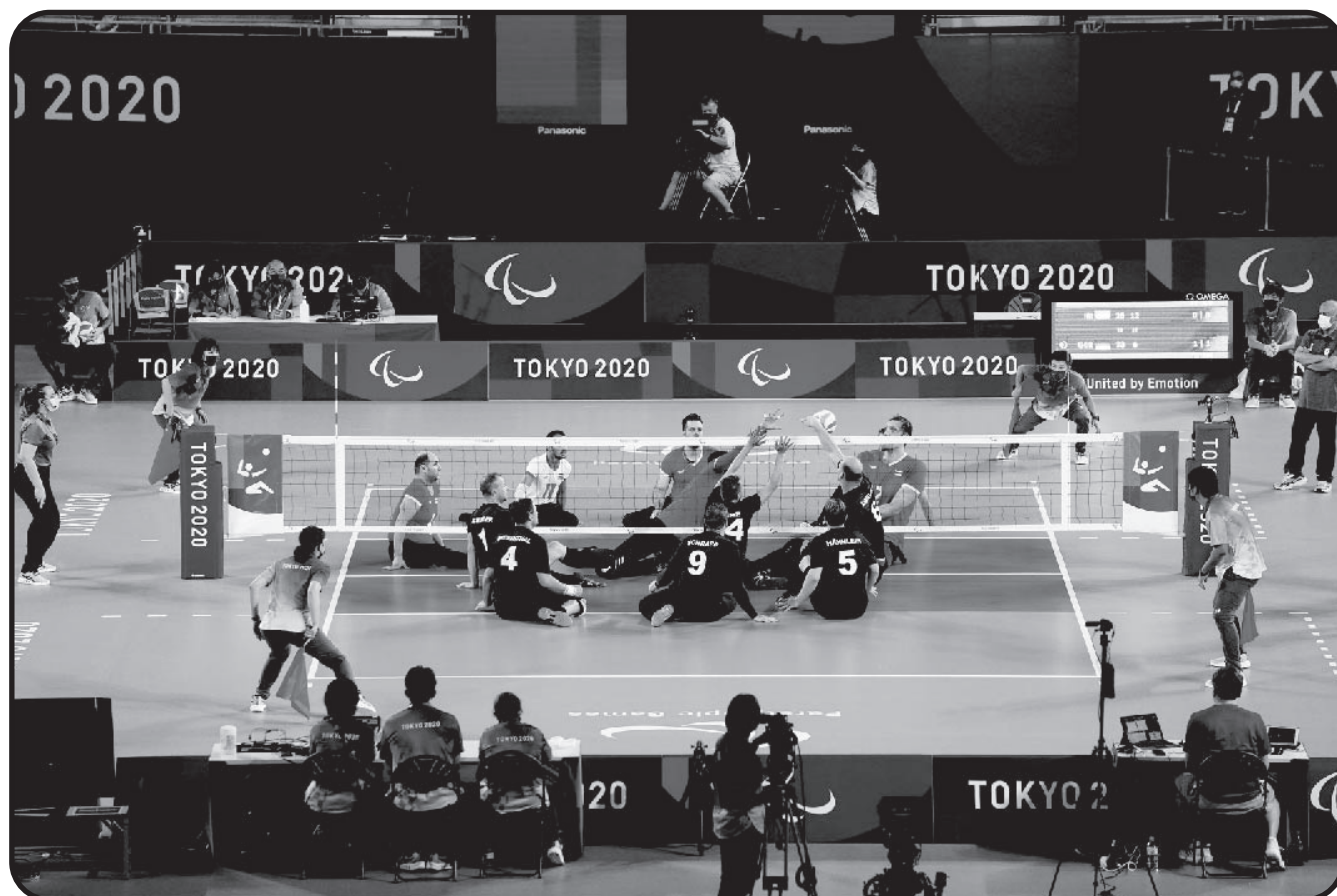
BDA U4-ACT-6, 18

CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Antes de iniciar un partido de vóleibol, el primer árbitro realiza un sorteo en presencia de los capitanes de ambos equipos. Para ello, generalmente utiliza una moneda que es lanzada al aire. El ganador del sorteo es quien decide el derecho a sacar o recibir el saque o el lado del campo.

Fuente: <https://paravolleypanam.com/wp-content/uploads/2020/01/Official-Sitting-Volleyball-Rules-2017-2020-Spanish.pdf>

El vóleibol sentado se ha convertido en uno de los principales deportes de equipo del programa paralímpico. Una de las reglas es que, en todo momento, una parte del torso del atleta debe estar en contacto con el suelo y se permiten bloqueos de servicio y ataques.



Fuente: Gettyimages/Picture alliance

Para conocer más acerca de este deporte, puedes visitar el siguiente sitio: <https://www.worldparavolley.org/>

Responde las siguientes preguntas:

1. En un partido de vóleibol, ¿cuál es la probabilidad que tiene un equipo de hacer el saque inicial del juego?
2. ¿Qué otro deporte utiliza una moneda para determinar qué equipo inicia el juego? Averigua y luego comenta con tu curso.
3. Indaga acerca de deportistas destacados en este deporte y comenta con tu curso.

Aprende

Se dice que dos sucesos son **equiprobables** si tienen la misma probabilidad de ocurrencia.

Si en un experimento aleatorio todos los resultados posibles son equiprobables y el espacio muestral es finito, entonces, se puede calcular la probabilidad de ocurrencia mediante la regla de Laplace.

La **regla de Laplace** establece que la probabilidad de ocurrencia de un suceso A es el cociente entre la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles (Ω).

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}} = \frac{\# A}{\# \Omega}$$

Ejemplo 1

¿Cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar un dado de seis caras?

1. Determina el espacio muestral (Ω) y el suceso A: obtener un múltiplo de 3.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$\#\Omega = 6$$

$$A = \{3, 6\}$$

$$\#A = 2$$

2. Calcula la probabilidad de A: obtener un múltiplo de 3.

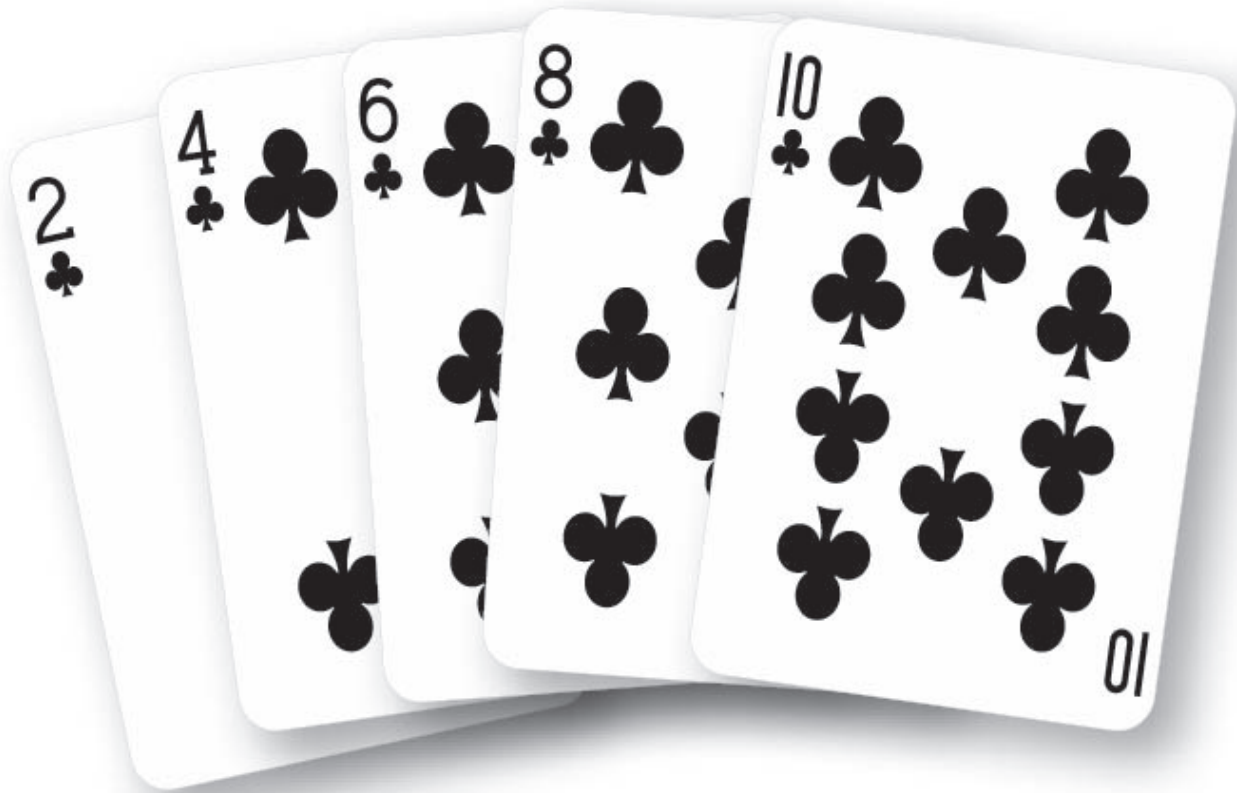
$$P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ejemplo 2

Se seleccionan todas las cartas de trébol de una baraja y se extrae una de ellas al azar. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una carta con un número par?



1. Observa que en total hay 13 cartas y de ellas hay 5 con un número par.



Luego, la probabilidad de A: extraer una carta con un número par está dada por:

$$P(A) = \frac{5}{13}$$

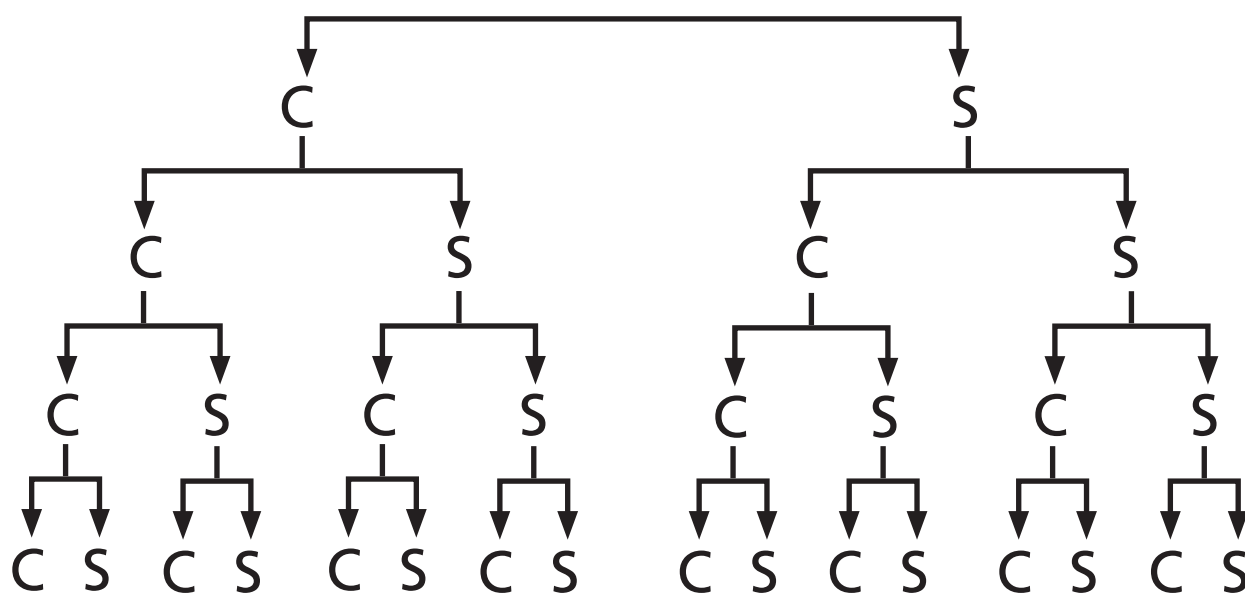
Aprende

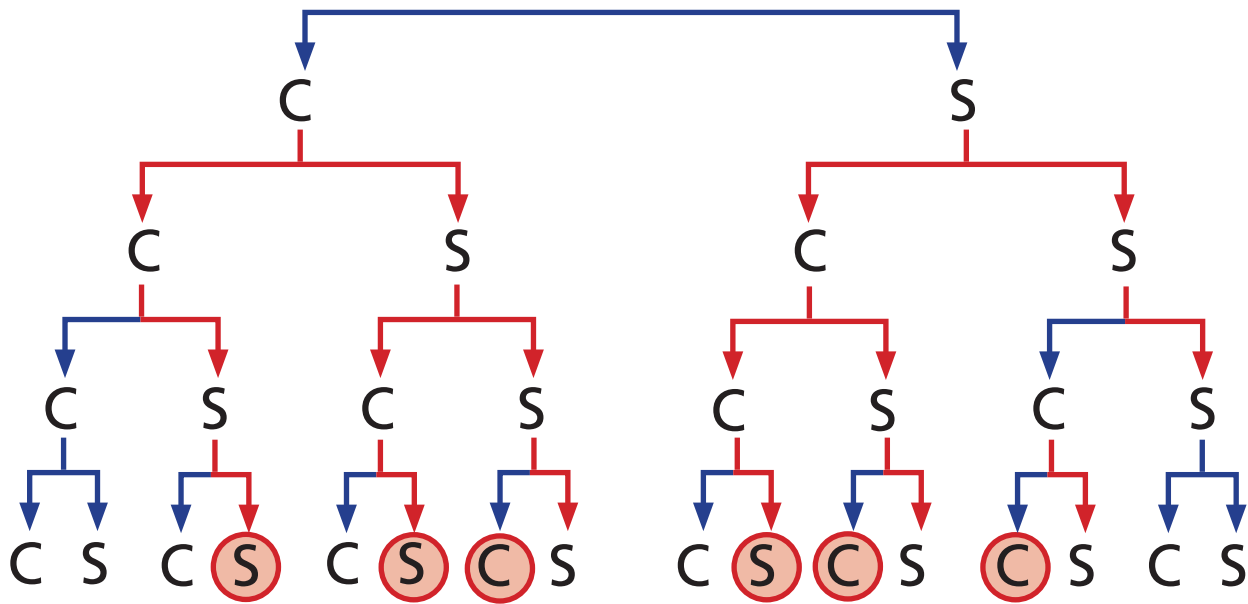
La probabilidad de un suceso se puede expresar como una fracción, como un número decimal o como un porcentaje. Por ejemplo, la probabilidad de obtener una cara al lanzar una moneda es de 0,5 o de $\frac{1}{2}$ o de 50 %.

Ejemplo 3

En el experimento aleatorio de lanzar cuatro monedas, ¿cuál es la probabilidad de obtener solo dos caras?

1. Determina el espacio muestral del experimento. Para eso, puedes construir un diagrama de árbol.





3. Finalmente, calcula la probabilidad usando la regla de Laplace.

$$P(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0,375$$

4. La probabilidad de obtener solo dos caras al lanzar 4 monedas es de $\frac{3}{8}$, de 0,375 o de un 37,5 %.

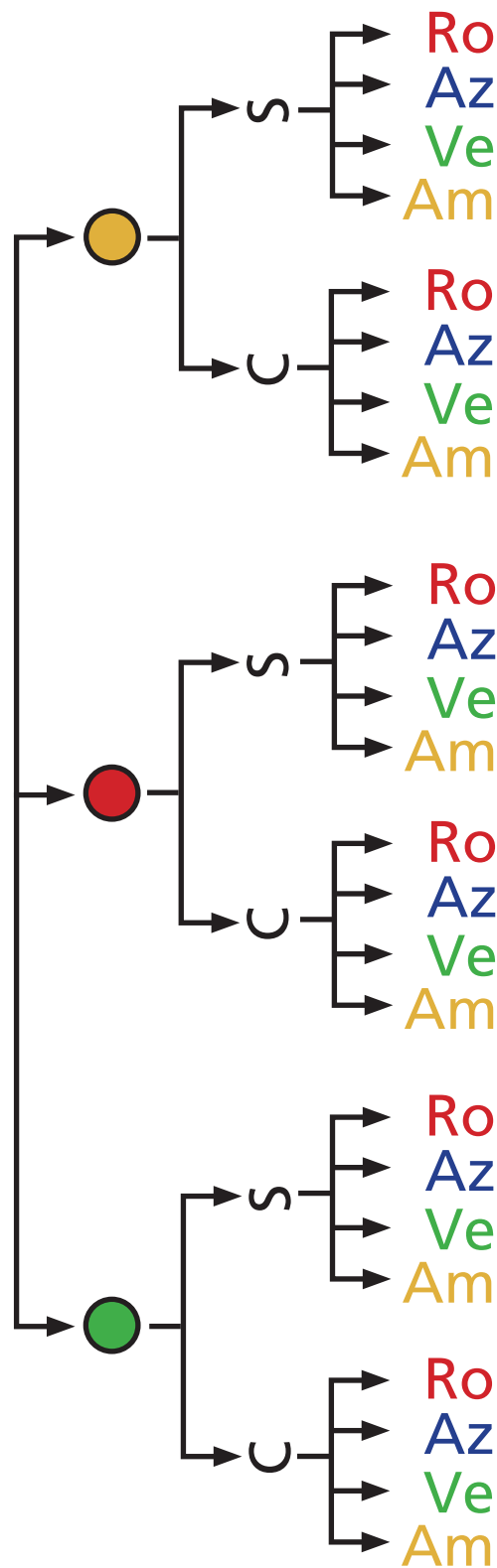
Ejemplo 4

Un experimento aleatorio consiste en extraer al azar una bolita de una caja, luego lanzar una moneda y finalmente girar una ruleta.



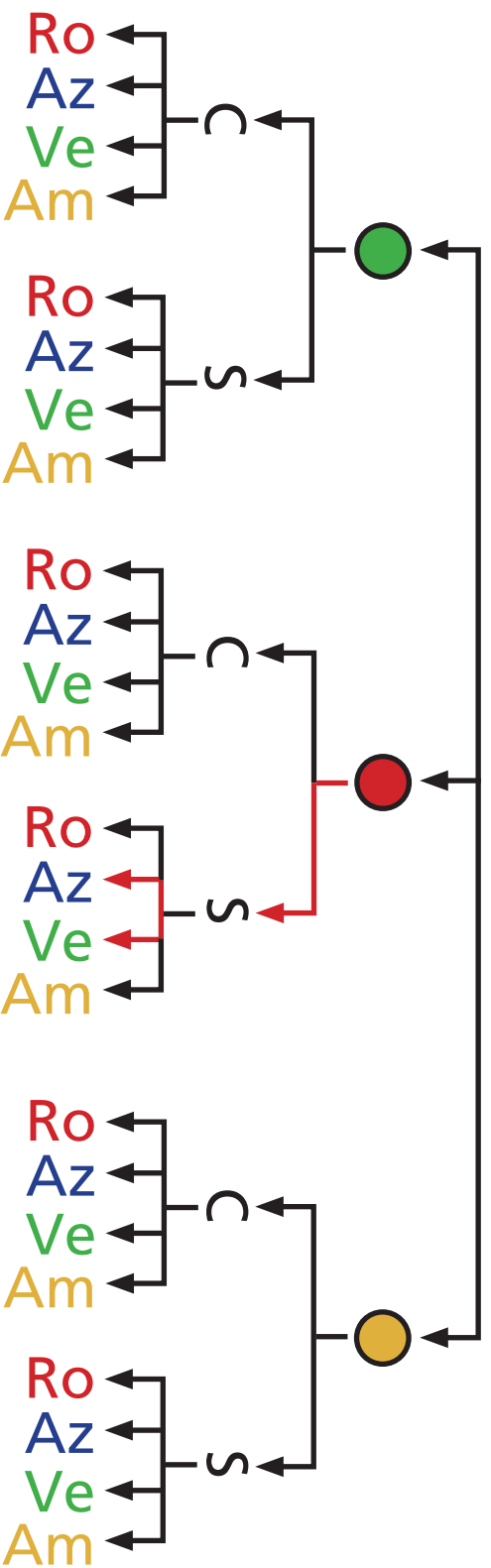
¿Cuál es la probabilidad de obtener una bolita roja, un sello en la moneda y el color verde o azul en la ruleta?

1. Representa la situación con un diagrama de árbol.



Puedes observar que la cantidad de combinaciones posibles es 24.

2. Luego, considera el suceso A : obtener una bolita roja, un sello en la moneda y el color verde o azul en la ruleta.



Finalmente, calcula la probabilidad.

$$P(A) = \frac{2}{24} = \frac{1}{12}$$

Entonces, la probabilidad de obtener una bolita roja, un sello en la moneda y el color verde o azul en la ruleta es de $\frac{1}{12}$.

¿En qué otras situaciones puedes aplicar estos contenidos?



Herramientas tecnológicas

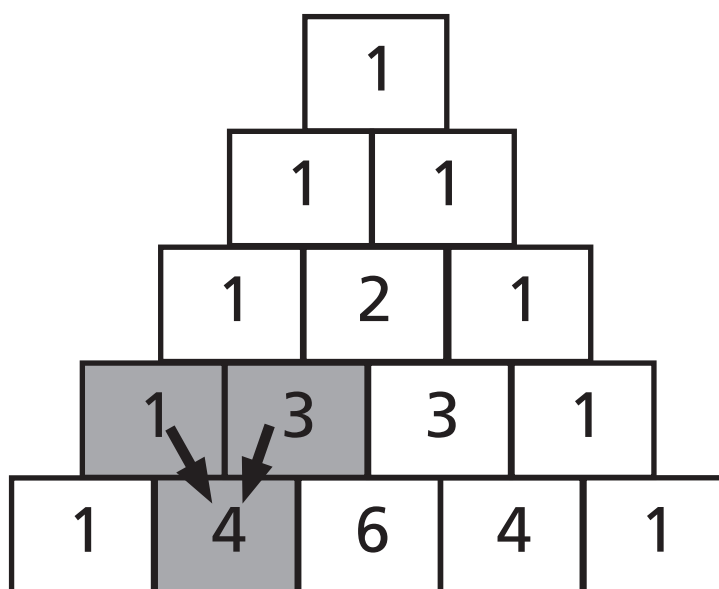
Para reforzar la equivalencia entre fracciones, decimales y porcentajes, puedes utilizar el siguiente recurso:

<https://www.geogebra.org/m/pagKgma9#material/tvWNZpuS>

Aprende

El **triángulo de Pascal** es un triángulo de números enteros, infinito y simétrico de derecha a izquierda y viceversa.

Para construirlo, cada número en el triángulo es la suma de los dos que están situados por encima de él.

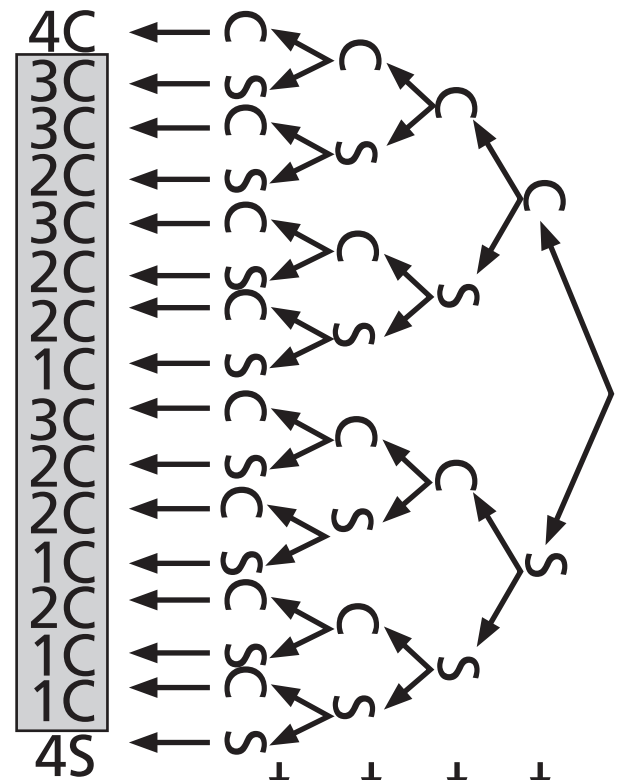


Ejemplo 5

Se lanzarán 4 monedas al aire. ¿Cuál es la probabilidad de obtener al menos un sello?

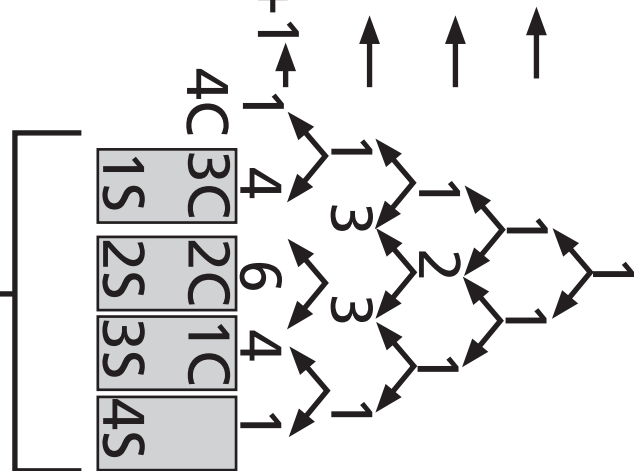
1. Utiliza un diagrama de árbol para representar la situación y relaciónalo con el triángulo de Pascal.

Diagrama de árbol



$\rightarrow 2^1 = 1+1$
 $\rightarrow 2^2 = 2+1$
 $\rightarrow 2^3 = 3+3$
 $\rightarrow 2^4 = 1+4+6+4+1$
16 casos totales

Triângulo de pascal



4+6+4+1=15 casos favorables

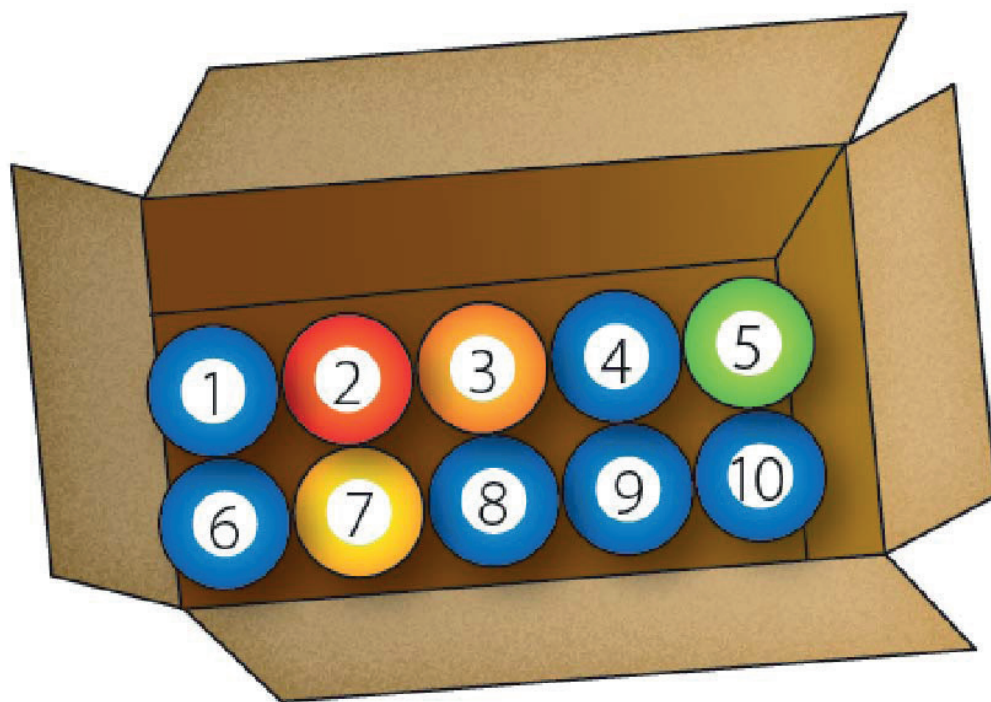
2. Los casos favorables al suceso A: obtener al menos un sello, son 15 y la cantidad de casos posibles es 16

$$P(A) = \frac{15}{16}$$

Luego, la probabilidad de que al lanzar 4 monedas al aire el resultado contenga al menos un sello es $\frac{15}{16}$.

Ejemplo 6

En una caja se tienen 10 bolitas iguales numeradas del 1 al 10, como las que se muestran en la imagen.



¿Cuál es la probabilidad de que al extraer al azar una bolita, esta sea de color azul y esté numerada con un valor mayor que 4?

1. Para responder debes identificar cuáles son los casos en que al extraer una bolita se cumpla con las condiciones pedidas.

Puedes definir los sucesos A y B de la siguiente forma:

A: obtener una bolita numerada con un valor mayor que 4.

B: obtener una bolita de color azul.

2. Luego, puedes analizar cuáles son los casos favorables a ambos sucesos:

Los casos favorables al suceso A son:

$\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

Debes notar que la bolita con el número 4 no está incluida en este conjunto, ya que no cumple con la condición.

Los casos favorables al suceso B son:

$\{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$

3. Al utilizar los conjuntos anteriores, puedes determinar cuál es la cantidad de bolitas que cumplen con la condición pedida.

$$A = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$$

Las bolitas que cumplen con ambas condiciones son $\{6, 8, 9, 10\}$.

4. Sea el suceso C: extraer una bolita con un número mayor que 4 y de color azul.

$$P(C) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0,4$$

Entonces, la probabilidad de extraer una bolita con un número mayor que 4 y de color azul es de $\frac{2}{5}$, o de 0,4, o de 40 %.



Herramientas tecnológicas

En esta actividad deberás usar una planilla de cálculo para simular el lanzamiento de un dado. Sigue las instrucciones que se presentan a continuación.

1. En una hoja de cálculo escribe en la celda **A1** la función **=ALEATORIO()**.

Esta función creará un número decimal aleatorio entre 0 y 1. Cada vez que hagas un cambio en la hoja de cálculo, se generará un nuevo número.

A1 Fx ALEATORIO						
	A	B	C	D	E	F
1	0,59202596					
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

2. Se quiere obtener un número entre 1 y 6, que son las posibilidades de un dado.
- Escribe en la celda **A2** la función = **ALEATORIO()*5**. Al escribir esta función, el número que se cree estará multiplicado por 5, por lo que el número generado es un decimal entre 0 y 5.

A2	F _x =ALEATORIO()*5					
	A	B	C	D	E	F
1	0,59202596					
2	2,31706583					
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						

3. Para quitar la parte decimal,
escribe en otra celda la función:
=REDONDEAR(ALEATORIO() *5; 0).

El primer argumento de la función es el número que se quiere redondear (el número generado aleatoriamente) y el segundo argumento, el número de decimales al que se quiere que se redondee ese número (0 decimales).

Se obtendrán números enteros desde el 0 al 5.

A3	F _x =REDONDEAR(ALEATORIO() *5; 0)					
	A	B	C	D	E	F
1	0,59202596					
2	2,31706583					
3	1					
4						
5						
6						
7						
8						
9						

4. Para que los posibles números sean desde el 1 al 6, basta escribir en la celda **A4** la función **=REDONDEAR(ALEATORIO()*5; 0) + 1**. Esta función le suma 1 a cada número generado aleatoriamente.

5. Copia esta función desde la celda **B1** hasta la celda **B20**.

B8 F _x =REDONDEAR(ALEATORIO()*5; 0) + 1						
	A	B	C	D	E	F
1	0,90965025	5				
2	2,24356695	1				
3	4	4				
4	4	2				
5		3				
6		3				
7		5				
8		4				
9		2				
10		5				

 BDA U4-ACT-7, 8, 9, 10, 19, 20, 21, 22

SÍNTESIS

UNIDAD 4: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Lección 1 Estadística

Representaciones gráficas

- **Gráficos de barras:** se utilizan para comparar las frecuencias de variables cualitativas o cuantitativas discretas.
- **Histogramas:** son gráficos formados por barras contiguas, en que cada una representa un intervalo de valores de una variable cuantitativa continua.

Sirve para expresar información sobre datos que están agrupados en intervalos.

- **Gráficos de líneas:** permiten representar variables cuantitativas que varían en el tiempo.
- **Gráficos circulares:** se emplean para mostrar información que se expresa en porcentajes o razones respecto de un total, que se representa por el círculo completo.

¿Qué gráfico podría ser el más adecuado para representar las siguientes variables?

- Temperaturas registradas cada 1 hora durante un día en una ciudad. Gráfico de líneas para poder ver tendencias de la temperatura en un día.

- Resultados de las elecciones de presidente de curso. Gráfico de barras debido a que son variables cualitativas.
- Estatura de un grupo de estudiantes de la Región de Arica y Parinacota. Un histograma dado que las estaturas se pueden representar por intervalos.

Medidas de posición

Las medidas de posición dividen una distribución ordenada en grupos con la misma cantidad de datos.

Para calcular el cuartil Q_k se deben ordenar los n datos en forma creciente y calcular $\frac{n \cdot k}{4}$.

- Si resulta un número entero, Q_k es igual al promedio entre el dato que se ubica en esa posición y el dato siguiente.
- Si resulta un número decimal, Q_k es igual al dato que ocupa la **posición** $\frac{n \cdot k}{4} + 1$.

Lo que has aprendido sobre estadística, ¿con qué conocimientos previos lo puedes relacionar?

¿Cómo aporta a tu aprendizaje respetar las opiniones de tus compañeros y compañeras?

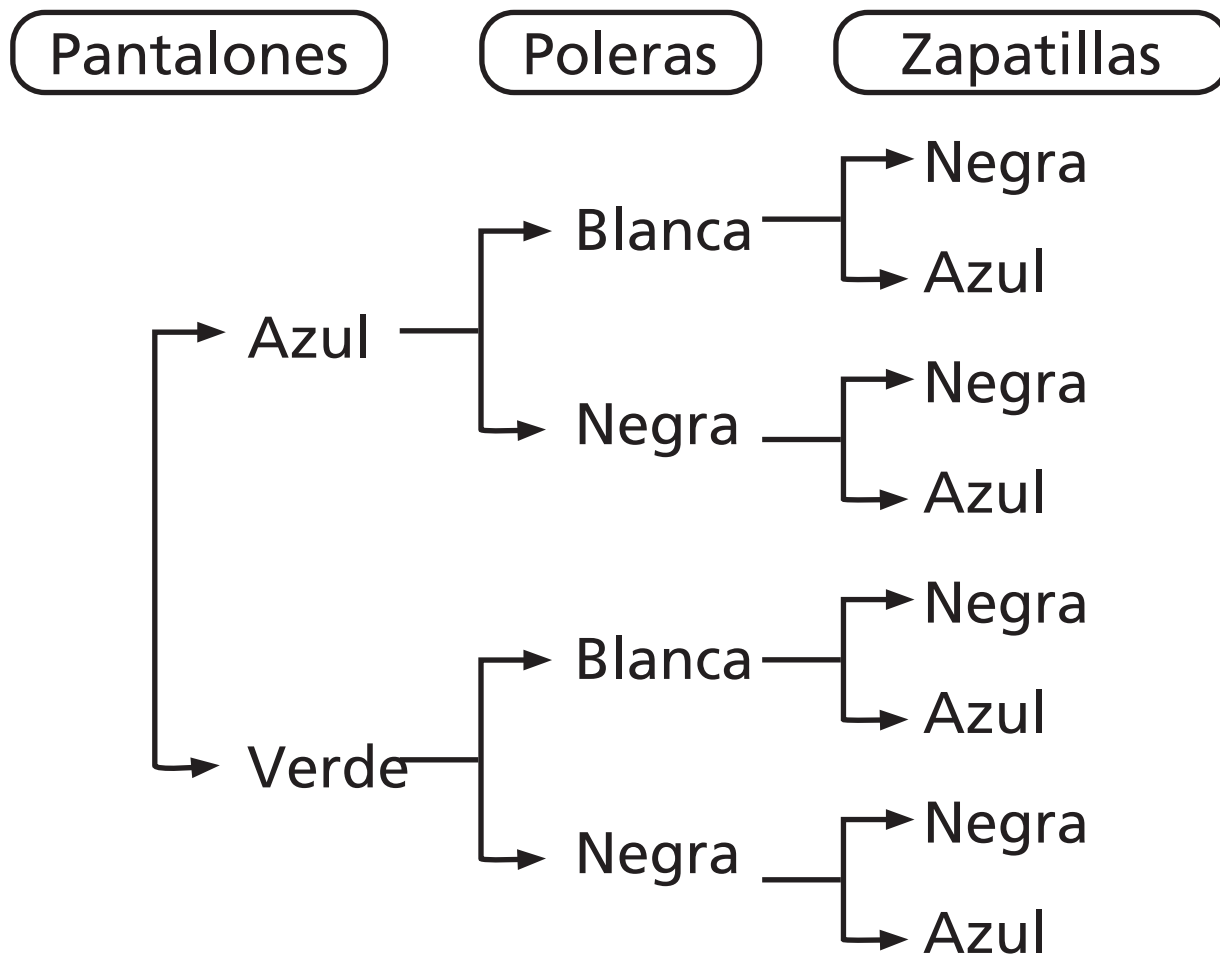
Lección 2 Probabilidad

Principio multiplicativo

El **principio multiplicativo** es una técnica de conteo en la que si un conjunto está compuesto por n_1 elementos, otro conjunto por n_2 elementos, y así sucesivamente con k conjuntos diferentes, entonces, la cantidad de maneras de combinar los elementos de los conjuntos es:

$$n_1 \bullet n_2 \bullet \dots \bullet n_k$$

Se tienen 2 pantalones (azul, verde), 2 poleras (blanca, negra) y 2 pares de zapatillas (negra, azul). ¿Cuántas tenidas de ropa se pueden formar?



$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

Se pueden formar 8 tenidas diferentes.

Cálculo de probabilidades

La **regla de Laplace** establece que la probabilidad de ocurrencia de un suceso A es el cociente entre la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles (Ω).

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}} = \frac{\#A}{\# \Omega}$$

Por ejemplo, en la situación anterior, la probabilidad de que se elija el pantalón azul, la polera negra y las zapatillas azules es de $\frac{1}{8}$, ya que hay 1 caso favorable de 8 casos posibles.

¿Qué conocías acerca del cálculo de probabilidades? ¿Qué sabes ahora?

¿Crees que debes repasar algún contenido?, ¿por qué?



BDA U4-ACT-23, 24 y 25

GLOSARIO

A

- **Abscisa:** valor que se representa en el eje horizontal o eje X en el plano cartesiano.
- **Ángulo interior:** es el formado por dos lados contiguos de un polígono y se encuentra dentro de este.
- **Área:** medida de una superficie.

B

- **Base de una potencia:** corresponde al factor que se repite en una potencia.

C

- **Círculo:** región o área del plano delimitada por una circunferencia.
- **Coeficiente numérico:** constante que multiplica la parte literal de un término algebraico.
- **Cuadrado:** cuadrilátero cuyos cuatro ángulos interiores miden 90° y sus lados tienen la misma medida.

D

- **Diámetro:** Segmento que une dos puntos de una circunferencia y que pasa por el centro de esta.

E

- **Ecuación:** igualdad entre expresiones algebraicas que solo se cumple para algunos valores de la incógnita.
- **Evento:** subconjunto del espacio muestral.
- **Experimento aleatorio:** experimento en el que no se tiene certeza de lo que pasará. Por lo tanto, no se puede predecir su resultado.
- **Expresión algebraica:** términos algebraicos relacionados entre sí mediante operaciones de adición o sustracción.
- **Exponente:** término de una potencia que indica cuántas veces multiplica la base por sí misma.

F

- **Factor literal:** parte no numérica de un término algebraico.
- **Frecuencia absoluta:** número de veces que se repite un determinado valor en la variable estadística que se estudia.

I

- **Incógnita:** cada una de las variables que aparecen en una ecuación o inecuación que son desconocidas.
- **Inecuación:** desigualdad en la que aparecen una o más incógnitas.



L

- **Longitud:** distancia entre dos puntos.



M

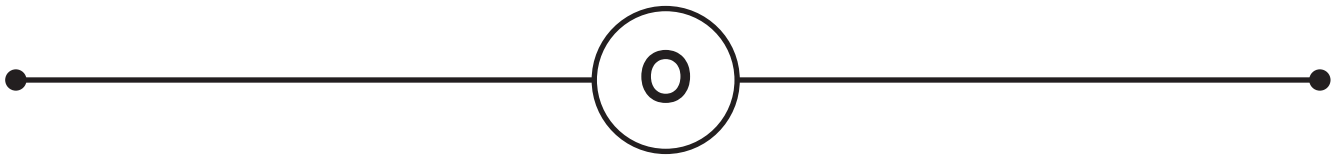
- **Mediana (Me):** valor que ocupa el lugar central en una distribución de datos.



N

- **Números enteros (Z):** conjunto numérico formado por los números naturales (N), el cero y los inversos aditivos de los números naturales.
- **Número decimal:** número formado por una parte entera y una parte decimal separada por una coma decimal.

- **Número mixto:** número representado por un número entero y por una fracción.



- **Ordenada:** valor que se representa en el eje vertical (eje Y) en el plano cartesiano.
- **Origen:** punto en el que se intersecan los ejes del plano cartesiano. Se representa con el punto $(0, 0)$.



- **Perímetro:** longitud del borde de una figura. En un polígono se calcula como la suma de las medidas de sus lados.

- **Pi (π):** número irracional que corresponde a la razón entre el perímetro y el diámetro de un círculo.
- **Plano cartesiano:** es el plano euclidiano provisto de un sistema de coordenadas en el que se distinguen dos ejes perpendiculares que determinan cada punto en el plano.
- **Porcentaje:** razón cuyo consecuente es 100. Se representa por el símbolo %.
- **Potencia:** expresión usada para indicar la multiplicación de un factor por sí mismo una determinada cantidad de veces.
- **Probabilidad:** posibilidad de ocurrencia de un evento. Toma valores entre 0 y 1, pero también se puede escribir como porcentaje.
- **Proporción:** igualdad de dos razones.

R

- **Radio:** segmento de recta que une el centro de una circunferencia con un punto de ella.
- **Razón:** comparación de dos números mediante el cociente entre ellos.
- **Rectángulo:** paralelógramo en el que sus ángulos interiores miden 90° y sus lados opuestos tienen la misma medida.
- **Regla de Laplace:** forma de calcular la probabilidad de un evento, determinando el cociente entre los casos favorables y los casos posibles, en un experimento aleatorio, cuando sus resultados son equiprobables.



T

- **Término algebraico:** cada uno de los sumandos que aparecen en una expresión algebraica.



V

- **Vector:** segmento orientado determinado por su origen y su extremo. Se caracteriza por tener magnitud, dirección y sentido.