ADAPTACIÓN A MACROTIPO

Matemática 8º Básico

Texto del estudiante

Tomo 1

Autoras
Claudia Victoria Torres Jeldes
Mónica Viviana Caroca Toro

EDITORIAL
Santillana

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana
Dieciocho 414, Teléfono: (562) 2787-7392
Santiago de Chile, Año 2024

ÍNDICE

Pág

Unidad 1:
Números 1

Lección 1:
Números enteros ($\mathbb{Z}$) 6

Lección 2:
Números enteros ($\mathbb{Q}$) 37

Lección 3:
Potencia y raíz cuadrada 92

Síntesis 157

Pág

Unidad 2
Álgebra y funciones 165

Lección 1:
Expresiones algebraicas, ecuaciones
e inecuaciones 170

Lección 2:
Funciones 223

Síntesis 285

Pág

Unidad 3
Geometría 292

Lección 1:
Teorema de Pitágoras 298

Lección 2:
Transformaciones isométricas 339

Síntesis 414

Pág

Unidad 4
Probabilidad y estadística 421

Lección 1:
Estadística 426

Lección 2:
Probabilidad 494

Síntesis 542

Glosario.....550

UNIDAD 1

NÚMEROS

En esta unidad estudiarás los números enteros, los números racionales, las potencias y las raíces.

En los últimos 150 años, la temperatura media ha aumentado casi 0,8°C en todo el mundo.

Por ello, se hace necesario emprender acciones para limitar las emisiones, ya que se prevé que se producirá un nuevo aumento de las temperaturas globales hasta los 4°C para 2100. Si llegamos a dicha temperatura, los cambios serán ya irreversibles.

2

Para reflexionar

Reúnete con tus compañeros y respondan las siguientes preguntas:

- ¿Qué es el cambio climático y cómo nos afecta?
- Investiguen soluciones que mitiguen los efectos del cambio climático. Para ello, visiten: **https://www.manosunidas.org/observatorio/cambio-climatico/soluciones-cambio-climatico**
- Utilizando la información, analicen cómo ha cambiado la temperatura en la ciudad donde ustedes viven. Analicen también otras ciudades de Chile. ¿Cómo ha perjudicado esto al país? ¿Qué organismos vivos y sistemas se ven afectados?

¿Qué es el cambio climático?

El cambio climático es la alteración del clima y las temperaturas de la Tierra que afecta a los ecosistemas y origina cambios que directa o indirectamente son producidos por la actividad humana.

Conocimientos previos

Para abordar esta unidad, puedes recordar los siguientes contenidos:

- Adición y sustracción de números enteros.

  $(-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = 5\ (-3) = -15$

- Operaciones combinadas con números enteros:

  $(-4) + ((-3 \bullet -2) : (-1)) = (-4) + ((6) : (-1)) =$

  $(-4) + (-6) = -10$

- Multiplicación y división de fracciones y decimales.

  $\left(3 \bullet 1{,}25\right) : \frac{1}{2} = 3{,}75 : \frac{1}{2} = \frac{15}{4} : \frac{1}{2} =$

  $\frac{15}{4} \bullet 2 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2}$

- Potencias de base 10 con exponente natural. Por ejemplo: base 10 y exponente 5:

  $= 10^5 \bullet 10 \bullet 10 \bullet 10 \bullet 10 = 100\,000$

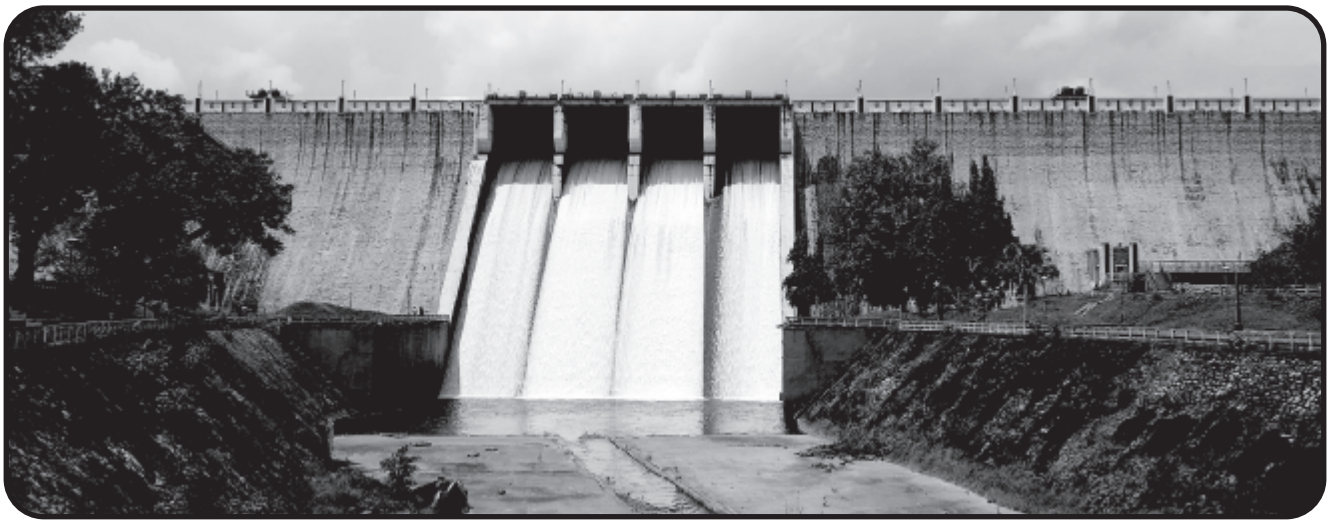
BDA U1-ACT-1, 2 y 17

Lección 1

NÚMEROS ENTEROS ($\mathbb{Z}$)

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Las **represas** son estructuras hidráulicas de grandes dimensiones que permiten almacenar o retener agua para aprovecharla en actividades como el riego, el consumo humano, la generación de energía eléctrica, entre otras.



Responde las siguientes preguntas y comenta con tus compañeros.

1. ¿Por qué consideras que es importante hacer un buen uso del agua?

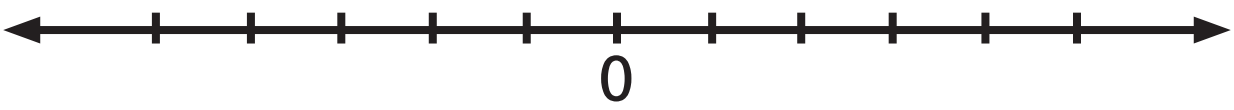
2. ¿Cómo puedes ayudar a cuidar este recurso?

3. ¿Cuáles crees que son los períodos de mayor gasto de agua en tu región?

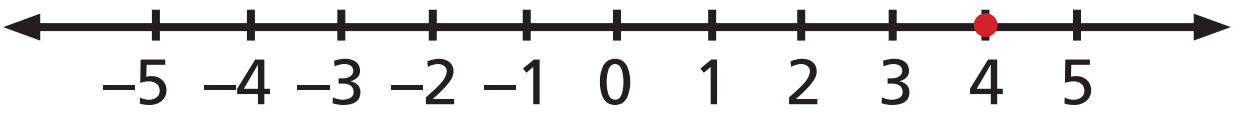
Ejemplo 1

Representa los números enteros –5 y 4 en la recta numérica.

1. Construye la recta y realiza las marcas teniendo en cuenta que la distancia entre dos marcas consecutivas debe ser la misma. Luego, ubica el cero.



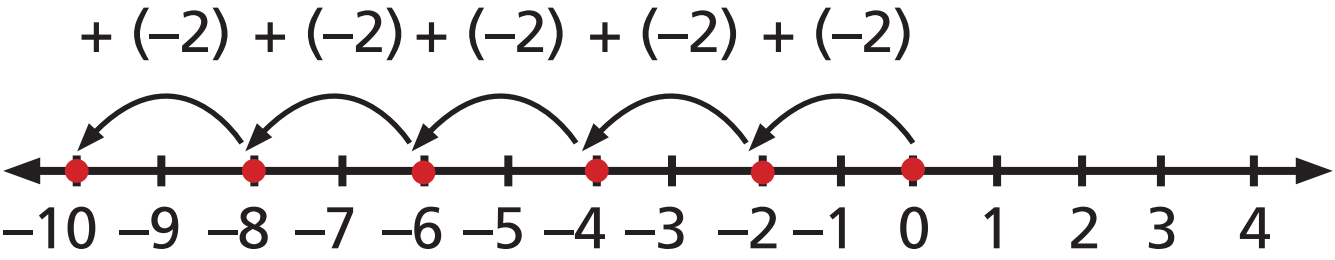
2. Finalmente, ubica el –5 y el 4 en la recta numérica.



Ejemplo 2

Representa en la recta numérica la multiplicación 5 • (–2).

1. Como 5 • (–2) = (–2) + (–2) + (–2) + (–2) + (–2), representas la adición en la recta numérica.

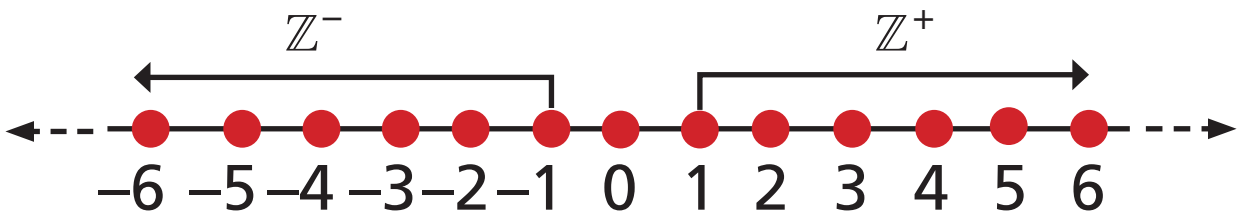


2. Luego, 5 • (–2) = –10.

9

Recuerda

El **conjunto de los números enteros** ($\mathbb{Z}$) está formado por los enteros positivos, el número cero y los enteros negativos. En la recta numérica, los números enteros positivos ($\mathbb{Z}^+$) se ubican a la derecha del cero (0) y los enteros negativos ($\mathbb{Z}^-$) a la izquierda.



- Al sumar un número positivo a un número entero, el desplazamiento en la recta numérica se realiza hacia la derecha.

Ejemplo: (–4) + 6 = 2

- Al sumar un número negativo a un número entero, el desplazamiento en la recta numérica se realiza hacia la izquierda.

  Ejemplo: 5 + (–4) = 1

- En la multiplicación se tiene que:

  Factores ← a • b = c → Producto con

  a, b, c ∈ $\mathbb{Z}$

Ejemplo 3

Una represa cuenta con 4 compartimentos de reserva de agua que ayudan a restablecer el nivel de agua en períodos de alta demanda, por ejemplo, en verano y en períodos prolongados de poca lluvia. En la represa, cada compartimiento aportó 40 L diarios de agua. ¿Cuántos litros de agua perdió la represa en total en 5 días?

1. Un compartimento pierde 40 L cada día, esto es –40. Durante 5 días, la expresión que representa la pérdida de agua por compartimento es:

   $(–40) + (–40) + (–40) + (–40) + (–40) =$

   $5 \bullet (–40) = –200$

2. Como la represa tiene 4 compartimentos de reserva de agua, la pérdida total está dada por: $4 \bullet (-200) = -800$.

Luego, la reserva perdió 800 litros de agua en total en los 5 días.

Ejemplo 4

Analiza la siguiente secuencia de multiplicaciones y responde:

$$2 \bullet (-2) = -4$$

$$1 \bullet (-2) = -2$$

$$0 \bullet (-2) = 0$$

$$(-1) \bullet (-2) = ?$$

$$(-2) \bullet (-2) = ?$$

¿Cuáles son los productos que faltan en la secuencia?

1. Observa que los números correspondientes al primer factor de cada multiplicación disminuyen de 1 en 1 y que los resultados forman una secuencia que aumenta de 2 en 2.

2. La secuencia continúa así:

$$2 \bullet (-2) = -4$$

$$1 \bullet (-2) = -2$$

$$0 \bullet (-2) = 0$$

$$(-1) \bullet (-2) = 2$$

$$(-2) \bullet (-2) = 4$$

Ejemplo 5

Resuelve las multiplicaciones

$$5 \bullet (-11) \text{ y } (-3) \bullet 4.$$

- Para calcular $5 \bullet (-11)$, puedes considerar la multiplicación como una adición de sumandos iguales, por lo que $5 \bullet (-11)$ puede interpretarse como 5 veces (–11), es decir:

  $5 \bullet (-11) = (-11) + (-11) + (-11) + (-11) + (-11) = -55$

  Luego, $5 \bullet (-11) = -55$.

  ¿Puedes aplicar el mismo procedimiento para calcular $(-11) \bullet 5$?

Para resolver la multiplicación (–3) • 4, dado que no tiene sentido contar -3 veces 4, puedes utilizar la propiedad conmutativa de la multiplicación y escribirla como una adición de sumandos iguales: (–3) • 4 = 4 • (–3)

Luego, tienes que: 4 • (–3) = (–3) + (–3) + (–3) + (–3) = –12

Aprende

- Para multiplicar números enteros distintos de cero, puedes utilizar la regla de los signos:

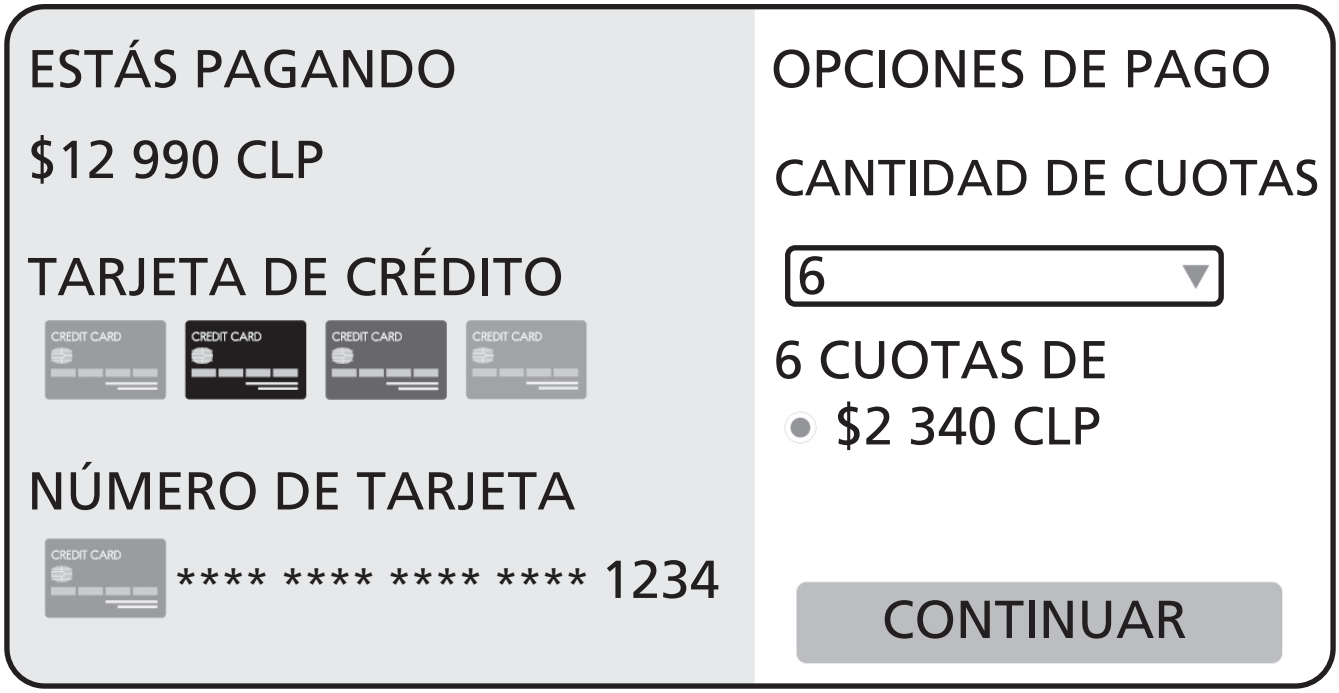
$+ \bullet + = +$ $\quad\quad$ $- \bullet - = +$

$- \bullet + = -$ $\quad\quad$ $+ \bullet - = -$

- Todo número entero a multiplicado por cero resulta cero, es decir, $a \bullet 0 = 0$

Ejemplo 6

Andrés realiza una compra por internet con cargo a su tarjeta de crédito. El pago lo realiza en 6 cuotas, las cuales presentan un interés mensual. El detalle de la compra se muestra a continuación:



¿Cuánto pagará en total por su compra?
¿Con qué número puedes relacionar el cobro de la cuota a su tarjeta de crédito?

1. Para calcular el total de la compra, multiplica el monto de cada cuota por la cantidad de cuotas.

2 340 • 6 = 14 040 Por su compra en total pagará $14.040

2. El cobro de la cuota se puede relacionar con el número –2 340, ya que es un cargo a la cuenta.

Ejemplo 7

Calcula el valor de la expresión

$$(–6) \bullet 12 – 8 \bullet 0 – 22.$$

1. Considera el orden de las operaciones resolviendo primero los paréntesis y las multiplicaciones aplicando la regla de los signos y luego las adiciones y sustracciones.

$$((–6) \bullet 12) – (8 \bullet 0) – 22$$

$$(–72) – 0 – 22$$

$$(–72) – 22$$

$$–94$$

DBA U1-ACT-3 y 18

DIVISIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

Los expertos sostienen que la crisis hídrica requiere una urgente disminución del consumo de agua y que el problema más serio es la larga sequía quehemos tenido.

A continuación, se muestran archivos con noticias de diferentes diarios.

Tendencias

MEGASEQUÍA

CHILE: PROYECTAN QUE PRECIPITACIONES SEGUIRÁN DISMINUYENDO HASTA EL 2059

Clima. Académicas de la Universidad de Chile explican algunas de las razones por las que la sequía no retrocede en nuestro país. El cambio climático, además, ha reducido las lluvias hasta en 30% en la ultima década. Afectando al menos a 138 comunas.

Fuente: https://www.vozdeamerica.com

Redacción

Se decretó zona de emergencia agrícola en 17 comunas de la capital por la escasez de lluvias. Pese al peligro en los cultivos, las autoridades descartaron alzas en vegetales.

Fuente: https://www.vozdeamerica.com

Actualidad

El consumo promedio de 50 L diarios en algunas zonas del país

El consumo promedio diario de los chilenos es aproximadamente de 170 L de agua. Sin embargo, en zonas de estrés hídrico se entregan 50 L diarios. Dicen investigadores, es clave crear un plan nacional de aguas en el que todos participen, desde expertos hasta la sociedad civil, y se tomen en cuenta las realidades locales.

Fuente: https://escenarioshidricos.cl

Actualidad

Trece años de severa sequía afectan a las abejas chilenas

La disminución de colmenas es un fenómeno global y su merma puede derivar no sólo en una escasez de alimentos.

Fuente: https://fch.cl

Vida • Ciencia • Tecnología

Especialistas llaman a tomar medidas de largo plazo en vez de impulsar «soluciones reactivas»:

Es urgente no tratar la sequía actual como hecho aislado.

Algunas zonas del país ya llevan más de una década en escasez de lluvias. Por eso, dicen investigadores, es clave crear un plan nacional de aguas en el que todos participen, desde expertos hasta la sociedad civil, y se tomen en cuenta las realidades locales.

https://cooperativa.cl

Reúnete con tus compañeros e investiguen acerca de la crisis hídrica que afecta hace años a Chile.

Utilicen noticias como las de la imagen como apoyo para la investigación y luego, respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué se entiende por crisis hídrica y qué es lo que la provoca?

2. ¿Hace cuánto tiempo Chile enfrenta la crisis hídrica que derivó en la fuerte sequía que muestran las noticias?

3. ¿En qué consiste la racionalización del agua y qué relación piensan que existe con los números enteros?

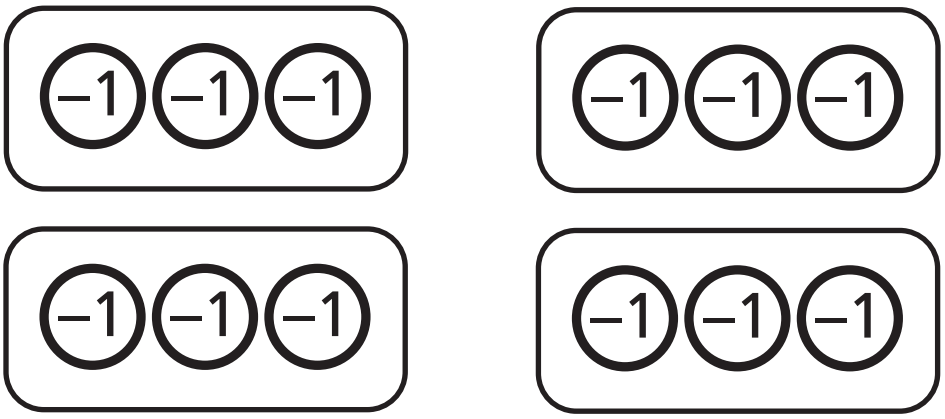
4. ¿Qué podemos hacer en nuestro diario vivir para mitigar los efectos de la crisis de agua? Elaboren una presentación con el propósito de generar conciencia en sus comunidades.

Ejemplo 1

Representa la división (–12) : 4.

1. Puedes utilizar fichas con valor –1 para representar el número –12.

2. Forma 4 grupos con igual cantidad de fichas.



Hay 3 fichas en cada grupo que suman –3, por lo tanto, (–12) : 4 = –3.

Se aplica el algoritmo de la división, con el cual distribuimos –12 en 4 grupos, cada uno de –3 unidades.

Ejemplo 2

Considera la información de la página anterior acerca de la noticia del consumo promedio de agua diario de los chilenos y responde.

a. ¿Cuántos litros de agua en un mes le faltarían a una persona que consume la cantidad promedio, si viviera en una zona de estrés hídrico? Considera un mes de 30 días.

1. Multiplica los litros correspondientes por los 30 días.

$170 \cdot 30 = 5\,100$ $50 \cdot 30 = 1\,500$

Donde 170 (consumo promedio diario de agua de los chilenos en L) y 50 (consumo promedio diario de agua en zonas de estrés hídrico en L)

2. Resta las cantidades de zona de estrés hídrico con los del resto del país.

$$1\,500\ L - 5\,100\ L = -3\,600\ L$$

3. El resultado muestra un déficit de 3 600 L de agua en un mes

b. ¿Para cuántos días alcanzaría la cantidad de agua que en promedio consume diariamente una persona si contara solo con 50 L diarios?

170 : 50 = 3,4 Alcanzaría para 3 días, aproximadamente.

¿Qué opinas de estas cifras? Comenta con tu curso.

Aprende

Para dividir números enteros distintos de cero, puedes utilizar la regla de los signos:

$$+ : + = + \qquad - : - = +$$

$$- : + = - \qquad + : - = -$$

- Si a y b tienen igual signo y $b \neq 0$, el cociente de la división a : b es positivo.
- Si a y b tienen distinto signo y $b \neq 0$, el cociente de la división a : b es negativo.
- Al dividir el número cero por cualquier número a distinto de cero ($a \neq 0$) resulta cero, es decir, $0 : a = 0$.

Ejemplo 3

Resuelve la división (–72) : (–8).

1. Para resolver una división con números enteros, puedes relacionarla con la multiplicación.

Para ello, plantea la siguiente pregunta: ¿qué número multiplicado por (–8) es igual a (–72)?

2. Como 9 • (–8) = (–72), entonces (–72) : (–8) = 9.

Ejemplo 4

Resuelve la división 126 : (–7) usando la regla de los signos.

$$12\grave{}6\grave{} : (-7) = 18$$

$$\begin{array}{r} -7 \\ \hline 56 \\ -56 \\ \hline 0 \end{array}$$

1. Como los signos del dividendo y del divisor son distintos, el signo del cociente será negativo.

2. Luego, 126 : (–7) = –18.

Ejemplo 5

Se registró la temperatura mínima en la cúspide de una montaña a cierta hora del día cada mes. Los resultados se muestran en la tabla. ¿Cuál es el promedio de las temperaturas mínimas?

Temperatura mínima	
Mes	**C°**
Enero	–5
Febrero	–7
Marzo	–6
Abril	0
Mayo	–2

1. Suma las temperaturas registradas.

$(–5) + (–7) + (–6) + 0 + (–2) = –20$

2. Divide la suma por la cantidad de temperaturas registradas, que en este caso son 5.

$$(–20) : 5 = –4$$

Luego, el promedio de las temperaturas mínimas fue de –4° C.

Ejemplo 6

Jorge y Carla resuelven un ejercicio de la siguiente forma: (poner llaves en los ejercicios)

Jorge

$$4 \cdot (-3) + 8 : (-2)$$
$$(-12) + 8 : (-2)$$
$$(-4) : (-2)$$
$$2$$

Carla

$$4 \bullet (-3) + 8 : (-2)$$
$$(-12) + (-4)$$
$$-16$$

¿Cuál de ellos realizó el procedimiento de forma correcta?

1. Resuelve el ejercicio.

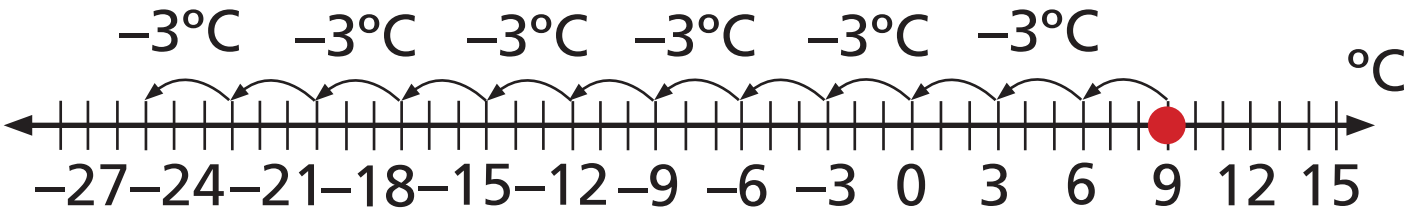
$$4 \bullet (-3) + 8 : (-2)$$
$$(-12) + (-4)$$
$$-16$$

2. Observa que el desarrollo correcto corresponde al de Carla. En el caso de Jorge, el error está en el segundo paso, cuando resolvió primero la adición en vez de la división.

Ejemplo 7

La temperatura de un congelador desciende a razón de 3 °C cada 20 min. Si la temperatura inicial en el interior del congelador es 9 °C, ¿cuánto tiempo pasará para que alcance los –27 °C?

1. Puedes construir una recta numérica para representar los datos.



2. Observa que hubo 12 saltos en la recta numérica y cada uno representa 20 minutos.

3. Luego, el tiempo que pasará para que alcance los –27 °C es:

$$12 \bullet 20 = 240$$

Por lo tanto, pasarán 240 minutos para que el congelador alcance los –27 °C, lo que equivale a 4 horas.

¿En qué otras ocasiones puedes usar la división de números enteros? Comenta con tu curso.

BDA U1-ACT-4 a 5

Lección 2

NÚMEROS RACIONALES (ℚ)

EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

El pueblo Quechua se define como pueblo indígena a partir de su lengua. Las primeras comunidades constituidas se localizan en Ollagüe y en el río San Pedro, afluente del río Loa en su curso superior de la Región de Antofagasta.

La economía de las comunidades quechua es diferenciada según la zona geográfica o pisos ecológicos.

Las de Ollagüe y San Pedro se dedicaron principalmente a la ganadería y con los años desarrollaron un sistema de vida agro pastoril, domesticando llamas y la alpacas, lo que les permitió obtener lana para la manufactura de distintos productos.

Las comunidades de Tarapacá se dedicaron principalmente a la agricultura.

Fuente: http://chileprecolombino.cl

Fuente: Pixabay/Rollstein

En la imagen se pueden observar 2 llamas, una color negro y otra beige.

Las comunidades quechua de Ollagüe y San Pedro crían llamas y alpacas principalmente.

Aprende más sobre el pueblo Quechua en el siguiente enlace:

http://chileprecolombino.cl/pueblos-originarios/quechua/ambiente-y-localizacion/

Reúnete con un grupo de compañeros, analicen la información y luego, comenten con el resto del curso.

En la zona del río San Pedro, las antiguas comunidades quechua habitaban el poblado Ojos de San Pedro y ocupaban toda la cuenca en actividades de pastoreo. Aquí surgen las aguas que forman los ríos Inacaliri y Cabana, a los que se suman las aguas del río Silala provenientes de Bolivia.

Sin embargo, debido a una grave alteración ecológica, hoy la mayoría de sus familias, al igual que las de Ollagüe, viven en la ciudad de Calama.

1. ¿Cuál es esta grave alteración ecológica que obligó a las familias quechua a desplazarse?

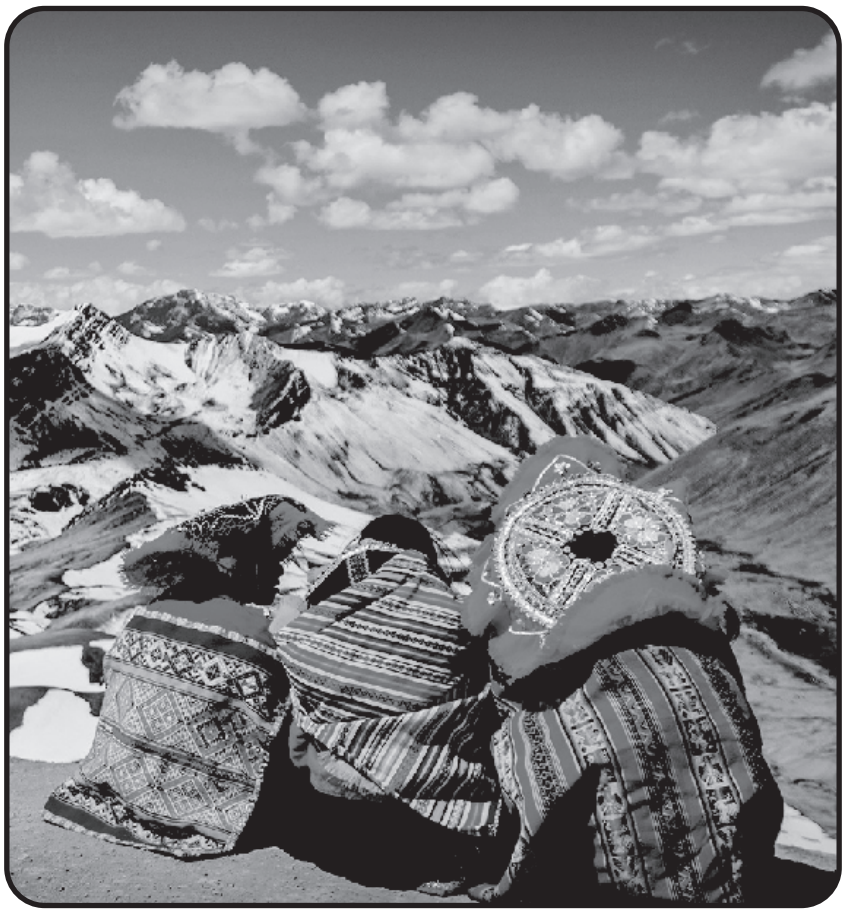
2. ¿Creen que en las actividades agrícolas del pueblo Quechua, se aplicaban conocimientos matemáticos? ¿cuáles?
3. Investiguen qué es el quipu y cómo lo utilizaban

Ejemplo 1

La agricultura del pueblo Quechua El pueblo Quechua cultiva principalmente papas, quinoa, habas, trigo y alfalfa. La Pachamama o “madre tierra”, ocupa un lugar fundamental en su cosmovisión, pues es la madre de todos los humanos y la que promueve la fertilidad de las plantas y los animales.

Fuente: https://www.conadi.gob.cl/storage/docs/Diccionario_quechua.pdf

Observa la imagen y responde.



Fuente: Shutterstock/Alberto Seminario

Tres personas cosecharon papas. Si luego de una jornada de trabajo llenaron 12 canastas, las que repartirán en partes iguales para llevarlas a su familia, ¿cuántas canastas le corresponden a cada una?

1. Para responder la pregunta anterior, puedes representar los datos con una fracción.

$$\begin{array}{l} \text{Cantidad de canastas} \longrightarrow 12 \\ \text{Cantidad de familias} \longrightarrow 3 \end{array}$$

2. Luego, puedes dividir la cantidad de canastas por el número de familias, es decir:

$$12 : 3 = 4$$

Entonces, a cada familia le corresponden 4 canastas llenas.

Aprende

Los números que pertenecen al conjunto de los **números racionales** ($\mathbb{Q}$) son aquellos que se pueden escribir como una fracción cuyo numerador y denominador son números enteros y el denominador es distinto de cero.

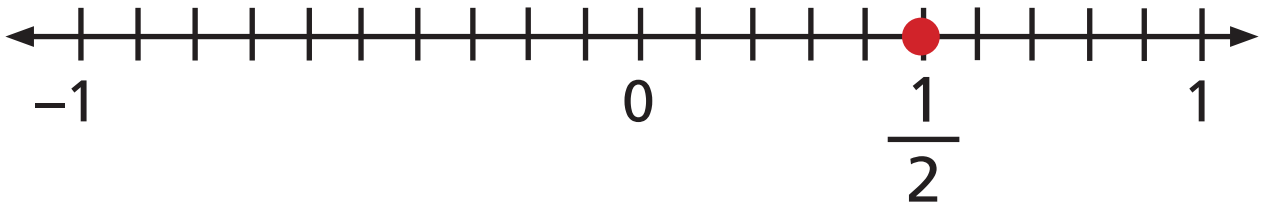
Por ejemplo, 0,5; $\frac{2}{7}$; – 6; $1,\overline{3}$.

$\frac{a}{b}$ $\longrightarrow$ numerador
$\frac{a}{b}$ $\longrightarrow$ denominador

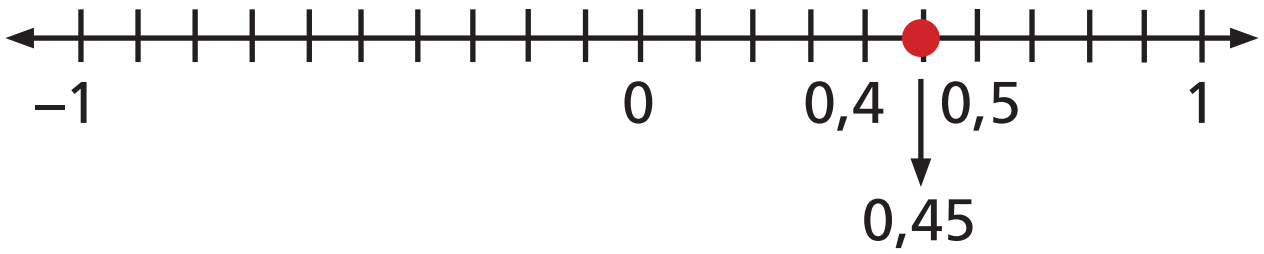
Ejemplo 2

Representa en la recta numérica los números $\frac{1}{2}$ y 0,45.

1. Para ubicar $\frac{1}{2}$, se divide el tramo entre 0 y 1 en 2 partes iguales, y luego se cuenta 1 parte desde el 0 hacia la derecha.



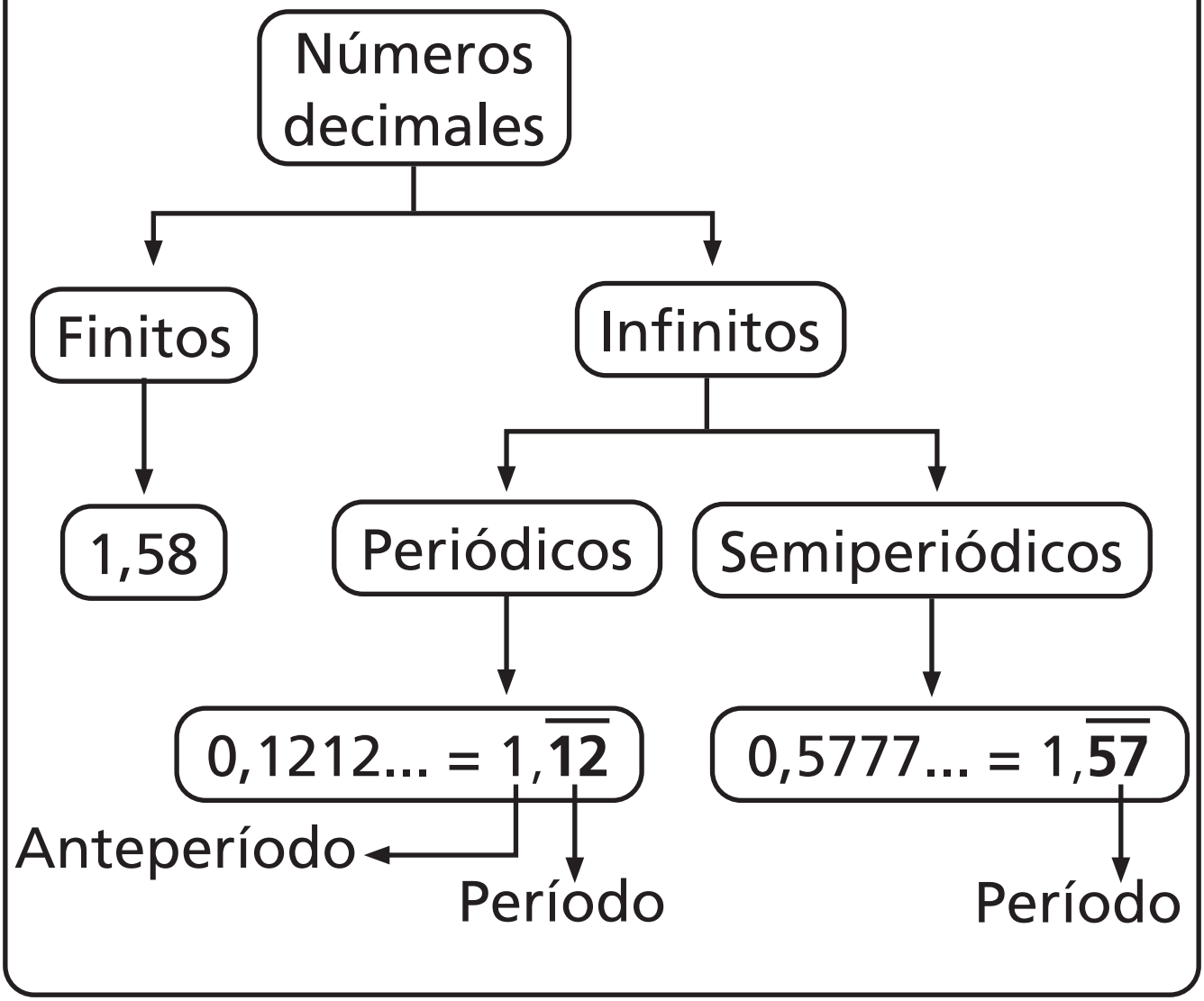
2. Para ubicar 0,45, se divide el tramo entre 0 y 1 en 10 partes iguales, luego se identifica la posición de 0,4 y de 0,5, y se divide esa parte en 2 iguales.



Recuerda que: $0,45 = \frac{45}{10}$

Aprende

Para comprender los números decimales, puedes considerar el siguiente esquema:

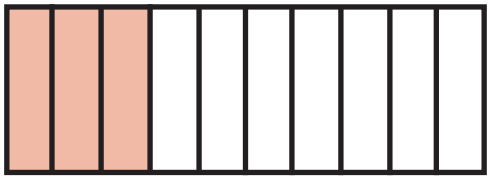


Ejemplo 3

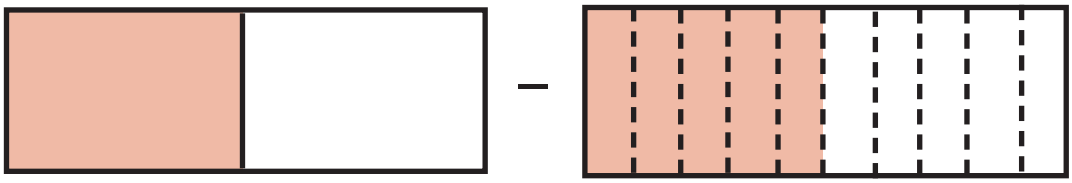
¿Cuál fracción es mayor, $\frac{3}{10}$ o $\frac{1}{2}$?

1. Puedes representar las fracciones considerando el mismo entero para luego compararlas.

$\frac{3}{10}$ →



$\frac{1}{2}$ →



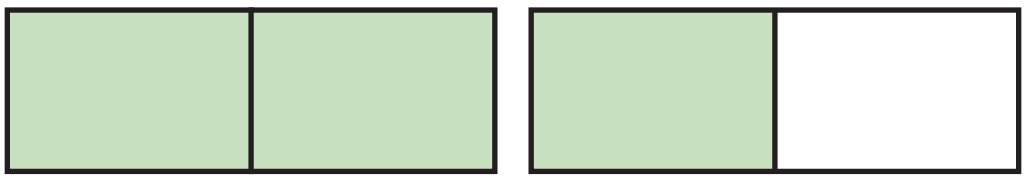
2. Observa que la fracción ocupa una mayor parte del entero, entonces, esa es la fracción mayor. Como puedes ver en las representaciones $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

Nombra tres contextos en los que se utilicen números racionales.

Ejemplo 4

Imagina que comienzas a correr y avanzas 1,5 km. ¿Cómo se expresa esa distancia como una fracción?

1. Puedes considerar que el número 1,5 es equivalente a 1 entero y medio, lo que se puede representar por:



2. Luego, el diagrama representa la fracción $\frac{3}{2}$, por lo que 1,5 km = $\frac{3}{2}$ km

- ¿Crees que puede haber números que tengan infinitos decimales?
- Al resolver la división 4 : 3, ¿cuál es el cociente?

Ejemplo 5

Representa la fracción $\frac{5}{9}$ como un número decimal.

1. Divide el numerador por el denominador.

$$5 : 9 = 0{,}555...$$

2. Escribe el número decimal correspondiente.

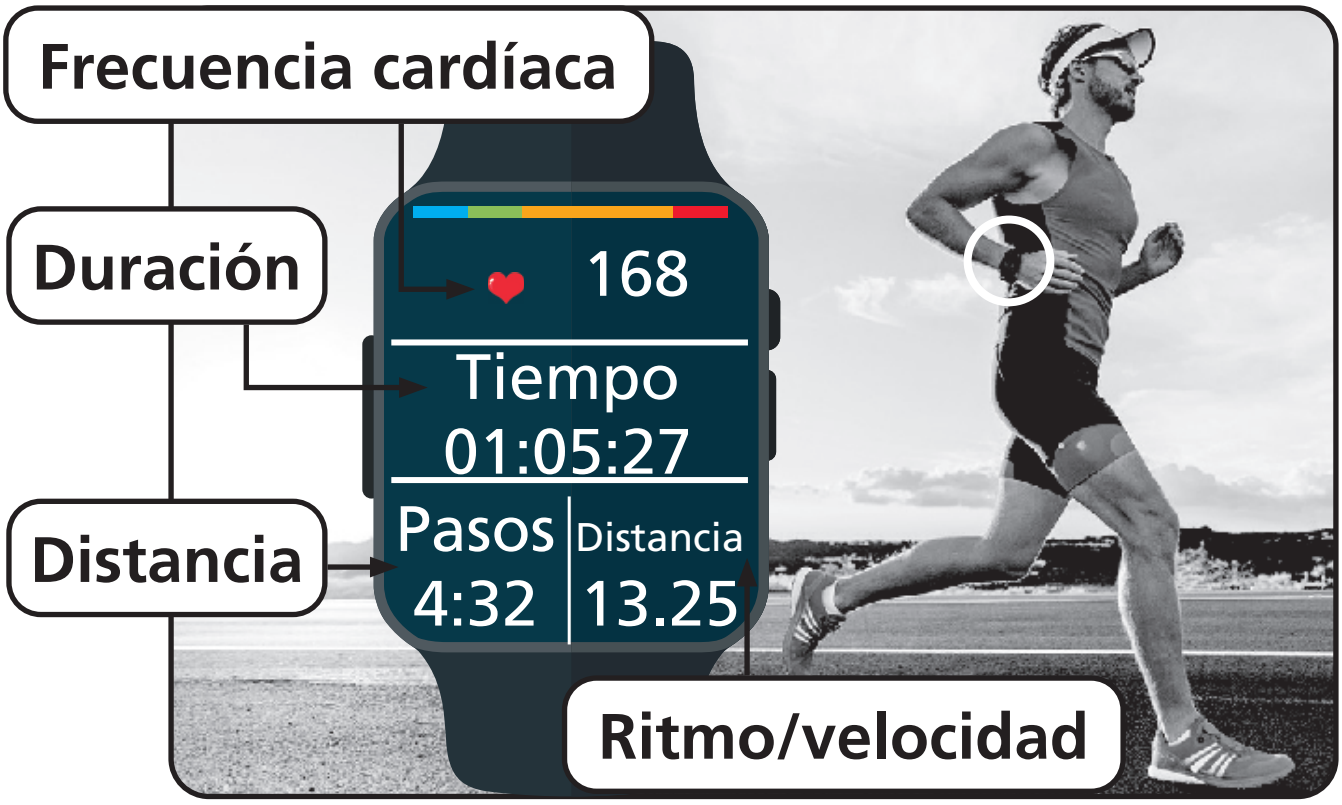
$$0{,}555... \rightarrow 0{,}$$

3. $0{,}\overline{5}$, es un número decimal periódico, ya que las cifras de la parte decimal se repiten infinitamente.

$$\begin{array}{r} 5 : 9 = 0{,}\overline{5} \\ -\underline{0} \\ 50 \\ -\underline{45} \\ 50 \end{array}$$

Ejemplo 6

Algunos deportistas utilizan relojes inteligentes (smartwatch), que son dispositivos que permiten medir, entre otras cosas, la distancia recorrida, el ritmo y la frecuencia cardíaca. El cálculo se realiza empleando como criterios la frecuencia, la intensidad y la regularidad de los movimientos de la muñeca.



Representa como fracción y número mixto el dato correspondiente a la distancia que aparece en la pantalla del smartwatch.

1. Escribe como numerador 13,25, pero sin la coma, y como denominador el valor de la potencia ,ya que el número tiene dos cifras decimales.

$$\frac{1325}{10^2} = \frac{1325}{100}$$

2. Simplifica

$$\frac{1325 : 25}{100 : 25} = \frac{53}{4}$$

3. Representa la fracción como número mixto. Para ello, divide el numerador por el denominador. El cociente corresponde a la parte entera; el resto al numerador, y el divisor al denominador.

$53:4 = 13$
1 //

$13\frac{1}{4}$

$$\begin{array}{l} 53:4 = 13{,}25 \\ \underline{-4} \\ 13 \\ \underline{-12} \\ 10 \\ \underline{-8} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 0 \end{array}$$

Ejemplo 7

Representa el número decimal periódico $2,\overline{34}$, como una fracción.

1. Escribes como numerador 2,34, pero sin la coma, y le restas la parte entera.

$$2,\overline{34} = \frac{234 - 2}{99} = \frac{232}{99}$$

Como denominador escribes noventa y nueve, ya que el número tiene dos cifras decimales periódicas.

2. Puedes comprobar resolviendo la división entre el numerador y el denominador de la fracción.

$$232 : 99 = 2,34343434... = 2,\overline{34}$$

Ejemplo 8

Representa el número decimal periódico $-1,\overline{5}$, como una fracción.

Escribes como numerador 1,5, pero sin la coma, y le restas la parte entera.

$$-1,\overline{5} = \frac{15 - 1}{9} = \frac{14}{9}$$

Como denominador escribes nueve, ya que el número tiene una cifra decimal periódica.

Recuerda mantener el signo del número.

Ejemplo 9

Representa en la recta numérica el número decimal semiperiódico $0,8\overline{3}$.

1. Para ubicar números decimales periódicos o semiperiódicos en la recta numérica, primero puedes hallar su expresión fraccionaria.

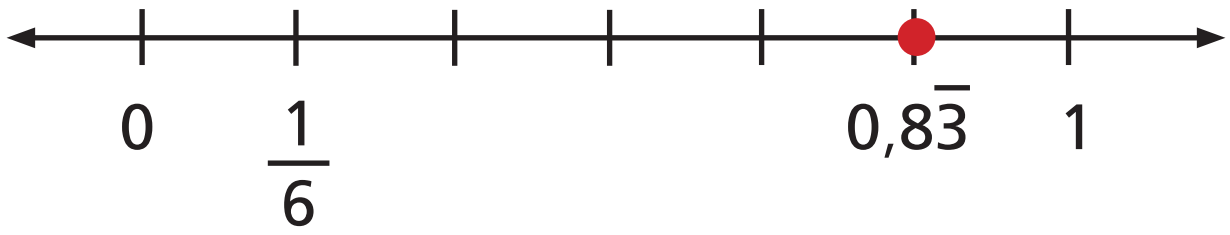
Escribes como numerador 0,83, pero sin la coma, y le restas el número que está antes del período, sin la coma.

Simplificamos por 15

$$0,8\overline{3} = \frac{83 - 8}{90} = \frac{75 : 15}{90 : 15} = \frac{5}{6}$$

Como denominador escribes noventa, ya que el número tiene una cifra periódica y una cifra en el anteperíodo.

2. Como $0,8\overline{3}$ es equivalente a $\frac{5}{6}$, ubicas $0,8\overline{3}$ en la posición de la fracción $\frac{5}{6}$.



Aprende

Para representar una fracción como número decimal, puedes dividir el numerador por el denominador de la fracción.

Para representar un número decimal como fracción, puedes considerar lo siguiente:

Numerador

Finitos	Infinitos	
	Periódicos	Semiperiódicos
Número decimal sin la coma.	Resta entre el número decimal sin la coma y la parte entera de él.	Resta entre el número decimal sin la coma y el número que está antes del período, sin la coma.

Denominador

Finitos	Infinitos	
	Periódicos	Semiperiódicos
Valor de una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga el número.	Número formado por tantos 9 como cifras tenga el período.	Número formado por tantos 9 como cifras tenga el período, y tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo.

BDA U1-ACT-6 y 19

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

En la imagen se observan expositores de la **Expo Quinua** realizada en Iquique, la cual es una vitrina del mundo rural que reúne a variados productores de quinoa y de frutas, hortalizas, procesados, artesanía y más.

Fuente: https://www.indap.gob.cl

Fuente: INDAP

Analiza las preguntas considerando la siguiente situación:

Un expositor lleva para ofrecer cuatro canastas iguales llenas de frutas. Considera que cada canasta representa la misma cantidad respecto del total.

1. ¿Qué fracción del total representa una sola canasta?

2. ¿Qué fracción del total representan tres canastas?

3. ¿Cuánto resulta de sumar el contenido de ambas canastas?

Ejemplo 1

1. ¿Qué fracción del total representa una sola canasta?

Dado que cada una de las 4 canastas representa la misma cantidad del total, una sola canasta representa 1 parte de 4 partes iguales, lo cual en fracción corresponde a $\frac{1}{4}$ del total.

2. ¿Qué fracción del total representan tres canastas?

Tres canastas corresponden a la suma de 3 canastas de $\frac{1}{4}$ del total, es decir, a:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

El resultado de esta suma es $\frac{3}{4}$ o, lo que es igual, 3 canastas de un total de 4.

3. Al sumar las fracciones que representan el contenido de cada canasta, ¿qué valor se obtiene?

Dado que cada canasta corresponde a $\frac{1}{4}$ del total, al sumar todas las canastas tenemos:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$$

El resultado $\frac{4}{4}$ representa 4 partes de un total de 4 partes iguales. Esto en números racionales corresponde a un entero.

Aprende

Como los números racionales pueden ser positivos, negativos o cero, al resolver **adiciones** y **sustracciones** entre ellos, es posible utilizar las mismas reglas que en los números enteros para determinar el signo de la suma o de la resta.

Si se tiene una adición o una sustracción en la que se combinan números decimales y fracciones, se pueden representar los términos involucrados como números decimales o fracciones, y luego resolver la operación correspondiente.

Ejemplo 2

Calcula el valor de la expresión $-\frac{2}{9} + \frac{11}{18}$.

Puedes igualar los denominadores de las fracciones calculando el mínimo común múltiplo (mcm) y luego resolver la adición. Para ello, considera que la fracción $-\frac{2}{9}$ es equivalente a $-\frac{4}{18}$.

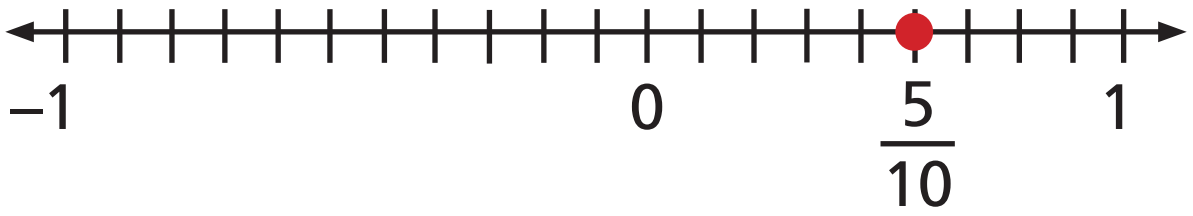
$$-\frac{4}{18} + \frac{11}{18} = \frac{-4 + 11}{18} = \frac{7}{18}$$

Ejemplo 3

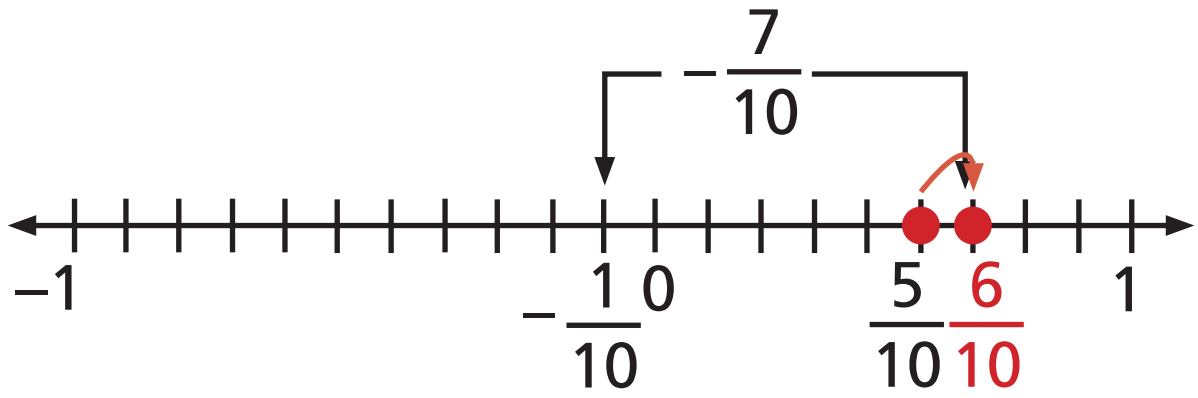
Representa en la recta numérica la adición

$$\frac{1}{2} + 0{,}1 + \left(-\frac{7}{10}\right)$$

1. Ubicas en la recta numérica, que es equivalente a $\frac{5}{10}$.



2. Sumas 0,1 que es equivalente a $\frac{1}{10}$, obteniendo $\frac{6}{10}$. Luego, sumas $-\frac{7}{10}$.



Por lo tanto, $\frac{1}{2} + 0,1 + \left(-\frac{7}{10}\right) = -\frac{1}{10} = -0,1$

Ejemplo 4

Calcula el valor de la expresión

$3,\overline{5} + 1,2 - 0,06$.

1. Expresa los números decimales como fracción.

$$3,\overline{5} = \frac{35 - 3}{9} = \frac{32}{9}$$

Simplificamos por 2

$$1,2 = \frac{\cancel{12}}{\cancel{10}} = \frac{6}{5} \qquad 0,06 = \frac{\cancel{6}}{\cancel{100}} = \frac{3}{50}$$

2. Resuelve calculando el mcm entre los denominadores, que en este caso es 450, y resuelve las operaciones en el numerador.

$$\frac{32}{9} + \frac{6}{5} - \frac{3}{50} = \frac{(32 \bullet 50) + (6 \bullet 90) - (3 \bullet 9)}{450} =$$

$$\frac{1600 + 540 - 27}{450} = \frac{2113}{450}$$

Se determina el m.c.m. entre 9, 5 y 50:
Primero se descomponen en factores primos: (3 • 3), (5), (5 • 5 • 2)

Luego se multiplican los factores elevados a su máximo exponente:

$3 \bullet 3 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 2 = 3^2 \bullet 5^2 \bullet 2 = 450$

Ejemplo 5

Calcula el valor de la expresión

$4\frac{2}{5} - 0{,}8 + \frac{3}{2}$.

1. Expresa el número mixto $4\frac{2}{5}$ y el número decimal 0,8 como una fracción.

Simplificamos por 2

$$\frac{5 \bullet 4 + 2}{5} - \frac{\cancel{8}}{\cancel{10}} + \frac{3}{2} = \frac{22}{5} - \frac{4}{5} + \frac{3}{2}$$

2. Resuelve. Para ello, calcula el mcm entre los denominadores, que en este caso es 10, y resuelve las operaciones en el numerador manteniendo el denominador.

$$\frac{22}{5} - \frac{4}{5} + \frac{3}{2} = \frac{(22 \bullet 2) - (4 \bullet 2) + (3 \bullet 5)}{10} =$$

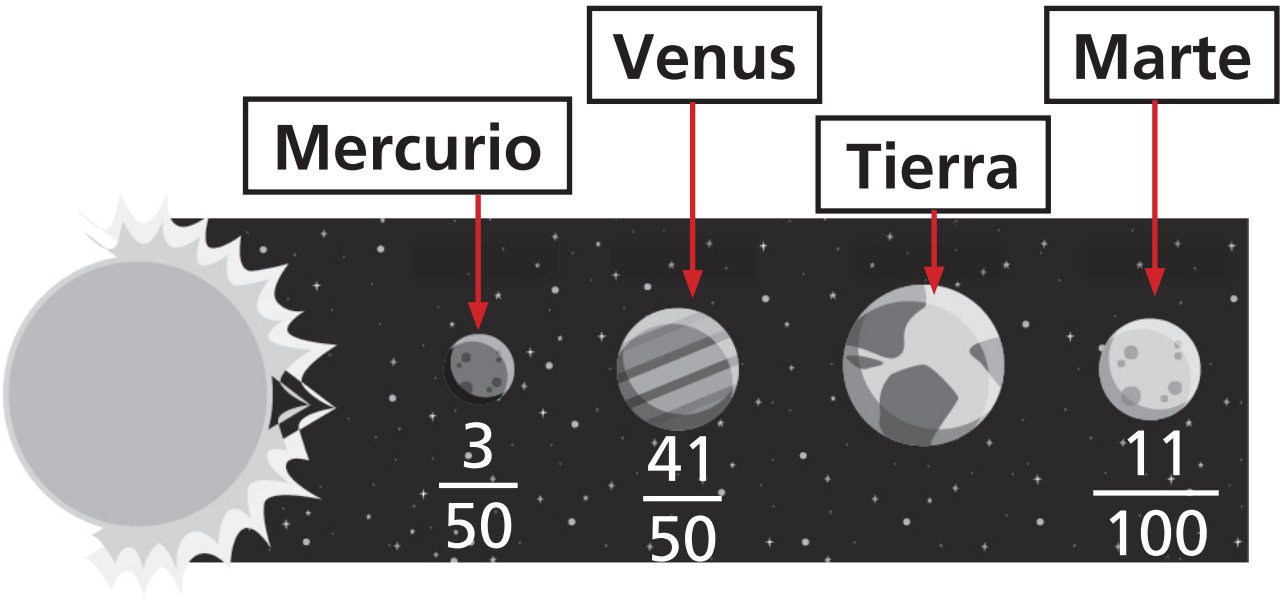
$$\frac{44 - 8 + 15}{10} = \frac{51}{10}$$

Herramientas tecnológicas

Para calcular el mcm, puedes utilizar el siguiente recurso: **https://www.geogebra.org/m/yvVm7mdW**

Ejemplo 6

Conecto con Ciencias Naturales Para medir la masa de los planetas, se toma como unidad de medida la Tierra. En la imagen se muestra qué fracción de la masa de la Tierra tienen algunos planetas del Sistema Solar.



Fuente: https://saberesyciencias.com.mx/2017/10/09/tamanos-distanciassistema-solar-respecto-planeta/

a. ¿Cuál de los planetas tiene menor masa? Puedes expresar las fracciones como números decimales dividiendo el numerador por el denominador y luego comparar.

$$\text{Mercurio} \longrightarrow \frac{3}{50} = 0{,}06$$

$$\text{Venus} \longrightarrow \frac{41}{50} = 0{,}82$$

$$\text{Marte} \longrightarrow \frac{11}{100} = 0{,}11$$

Luego, el planeta con menor masa es Mercurio.

b. Si se suman las masas de Mercurio, Venus y Marte, ¿superan la masa de la Tierra? Suma las fracciones correspondientes.

Igualamos denominadores amplificando las fracciones

$$\boxed{\frac{3}{50} + \frac{41}{50}} + \frac{11}{100} = \frac{6}{100} + \frac{82}{100} + \frac{11}{100} = \frac{99}{100}$$

La suma de las masas de los planetas no supera la masa de la tierra, ya que equivalen a $\frac{99}{100}$ de la masa del Tierra.

c. Si la masa aproximada de la Tierra es 6000 000 000 000 000 000 000 000 kg, ¿cuál es la diferencia entre las masas de Marte y Mercurio?

Plantea la expresión y resuelve.

Masa Marte $\longrightarrow \frac{11}{100} \cdot 600000000000000000000000$

$- 600000000000000000000000$

$- 66 \cdot 10^{23}$

Masa Mercurio $\longrightarrow \frac{3}{50} \cdot 600000000000000000000000$

$= 600000000000000000000000$

$= 6{,}6 \cdot 10^{23}$

Diferencia $\longrightarrow 600000000000000000000000$

$- 360000000000000000000000$

$= 300000000000000000000000$

Luego, la diferencia es de 300000000000000000000000 kg.

Notación científica

La notación científica es la forma de escribir los números que son muy grandes o pequeños de manera simplificada.

En el caso de números muy grandes:

- Se mueve la coma decimal hacia la izquierda tantos espacios hasta llegar a la derecha del primer dígito.
- Se escribe el coeficiente, seguido del signo de multiplicación.
- Se escribe la base 10 con el exponente igual a la cantidad de espacios que se mueve la coma.

  Ejemplo: El resultado de 300000000000000000000000 Kg en notación científica se escribe: $3 \bullet 10^{23}$.

Herramientas tecnológicas

Para revisar los cálculos, puedes utilizar una calculadora online en el siguiente sitio : https://www.wolframalpha.com/

BDA U1-ACT-7

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

La **wiphala** es una bandera compuesta por 49 cuadrados, con los siete colores del arcoíris distribuidos diagonalmente. Estos representan el equilibrio, reciprocidad, buen vivir y la diversidad de los pueblos andinos.

El origen de la palabra **wiphala** proviene de las palabras Wiphay que significa voz del triunfo y Lapx lapx, que refiere a la denominación que se le da al efecto del viento cuando le da movimiento a algo. Existen varias versiones de esta bandera de acuerdo con cada civilización andina, sin embargo, siempre expresa el espíritu de lucha e identidad cultural.

Fuente: https://wiki.ead.pucv.cl/Caso_de_Estudio:_Pueblo_Originario_Aymara_-_Consultora_Sensus_1S_2021

Fuente: Istock/Daboost

(En la bandera se presenta el color blanco, verde, azul, morado, rojo, naranjo)

Observa la bandera wiphala y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos colores tiene la bandera?

2. ¿En cuántos cuadrados iguales está dividida la bandera?

3. ¿Cuántas veces aparece cada color?

Para conocer acerca del significado de los colores de la bandera wiphala, puedes visitar el siguiente sitio:

https://abi.bo/index.php/noticias/economia/37-notas/noticias/sociedad/13525-%C2%BFQu%C3%A9-representan-los-colores-de-la-wiphala

Ejemplo 1

Observa la bandera wiphala y responde.

a. ¿A qué fracción del total corresponde un cuadrado de color verde?

Dado que la bandera fue dividida en 49 cuadrados iguales, si se considera 1 cuadrado de los 49 (sea del color que sea), este corresponderá a la fracción $\frac{1}{49}$ del total de cuadrados de la bandera.

b. ¿A qué fracción del total corresponden todos los cuadrados verdes?

Dado que hay 7 cuadrados verdes y cada uno corresponde a $\frac{1}{49}$ del total, se tiene que: (agrandar fracciones)

$$\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}+\frac{1}{49}=\frac{7}{49}$$

Recuerda que una multiplicación es una suma abreviada, por lo que es igual al producto:

$$7 \bullet \frac{1}{49} = \frac{7}{49}$$

c. ¿A qué fracción del total corresponden todos los cuadrados de colores que se encuentran a la derecha de la diagonal formada por los cuadrados de color blanco?

Si observas la bandera, puedes notar que está dividida en su diagonal por 7 cuadrados de color blanco. A su derecha hay 6 cuadrados amarillos, 5 cuadrados naranjas, 4 cuadrados rojos, 3 cuadrados morados, 2 azules y 1 verde.

Como cada cuadrado representa $\frac{1}{49}$ del total, se tiene:

$$6 \cdot \frac{1}{49} + 5 \cdot \frac{1}{49} + 4 \cdot \frac{1}{49} + 3 \cdot \frac{1}{49} + 2 \cdot \frac{1}{49} + 1 \cdot \frac{1}{49}$$

$$= \frac{6}{49} + \frac{5}{49} + \frac{4}{49} + \frac{3}{49} + \frac{2}{49} + \frac{1}{49}$$

Simplificado por 7

$$= \frac{\cancel{21}}{\cancel{49}} = \frac{3}{7}$$

Los cuadrados de colores a la derecha de la diagonal blanca representan un $\frac{21}{49}$ del total.

Aprende

Para multiplicar números racionales expresados como fracción, se multiplican los numeradores entre sí y los denominadores respectivos.

Simbólicamente: Si a, b, c, d ∈ Z y b, d ≠ 0, entonces la multiplicación de $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ es :

$$\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{a \bullet c}{b \bullet d}$$

Ejemplo 2

Resuelve la multiplicación $\frac{3}{4} \bullet \frac{2}{5}$.

Simplificamos por dos

$$\frac{3}{4} \bullet \frac{2}{5} = \frac{2 \bullet 2}{4 \bullet 5} = \frac{\cancel{6}}{\cancel{20}} = \frac{3}{10}$$

Aprende

Para **dividir** números racionales expresados como fracción, se multiplica el dividendo por el inverso multiplicativo del divisor.

Simbólicamente:

Si a, b, c, d ϵ Z y b,c y d ≠ 0, entonces la división de $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ es:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{a \bullet d}{b \bullet c}$$

Ejemplo 3

Resuelve la división $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$.

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \bullet 2$$

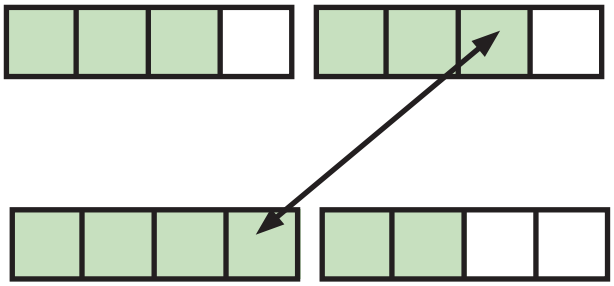
$$= \frac{6}{4}$$

$$= 1\frac{1}{2}$$

$\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \bullet 2$

Gráficamente :



Podemos completar 1entero y un medio más

Luego

$\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \bullet 2 = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$

¿Cuándo obtenemos un resultado mayor: al multiplicar $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$ o al dividir $\frac{3}{4}$ por $\frac{2}{5}$?

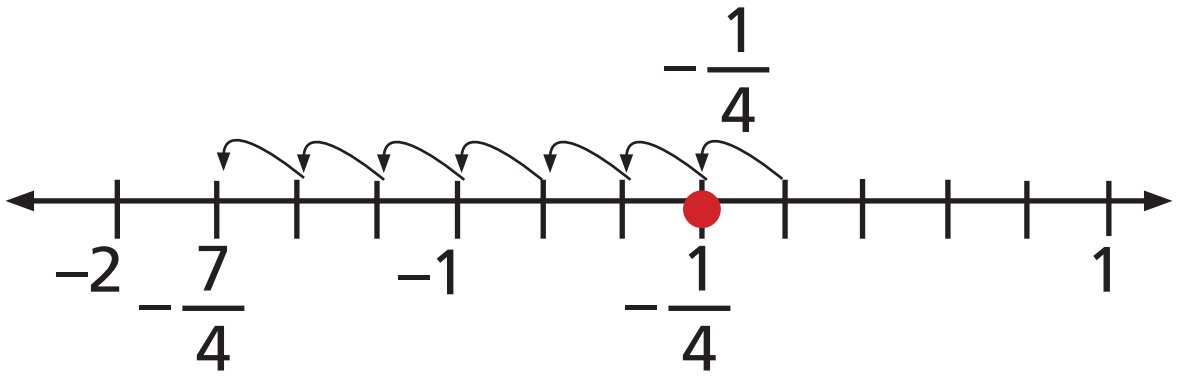
Ejemplo 4

Representa en la recta numérica la multiplicación $7 \bullet \left(-\frac{1}{4}\right)$

1. Se ubica $\left(-\frac{1}{4}\right)$ en la recta numérica

2. Como $7 \bullet \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)$

3. Se representa en la recta numérica.

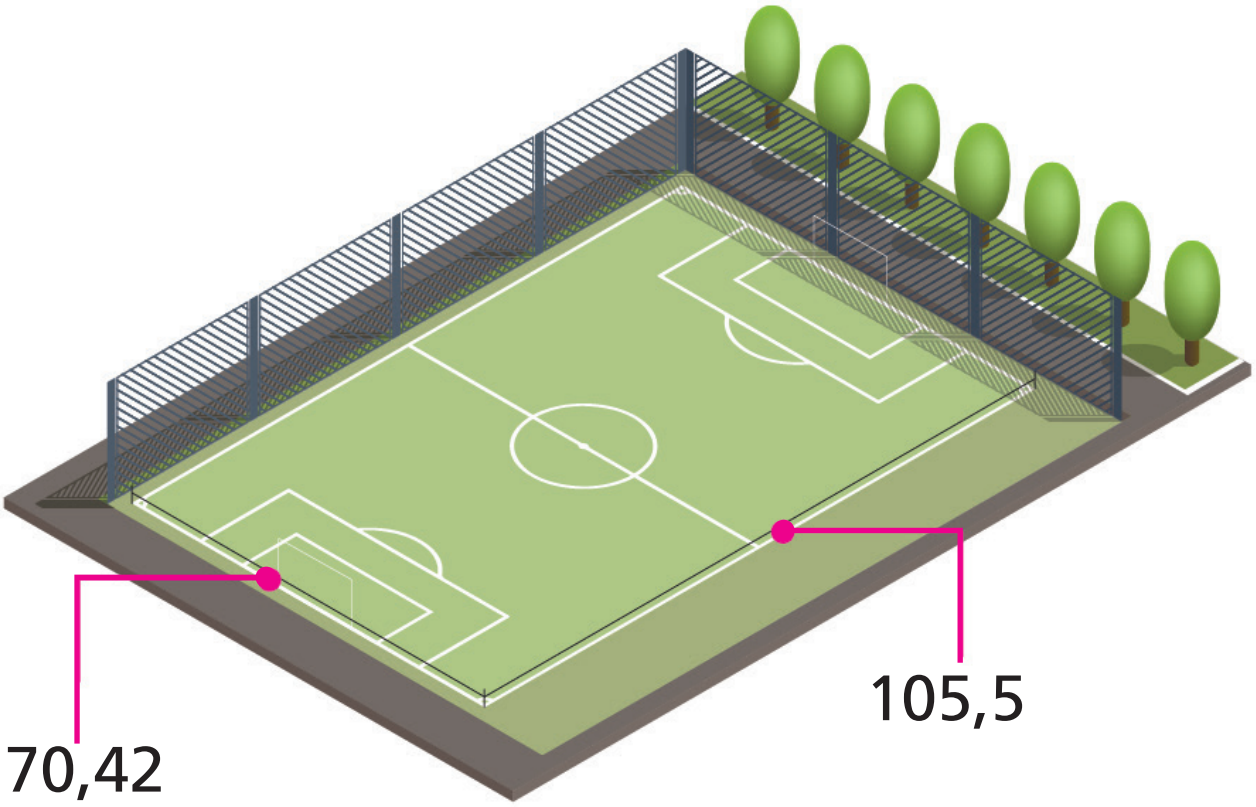


Por lo tanto, $7 \bullet \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{7}{4} = -1\frac{3}{4}$

Ejemplo 5

Las dimensiones de una cancha de fútbol son las que se muestran en la imagen.

¿Cuál es el área de la superficie de la cancha?



Multiplicar sin los puntos decimales, a continuación poner el puntos decimal en la respuesta

7042 • 1055 = 7 429310

70,42 tiene 2 cifras decimales

105,5 tiene 1 cifra decimal

Por lo tanto, la respuesta tiene 3 cifras decimales = 7 429,310

1. Para calcular el área (A) de la superficie de la cancha, se debe multiplicar el largo por el ancho.

$$A = 70{,}42\ m \bullet 105{,}5\ m$$

2. Se multiplican ambos valores decimales:

$$70{,}42 \bullet 105{,}5 = 7\ 429{,}310$$

Luego, el área de la superficie de la cancha es 7 429,31

Ejemplo 6

Calcula el valor de la expresión $\left(2,\overline{3}, : \frac{4}{5}\right) \bullet \frac{4}{7}$

1. Representa el número decimal periódico como una fracción.

$$2,\overline{3} = \frac{23 - 2}{9} = \frac{\cancel{21}}{\cancel{9}} = \frac{7}{3}$$

Simplificamos dividendo por 3 el numerador y el denominador

2. Resuelve la operación del paréntesis. Para ello, multiplica $\frac{7}{3}$ por el inverso multiplicativo de $\frac{4}{5}$ para calcular el cociente.

$$\frac{7}{3} : \frac{4}{5} = \frac{7}{3} \bullet \frac{5}{4} = \frac{35}{12}$$

3. Resuelve la multiplicación y simplifica.

$$\frac{35}{12} \bullet \frac{4}{7} = \frac{140}{84} = \frac{5}{3}$$

El inverso multiplicativo de un número a distinto de cero es aquel que al multiplicarlo por a, resulta 1. Es decir, el inverso multiplicativo de a es $\frac{1}{a}$ ya que $a \bullet \frac{1}{a} = 1$.

Aprende

- Al resolver multiplicaciones y divisiones de números racionales, puedes aplicar la regla de los signos utilizada en los números enteros.
- Para resolver multiplicaciones y divisiones de fracciones y números decimales, puedes expresar los términos involucrados como una fracción o un número decimal, y luego resolver la operación correspondiente.

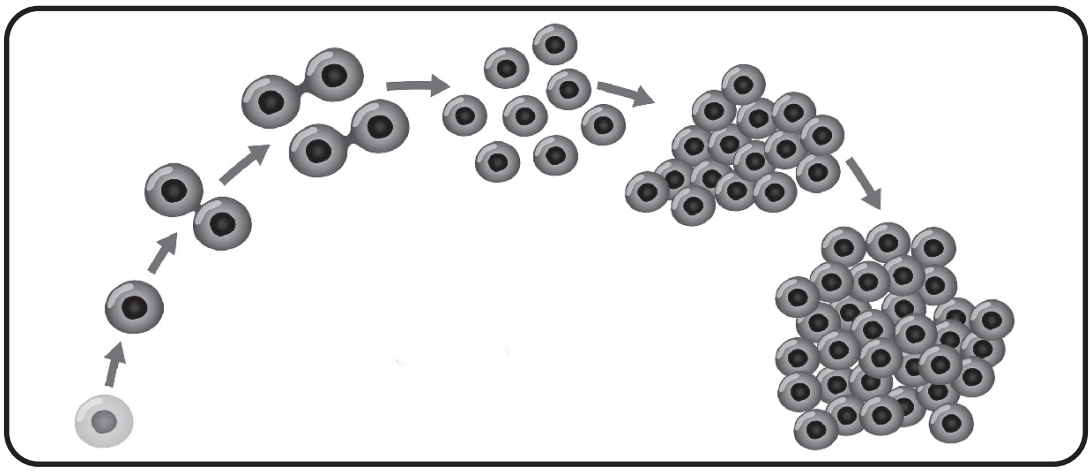
BDA U1-ACT-20

Lección 3

POTENCIA Y RAÍZ

MULTIPLICACIÓN DE POTENCIAS

La **mitosis** es un tipo de división celular, en la cual una célula duplica todo su contenido y se divide para formar dos células genéticamente idénticas. Cuando la **mitosis** no se regula adecuadamente, pueden producirse problemas de salud como el cáncer.



Fuente: https://medlineplus.gov/spanish/genetica/entender/comofuncionangenes/celuladivision

Responde las siguientes preguntas:

1. Al observar la imagen, ¿qué ves respecto de la cantidad de células en cada etapa?

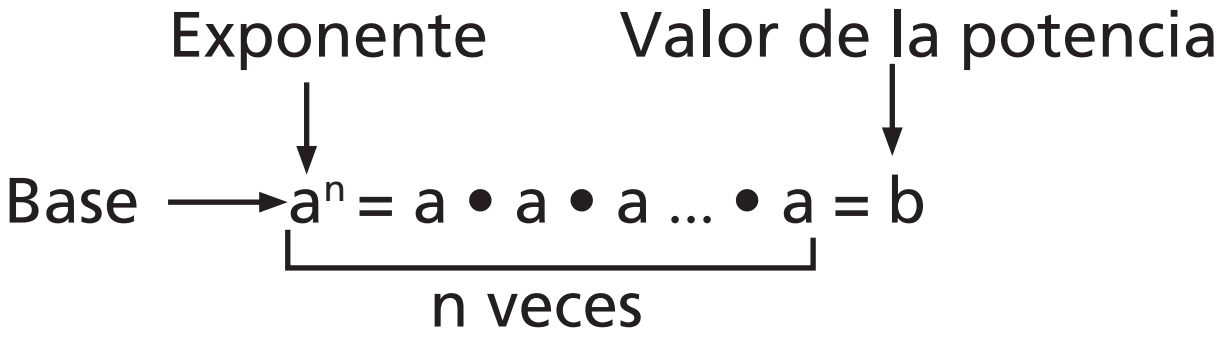
2. Determina un patrón de crecimiento de las células de la imagen usando multiplicaciones. Ayúdate con la información de la tabla.

Etapa	1	2	3	4	5	6
Cantidad de células	2	4	8	16	32	64
	2	2 • 2	2 • 2 • 2	2 • 2 • 2 • 2		

Aprende

Cuando en una multiplicación hay factores iguales y se repiten una cantidad finita de veces, se puede escribir utilizando una potencia. En una potencia se identifican la base, el exponente y el valor de la potencia.

Si a, n y b ϵ N, la potencia de a^n corresponde a:



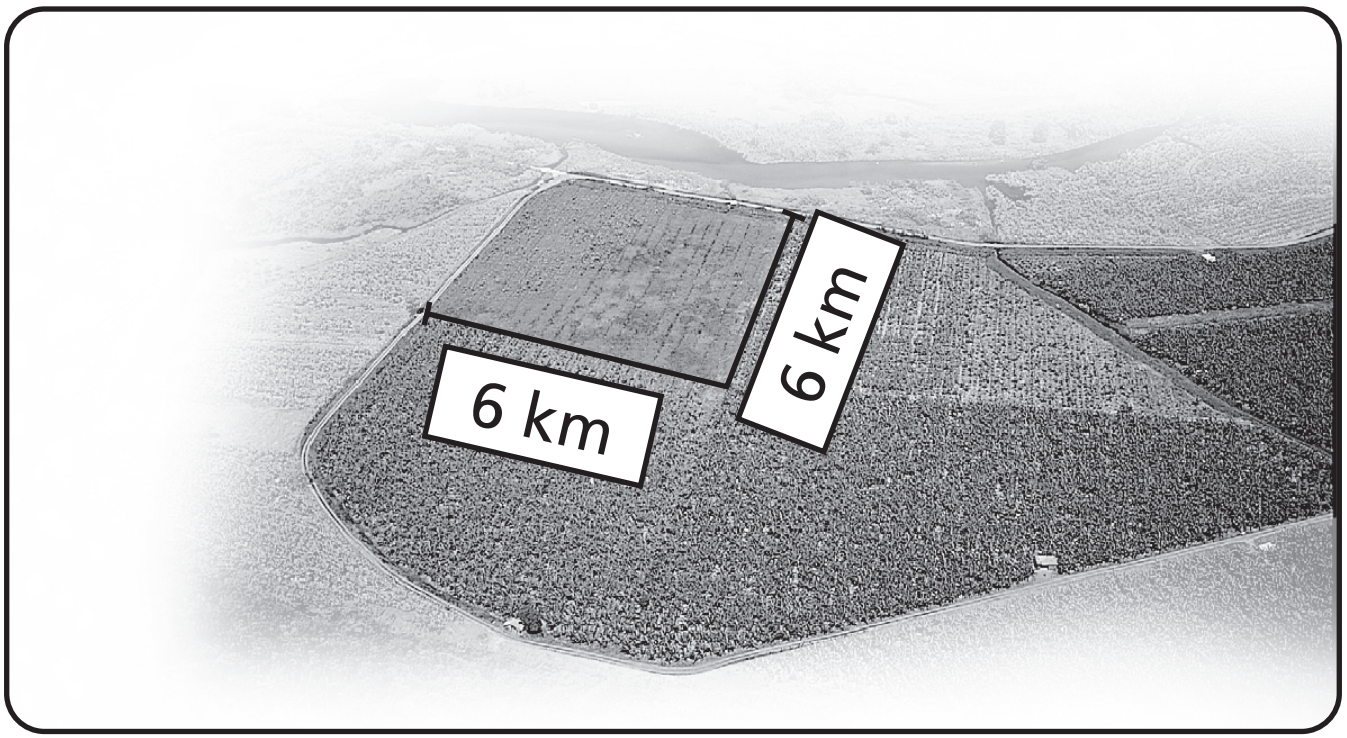
Se lee a elevado a n es igual a b.

El exponente indica la cantidad de veces que aparecerá la base como factor en una multiplicación iterada. Ejemplo:

$2^3 = 2 \bullet 2 \bullet 2 = 8$

Ejemplo 1

En la imagen se muestra un sector cuadrado de un fundo, el cual mide 6km en largo y ancho. ¿Cuál es el área de su superficie?



1. Para calcular el área de un cuadrado se eleva a dos la medida de cualquiera de sus lados

2. Se aplica la fórmula del área:

$(6\ km)^2 = 6\ km \bullet 6\ km = 36\ km^2$.

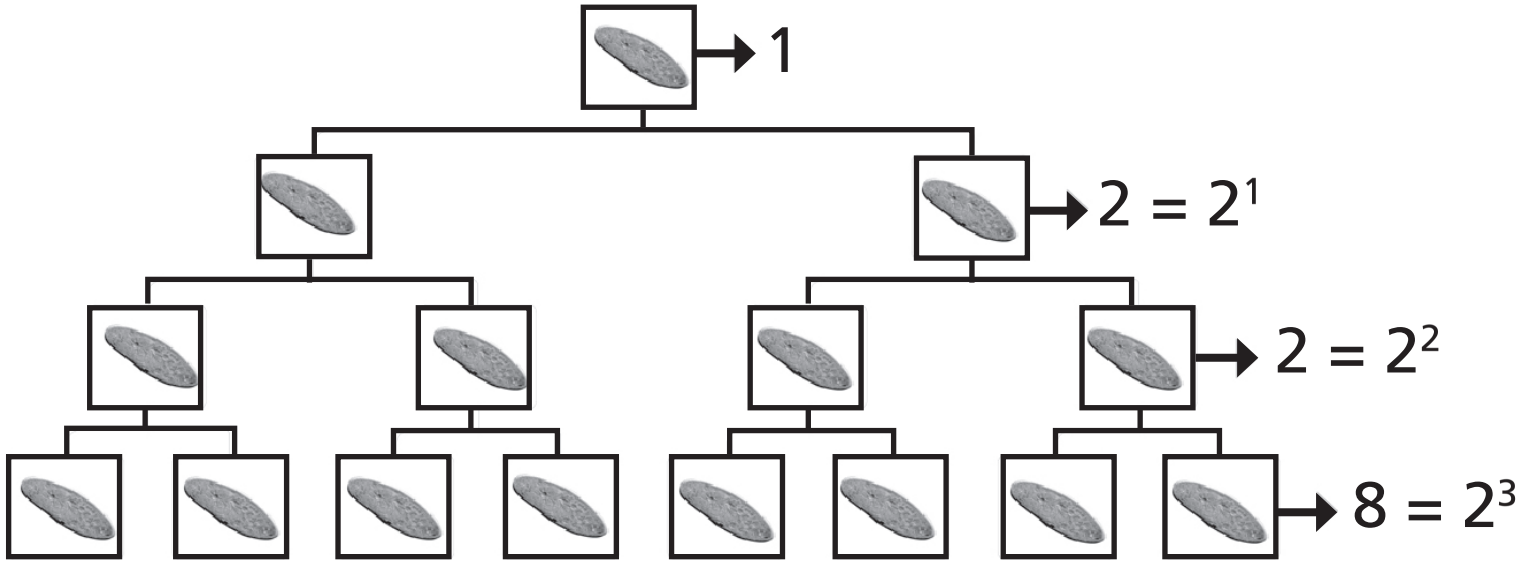
Finalmente, el área de la superficie del sector es 36 km^2 .

Ejemplo 2

Los paramecios son organismos unicelulares habituales en aguas dulces estancadas con abundante materia orgánica, como charcos y estanques. Se reproducen de forma asexual por fisión binaria, es decir, una célula se divide en dos.

Fuente: https://www.quimica.es/enciclopedia/Paramecium.html

Representa la situación con un diagrama de árbol y con potencias



¿Crees que utilizar diagramas de árbol ayuda a comprender una situación? ¿Por qué?

Ejemplo 3

Macarena analiza el grado de descomposición de un alimento. Ella considera que está contaminado si la cantidad de bacterias por milímetro cuadrado es igual o superior a 512. Si en un inicio hay 1 bacteria por milímetro cuadrado y se divide en 2 en forma sucesiva cada 10 min, ¿cuánto tiempo demorará el alimento en estar descompuesto?

1. Plantea la situación con una potencia

Intervalos de tiempo de 10 minutos	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Cantidad de bacterias	1 ↓ 1	2 ↓ 2^1	2 ↓ 2^2	8 ↓ 2^3	16 ↓ 2^4	32 ↓ 2^5	64 ↓ 2^6	128 ↓ 2^7	256 ↓ 2^8	512 ↓ 2^9

2. El exponente de la potencia representa la cantidad de intervalos de tiempo de 10 minutos, por lo que el tiempo que demorará el alimento en estar descompuesto es de $9 \bullet 10 = 90$ minutos

Ejemplo 4

Representa como una potencia el producto
$4^2 \bullet 4^3 \bullet 5^5$

$4^2 \bullet 4^3 \bullet 5^5 =$

$= (4 \bullet 4) \bullet (4 \bullet 4 \bullet 4) \bullet (5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5)$.....

$= (4 \bullet 5) \bullet (4 \bullet 5) \bullet (4 \bullet 5) \bullet (4 \bullet 5) \bullet (4 \bullet 5)$....

$= (4 \bullet 5)^5$ .....

$= 20^5$

Aplicas la definición de potencias y desarrollas

Ejemplo 5

Resuelve la expresión:

$3^3 \bullet 2^3 \bullet 2^3 - 3 \bullet 3^2 \bullet 3^3$.

$3^3 \bullet 2^3 \bullet 2^3 - 3 \bullet 3^2 \bullet 3^3 = (3 \bullet 2 \bullet 2)^3 - 3 \bullet 3^2 \bullet 3^3$

Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias de igual exponente

$12^3 - 3 \bullet 3^2 \bullet 3^3$

$12^3 - 3^{1+2+3}$

Aplicas la propiedad de la multiplicación de potencias de igual base

$12^3 - 3^6$

Resuelves

$= 1\,728 - 729$

$= 999$

Aprende

- Al multiplicar potencias de igual base, se conserva la base y se suman los exponentes

$$a^n \bullet a^m = \underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}_{\text{n factores}} \bullet \underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots a)}_{\text{m factores}} =$$

$$\underbrace{(a \bullet a \bullet a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}_{\text{n + m factores}} = a^{n+m}, \text{ con } a, n, m \in \mathbb{N}.$$

Ejemplo: $8^7 \bullet 8^6 = 8^{7+6} = 8^{13}$

- Al multiplicar potencias de igual exponente, se multiplican las bases y se conserva el exponente

$a^n \bullet b^n = \underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}_{\text{n factores}} \bullet \underbrace{(b \bullet b \bullet \ldots b)}_{\text{n factores}} =$

$\underbrace{(a \bullet b) \bullet (a \bullet b) \bullet \ldots \bullet (a \bullet b)}_{\text{n factores}} =$

$(a \bullet b)$, con $a, b, n \in \mathbb{N}$.

Ejemplo:

$7^2 \bullet 4^2 = (7 \bullet 4)^2 = 28^2$

Herramientas tecnológicas

Para practicar el desarrollo de potencias, puedes utilizar el siguiente recurso:

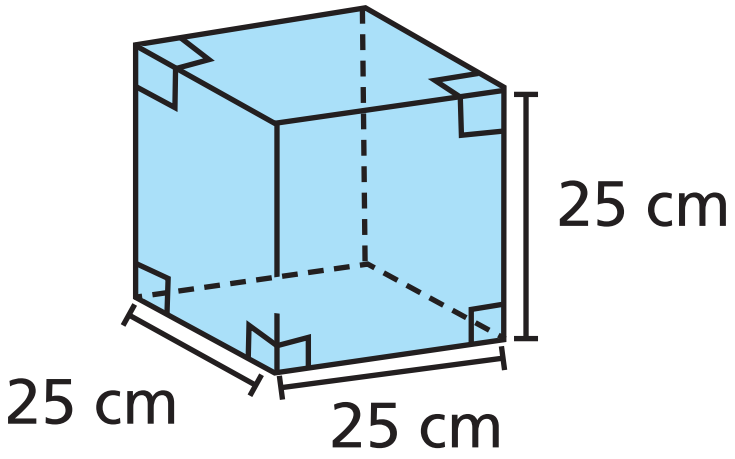
https://www.geogebra.org/m/pagKgma9#material/MFNDpUuq

Ejemplo 6

Conecto con Geometría

Calcula el volumen del cubo. Expresa el resultado usando una potencia.

Considera que el volumen de un cubo de arista x se calcula como x^3.



A continuación, se muestran dos procedimientos. Considera que la longitud de cada arista del cubo se expresó como 5^2, ya que $25 = 5^2$.

Procedimiento 1

$5^2 \bullet 5^2 \bullet 5^2 = 5^{2+2+2} = 5^6 \text{ cm}^3$

Procedimiento 2

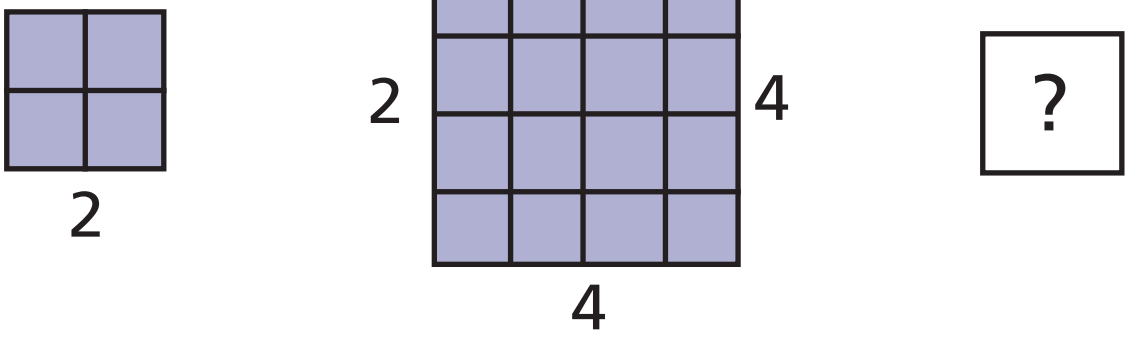
$5^2 \bullet 5^2 \bullet 5^2 = (5^2)^3 = 5^6 \text{ cm}^3$

En ambos casos, el resultado es el mismo valor, entonces, el volumen del cubo es 5^6 cm^3.

Ejemplo 7

Las figuras están formadas por cuadrados iguales. Si se continúa con la regla de formación que va duplicando el lado de cada figura respecto de la anterior, ¿cuántos cuadrados formarán la figura 3?

Figura 1 Figura 2 Figura 3



1. La figura 1 tiene $(2^1)^2$ cuadrados y la figura 2 $(2^2)^2$ cuadrados. Al continuar con la regla de formación la figura 3 tendrá $(2^3)^2$ cuadrados.

2. Para calcular la cantidad de cuadrados, se pueden aplicar las propiedades de las potencias:

$$(2^3)^2 = 2^3 \bullet 2^3 = 2^{3+3} = 2^6 = 2\bullet\ 2\bullet\ 2\bullet\ 2\bullet\ 2\bullet\ 2=64$$

Multiplicación de potencias de igual base

La figura 3 estará formada por 64 cuadrados.

Recuerda:

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

Aprende

La potencia de una potencia se puede representar como una potencia que conserva la base original y su exponente es igual al producto de los exponentes involucrados.

$$(a^n)^m = \underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)^m}_{\text{n factores de a}} =$$

$$\underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a) \bullet (a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}_{(n \bullet m) \text{ factores de a}} =$$

$a^{n \bullet m}$, con a, n, m $\epsilon \mathbb{N}$.

DBA U1-ACT-10 y 22

DIVISIÓN DE POTENCIAS

Marie Curie fue una física y química polaca nacionalizada francesa. Pionera en el campo de la radiactividad, es la primera y única persona en recibir dos Premios Nobel en distintas especialidades científicas: Física y Química. También fue la primera mujer en ocupar el puesto de profesora en la Universidad de París y la primera en recibir sepultura con honores en el Panteón de París en 1995. En la actualidad, la radiactividad es utilizada para combatir el cáncer en las personas, entre otros usos.

Fuente: https://www.conicyt.cl/mujeres-en-ciencia-y-tecnologia/mujeres-destacadas/premiosnobel/marie-curie/

Fuente: Shutterstock/Trabantos

Durante la Primera Guerra Mundial, Marie Curie se enfrentó a los prejuicios de los franceses que no querían mujeres ligadas a la guerra, pero ella demostró que sus radiografías ayudaban a salvar vidas.

Para ello usó fuentes de rayos X portátiles que montó y llevó a los frentes de combate con su hija. Se calcula que esta hazaña ayudó a más de un millón de soldados heridos.

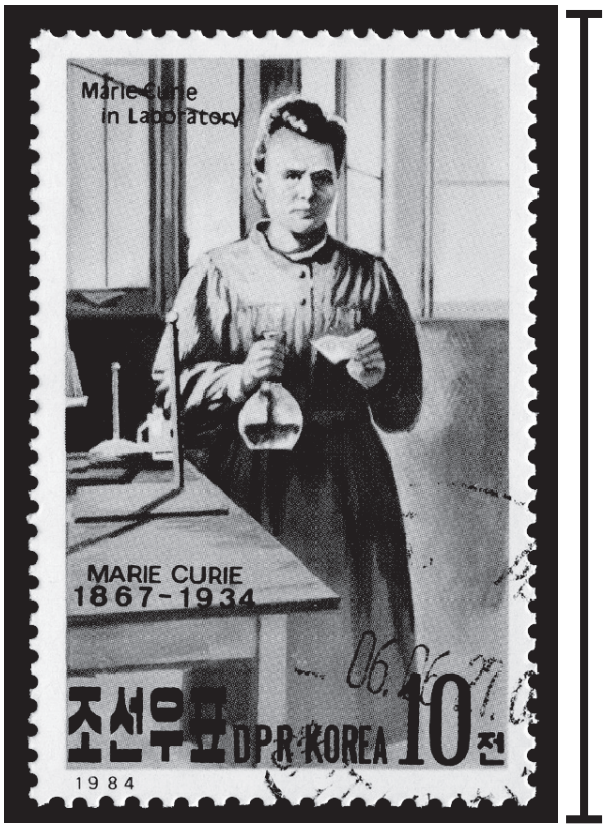
Responde y comenta con tus compañeros.

1. Investiguen más acerca de los aportes que realizó Marie Curie a la ciencia.

2. ¿Qué relación hay entre la matemática y los descubrimientos de Curie junto a su esposo?

Ejemplo 1

Fuente: Istock/Sinopics



12^2 cm

La imagen corresponde a una estampilla histórica con la fotografía de la científica Marie Curie. Imagina que en tu colegio quieren utilizar esa imagen para un pendón que tenga de área para colgarlo en la feria de ciencias. Si el alto del pendón debe ser como se muestra en la imagen, ¿cuántos centímetros debe medir el ancho?

1. Como el área de un rectángulo se calcula multiplicando la medida de sus lados, se puede resolver la división $120^{2:}12^{2}$ para determinar la medida del ancho.

2. La división anterior se representa de la siguiente forma: (agrandar fracciones)

$$120^2 : 12^2 = \frac{120^2}{12^2} = \left(\frac{120}{12}\right)^2 = 10^2 = 100$$

Luego, el ancho del pendón debe medir 10^2 cm o 100 cm.

Aprende

Al dividir potencias de igual exponente, se dividen las bases y se conserva el exponente

$$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \frac{\overbrace{a \bullet a \bullet \ldots \bullet a}^{\text{n factores}}}{\underbrace{b \bullet b \ldots \bullet b}_{\text{n factores}}} = \frac{a}{b} \bullet \frac{a}{b} \bullet \ldots \bullet \frac{a}{b} =$$

$$\underbrace{(a:b) \bullet (a:b) \bullet \ldots \bullet (a:b)}_{\text{n factores}} = (a:b)^n \text{ con } a, b, n \in \mathbb{N}$$

$(a:b)^n$ con $a, b, n \in \mathbb{N}$

Ejemplo: $9^2 : 3^2 = (9 : 3)^2 = 3^2 = 9$

Ejemplo 2

Resuelve la expresión $36^3 : 12^3$.

$36^3 : 12^3 = (36:12)^3$ ⟶ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= 3^3$

$= 27$ ⟶ Resuelves la potencia.

Ejemplo 3

Resuelve la expresión $60^2 : 5^2 : 3^2$.

$(60^2 : 5^2) : 3^2 = (60 : 5)^2 : 3^2$ ⟶ Resuelves de izquierda a derecha.

$= 12^2 : 3^2$ ⟶ Aplicas la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$= (12:3)^2$

$= 4^2$

$= 16$ ⟶ Resuelves la potencia

Aprende

Al **dividir potencias de igual base**, se conserva la base y se restan los exponentes.

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = \frac{\overbrace{(a \bullet a \bullet a \ldots \bullet a)}^{\text{n factores}}}{\underbrace{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}_{\text{m factores}}} =$$

$$\frac{\overbrace{\cancel{(a \bullet a \bullet a \ldots \bullet a)}}^{\text{m factores}} \bullet \overbrace{(a \bullet a \bullet a \ldots \bullet a)}^{\text{m - n factores}}}{\underbrace{\cancel{(a \bullet a \bullet \ldots \bullet a)}}_{\text{m factores}}} =$$

$= a^{n-m}$ con a, n, m $\in \mathbb{N}$ y n $\geq$ m.

Ejemplo 4

Representa como una potencia el resultado de $(4^5 : 4^2) : 2^3$.

$$(4^5 : 4^2) : 2^3 = \left(\frac{4^5}{4^2}\right) : 2^3$$

Escribes como fracción y simplificas.

$$= \left(\frac{4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{4}}{\cancel{4} \cdot \cancel{4}}\right) : 2^3$$

$$= \frac{4^3}{2^3}$$

Escribes como fracción y aplicas la definición de potencias de igual base

$$= (4 : 2)^3$$

$$= 2^3$$

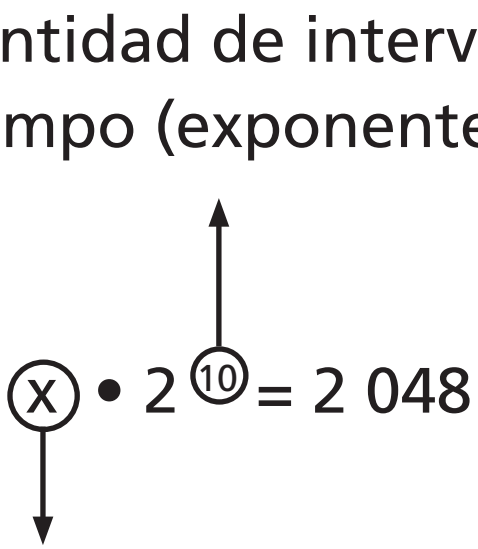
Ejemplo 5

Un tipo de bacteria se duplica cada 6 min. ¿Cuántas bacterias había en un comienzo si luego de una hora hay 2 048 bacterias?

1. Plantea la expresión que representa el problema.

Intervalos de tiempo de 10 minutos	1	2	3	4	5	6
Cantidad de bacterias	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6

Como las bacterias se duplican cada 6 min, en una hora hay 10 intervalos de tiempo de 6 min.



2. Expresa el número 2 048 como una potencia de base 2 y resuelve.

$$x \bullet 2^{10} = 2\,048 \leftrightarrow x \bullet 2^{10} = 2^{11}$$

$$x = 2^{11} : 2^{10}$$

$$x = 2^{11-10}$$

$$x = 2$$

Entonces, en un comienzo había 2 bacterias.

Herramientas tecnológicas

Para practicar la multiplicación y división de potencias, puedes utilizar el siguiente recurso:

https://www.geogebra.org/m/pagKgma9#material/tvWNZpuS

Ejemplo 6

Conecto con Ciencias Naturales

En Biología, para representar las medidas de diversos elementos de los organismos, como las células, las bacterias, los glóbulos rojos, entre otros, se utilizan las potencias en un método de escritura numérico llamado notación científica. Este se emplea cuando las medidas son muy pequeñas (como en el caso del estudio de la Biología celular) o muy grandes (como en el caso de las distancias y tamaños en el espacio).

Observa la siguiente tabla:

Elemento	Medida	Medida en notación científica
Virus	0,0001 cm	$1 \cdot 10^{-4}$ cm
Glóbulo rojo	0,007 cm	$7 \cdot 10^{-3}$ cm
Bacteria	0,002 cm	$2 \cdot 10^{-3}$ cm
Diámetro del ADN	0,000002 cm	$2 \cdot 10^{-6}$ cm

¿Qué razón hay entre las siguientes medidas?

a. El tamaño de un glóbulo rojo y el tamaño de una bacteria.

b. El diámetro del ADN y el tamaño de un glóbulo rojo.

c. El tamaño de una bacteria y el tamaño de un virus.

Para responder, utiliza el concepto de razón y relaciona las siguientes medidas:

Observa la división de potencias de igual base

La razón es de 7:2

a. $\frac{\text{glóbulo rojo}}{\text{bacteria}} \Rightarrow \frac{7 \bullet 10^{-3}}{2 \bullet 10^{-3}} = \frac{7}{2}$

Observa la división de potencias de igual base

La razón es de 0,002:7

b. $\frac{\text{diamentro del ADN}}{\text{glóbulo rojo}} \Rightarrow \frac{2 \bullet 10^{-6}}{7 \bullet 10^{-3}} = \frac{7 \bullet 10^{-3}}{7}$

Observa la división de potencias de igual base

La razón es de 20:1

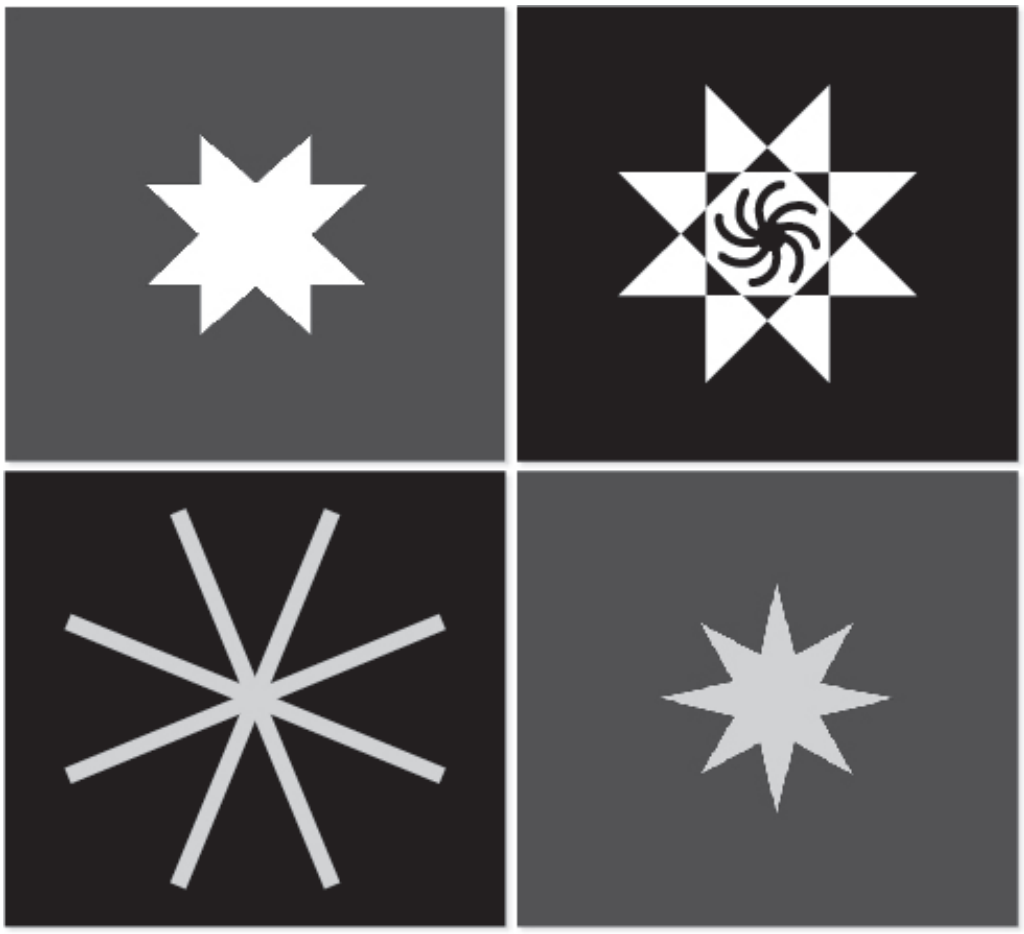
c. $\frac{\text{bacteria}}{\text{virus}} \Rightarrow \frac{2 \bullet 10^{-3}}{1 \bullet 10^{-4}} = \frac{2 \bullet 10}{1}$

BDA U1-ACT-11

RAÍZ CUADRADA

El Wüñelfe es un símbolo de la cultura mapuche que puede ser descrito como una forma especial de octagrama o estrella de ocho puntas. Representa el lucero del alba o el planeta Venus y está presente en el kultxug, estandartes y elementos ceremoniales. Existen variaciones en su diseño. Algunas son las siguientes:

Fuente: https://www.scielo.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0718-68942016000200006



Responde y comenta con tus compañeros.

1. ¿Para qué crees que se utiliza este símbolo y con qué contenidos podríamos vincularlo?

2. Investiga cuál es la importancia cultural que tiene Wüñelfe para el Pueblo Mapuche.

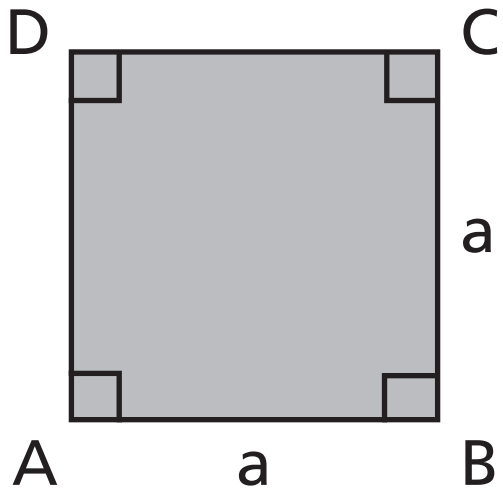
Ejemplo 1

Desde 2021, Chile conmemora el día de los Pueblos Originarios y en un colegio, se quiere realizar una actividad para ese día, la cual consiste en pintar un mural, el cual debe ocupar un sector cuadrado de la pared de 1 m^2 de superficie. Luego de votar, los estudiantes decidieron dibujar uno de los tipos de Wüñelfe blanco con el fondo azul, como el de la imagen anterior.

a. ¿Cuánto deben medir los lados del cuadrado en la pared?

Dado que la superficie que se pintará tiene la forma de un cuadrado, el cálculo del área corresponde al producto de la medida de los lados, es decir:

área = a • a = a^2



Se sabe que el área es de 1 , por lo que para conocer la medida de los lados del cuadrado, se puede utilizar la raíz cuadrada:

$$a^2 = 1m^2$$

$$a = \sqrt{1m^2}$$

$$a = 1\ m$$

De esta forma, los lados del cuadrado de 1 m^2 deben medir 1 m cada uno.

b. Si en otro lugar, la superficie que se pintará puede ser de 169 cm^2 ¿cuánto deben medir los lados del cuadrado?

La superficie a considerar ahora es de 169 cm^2, entonces:

$$a^2 = 169\ cm^2$$

$$a = \sqrt{169\ cm^2}$$

$$a = 13\ cm$$

De esta forma, los lados del cuadrado de 169 m^2 deben medir 13 cm cada uno.

Aprende

La **raíz cuadrada** de un número natural b corresponde a un único número positivo a que cumple: $a^2 = b$ y se representa como $\sqrt{b} = a$.

Ejemplos:

$3^2 = 9$, así que $\sqrt{9} = 3$

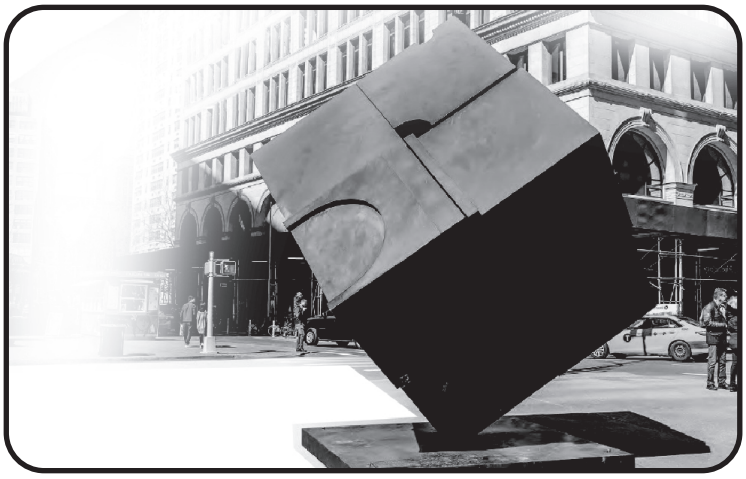
$5^2 = 25$, así que $\sqrt{25} = 5$

$11^2 = 121$, así que $\sqrt{121} = 11$

Ejemplo 2

El cubo de Astor Place es una escultura de Bernard Rosenthal situada en la isla de Manhattan, en Nueva York. La obra fue construida con 820 kg de acero y se puede girar sobre su eje vertical. El cubo de Astor Place tiene un área total de su superficie aproximada de 345 600. ¿Cuál es la medida de la arista del cubo?

Fuente: https://www.esculturaurbanaaragon.com.es/estadosunidos9.htm



Fuente: Shutterstock/Holly Vegter

1. Para conocer el área de un cubo, se calcula el área de una de sus caras y se multiplica por 6, ya que sus caras son de iguales dimensiones.

2. Entonces, para calcular el área de una cara, divides el área por 6.

$$345\ 600 : 6 = 57\ 600$$

3. Luego, determinas la medida de la arista calculando la raíz cuadrada.

$$\sqrt{57\ 600} = 240$$

Entonces, la medida de cada arista del cubo es de 240 cm.

Ejemplo 3

Estima la raíz cuadrada de 18 y ubícala en la recta numérica.

1. El número 18 no es un cuadrado perfecto, ya que no existe un número $a \in \mathbb{N}$ que cumpla $a^2 = 18$. Por lo tanto, se buscan dos números cuadrados perfectos cercanos a 18.

$a = 2$, entonces $a^2 = 2^2 = 4$

$a = 3$, entonces $a^2 = 3^2 = 9$

$a = 4$, entonces $a^2 = 4^2 = 16$

$a = 5$, entonces $a^2 = 5^2 = 25$

Luego, los números buscados son 16 y 25.

2. Calcula la raíz cuadrada de cada número.

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

$$4 < \sqrt{18} < 5$$

Como 18 es más próximo a 16 que a 25, entonces $\sqrt{18}$ es más próximo a 4.

Ejemplo 4

Supón que tienes que crear un volante para dar a conocer la actividad del 21 de junio a todos los estudiantes del colegio. Para ello, te solicitan utilizar papeles cuadrados de, aproximadamente, 29 cm^2 de superficie.

¿Cuánto deben medir, aproximadamente, los lados de cada volante?

1. Como los papeles son cuadrados, se puede calcular la raíz cuadrada de 29 para determinar la medida del lado de cada volante, pero como $\sqrt{29}$ no es un número exacto, puedes estimar su valor.

$25 < 29 < 36 \Leftrightarrow \sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36} \Leftrightarrow 5 < \sqrt{29} < 6$

2. Luego, como 29 es más próximo a 25 que a 36 en la recta numérica, se puede afirmar que $\sqrt{29}$ es más cercano a 5.

3. Ahora, escoge un número decimal cercano a 5, por ejemplo 5,3. Obtienes $5{,}3^2 = 28{,}09$. Si eligieras 5,4, obtienes que 5, $4^2 = 29{,}16$. Por lo tanto, $\sqrt{29}$ se aproxima a 5,4; es decir, $\sqrt{29} \approx 5{,}4$.

De esta forma, los lados de cada volante deben medir, aproximadamente, 5,4 cm.

Aprende

El valor de una potencia de la forma a^2, con a^2 un número natural, se conoce como **cuadrado perfecto**. Por ejemplo, 64 es un cuadrado perfecto, ya que $8^2 = 64$.

Para **estimar la raíz cuadrada de un número natural** d ($\sqrt{d}$) se pueden elegir dos números x, y $\in \mathbb{N}$, tal que $x < d < y$.

Estos números deben cumplir con la condición de ser **cuadrados perfectos**, es decir, ($\sqrt{x}$) = c y ($\sqrt{y}$) = e, con c, e $\in \mathbb{N}$. En general, se consideran c y e dos números consecutivos.

$x < d < y$ $\qquad \sqrt{x} < \sqrt{d} < \sqrt{y}$ $\qquad c < \sqrt{d} < e$

$(\sqrt{17}) \Rightarrow \sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25} \Rightarrow 4 < \sqrt{17} < 5$

BDA U1-ACT-12, 23 y 24

VARIACIONES PORCENTUALES

WWF (World Wildlife Fund, Fondo mundial para la vida silvestre) es una ONG (Organización No Gubernamental) internacional, con sede en Valdivia, Chile, preocupada de que tanto las especies animales como vegetales que habitan en la Zona Sur se encuentren debidamente resguardadas bajo alguna modalidad de protección, ya sea en áreas protegidas públicas, como parques y monumentos nacionales, o en áreas privadas, comunitarias o territorios indígenas de conservación.

Fuente: https://www.wwf.cl/

Fuente: Shutterstock/Piotr Swat

Responde y comenta con tus compañeros.

1. ¿Qué piensas acerca de la labor que cumple la WWF en Chile?

2. ¿De qué manera podemos contribuir al cuidado y protección de nuestro entorno natural como hacen las ONG como WWF?

3. Investiga otras ONG que impacten en el medioambiente del país. Para ello, revisa el siguiente enlace:

https://www.minrel.gob.cl/minrel/ministerio/direcciones/direccion-de-medio-ambiente-y-asuntos-oceanicos/ongs-nacionales-e-internacionales

Ejemplo 1

Observa la imagen con la cantidad de seguidores que tiene la organización. Si cada persona sigue a la organización solo en una red social, ¿qué porcentaje representa cada cantidad respecto del total?

1. Determina la cantidad total de seguidores.

- Facebook: 26 115 seguidores.
- Instagram: 38 010 seguidores.
- X: 20 294 seguidores.

26 115 + 38 010 + 20 294 = 84 419

2. Calcula el porcentaje relacionado con los seguidores de cada red social.

Facebook	
Seguidores	**Porcentaje (%)**
84 419	100
26 115	X

$$x = \frac{26\ 115 \bullet 100}{84\ 419}$$

$x = 31$

Instagram	
Seguidores	**Porcentaje (%)**
84 419	100
38 010	X

$$x = \frac{38\ 0\ 10 \bullet 100}{84\ 419}$$

$x = 45$

X	
Seguidores	**Porcentaje (%)**
84 419	100
20 294	X

$$x = \frac{20\,294 \bullet 100}{84\,419}$$

$x = 24$

* Observa que 26115 seguidores de un total de 84419 es: $\frac{26\,115}{84\,419} \approx 0{,}31$

Luego, los seguidores de Facebook representan, aproximadamente, el 31 % del total de seguidores, Instagram el 45 % y X, el 24 %

Ejemplo 2

Un producto que tenía un precio de $25000 se está liquidando con un descuento del 40 %, ¿cuál es el precio final?

1. Un descuento del 40 % equivale a cancelar el 60 % del precio del producto. Es decir:

$$60\ \% \bullet \$25\ 000 = \frac{60}{100} \bullet \$25\ 000 =$$

$$0{,}6 \bullet \$25\ 000 = \$15\ 000$$

2. El precio final del producto será de $15 000.

Aprende

- El a % de descuento en el valor de un producto equivale a cancelar el (100 – a) % del precio del producto.

- Un aumento del b% en el valor de un producto equivale a cancelar el (100 + b) % del precio del producto.

  Ejemplo:

  El 35% de descuento de 700 equivale a (100 – 35)% de 700 000, es decir, el 65% de 700 que es 455.

Ejemplo 3

Conecto con Historia, Geografía y Ciencias Sociales

El índice de precios al consumidor (IPC) es un indicador económico que mide mes a mes la variación en los precios de una canasta familiar conformada por ciertos bienes y servicios. Si una familia destinara $280000 mensuales para ciertos bienes y servicios y el IPC acumulado de dos meses fuese del 5,2 %, ¿cuánto más se puede estimar que gastarán si siguen consumiendo lo mismo?

1. Debido a que el costo de los bienes y servicios aumenta en un 5,2 %, se debe calcular el 5,2 % de $280 000.

Costo ($)	Porcentaje (%)
280 000	100
x	5,2

$$x = \frac{280\,000 \bullet 5{,}2}{100}$$

$$x = 14\,560$$

2. Se puede estimar que la familia gastará $14 560 más mensualmente.

Ejemplo 4

¿Cuál es el interés simple producido por un capital de $400000 al 5 % anual durante dos años?

1. Para determinar el interés que se genera el primer año, calculamos el 5 % de $400000.

Pesos ($)	Porcentaje (%)
400 000	100
x	5

$$x = \frac{400\,000 \bullet 5}{100}$$

$$x = 20\,000$$

2. Como el período es de dos años, multiplicamos el interés generado el primer año por 2, es decir,

$\$20000 \bullet 2 = \$40000$:

3. Podemos comprobar lo obtenido utilizando la expresión:

$$I = 400\,000 \bullet 5\% \bullet 2$$
$$= 400\,000 \bullet \frac{5}{100} \bullet 2$$
$$= 40\,000$$

Luego, el interés producido durante dos años es de $40 000.

Aprende

Los **porcentajes** tienen diversos usos. Por ejemplo:

- Para calcular el impuesto al valor agregado (IVA), que corresponde al 19 % de un cierto producto o servicio, o el índice de precios al consumidor (IPC).
- Para calcular intereses o descuentos. Por ejemplo, el interés simple I que genera un capital C a una tasa de interés anual i % en un período t se puede calcular utilizando la expresión:

$$I = C \bullet i\ \% \bullet t.$$

- Para calcular el porcentaje de ganancia o pérdida, entre muchas otras aplicaciones.

Ejemplo 5

Completa la siguiente liquidación de sueldo con las cantidades que faltan. Considera que el sueldo bruto es el monto sin descuentos y el sueldo líquido es lo que se recibe finalmente.

LIQUIDACIÓN DE SUELDO	
Sueldo bruto	
DESCUENTOS	
AFP (13 %)	
Salud (7 %)	$42 000
Total, descuentos	
Sueldo líquido	

1. Calcula el sueldo bruto

Pesos ($)	Porcentaje (%)
X	100
42 000	7

$$x = \frac{42\,000 \bullet 100}{7}$$

$x = \$600\,000$

2. Calcula el 13 % de $600 000, que representa el descuento por concepto de AFP, es decir,

13 % • $600 000 = 0,13 • $600 000 = $78 000

3. Luego, el total de los descuentos es

($42 000 + $78 000) = $120 000.

4. Finalmente, el sueldo líquido es

($600 000 – $120 000) = $480 000.

LIQUIDACIÓN DE SUELDO	
Sueldo bruto	$600 000
DESCUENTOS	
AFP (13 %)	$78.000
Salud (7 %)	$42 000
Total, descuentos	$120 000
Sueldos líquido	$480 000

Ejemplo 6

Un automóvil se encuentra a la venta con el siguiente aviso: “Se vende $7.500.000 IVA incluido”

¿Cuánto es el IVA que se paga por el automóvil?

1. El IVA equivale al 19 % del valor inicial fijado para un producto. Por lo tanto, el precio del automóvil equivale al 119 % de su valor inicial:

2. Calcula el IVA que se paga por el automóvil.

Precio ($)	Porcentaje (%)
7 000 000	119
x	19

$$x = \frac{7\,500\,000 \cdot 19}{119}$$

$$x = \$1\,197\,479$$

3. El IVA que se paga por el automóvil es, aproximadamente, $1 197 479.

BDA U1-ACT-13, 25, 26 y 27

SÍNTESIS

UNIDAD 1: NÚMEROS

Lección 1 Números enteros ($\mathbb{Z}$)

Para **multiplicar** números enteros:

Se puede considerar como una suma abreviada:

Por ejemplo:

$4 \bullet (-3) = (-3) + (-3) + (-3) + (-3) = -12$

Para **dividir** números enteros:

Puedes hacer la relación con la multiplicación:

Por ejemplo: (–72): (–8)

¿Qué número multiplicado por –8 da –72?

Recuerda la regla de los signos:

Multiplicación:

+ • + = +	– • – = +
– • + = –	+ • – = –

Ejemplos: (–18) • (–5) = 90 (–50) : (–25) = 2

División:

+ : + = +	– : – = +
– : + = –	+ : – = –

Ejemplos: 30 • (–25) = –750 (–63) : 7 = –9

¿Cómo relacionas lo que ya sabías acerca de los números con lo que sabes ahora?

¿Qué dificultades tuviste para calcular multiplicaciones y divisiones de números enteros?

Lección 2 Números racionales ($\mathbb{Q}$)

Los **números racionales** se pueden representar como fracción o número decimal.

Ejemplos: $\frac{12}{5} = 2,4$ $\qquad$ $0,7 = \frac{7}{10}$

Para multiplicar o dividir números racionales:

Si a, b, c, d $\in \mathbb{Z}$ y b, d $\neq 0$ entonces:

$$\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{a \bullet c}{b \bullet d}$$

Si a, b, c, d $\in \mathbb{Z}$ y b, c, d $\neq 0$ entonces:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{a \bullet c}{b \bullet d}$$

Ejemplos:

$$\frac{4}{6} \bullet \frac{7}{3} = \frac{4 \bullet 7}{6 \bullet 3} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9}$$

$$\frac{5}{3} : \frac{7}{4} = \frac{5 \bullet 4}{3 \bullet 7} = \frac{20}{21}$$

Para sumar o restar números racionales:

Si se tiene una adición o una sustracción en la que se combinan números decimales y fracciones, se pueden representar los términos involucrados como números decimales o fracciones, y luego resolver la operación correspondiente.

Ejemplos:

$$\frac{2}{3} + \frac{5}{3} + \frac{7}{3} = \frac{2 + 5 + 7}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = \frac{9 - 3 - 4}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

¿Qué estrategias utilizaste para resolver multiplicaciones y divisiones con números enteros?

¿Crees que el trabajar en grupo aporta a tu proceso de aprendizaje?

¿Por qué?

Lección 3 Potencia y raíz cuadrada

Multiplicación de potencias

Multiplicación de potencias de igual base:

$a^n \bullet a^m = a^{n+m}$, con a, n, m $\in \mathbb{N}$.

Multiplicación de potencias de igual exponente:

$a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$, con a, b, n $\in \mathbb{N}$.

División de potencias

División de potencias de igual base:

$a^n : a^m = a^{n-m}$, con a, n, m $\in \mathbb{N}$ y n $\geq$ m.

División de potencias de igual exponente:

$a^n : b^n = (a: b)^n$, con a, b, n $\in \mathbb{N}$.

Raíz cuadrada

La **raíz cuadrada** de un número natural b corresponde a un único número positivo a que cumple con $a^2 = b$, y se representa como $\sqrt{b} = a$.

Por ejemplo, $\sqrt{9} = 3$, ya que $3^2 = 9$.

Variaciones porcentuales

Los porcentajes tienen diversos usos. Por ejemplo, para calcular el impuesto al valor agregado (IVA), el índice de precios al consumidor (IPC), los intereses o descuentos, entre muchas otras aplicaciones.

Ejemplos **Multiplicación de potencias de igual base**:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 \bullet \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^5$$

Ejemplos **Multiplicación de potencias de igual exponente**:

$7^2 \bullet 4^2 = (7 \bullet 4)^2 = 28^2$

Ejemplos **División de potencias de igual base**:

$\left(\frac{2}{5}\right)^5 : \left(\frac{2}{5}\right)^4 = \left(\frac{2}{5}\right)^1$

Ejemplos **División de potencias de igual exponente**:

$28^2 : 4^2 = (28 : 4)^2 = 7^2$

¿En qué situaciones de la vida cotidiana se pueden utilizar las potencias y la raíz cuadrada?

¿Qué aprendizajes de la unidad crees que necesitas ejercitar más? ¿Por qué?

BDA U1-ACT-15, 16, 28, 29 y 30

UNIDAD 2

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

En esta unidad estudiarás las expresiones algebraicas, las ecuaciones e inecuaciones y las funciones.

La orfebrería en plata comenzó a ser desarrollada por el pueblo Mapuche a fines del siglo XVIII, gracias a la utilización de monedas de plata que formaban parte del comercio en La Araucanía. Las monedas sirvieron, entonces, para confeccionar joyas y decorar los arreos y aperos de caciques y lonkos, con lo cual la platería pasó a constituir un símbolo de estatus dentro del mundo mapuche.

Fuente: https://www.museodetalca.gob.cl/galeria/la-plateria-mapuche

Para reflexionar

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

- ¿Han visto mujeres con joyas como las de la imagen? ¿Qué otros adornos utilizan?
- ¿Qué elementos de geometría identifican en las joyas de la imagen?
- ¿Crees que la geometría jugó un rol importante en el diseño de las joyas de los pueblos Originarios? Comenta con tu curso.

Conocimientos previos

Para abordar esta unidad, puedes repasar los siguientes contenidos:

- Operaciones con números enteros.

$3 \bullet (-2) + 4 \bullet 4 = -6 + 16 = 10$

Primero se resuelven las multiplicaciones

Luego adiciones y sustracciones

- Operaciones con números decimales y fracciones.

$$2 \bullet 0{,}5 + 4 \bullet \frac{1}{16} = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

- Reducción de expresiones algebraicas.

$$2a + 4b – 3a – 12b = –a – 8b$$

- Ecuaciones con números enteros.

$$3x + 7 = 16$$

$$3x = 16 – 7$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3$$

BDA U2-ACT-1 y 2

Lección 1

EXPRESIONES ALGEBRAICAS, ECUACIONES E INECUACIONES

OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Un **txapelakucha** es un adorno pectoral usado por mujeres mapuche que representa el mundo espiritual y terrenal. Su uso va más allá de lo ornamental, ya que según el conocimiento mapuche, protege a quien lo usa de enfermedades causadas por los malos espíritus.

El **txarilogko** usado por las mujeres corresponde a una cadena de plata con discos colgantes los que pueden ser monedas o discos de plata o alpaca. Es una joya muy popular que se utiliza en las ceremonias.

Fuente: https://web.uchile.cl/cultura/mapa/artesamapuche/plateria.htm

Piensa y comenta con tus compañeros.

1) ¿Qué otros elementos geométricos reconoces en los adornos mapuche?

2) Investiga qué museos de Chile tienen platería mapuche en sus exhibiciones.

Ejemplo 1

En una prueba entre alianzas, cada equipo debía elaborar una joya mapuche usando principalmente piezas rectangulares y circulares. Los equipos confeccionaron un **txapelakucha** y un **txarilogko**. Para asignar los puntajes, las piezas rectangulares suman 2 puntos y las circulares 1 punto.

Equipo **ñarqui** (gato)	Equipo **trewa** (perro)

Si cada rectángulo se representa con una r y cada círculo con una c, **¿qué expresión permite calcular el puntaje obtenido por cada equipo? ¿Cuál equipo ganó la prueba?**

1. Cuenta la cantidad de rectángulos y círculos que tiene el adorno de cada equipo.

Equipo ñarqui

14 rectángulos en la 1° cadena.
13 rectángulos en la 2° cadena.
14 rectángulos en la 3° cadena.
} 41 rectángulos

10 círculos en la base

Equipo trewa

A lo largo del cintillo hay:
45 rectángulos.
44 círculos.

2. Escribe la expresión pedida en cada caso

Equipo ñarqui → 41r + 10c

Equipo trewa → 45r + 44c

3. Para saber qué equipo ganó la prueba, reemplaza los puntajes según corresponda.

Equipo ñarqui → 41r + 10c

$41 \cdot 2 + 10 \cdot 1$

$= 82 + 10$

$= 92$

Equipo trewa → 45r + 44c

$45 \cdot 2 + 44 \cdot 1$

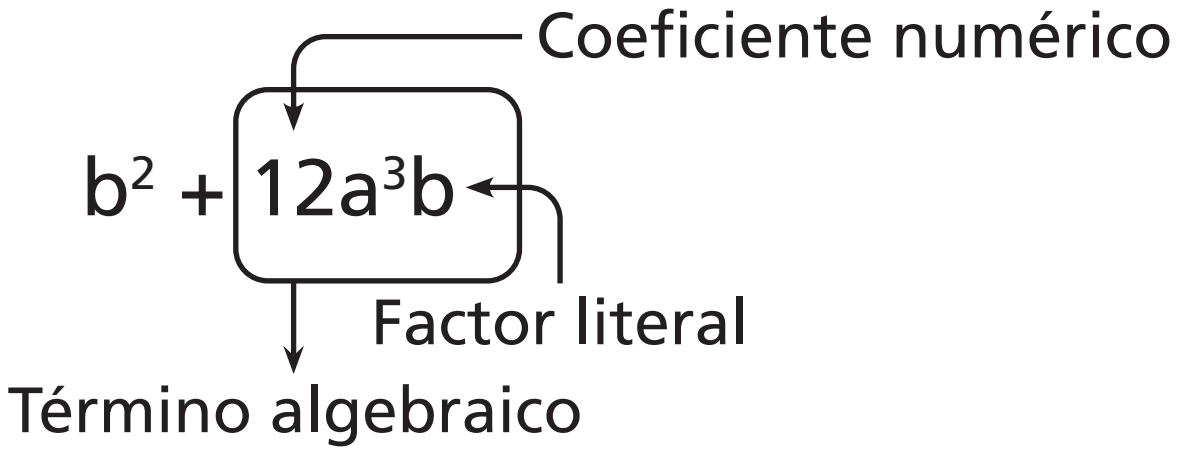
$= 90 + 44$

$= 134$

Entonces, el equipo trewa ganó la prueba.

Aprende

Una **expresión algebraica** es aquella en que se combinan letras, números y operaciones. Por ejemplo:



- En una expresión algebraica se llaman **términos semejantes** a aquellos que tienen el mismo factor literal.

  Por ejemplo:

  $5a^2b$ y $-7a^2b$ tienen el mismo factor literal.

- Para sumar o restar expresiones algebraicas se asocian los términos semejantes y luego, se suman o se restan sus coeficientes numéricos y se conserva el factor literal.

  Por ejemplo:

  $2a^4b + y - 7a^4b + 3y$
  $= (2a^4b - 7a^4b) + (y + 3y)$
  $= -5a^4b + 4y$

Ejemplo 2

Reduce la expresión $x + (3x – y) – (–x + 5y)$.

Para reducir una expresión algebraica con paréntesis, puedes eliminar los paréntesis si el signo que les antecede es positivo (+); mientras que si es negativo (–), debes multiplicar por –1 todos los términos asociados. Entonces:

$$x + (3x – y) – (–x + 5y)$$
$$= x + 3x – y + x – 5y$$
$$= (x + 3x + x) + (–y – 5y)$$
$$= 5x – 6y$$

Ejemplo 3

Conecto con Geometría

Determina el área de la parte pintada de la figura si el área del cuadrado está dada por la expresión $(4x^2 + 3y^2)$ cm^2 y el área del sector circular es $(2x^2 – y^2)$ cm^2 .

1. Para determinar el área (A) de la parte pintada se resta al área del cuadrado el área del sector circular:

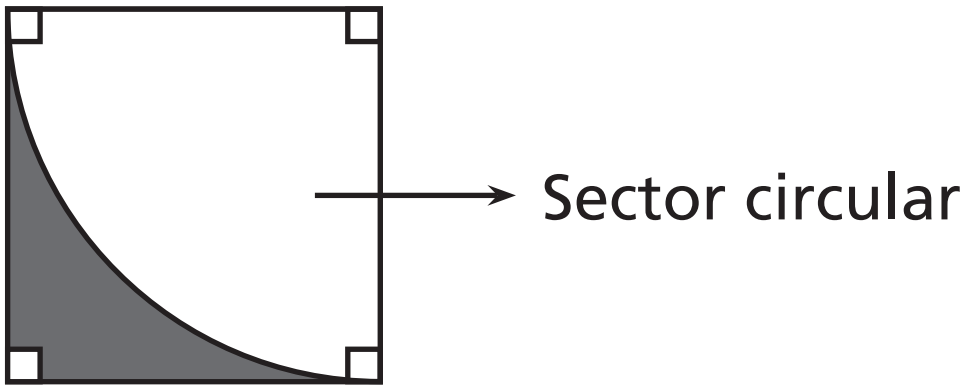
$A = (4x^2 + 3y^2)$ cm^2 – $(2x^2 – y^2)$ cm^2

2. Resuelve la expresión

$A = (4x^2 + 3y^2)\ cm^2 - (2x^2 - y^2)\ cm^2$

$A = (4x^2 - 3y^2)\ cm^2 + (2x^2 + y^2)\ cm^2$

$A = (2x^2 + 4y^2)\ cm^2$



El área de la parte pintada es
$(2x^2 + 4y^2)\ cm^2$

¿Qué es lo primero que haces al resolver adiciones y sustracciones de expresiones algebraicas?

Ejemplo 4

Calcula el producto de $8x^2 \bullet (-5x^3)$.

1. Agrupa la multiplicación entre los coeficientes numéricos y entre los factores literales.

$$(8x^2 \bullet (-5x^3) = (8 \bullet (-5)) \bullet (x^2 \bullet x^3)$$

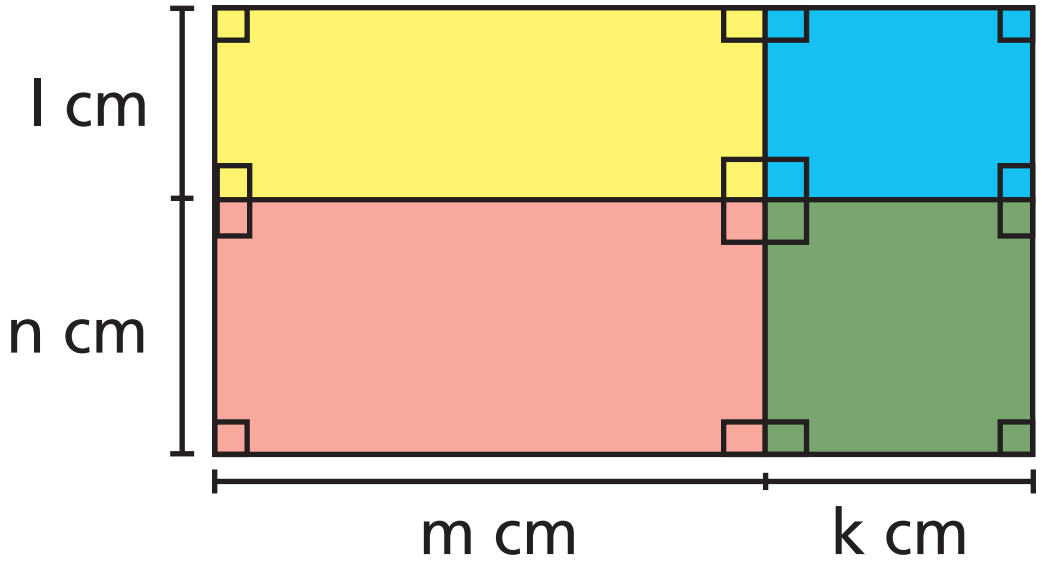
2. Multiplica los coeficientes numéricos y los factores literales.

$$-40 \bullet (x^2 \bullet x^3) = -40 \bullet x^{2+3} = -40x^5$$

Llamamos monomio, a una expresión con un solo término. Binomio, a una expresión con dos términos, y trinomio a una expresión con tres términos. Una expresión con más de tres términos es llamada según su número de términos, por ejemplo: polinomio de cinco términos.

Ejemplo 5

La siguiente figura está compuesta solo por rectángulos. **¿Cuál es el área total de la figura?**



1ª estrategia

Calcula el área de cada rectángulo y luego súmalas.

Área rectángulo amarillo:
$m \bullet l = ml\ cm^2$

Área rectángulo anaranjado:
$m \bullet n = mn\ cm^2$

Área rectángulo azul:
$k \bullet l = kl\ cm^2$

Área rectángulo verde:
$k \bullet n = kn\ cm^2$

Área total $\rightarrow$ $kl + kn + ml + mn\ cm^2$

2ª estrategia

Determina la expresión que representa el largo y el ancho de la figura y multiplícalas para calcular el área

Largo: $(m + k)$ cm Ancho: $(l + n)$ cm

Área total

$$(m + k) \bullet (l + n) = m \bullet (l + n) + k \bullet (l + n)$$
$$= m \bullet l + m \bullet n + k \bullet l + k \bullet n$$
$$= ml + mn + kl + kn$$
$$= kl + kn + ml + mn \text{ cm}^2$$

En ambos casos se obtiene el mismo resultado, por lo que el área total de la figura es $kl + kn + ml + mn$ cm^2.

¿Piensas que intercambiar opiniones con tus compañeros aporta a tu aprendizaje? ¿Por qué?

Aprende

Para multiplicar expresiones algebraicas, puedes considerar lo siguiente:

- **Monomio por monomio:** se multiplican los coeficientes numéricos de los términos y los factores literales, según corresponda.
  Ejemplo: $3a^2 \cdot 2a = 6a^3$

- **Monomio por polinomio:** se multiplica el monomio por cada término del polinomio, aplicando la propiedad distributiva. Ejemplo:
  $4m\,(x + 2 - 3y) = 4mx + 8m - 12my$

- **Polinomio por polinomio:** se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación y luego, de ser posible, se reducen términos semejantes.

  Ejemplo:
  $(a + 2) \bullet (3b + c)$
  $= a \bullet (3b + c) + 2 \bullet (3b + c)$
  $= 3ab + ac + 6b + 2c$

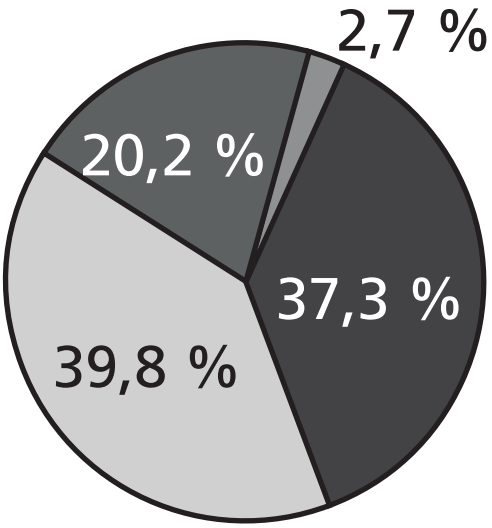
BDA U2-ACT-3

ECUACIONES

En La Araucanía han desaparecido alrededor de 275 000 hectáreas del bosque nativo entre 1973 y 2008, esto según una investigación publicada en la revista científica Applied Geography, y cerca de un 50 % han sido reemplazadas principalmente por plantaciones forestales exóticas, como pino y eucalipto.

Fuente: https://www.forestal.uach.cl/noticias/post.php?s=2015-10-05-cuanto-bosque-nativo-se-ha-perdido-en-35-anos-en-la-araucania

Meta de reforestación por tipo de plantación al 2030



- 39,8 % Agroforestales y silvopastoriles
- 20,2 % Protección ambiental
- 2,7 % Silvicultura urbana
- 37,3 % Plantaciones comerciales

Fuente: Estrategia PNFR, 2016; DS 2912, 2016.

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

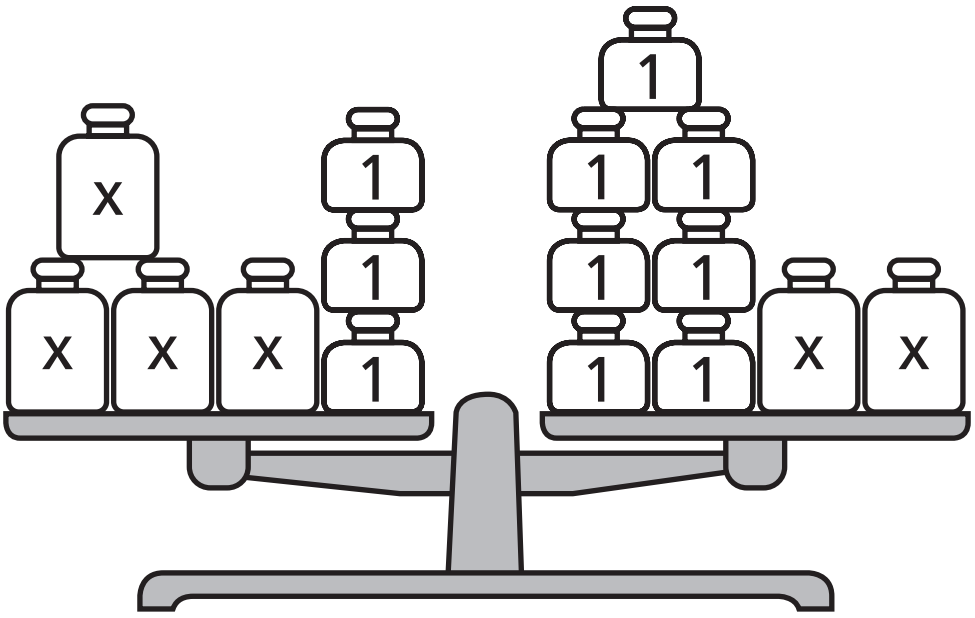
1. ¿Cuáles son las dos mayores metas de reforestación según el gráfico? Expliquen en qué consiste cada una.

2. Investiguen los riesgos que conlleva la plantación de pino y eucalipto.

3. ¿Cuántos litros de agua consume un pino? ¿Cuántos litros de agua consume un eucalipto desde que es plantado hasta su estado adulto?

Ejemplo 1

Representa con una ecuación la balanza en equilibrio y luego determina el valor de x.



1. Modela la situación de la balanza con una ecuación.

$$4x + 3 = 2x + 7$$

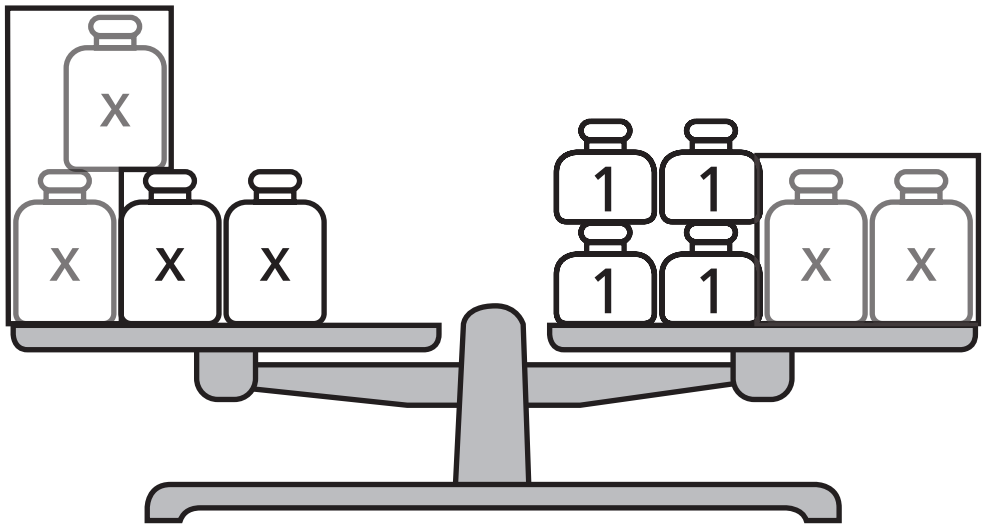
2. Extrae la misma cantidad de en cada lado.

En la ecuación inicial tienes que:

$$4x + 3 - \mathbf{3} = 2x + 7 - \mathbf{3} \iff 4x = 2x + 4$$

3. Extrae la misma cantidad de

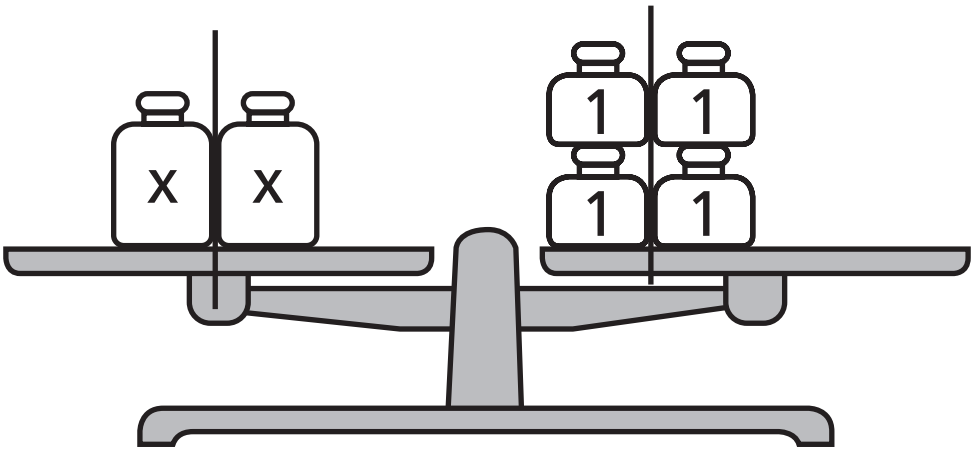
en cada



Luego, en la ecuación tienes que:

$$4x - \mathbf{2x} = 2x - \mathbf{2x} + 4 \iff 2x = 4$$

4. Asocia los pesos de cada lado de la balanza y determina el valor de x



Al observar la balanza, puedes notar que cada x equivale a 2 unidades, por lo que $x = 2$.

Entonces, tienes que:

$2x : \mathbf{2} = 4 : \mathbf{2} \iff x = 2$

Aprende

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene una o más incógnitas.

Ejemplo 2

Resuelve la ecuación $12x + 4 = 5x + 25$.

1. Resta 4 en ambos lados de la igualdad

$$12x + 4 - \mathbf{4} = 5x + 25 - \mathbf{4} \Rightarrow 12x = 5x + 21$$

2. Resta 5x en ambos lados de la igualdad.

$$12x - \mathbf{5x} = 5x - \mathbf{5x} + 21 \Rightarrow 7x = 21$$

3. Divide por 7 cada lado de la igualdad.

$$7x : \mathbf{7} = 21 : \mathbf{7} \Rightarrow x = 3$$

4. Puedes comprobar el resultado reemplazando el valor de x en la ecuación.

$$12 \bullet 3 + 4 = 5 \bullet 3 + 25$$
$$36 + 4 = 15 + 25$$
$$40 = 40$$

Como la igualdad se cumple, entonces x = 3 es la solución de la ecuación.

Ejemplo 3

Resuelve la ecuación $\frac{x}{6} + 4 = 11$.

1. Resta 4 en ambos lados de la igualdad.

$$\frac{x}{6} + 4 - \mathbf{4} = 11 - \mathbf{4} \Rightarrow \frac{x}{6} = 7$$

2. Multiplica por 6 cada lado de la igualdad.

$$\frac{x}{6} \bullet \mathbf{6} = 7 \bullet \mathbf{6} \Rightarrow x = 42$$

3. Puedes comprobar la solución reemplazando el valor de x en la ecuación.

$$\frac{42}{6} + 4 = 11$$

$$7 + 4 = 11$$

$$11 = 11$$

Como la igualdad se cumple, entonces x = 42 es la solución de la ecuación.

Aprende

- Una **ecuación lineal con coeficientes racionales** es aquella en la que están involucrados números racionales. Estas ecuaciones pueden ser de la forma: $ax + b = c$, $ax – b = c$; $ax + b = cx + d$; $b = ax + c$; entre otras. Con a, b, c números racionales y $a \neq 0$.
- Para resolver una ecuación con coeficientes fraccionarios, se puede calcular el mínimo común múltiplo (mcm) entre los denominadores y multiplicar cada término de la ecuación por dicho número para obtener los coeficientes enteros.

Ejemplo 4

En un colegio han decidido participar de una campaña para reunir fondos y reforestar pequeñas áreas con plantaciones de comestibles como lechugas, tomates, papas, maqui, entre otros. El curso de Sofía donó un cuarto de sus ahorros, el de Joaquín donó $25000 y en conjunto donaron $45000.

a. ¿Qué ecuación permite calcular la cantidad de dinero que tenía ahorrado el curso de Sofía?

Dado que la cantidad que tenía ahorrada el curso de Sofía es desconocida, la denominamos x. Así, la expresión para las donaciones de ambos cursos es:

Curso de Sofía + Curso de Joaquín

$$\frac{1}{4}x + 25\,000 = 45\,000$$

b. ¿Cuál curso donó más dinero?

Para responder, se debe calcular cuánto dinero donó el curso de Sofía. Para ello, se resuelve la ecuación planteada anteriormente:

$$\frac{1}{4}x + 25\,000 = 45\,000$$

$$\frac{1}{4}x + 25\,000 \textbf{ – 25 000} = 45\,000 \textbf{ – 25 000}$$

Restas 25 000 en ambos lados de la igualdad.

$$\frac{x}{4} = 20\,000 \rightarrow \text{Resuelves.}$$

Entonces, el curso de Sofía donó $20 000, que es una cantidad menor a la que donó el curso de Joaquín, por lo tanto, el curso de Joaquín donó más dinero.

c. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado el curso de Sofía?

Ya que se sabe que el curso de Sofía donó $20 000, lo que corresponde a un cuarto de sus ahorros, se resuelve la última expresión de la ecuación anterior, es decir:

$$\frac{1}{4}x = 20\,000$$

$\frac{1}{4}x \bullet \mathbf{4} = 20\,000 \bullet \mathbf{4} \rightarrow$ Multiplicas por 4 cada lado de la igualdad

$x = 80\,000 \rightarrow$ Resuelves.

Luego, el valor de x es 80 000, por lo que el curso de Sofía tenía ahorrados $80 000.

¿Qué otras situaciones de la vida cotidiana puedes resolver usando ecuaciones?

Ejemplo 5

Conecto con Educación Física y Salud

Martina está calculando el índice de masa corporal (IMC) de sus compañeros de curso para un trabajo en el cual debe elaborar un plan de alimentación y vida saludable. Para conocer este índice, utiliza la siguiente ecuación:

$$\text{IMC} = \frac{\text{Masa (en kilogramos)}}{\text{Estatura}^2 \text{ (en metros)}}$$

De acuerdo con los indicadores de salud, un índice de masa corporal (IMC) de entre 25 y 29,9 se considera sobrepeso. Si es superior a 30, se considera obesidad. El IMC normal está entre 18,5 y 24,9

Fuente: https://medlineplus.gov/spanish/ency/article/003101.htm

a. ¿Cuál es el IMC de una persona cuya masa es de 70 kg y su estatura es 1,6 m?

1) Reemplaza los valores en la ecuación.

$$IMC = \frac{70}{1{,}6^2}$$

2) Resuelve

$$\text{IMC} = \frac{70}{1{,}6^2} = \frac{70}{256} \approx 27{,}3$$

Se obtiene un IMC de 27,3, aproximadamente.

b. ¿Cuál es, aproximadamente, la masa de una persona que tiene un IMC de 22,5 y cuya estatura es 1,9 m?

1) Reemplaza los valores en la ecuación. Considera que x es la incógnita que corresponde a la masa en kilogramos.

$$22{,}5 = \frac{x}{1{,}9^2}$$

2) Resuelve

$$22{,}5 = \frac{x}{3{,}61}$$

$$22{,}5 \cdot 3{,}61 = x$$

$$81{,}225 = x$$

Luego, la masa de la persona es, aproximadamente, 81 kg. lo cual indica que se encuentra con sobrepeso.

Ejemplo 6

Resuelve la ecuación $\frac{2x}{3} - \frac{1}{2} = \frac{5}{6}$.

1. $\frac{2x}{3} \bullet 6 - \frac{1}{2} \bullet 6 = \frac{5}{6} \bullet 6$

Calculas el mcm entre los denominadores, que en este caso es 6, y lo multiplicas por cada término de la igualdad.

$$4x - 3 = 5$$

$$4x - 3 + 3 = 5 + 3$$

Sumas 3 en ambos lados de la igualdad.

$$4x = 8$$

$$\frac{4}{4}x = \frac{8}{4}$$

Divides en 4 ambos lados de la igualdad

$$x = 2$$

2. Comprueba la solución obtenida:

$$\frac{2 \bullet 2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4}{3} - \frac{1}{2} = \frac{4 \bullet 2 - 1 \bullet 3}{3 \bullet 2} = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 7

Un trayecto tiene una parte asfaltada y otra sin pavimentar. Tamara recorrió el camino asfaltado y 4,8 km del tramo no pavimentado. Nicolás recorrió el tramo asfaltado más 1,2 km sin pavimentar, pero lo hizo dos veces. Si ambos anduvieron la misma distancia, **¿cuántos kilómetros hay de camino asfaltado?**

1. Plantea la ecuación en la que x representa los kilómetros de camino asfaltado.

Recorrido de Tamara → $x + 4{,}8 = 2(x + 1{,}2)$ ← Recorrido de Nicolás

2. Resuelve la ecuación

$$x + 4{,}8 = 2x + 2{,}4$$

$$4{,}8 - 2{,}4 = 2x - x$$

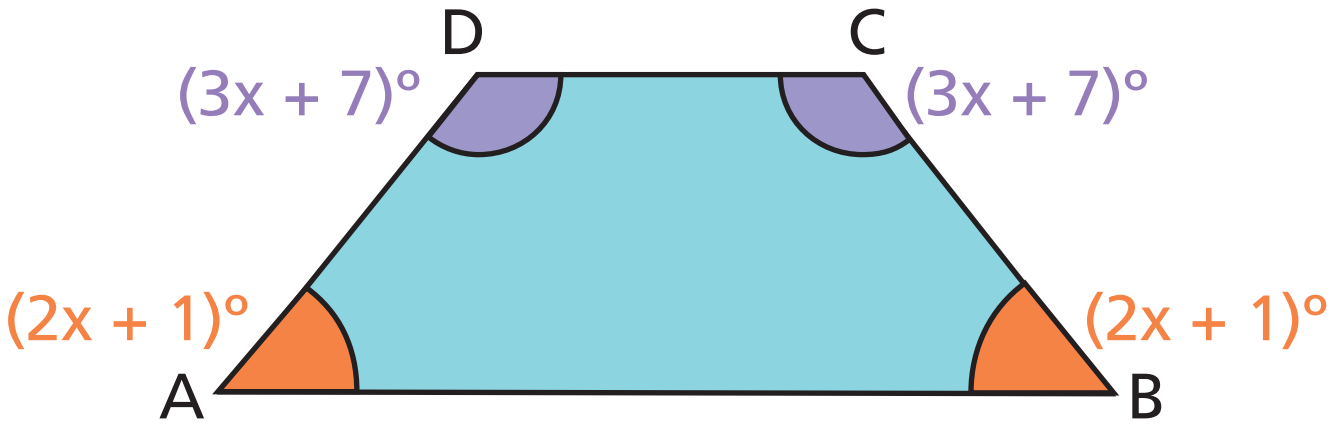
$$2{,}4 = x$$

Luego, hay 2,4 kilómetros de camino asfaltado.

Ejemplo 8

Conecto con geometría

Observa la figura y determina el valor de x.



1. Plantea una ecuación con los datos. Considera que la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es de 360°.

$$2(3x + 7) + 2(2x + 1) = 360$$

2. Resuelve.

$$2(3x + 7) + 2(2x + 1) = 360$$

Resuelves cada paréntesis

$$6x + 14 + 4x + 2 = 360$$

Reduces términos semejantes

$$10x + 16 = 360$$

Restas 16 en ambos lados de la igualdad.

$$10x + 16 – 16 = 360 – 16$$

$$10x = 344$$

Divides por 10 cada lado de la igualdad

$$\frac{10}{10}x = \frac{344}{10}$$

$$x = 34{,}4$$

Luego, el valor de x es 34,4.

Comprueba el resultado, reemplazando el valor encontrado en x

BDA U2-ACT-4

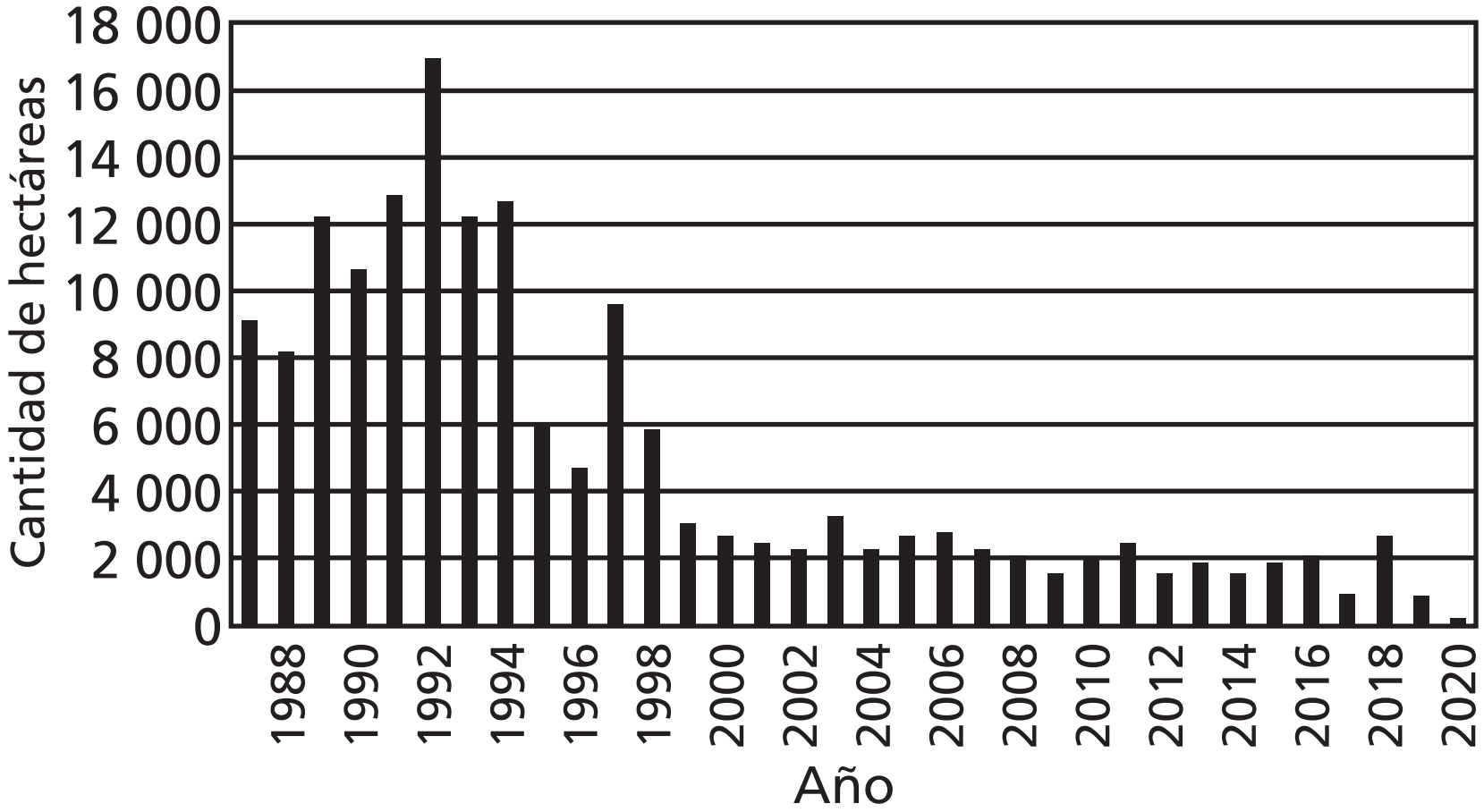
INECUACIONES

En Chile existen más de tres millones de hectáreas de monocultivos de pino y eucalipto que abastecen una industria forestal que le permite al país ser el segundo productor de celulosa en América Latina, un producto a partir del cual se obtiene el papel.

Los impactos ambientales que genera esta industria han sido ampliamente documentados por la ciencia. Impactos que, además, el cambio climático profundiza, aseguran los expertos. Entre estos se encuentran: el deterioro de los suelos, un impacto negativo en el suministro hídrico y además, son especies que se queman con más facilidad, por lo cual facilitan los incendios forestales.

Fuente: https://es.mongabay.com/2021/10/chile-industria-forestal-evaluacion-de-impacto-ambiental-entrevista/

TOTAL, HECTÁREAS TALADAS POR AÑO A NIVEL NACIONAL



Fuente: https://www.ciperchile.cl/2020/11/30/el-avance-de-la-desertificacion-las-22-mil-hectareas-de-bosque-nativo-queconaf-aprobo-talar-sin-reforestar/

Reúnete con un grupo de compañeros y respondan las siguientes preguntas:

1. De acuerdo con el gráfico, ¿entre qué años hubo una mayor tala de árboles a nivel nacional?

2. Aproximadamente, ¿cuántas hectáreas más se talaron el año 1998 en comparación con el año 2020?

3. Aproximadamente, ¿cuántas hectáreas se talaron luego del año 2016?

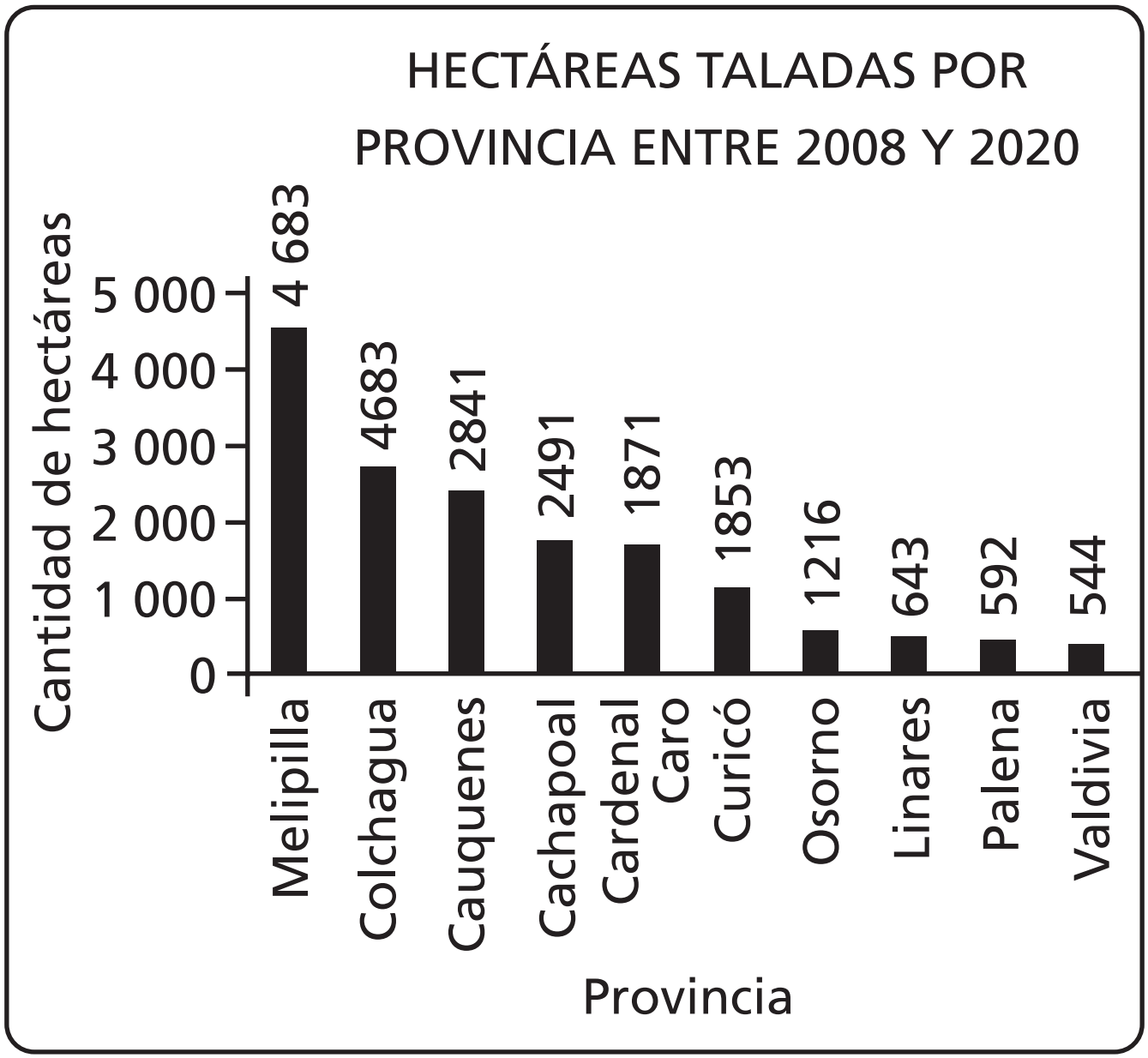
Aprende

Una **desigualdad** es una expresión que establece una relación matemática de orden entre dos cantidades, es decir, que indica que una cantidad es mayor o menor que otra.

>: mayor que <: menor que

Ejemplo 1

Si entre los años 2008 y 2023 se podía talar menos de 600 hectáreas en total, ¿cuántas hectáreas más se podrían haber talado en Valdivia según la información del siguiente gráfico?



Fuente: https://www.ciperchile.cl/2020/11/30/el-avance-de-la-desertificacion-las-22-mil-hectareas-de-bosque-nativo-que-conaf-aprobo-talar-sin-reforestar/

1. Representa con una inecuación la expresión que permite saber cuántas hectáreas más se podrían haber talado en Valdivia.

$$544 + x < 600$$

En la que x corresponde a la cantidad de hectáreas más que se podrían haber talado.

2. Resuelve la inecuación.

$$544 + x < 600$$

$$544 - 544 + x < 600 - 544$$

$$x < 56$$

Restas 544 en ambos lados de la desigualdad.

En Valdivia se podrían haber talado menos de 56 hectáreas.

Ejemplo 2

1. ¿Cuántas hectáreas menos deberían haberse talado en Cauquenes para cumplir con la norma? Representa la situación a través de una inecuación.

$$2491 - x < 600$$

$$2491 - x \mathbf{+ x} < 600 \mathbf{+ x}$$

Se suma x en ambos lados de la desigualdad.

$$2491 \mathbf{- 600} < 600 \mathbf{- 600} + x$$

Se quita 600 en ambos lados de la desigualdad.

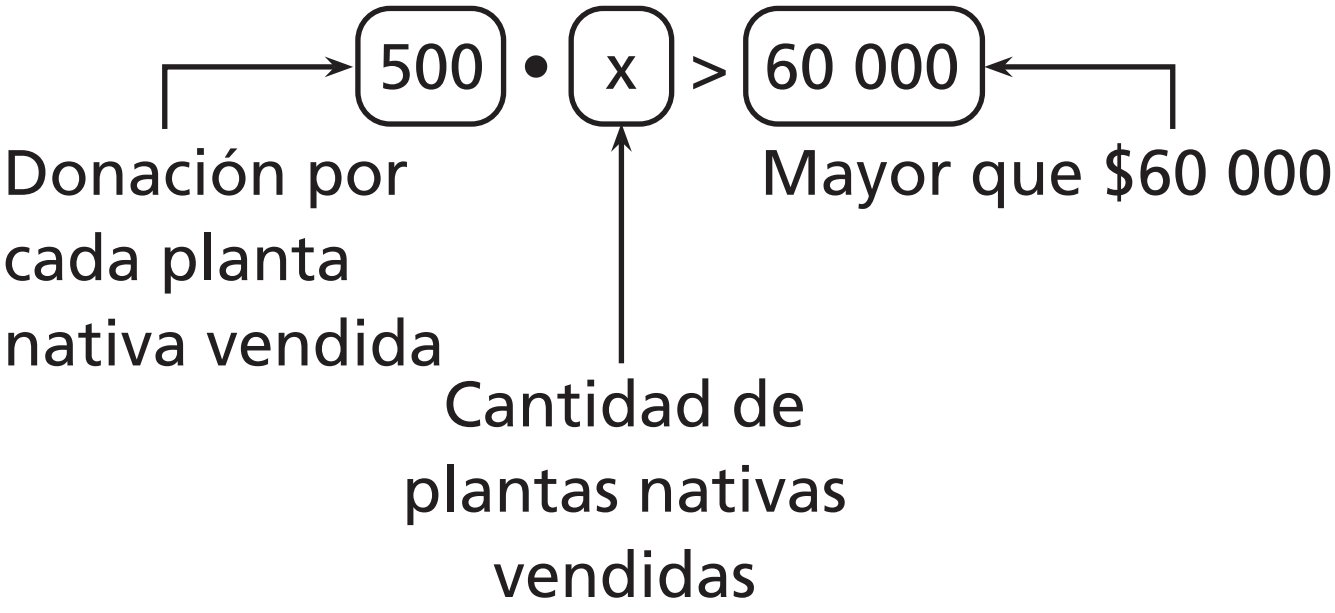
$$1891 < x$$

2. En Cauquenes se talaron al menos 1891 hectáreas de más.

Ejemplo 3

Un vivero que busca apoyar la reforestación del sur de Chile señala que por cada planta nativa que venda, donará $500 para la campaña de reforestación de su comuna. **¿Cuántas plantas nativas deben vender para que la donación sea mayor a $60 000?**

1. Plantea la inecuación que relaciona los datos del problema.



2. Resuelve la inecuación.

$$500 \bullet x > 60\,000$$

$$\frac{500}{500} x > \frac{60\,000}{500}$$

Divides por 500 a ambos lados de la inecuación.

$$x > 120$$

3. Comprueba el resultado. Para ello, evalúa la inecuación con un número cualquiera mayor que 120, por ejemplo, 130.

$$500 \bullet 130 > 60\,000$$

$$65\,000 > 60\,000$$

Es decir, se deben vender más de 120 plantas nativas para que la donación sea mayor a $60 000.

Aprende

- Una **inecuación lineal con coeficientes racionales** es una desigualdad que tiene una o más incógnitas y sus coeficientes son números racionales. Es una expresión matemática que describe cómo se relacionan entre sí dos expresiones lineales. Por ejemplo:

$6 + 5x \geq 18$ $\quad -2(x + 1) < -8$ $\quad \frac{3x}{8} > 2 + \frac{x}{8}$

- **Resolver una inecuación** es determinar el conjunto de números que satisfacen la desigualdad.

- Si se multiplican o se dividen ambos lados de una desigualdad por un mismo número negativo, **se cambia el sentido** de la desigualdad. Es decir:

$$a < b;\ c < 0 \Rightarrow a \bullet c > b \bullet c$$

$$a < b;\ c < 0 \Rightarrow \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$$

$$\text{con } a, b, c \in \mathbb{Q}$$

Ejemplo 4

Resuelve la inecuación $\frac{1}{4}x - \frac{5}{3}x + 1 > \frac{19}{2}$.
Considera que x es un número entero.

$$12 \bullet \frac{1}{4}x - 12 \bullet \frac{5}{3}x + 12 \bullet 1 > 12 \bullet \frac{19}{2}$$

Calculas el mcm entre los denominadores, que en este caso es 12, y lo multiplicas por cada término de la desigualdad.

$$3x - 20x + 12 > 114$$

$$-17x + 12 > 114$$

$$-17x + 12 - 12 > 114 - 12$$

Restas 12 en ambos lados de la desigualdad.

$$-17x > 102$$

$$-17x \bullet (-1) > 102 \bullet (-1)$$

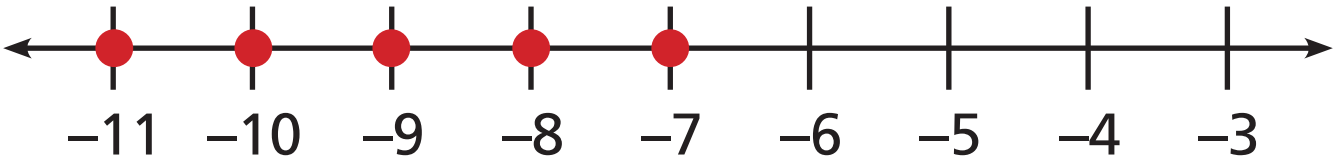
Multiplicas por –1 en ambos lados de la desigualdad, por lo que cambia el sentido.

$$17x < -102$$

Divides por 17 en ambos lados de la desigualdad.

$$x < -6$$

La solución también la puedes representar gráficamente en la recta numérica.



¿Por qué no se marcó el número –6 en la recta numérica? Comenta con tus compañeros

Herramientas tecnológicas

Utilizando WolframAlpha, puedes resolver diversos problemas matemáticos. A continuación, se muestra cómo resolver inecuaciones.

1. Ingresa al sitio **www.wolframalpha.com**

2. En la barra escribe la inecuación que se resolverá, por ejemplo: $3x + 5 > \frac{9}{2}$, y luego presiona Enter.

Escanea el código QR, para acceder a la versión móvil del sitio. →

Considera lo siguiente:

- Para escribir fracciones se debe usar el símbolo «/».

- Para la coma decimal, debes escribir un punto.

BDA U2-ACT-5 Y 6

Lección 2

CONCEPTO Y REPRESENTACIÓN DE UNA FUNCIÓN

Concepto y representación de una función

El fundador de **Pavegen**, Laurence Kemball-Cook, desarrolló un sistema tecnológico que transforma los pasos de las personas sobre una plataforma en energía eléctrica. El diseño triangular maximiza la salida de energía y la captura de datos. La energía se genera cuando una pisada comprime la placa entre los 5 mm y los 10 mm. Esta energía se almacena en baterías que pueden alimentar luces u otros aparatos.

Junto con un grupo de compañeros, respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Qué figuras geométricas tienen las plataformas para generar electricidad? ¿Por qué utilizan estas figuras?

2. Investiguen acerca de la tecnología de la empresa Pavegen y elaboren una propuesta para generar electricidad en el colegio a través de los pasos de los estudiantes y profesores. Pueden leer más visitando la pagina web ingresando al código QR:

3. ¿Dónde consideran que es más conveniente ubicar las plataformas para generar electricidad a través de los pasos? Lee más en:

64 - 65

Ejemplo 1

El proyecto de Pavegen señala que un solo paso genera una energía suficiente para encender una lámpara LED durante 30 segundos.

a. Calcula cuánto tiempo puede estar encendida una lámpara LED conectada al piso de un aeropuerto, donde se contabilizaron 1 200 pasos en un intervalo de tiempo.

1. De acuerdo con la información, un paso permite encender una lámpara durante 30 segundos, entonces, se tiene:

$$1\,200 \bullet 30 = 36\,000$$

Luego, 1 200 pasos permiten encender una lámpara LED durante 36 000 segundos.

2. Transforma los 36 000 segundos a horas.

$$60 \text{ segundos} = 1 \text{ minuto}$$

$$\frac{36\,000}{60} = 600$$

$$60 \text{ minutos} = 1 \text{ hora}$$

$$\frac{600}{60} = 10$$

Por lo tanto, los 1 200 pasos registrados en el aeropuerto permiten mantener encendida una lámpara LED durante 600 minutos, lo que equivale a 10 horas de encendido.

b. Formula una expresión que permita calcular la cantidad de tiempo que puede estar encendida una lámpara LED según la cantidad de pasos.

1. Construye una tabla con los datos

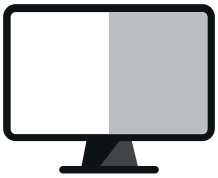
Cantidad de pasos	Tiempo de encendido (segundos)
1	**1** • 30 = 30
2	**2** • 30 = 60
3	**3** • 30 = 90
4	**4** • 30 = 120
5	**5** • 30 = 150

2. Considera que x es la cantidad de pasos y T el tiempo en segundos que puede estar la lámpara encendida, entonces:

$$x \bullet 30 = T$$

Aprende

Para determinar la expresión que modela una situación, es conveniente registrar los valores en una tabla y así poder relacionar las variables.

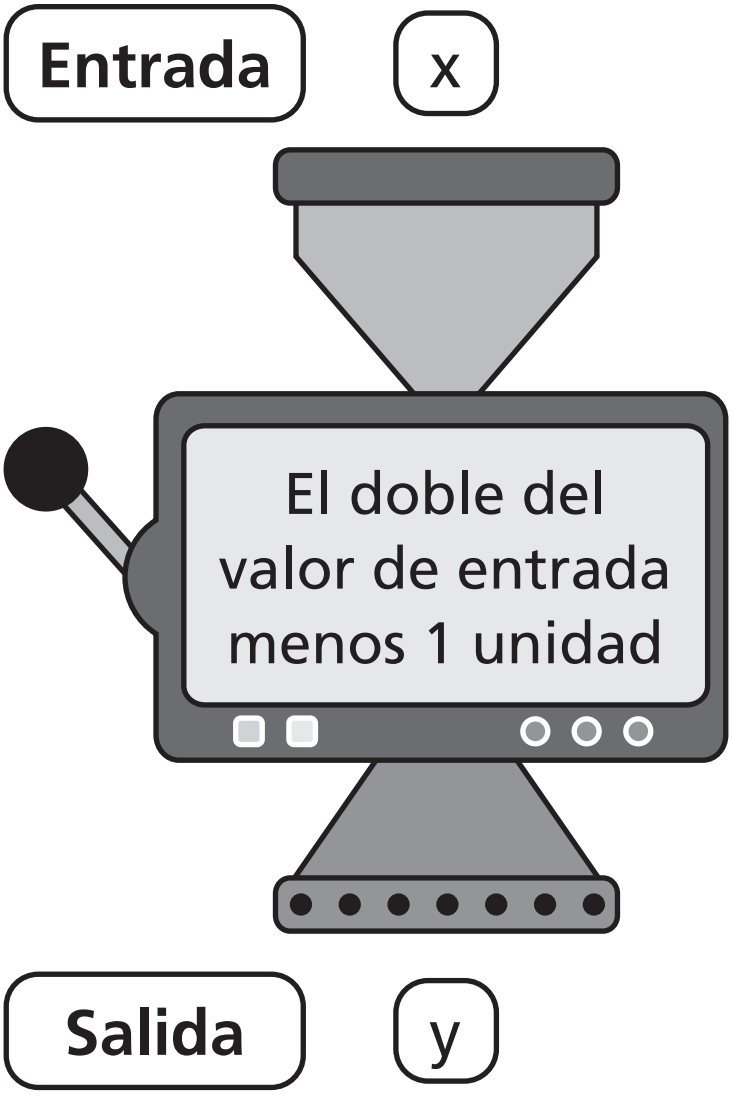


Herramientas tecnológicas

Para reforzar el concepto y representación de una función, puedes utilizar el siguiente recurso:
https://www.geogebra.org/m/avbezemm

Ejemplo 2

En una máquina se ingresa un número y sale otro según la indicación dada. Observa la imagen y completa la tabla.



Entrada (x)	1	2	4	15
Salida (y)	?	?	?	?

1. calcula según la instrucción y el valor de entrada

Entrada 1 → 2 • 1 – 1 = 1

Entrada 4 → 2 • 4 – 1 = 7

Entrada 2 → 2 • 2 – 1 = 3

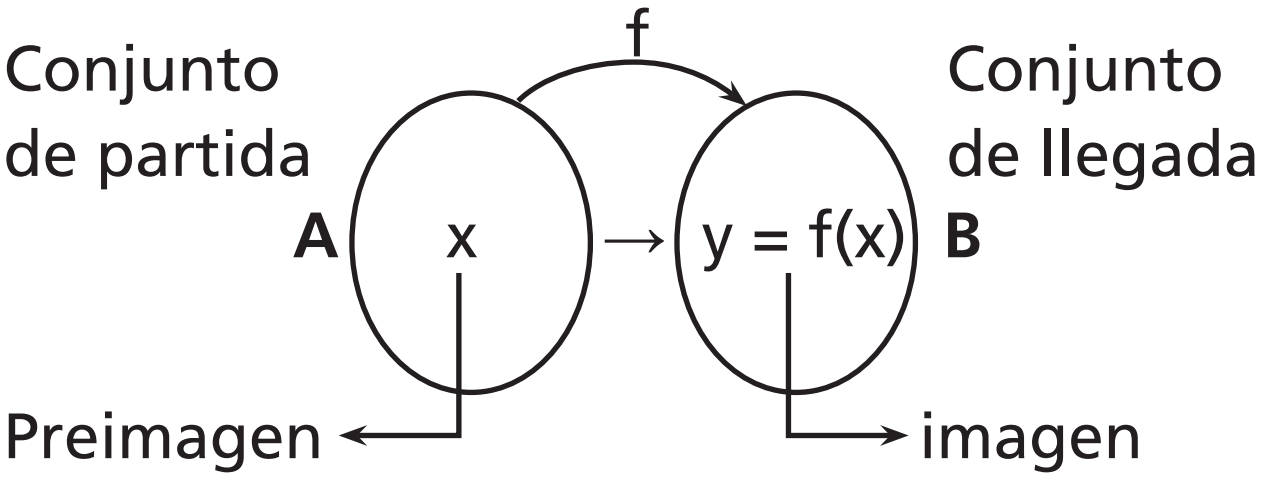
Entrada 15 → 2 • 15 – 1 = 29

2. Completa la tabla

Entrada (x)	1	2	4	15
Salida (y)	1	3	7	29

Aprende

Una **función f** de un conjunto **A** en un conjunto **B** (f : A B) es una relación que asocia a cada elemento **x** de **A** un único elemento **y** de **B**.



Ejemplo 3

Como proyecto de una municipalidad, se han instalado bicicletas estáticas para cargar teléfonos móviles.

Por cada hora de pedaleo, a mediana velocidad, se pueden cargar cuatro teléfonos. Formula una expresión que calcule la cantidad de teléfonos que se pueden cargar según las horas de pedaleo.

1. Construye una tabla para organizar los datos.

Horas de pedaleo	Cantidad de teléfonos cargados
1	$4 \cdot \mathbf{1} = 4$
2	$4 \cdot \mathbf{2} = 8$
3	$4 \cdot \mathbf{3} = 12$
4	$4 \cdot \mathbf{4} = 16$
5	$4 \cdot \mathbf{5} = 20$

2. Determina la expresión que modela la situación. Considera que x representa las horas de pedaleo e y la cantidad de teléfonos cargados.

$$y = 4 \bullet x$$

Aprende

- Una **función** es una relación entre dos variables x e y números racionales de manera que a cada valor de x, llamado **preimagen**, le corresponde un único valor de y, llamado **imagen**.

- Como el valor de **y** depende del valor de x, se dice que y es la **variable dependiente** y **x** la **variable independiente**.

- La variable y puede también escribirse como f(x), en que x es la otra variable, y se lee «f de x». Por ejemplo, la función y = 150 + 25x también se puede escribir como: f(x) = 150 + 25x.

Ejemplo 4

Daniel vende electrodomésticos. Su sueldo fijo mensual es de $500 000, y por cada unidad vendida recibe una comisión de $12000. ¿Cuál será el sueldo de Daniel si vende 14 electrodomésticos durante un mes? **¿Cuál es la expresión que modela la situación?**

1. Construye una tabla para representar los datos

Cantidad de electrodomésticos vendidos	Sueldo ($)
1	500 000 + 12 000 • 1 = 512 000
2	500 000 + 12 000 • 2 = 524 000
3	500 000 + 12 000 • 3 = 536 000

2. Calcula el sueldo de Daniel si vende 14 electrodomésticos.

500 000 + 12 000 • 14 = 668 000

3. Representa con y el sueldo recibido por Daniel al vender x electrodomésticos y determina la expresión que modela la situación.

$$y = 500\,000 + 12\,000x$$

Ejemplo 5

¿Cuál es la expresión algebraica que permite modelar la relación entre los valores de x e y que se muestra en la siguiente tabla?

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	5	7	9	11	13	15	17

Observa que los números correspondientes a la variable y son números impares. Luego, puedes notar que comienzan en 5, por lo que la expresión que modela la relación de las variables es:

$$y = 2x + 3$$

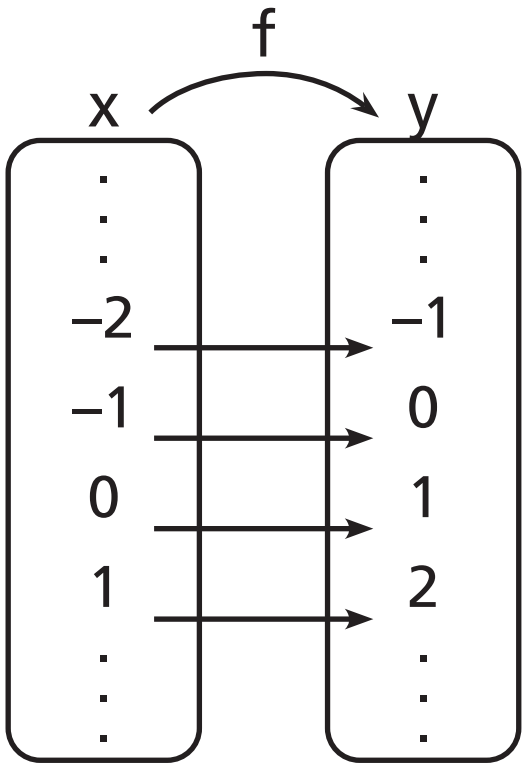
Ejemplo 6

Representa la función f que relaciona los números enteros con su sucesor.

Tabla

Al representar la función f en una tabla de valores obtienes:

X	...	–2	–1	0	1	...
Y	...	–1	0	1	2	...



Diagrama

En un diagrama sagital puedes relacionar los elementos por medio de flechas desde el conjunto de partida al conjunto de llegada.

Nota: Tanto las pre imágenes como las imágenes pertenecen al conjunto $\mathbb{Z}$

Expresión algebraica

Puedes representar la función f con una expresión algebraica.

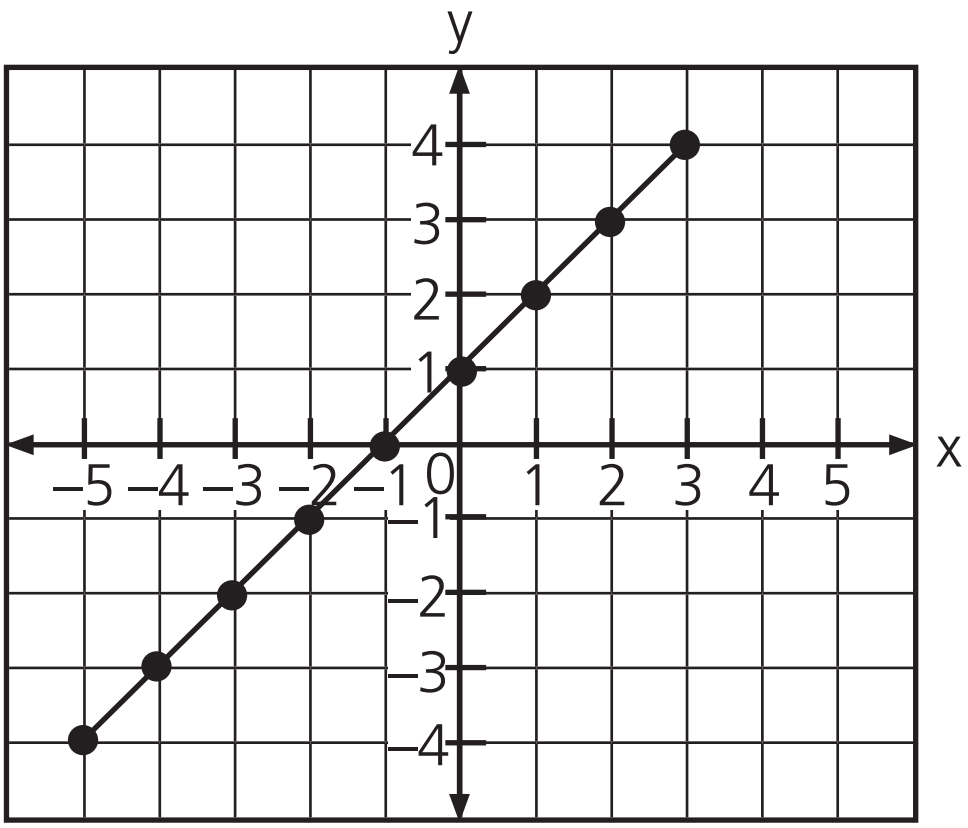
Si x representa un número entero, la expresión x + 1 representa a su sucesor.

$$y = x + 1$$

Gráfico

Para representar una función en el plano cartesiano, los valores de **x** se representan sobre el eje horizontal o de las abscisas **(X)**, y los valores de y se representan sobre el eje vertical o de las ordenadas **(Y)**.

La representación gráfica de la función ***f*** es el conjunto de pares ordenados **(x, y)** que satisfacen **y = f (x)**



Aprende

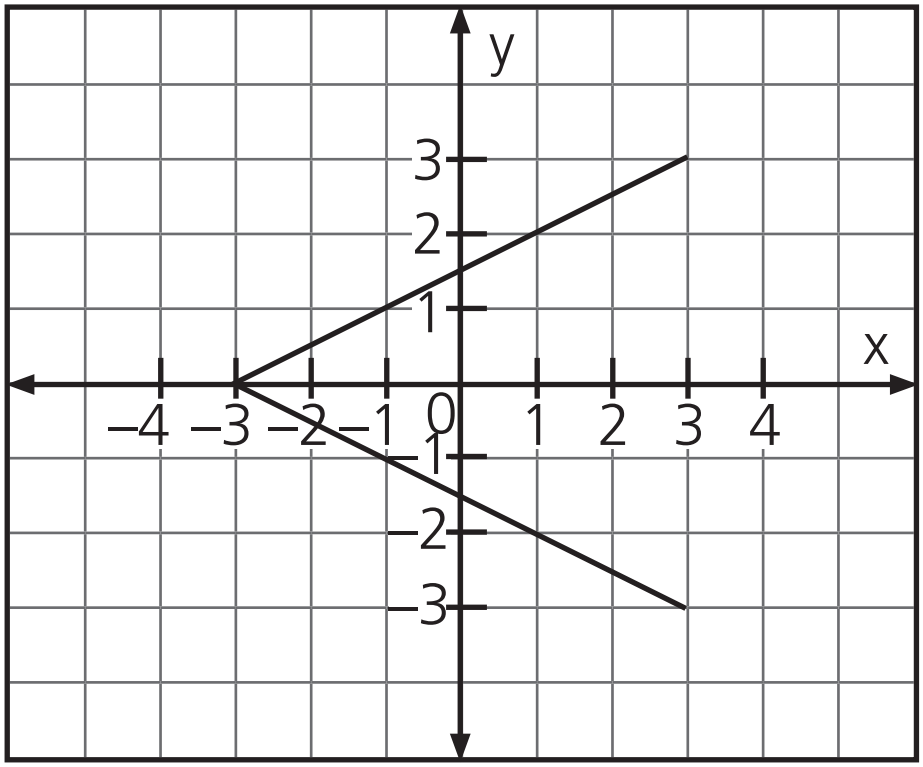
- Se llama **dominio** de una función ***f*** ***(Dom(f))*** al conjunto de valores que la variable x puede tomar, es decir, el conjunto de las preimágenes.

- Se llama **recorrido** de una función ***f (Rec(f))*** al conjunto de las imágenes **y**, es decir, todos los valores que resultan al reemplazar los valores del dominio en la función ***f***.

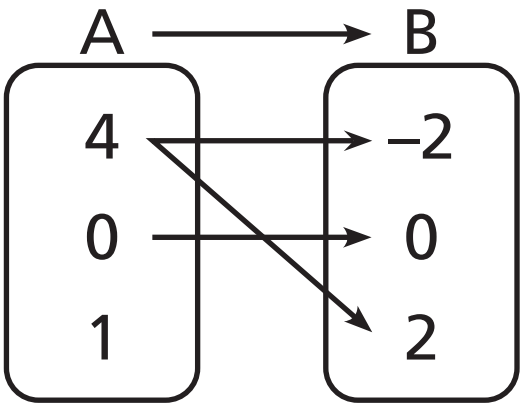
Ejemplo 7

¿Cuál de las siguientes representaciones corresponde a una función?

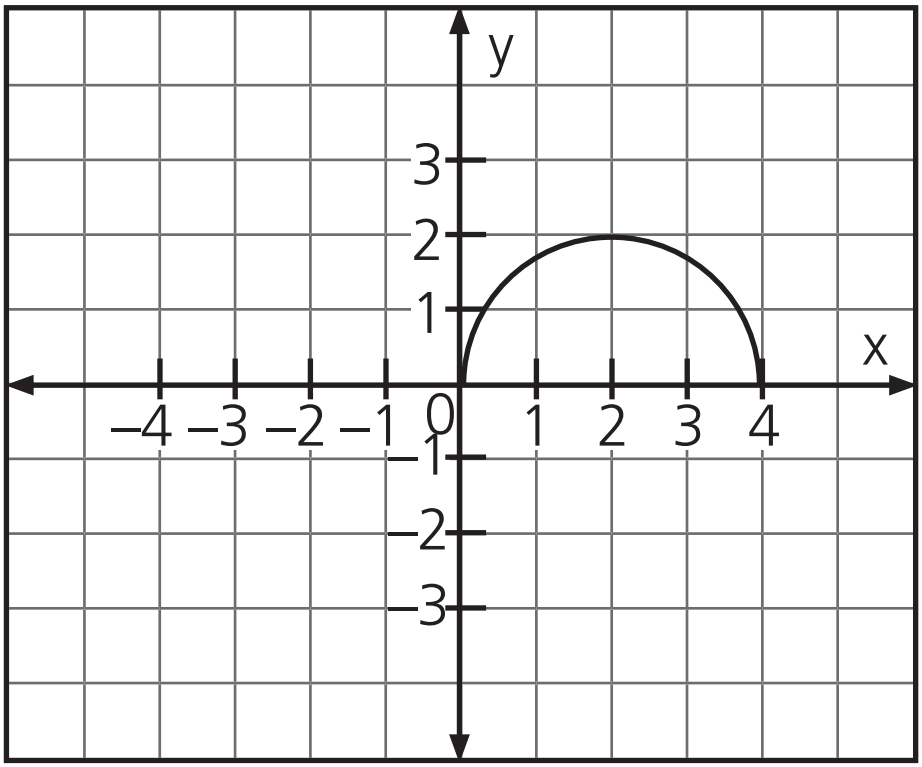
1



2



3



1. El primer gráfico no representa una función, ya que para cualquier valor de x entre –3 y 3 existen 2 valores de y a los que está relacionado. Por ejemplo, para x = 1, y toma los valores de 2 y –2.

2. El diagrama no representa una función, ya que el valor de 4 en **A** está relacionado con los dos valores en **B**, –2 y 2, además el valor 1 en **A** no está relacionado con ningún valor en **B**.

3. El último gráfico representa una función, ya que para todo valor de x entre 0 y 4 existe un único valor de y.

Ejemplo 8

El valor general de las entradas para una obra de teatro es de $4500 y la capacidad máxima del teatro es para 150 personas. **¿Cuál es el dominio y cuál el recorrido de la función que modela la cantidad de asistentes y la recaudación de dinero?**

1. La regla que define a la función que modela esto es f(x) = 4 500x, en que la variable independiente x es la cantidad de personas que asisten al teatro y la variable dependiente y es la recaudación de dinero en pesos.

2. Como x representa la cantidad de personas, los valores que puede tomar van desde 0 a 150, y al reemplazarlos en la función resultan los valores de y, es decir, 4 500 • 0; 4 500 • 1; …, 4 500 • 150.

3. Luego, el dominio y el recorrido de la función están dados por:

$$Dom(f) = \{0, 1, 2, 3, \ldots, 150\}$$

$$Rec(f) = \{0, 4\,500, 9\,000, \ldots, 675\,000\}$$

BDA U2-ACT-7

FUNCIÓN LINEAL

La profesora de Artes Visuales pidió a sus estudiantes que, en grupos, construyeran obras tridimensionales con materiales reciclados. Un grupo confeccionó figuras con latas de bebidas y las puso por distintas partes del colegio a modo de intervención y como un llamado a seguir la regla de las 3R: reducir, reutilizar y reciclar. A continuación, se muestran las primeras tres figuras:

Responde las siguientes preguntas y comenta con tu curso:

1. ¿Cómo crees que afecta al ser humano y a otras especies los deshechos producidos y lanzados al mar o a los vertederos?

2. ¿Crees que estas prácticas contribuyen al aumento de temperatura de la Tierra?

3. ¿Cómo podemos mejorar nuestras prácticas para mitigar los efectos dañinos al planeta?

Ejemplo 1

Si se construyeran muchas figuras siguiendo el patrón de la situación anterior, **¿cuántas latas se ocuparían para formar la figura 70?**

1. Construye una tabla considerando que las figuras siguen un patrón.

Número de la figura	1	2	3	4	5
Número de latas	3	6	9	12	15

2. Determina la función que modela esto considerando que x es el número de la figura y f(x) la cantidad de latas utilizadas.

$$f(x) = 3x$$

3. Reemplaza en la función el valor de x pedido y responde

$f(70) = 3 \bullet 70$

$f(70) = 210$

Luego, para formar la figura 70 se utilizarían 210 latas.

¿Crees que es importante implementar la regla de las 3R en tu vida cotidiana? ¿Por qué?

Ejemplo 2

Sea $f(x)= 3\bullet x$

Comprueba que: $f(4) = f(1) + f(3)$

1. Calculamos los valores de cada una de las funciones involucradas:

$$f(4) = f(1) + f(3)$$

2. Resolvemos y comparamos los valores en la igualdad:

$3 \bullet 4 = 3 \bullet 1 + 3 \bullet 3$

$12 = 3 + 9$

$12 = 12$

3. De acuerdo con lo anterior, cuando $f(x)= 3\bullet x$ se cumple que:

$$f(4) = f(1) + f(3)$$

Más adelante buscaremos generalizar el resultado encontrado.

Ejemplo 3

Se tiene un proyector que duplica el tamaño de las letras del documento que presenta. Si se quiere aumentar seis veces el tamaño original de las letras de un escrito, **¿cuánto se deben aumentar previamente las letras para conseguir este resultado?**

1. El tamaño original del documento se relaciona de manera directamente proporcional con el tamaño en la proyección, por lo tanto, podemos representar la función que modela la proyección del documento

$f(x) = 2 \bullet x \rightarrow$ Función que **duplica** el tamaño de las letras.

2. Si x representa el tamaño original de las letras y a el tamaño con el aumento previo para que en la proyección el tamaño sea 6 veces el del original, analizamos la siguiente igualdad:

$f(x) = 6 \bullet x = 3 \bullet 2 \bullet x \rightarrow a = 3 \bullet x \rightarrow$ El **triple** del tamaño de las letras.

3. El tamaño original debe triplicarse para obtener una proyección en la que el tamaño de las letras sea 6 veces el del original.

Ejemplo 4

Se tiene la función f definida como $f(x) = 16x$. Si a, b y c son números cualquiera, verifica que:

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

$$f(c \bullet x) = c \bullet f(x)$$

1. Calcula el valor de $f(a + b)$ y $f(c \bullet x)$ aplicando propiedades numéricas.

$f(a + b) = 16(a + b) = \underbrace{16a + 16b}$

Propiedad distributiva

$f(c \bullet x) = 16(c \bullet x) = \underbrace{c(16 \bullet x)}$

Propiedad asociativa

2. Calcula f(a) + f(b) y c • f(x).

$$f(a) + f(b) = 16a + 16b$$
$$c \bullet f(x) = c(16 \bullet x)$$

3. Verifica que los resultados obtenidos en 1 coincidan con los obtenidos en 2
Luego, se cumple que f(a + b) = f(a) + f(b) y que f(c • x) = c • f(x).

Aprende

Una **función lineal f** es una función que puede escribirse de la forma: f(x) = mx, con m ≠ 0. Una función lineal cumple las siguientes propiedades:

- Propiedad aditiva: f(x + z) = f(x) + f(z).
- Propiedad homogénea:
  f(c • x) = c • f(x), con c ≠ 0.

Conecto con Ciencias Naturales

En un estudio científico se indica que la temperatura media de la tierra aumenta en un grado en el período de un siglo. Es decir, que cada 100 años la temperatura aumenta en 1 o C. De acuerdo con esta información, determina cuántos grados, aproximadamente, aumentó el índice de temperatura entre los años 1960 y 2000.

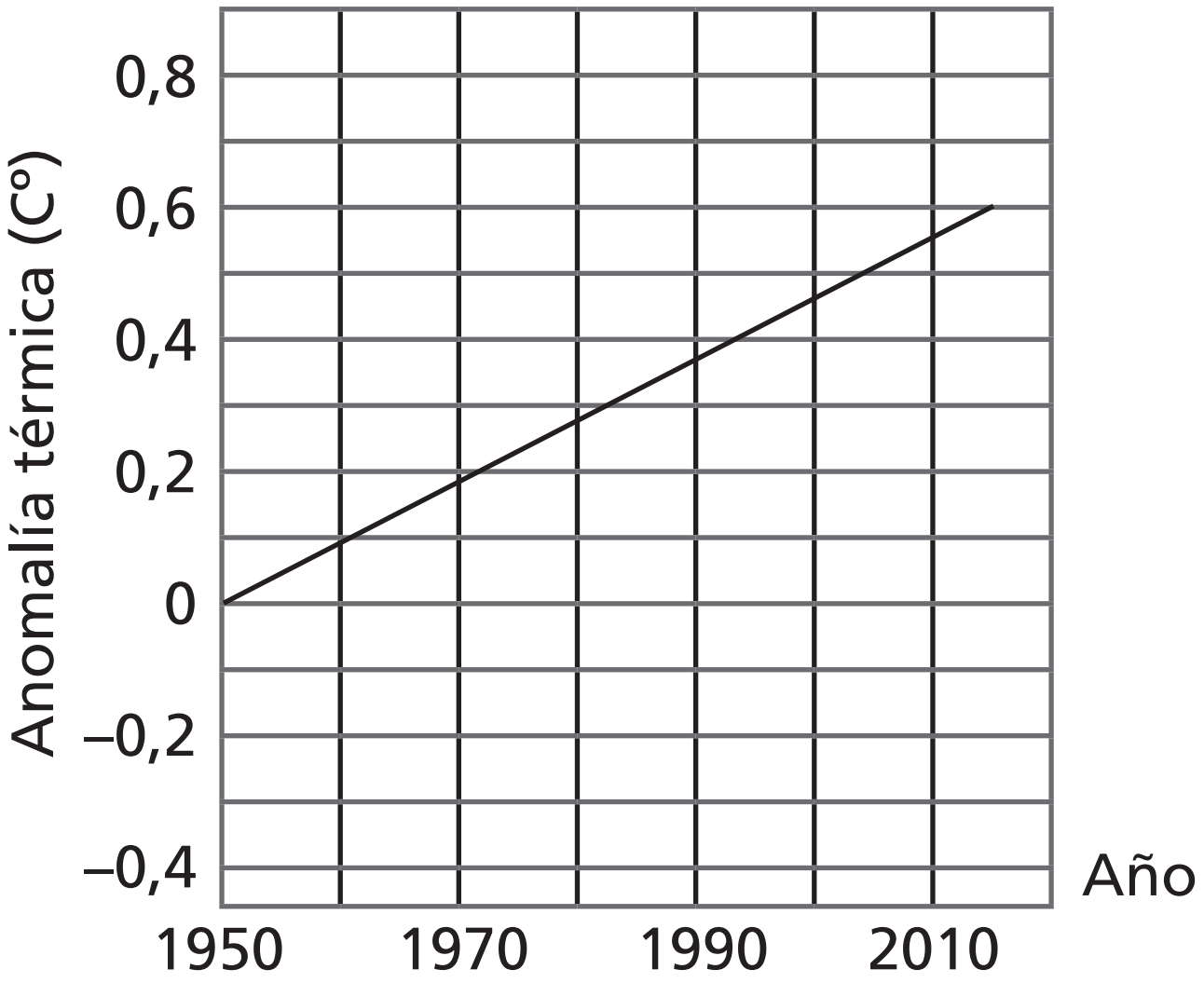
1. Calcula cuántos grados aumentaría la temperatura en un año.

Aumento de temperatura en un año $\rightarrow \frac{1}{100} = 0{,}01$

Es decir, cada año, la temperatura global aumenta 0,01 °C

2. Puedes utilizar el gráfico para observar la tendencia lineal (línea azul) en el aumento del índice de la temperatura.

ÍNDICE DE LA TEMPERATURA GLOBAL (TIERRA Y MAR)



3. Determina la función que representa este hecho y responde la pregunta.

$$f(x) = 0{,}01 \bullet x$$

En la que f(x) corresponde al aumento aproximado del índice de temperatura en x años.

Luego, como de 1960 al 2000 han transcurrido 40 años, se tiene que:

$f(x) = 0{,}01 \bullet x$

$f(x) = 0{,}01 \bullet 40$

$f(x) = 0{,}4$

Entonces, entre los años 1960 y 2000 el índice de temperatura aumentó, aproximadamente, 0,4 °C

Ejemplo 5

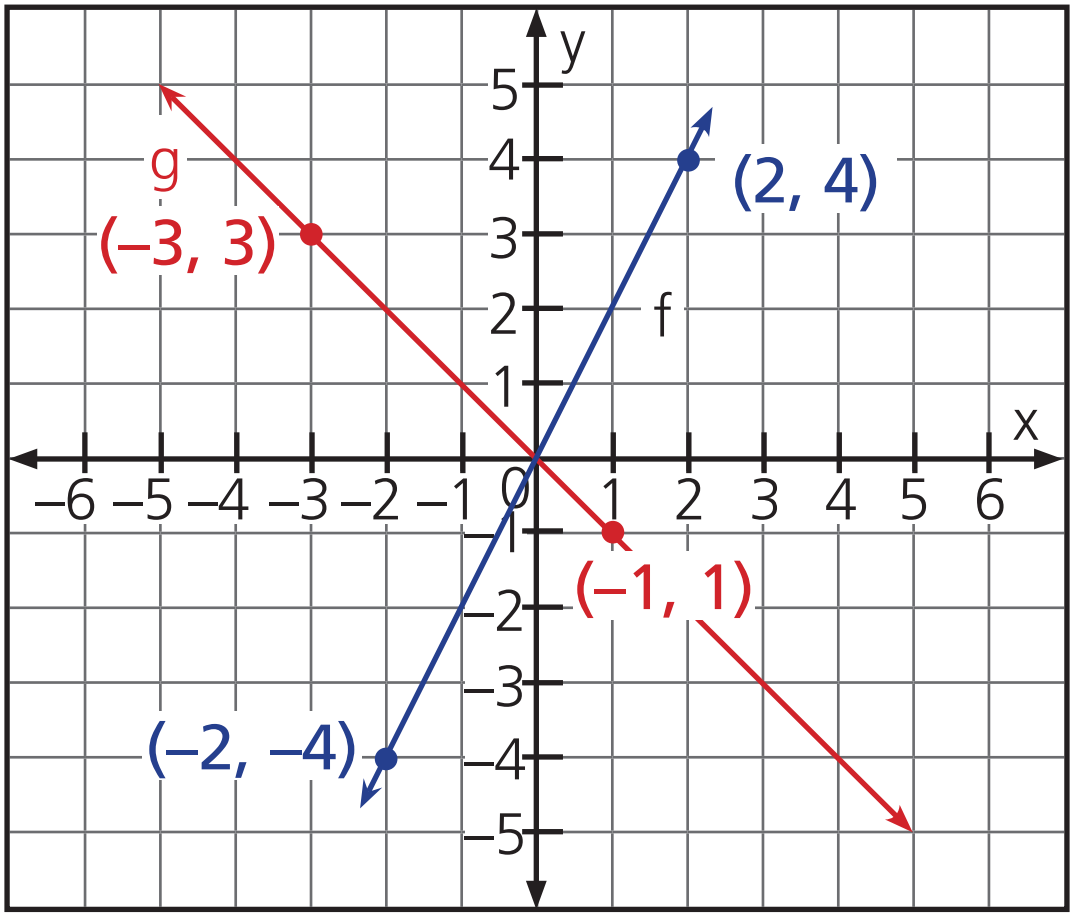
Determina si las funciones
$f(x) = 2x$ y $g(x) = -x$ representan un crecimiento o un decrecimiento. **¿Qué punto tienen en común?**

1. Construye una tabla de valores para cada función.

x	–2	0	2
F(x)	–4	0	4

x	–3	0	1
g(x)	3	0	–1

2. Grafica ambas funciones en el plano cartesiano.



3. Al observar la representación gráfica de la función ***f***, es posible notar que los valores f(x) crecen a medida que los de x aumentan. Del mismo modo, los valores de **g(x)** disminuyen a medida que los de x aumentan. Además, se verifica que en **f(x) = 2x, m = 2**, que es mayor que cero, por lo que f es creciente; y en **g(x) = –x**, **m** = –1, que es menor que cero, por lo que g es decreciente.

El punto que tienen en común ambas funciones es el punto (0, 0).

Aprende

La gráfica de una **función lineal** **f(x) = m • x**, con $x \in R$, corresponde a una recta que pasa por el origen **O** (0, 0).

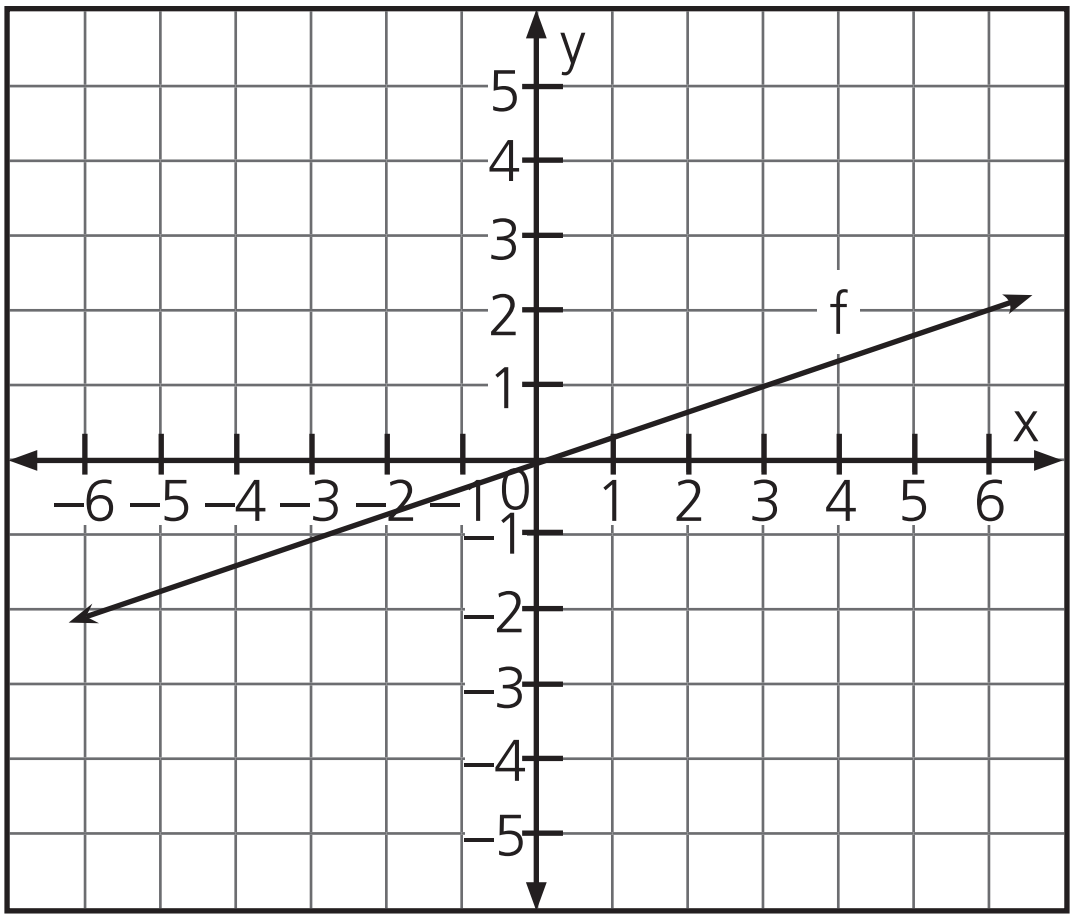
• El valor **m** representa la **pendiente de la recta**. Si **m** > 0, la función es creciente, y si **m** < 0, la función es decreciente, si **m** = 0 la función es constante.

• Si se conocen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) que pertenecen a la gráfica de la función f, la pendiente m se puede calcular de la siguiente forma:

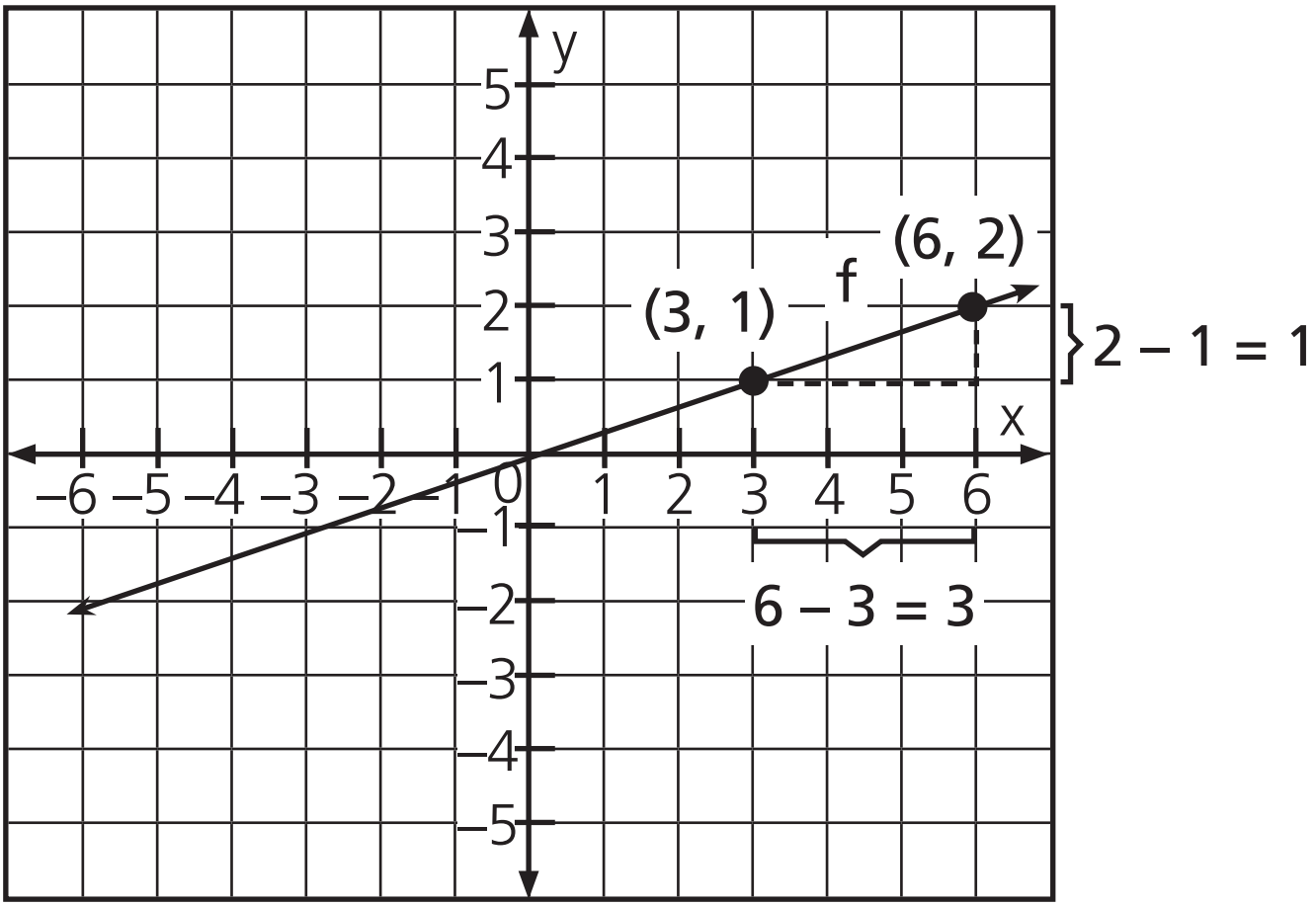
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \; x_2 \neq x_1 \neq 0$$

Ejemplo 6

Determina si el punto (12, 4) pertenece a la gráfica de la función lineal f.



1. Ubica dos puntos que pertenezcan a la gráfica de la función. En este caso, los puntos son (3, 1) y (6, 2).



2. Determina el valor de m y representa la función lineal f como f(x) = m • x.

$$M = \frac{(2 - 1)}{(6 - 3)} = \frac{1}{3}$$

(2 – 1) Diferencia entre las ordenadas de los puntos.
(6 – 3) Diferencia entre las abscisas de los puntos.
Luego, $f(x) = \frac{1}{3}x$

3. Verifica si f(12) = 4
f(12) = • 12 = 4 Por lo tanto, el punto (12,4) pertenece a la gráfica de f.

Aprende

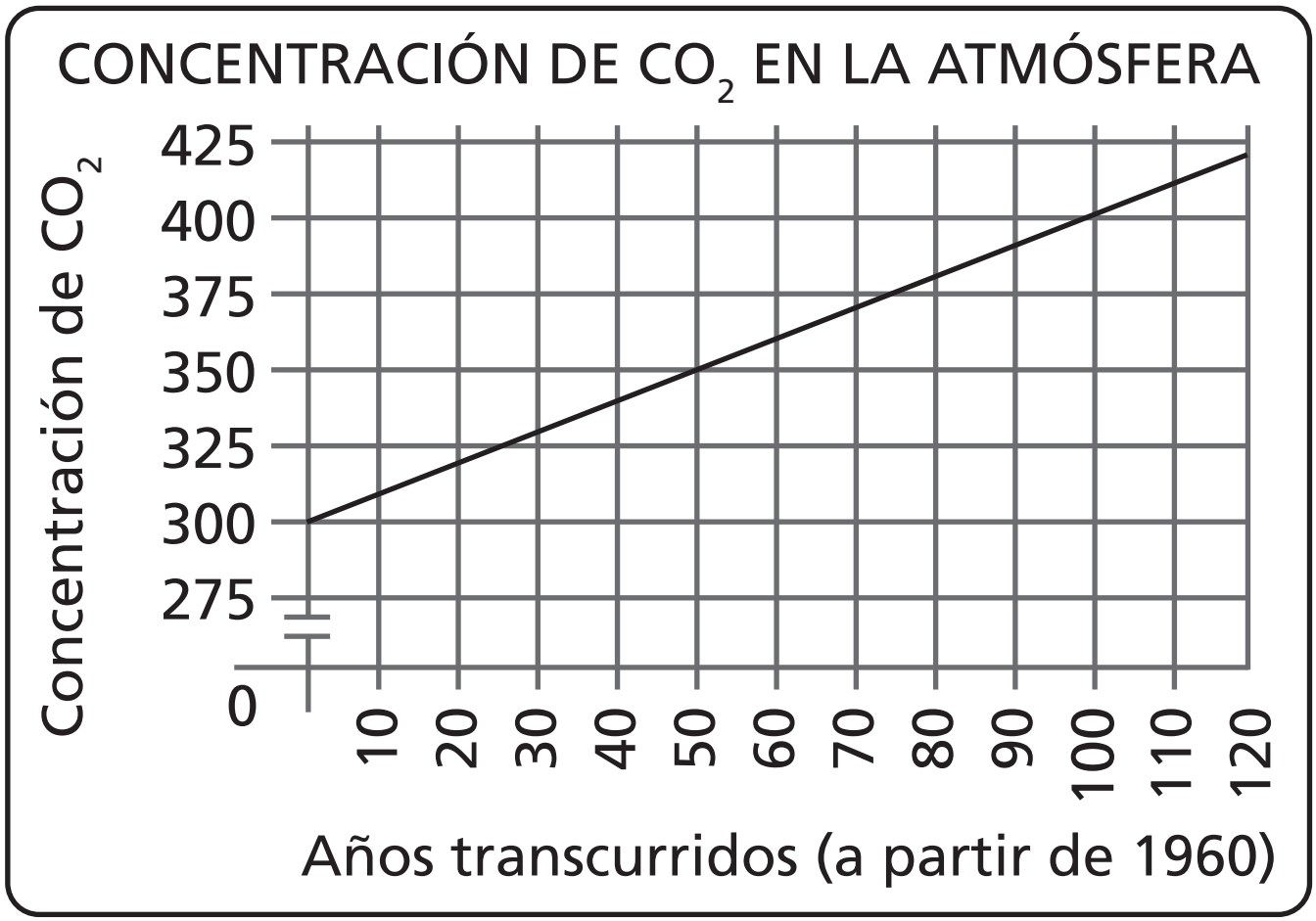
Para determinar si un par ordenado (x, y) pertenece a la gráfica de una función, se debe cumplir que f(x) = y.

Por ejemplo, para verificar que (2, 7) pertenece a la gráfica de f(x) = 5x – 3, se debe comprobar que f(2) = 7. Es decir, f(2) = 5 • 2 – 3 = 7.

BDA U2-ACT-8

FUNCIÓN AFÍN

Debido a las emisiones de dióxido de carbono (CO_2) generadas por las actividades humanas, las concentraciones de CO_2 en la atmósfera están aumentando aceleradamente. Datos recientes de la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica de los Estados Unidos (NOAA) muestran un aumento brusco en los niveles globales de CO_2. En abril de 2020, la concentración promedio de CO_2 en la atmósfera fue de 420 partes por millón (ppm), mientras que a principios de los 60, antes de la industrialización, se contabilizaban 300 ppm, que se mantenían, hasta ese entonces, constantes.



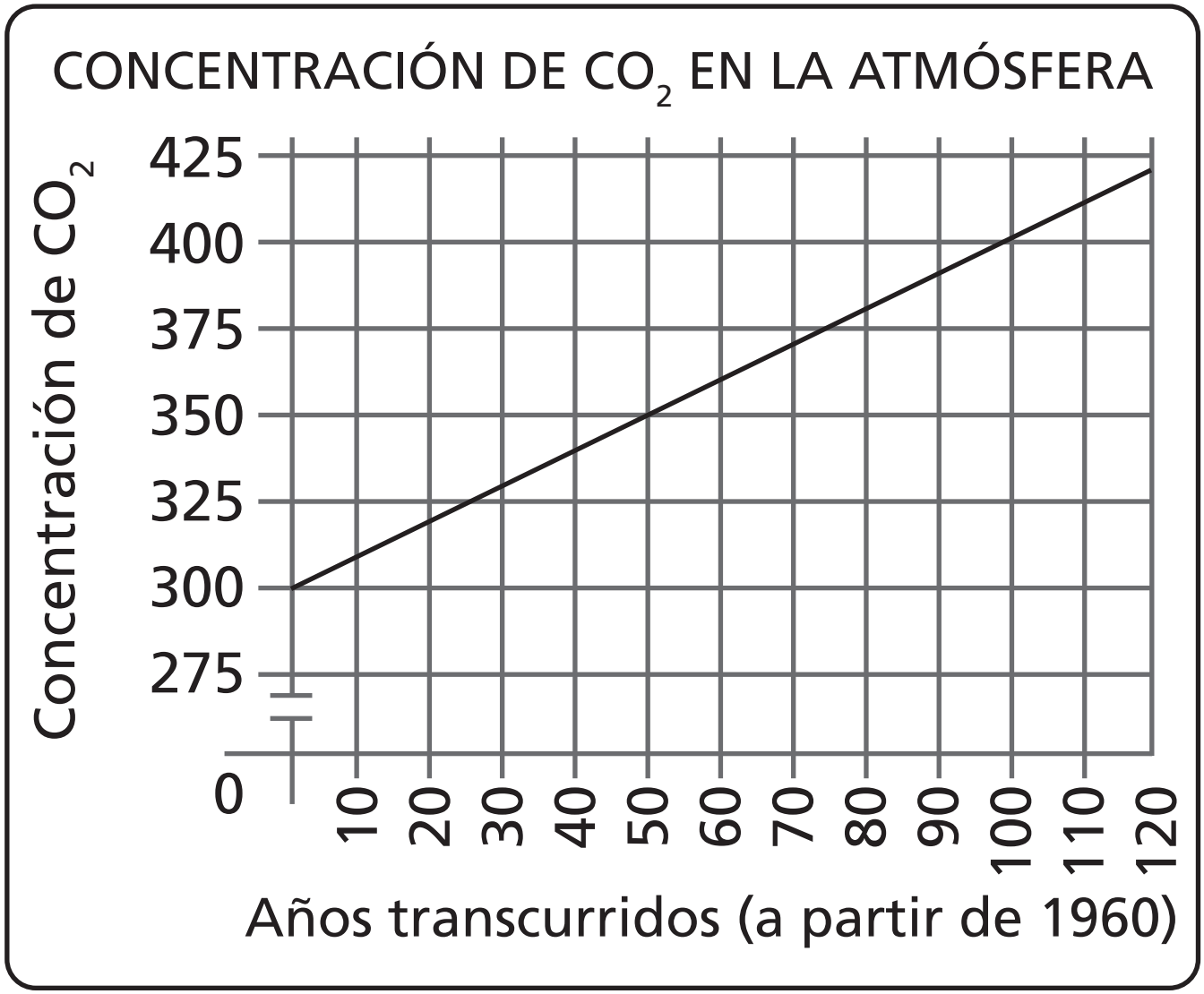
Responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo crees que afectan al ser humano y a otras especies las altas concentraciones de dióxido de carbono en la atmósfera?

2. ¿Cuáles actividades humanas contribuyen al aumento de las concentraciones de dióxido de carbono en la atmósfera?

3. Investiga qué podemos hacer para detener el aumento de las concentraciones de CO_2.

Ejemplo 1



Analizando el gráfico, completa la siguiente tabla y luego responde:

Años transcurridos (a partir de 1960)	0	50	100
Concentración de C. (en ppm)	300	350	400

a. ¿Cuál es la pendiente de la recta?

Considera los puntos (0, 300) y (50, 350) y calcula la pendiente.

$$M = \frac{350 - 300}{50 - 0} = \frac{50}{50} = 1$$

b. ¿Con cuál función puedes modelar la cantidad de dióxido de carbono con los años? Considera que:

$f(x) \Rightarrow$ Concentración CO_2.

$x \Rightarrow$ Años transcurridos

Luego, la función buscada es:

$$f(x) = x + 300$$

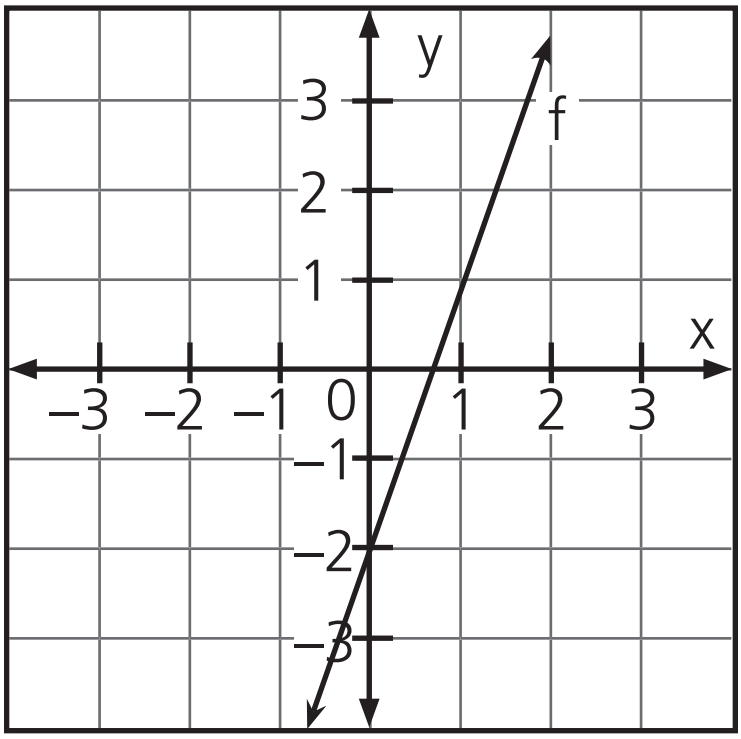
Aprende

Una **función afín** es una función de la forma $f(x) = mx + c$, con $x, m, c \in \mathbb{R}$ y m y c distintos de cero. La constante m es la **pendiente** y c el **coeficiente de posición**, el cual corresponde al punto $(0, c)$, que está en el eje Y y por donde pasa su gráfica.

Ejemplo 2

Representa algebraicamente la función mostrada en el gráfico

1. La función f es afín, porque no pasa por el origen, por lo tanto podemos representarla como f(x) = mx + c. Luego, como la gráfica de la función corta al eje Y en el punto (0, –2), el valor de c es –2.



2. Reemplazamos el valor de c en la expresión:

$$f(x) = mx + (–2)$$

3. Como el punto (1, 1) pertenece a su gráfica se cumple que f(1) = 1

$$f(1) = m \bullet 1 + (–2) = 1$$

$$\rightarrow m + (–2) = 1$$

$$\rightarrow m = 3$$

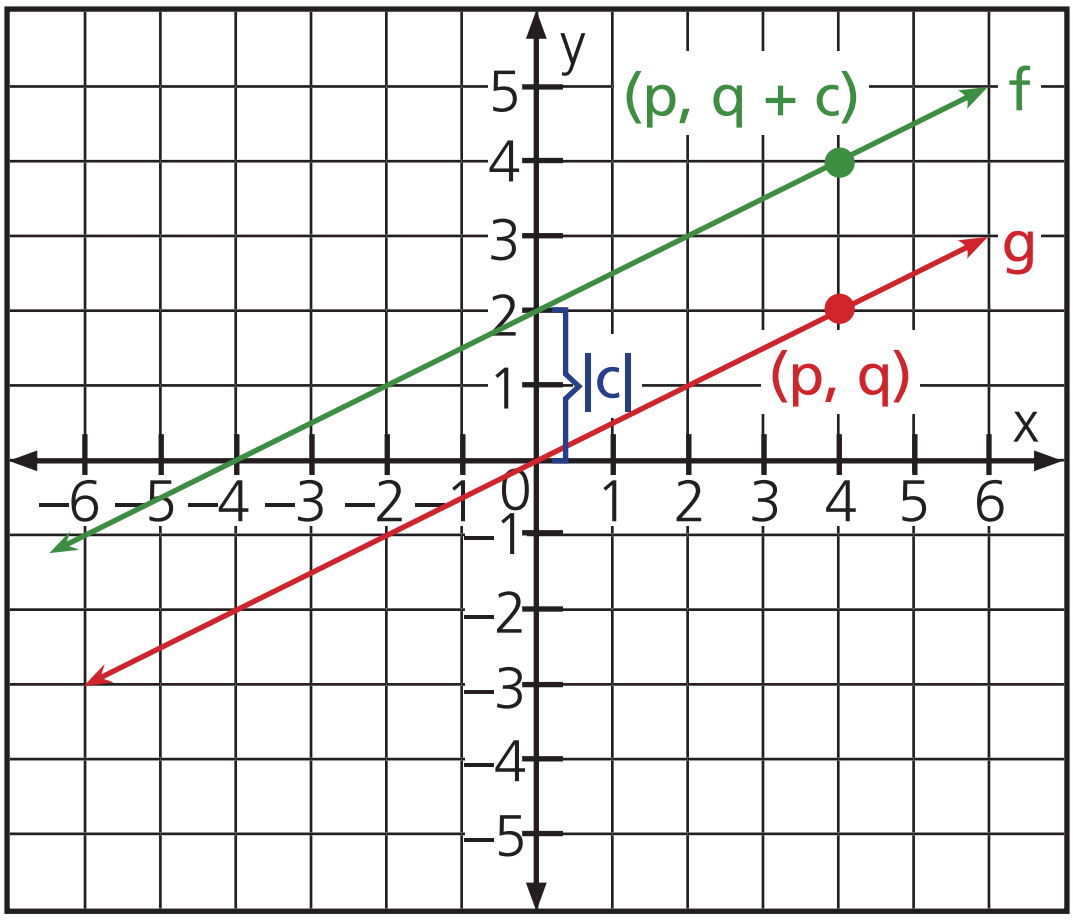
Entonces, f (x) = 3x + (–2), o bien f (x) = 3x –2.

¿En qué se diferencian la gráfica de la función afín con la gráfica de la función lineal?

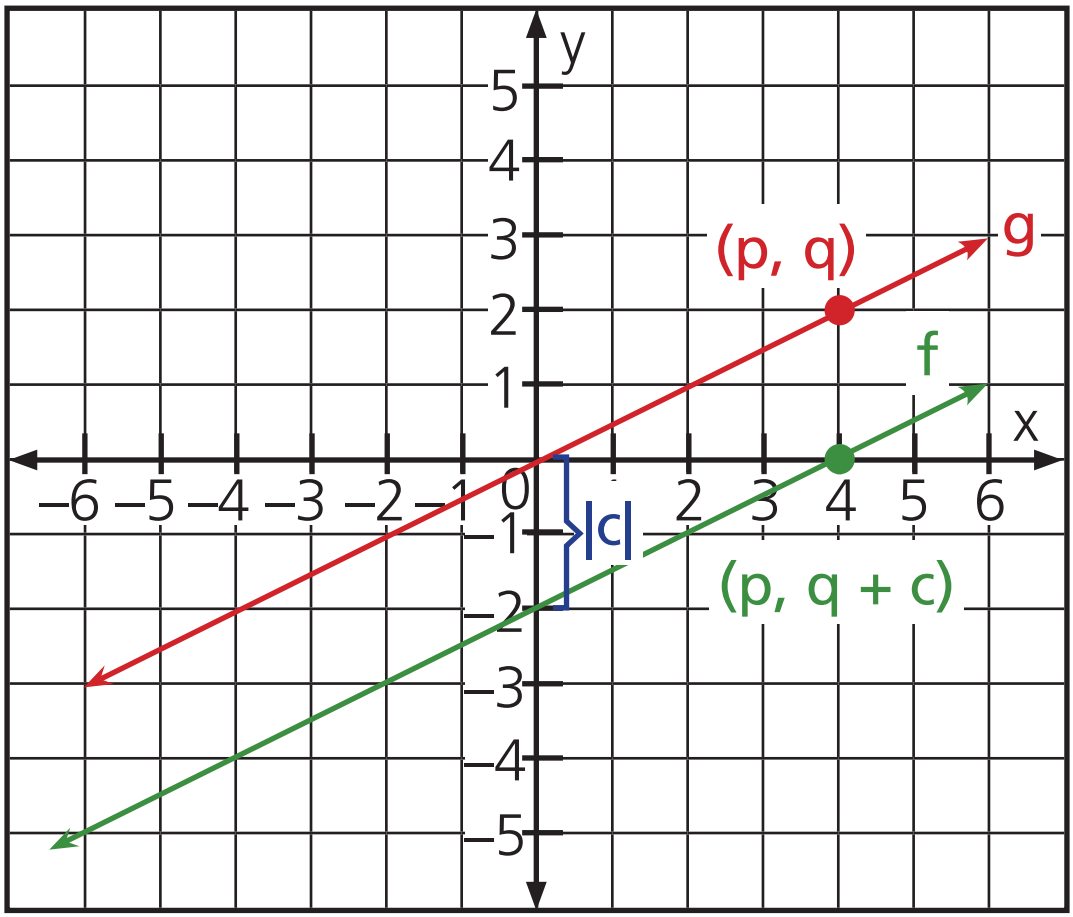
Aprende

Una **función afín** f(x) = mx + c, con x, m, c ∈ ℝ y m y c distintos de cero, se puede representar como la gráfica de una función lineal g(x) = mx trasladada c unidades hacia arriba o hacia abajo según corresponda.

- Si c > 0



- Si $c < 0$



En una función afín de la forma

f(x) = mx + c se tiene que:

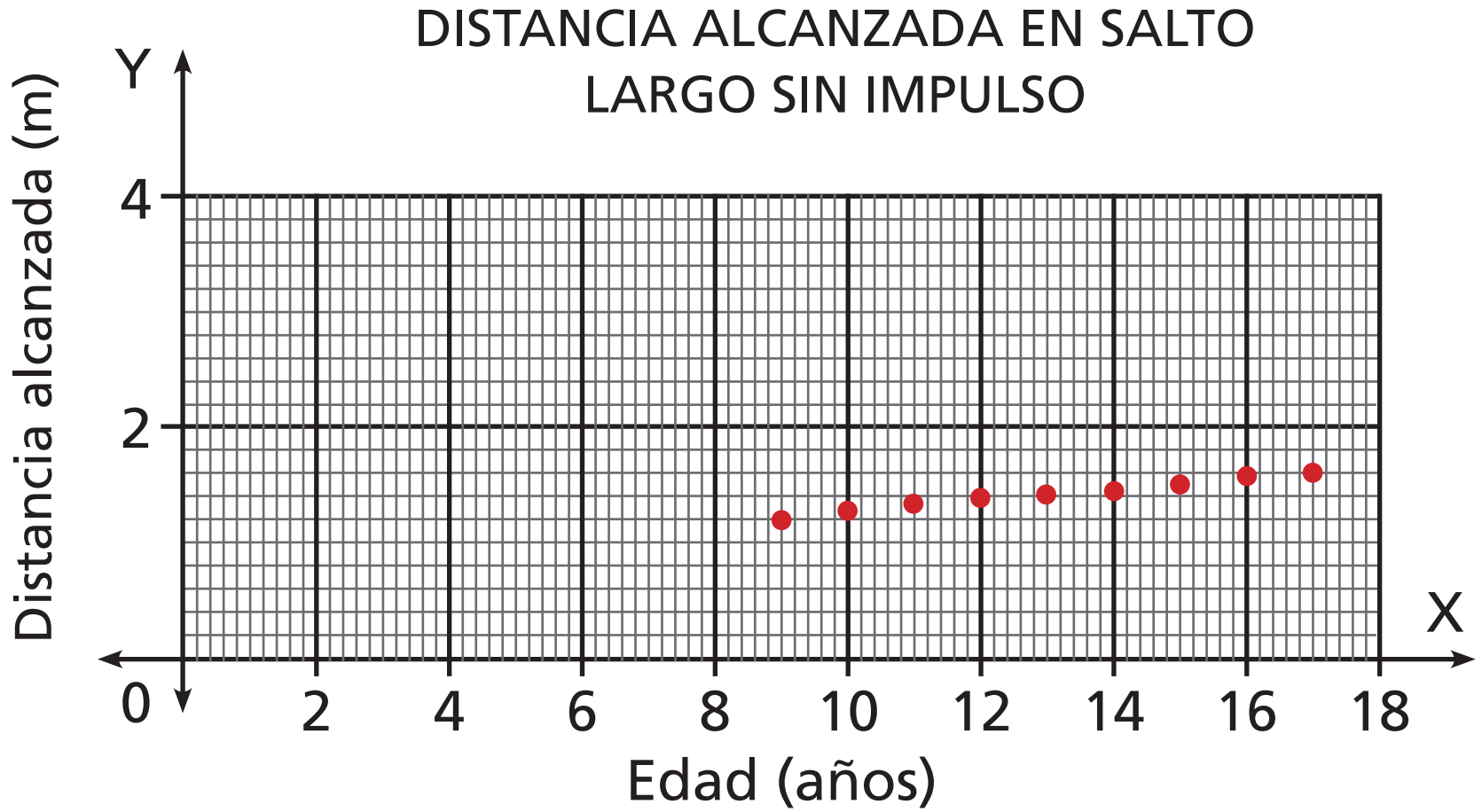
- Si $m \neq 0$ y $c = 0$, la función f es una función lineal.
- Si $m = 0$ y $c \neq 0$, la función f es una función constante, es decir, para todo $x \in Dom(f)$ se tiene que $f(x) = c$

Ejemplo 3

Conecto con Educación Física y Salud

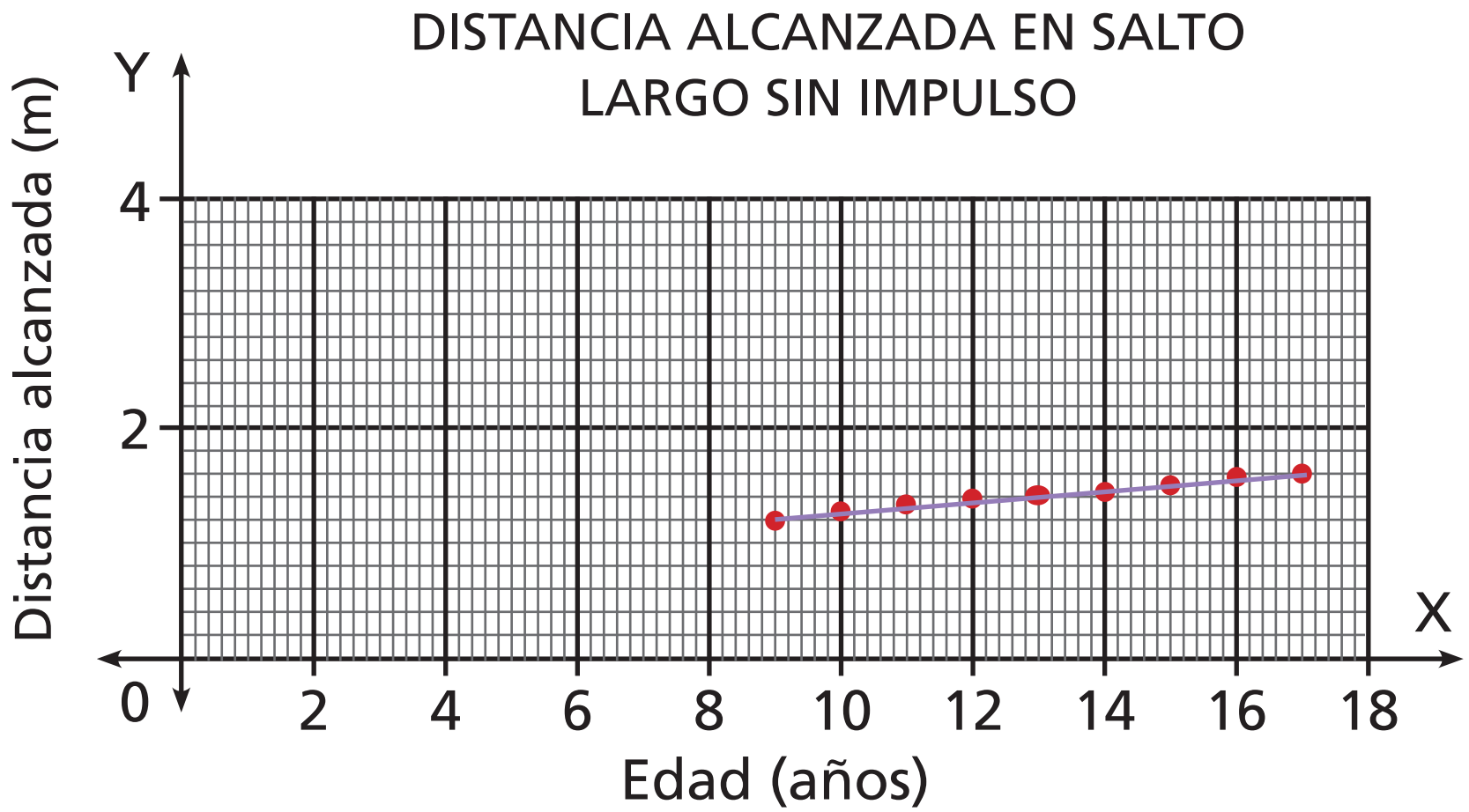
Edad (años)	Salto (m)
9	1,18
10	1,20
11	1,26
12	1,30
13	1,35
14	1,40
15	1,45
16	1,50
17	1,53

En un colegio se quiere analizar la relación entre la edad de los estudiantes y la distancia de salto largo sin impulso que alcanzan. Para ello, se considera un grupo de estudiantes y se mide la distancia horizontal de salto sin impulso. Los resultados se registraron en la siguiente tabla y gráfico:



¿Es correcto concluir que existe una relación lineal entre la edad de un estudiante y la distancia que alcanza en salto largo?, ¿por qué?

Traza una recta que se aproxime a los puntos para observar si existe relación

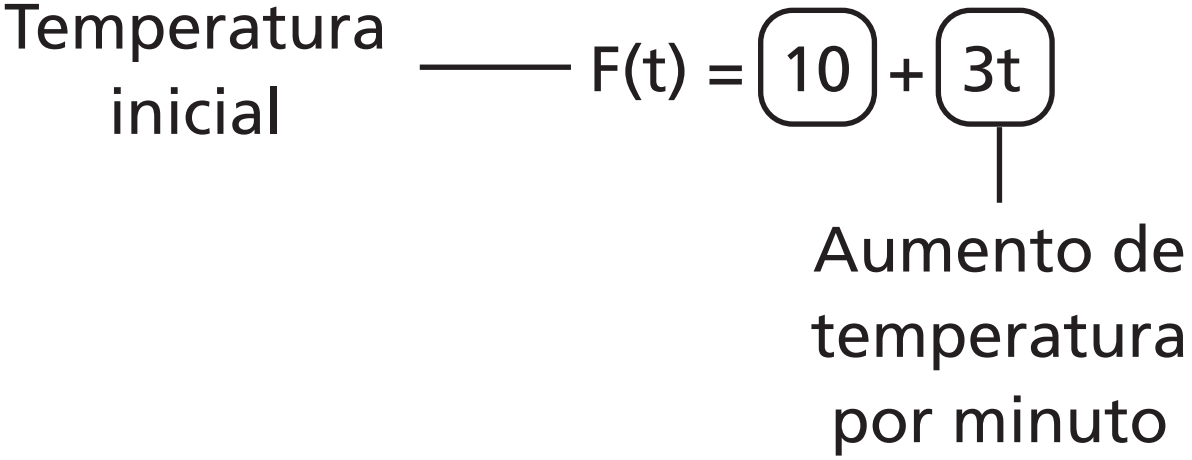


Puedes observar que existe una relación lineal entre la edad de los estudiantes y la distancia que alcanzan en salto largo sin impulso. Como se puede apreciar, a medida que aumenta la edad, aumenta también la distancia del salto, y la pendiente es casi constante entre dos puntos cualesquiera de los registros.

Ejemplo 4

En un experimento, una sustancia que se encuentra a 10 °C aumenta su temperatura a razón de 3 °C por minuto. Si f representa la temperatura de la sustancia y t los minutos transcurridos, ¿cuál es el valor de c si se sabe que $f(t + 1) = f(t) + c$?

1. Representa la función f que modela la situación.



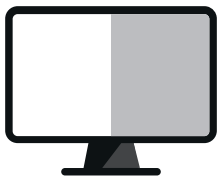
2. Representa la expresión algebraica para f(t + 1).

$$f(t + 1) = 10 + 3(t + 1)$$
$$= 10 + 3t + 3 \bullet 1$$
$$= 13 + 3t$$

3. Calcula el valor de c

$$\begin{aligned} f(t+1) &= f(t) + c \; c \\ &= f(t+1) - f(t) \\ &= 13 + 3t - (10 + 3t) \\ &= \boxed{3} \rightarrow \text{Cambio de temperatura por minuto} \end{aligned}$$

Luego, se tiene que c = 3



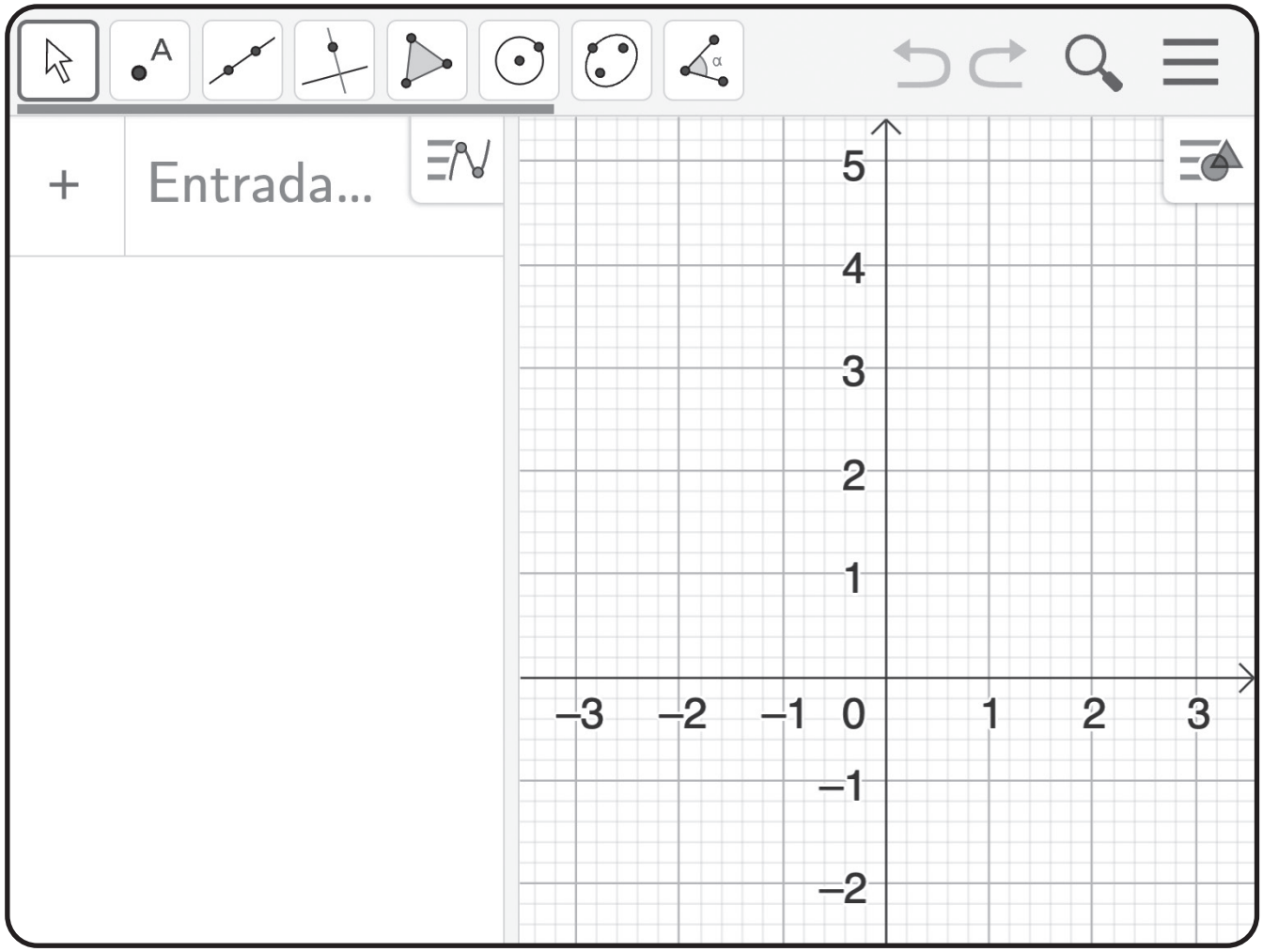
Herramientas tecnológicas

Para representar la gráfica de una función lineal o afín se puede utilizar el programa GeoGebra.

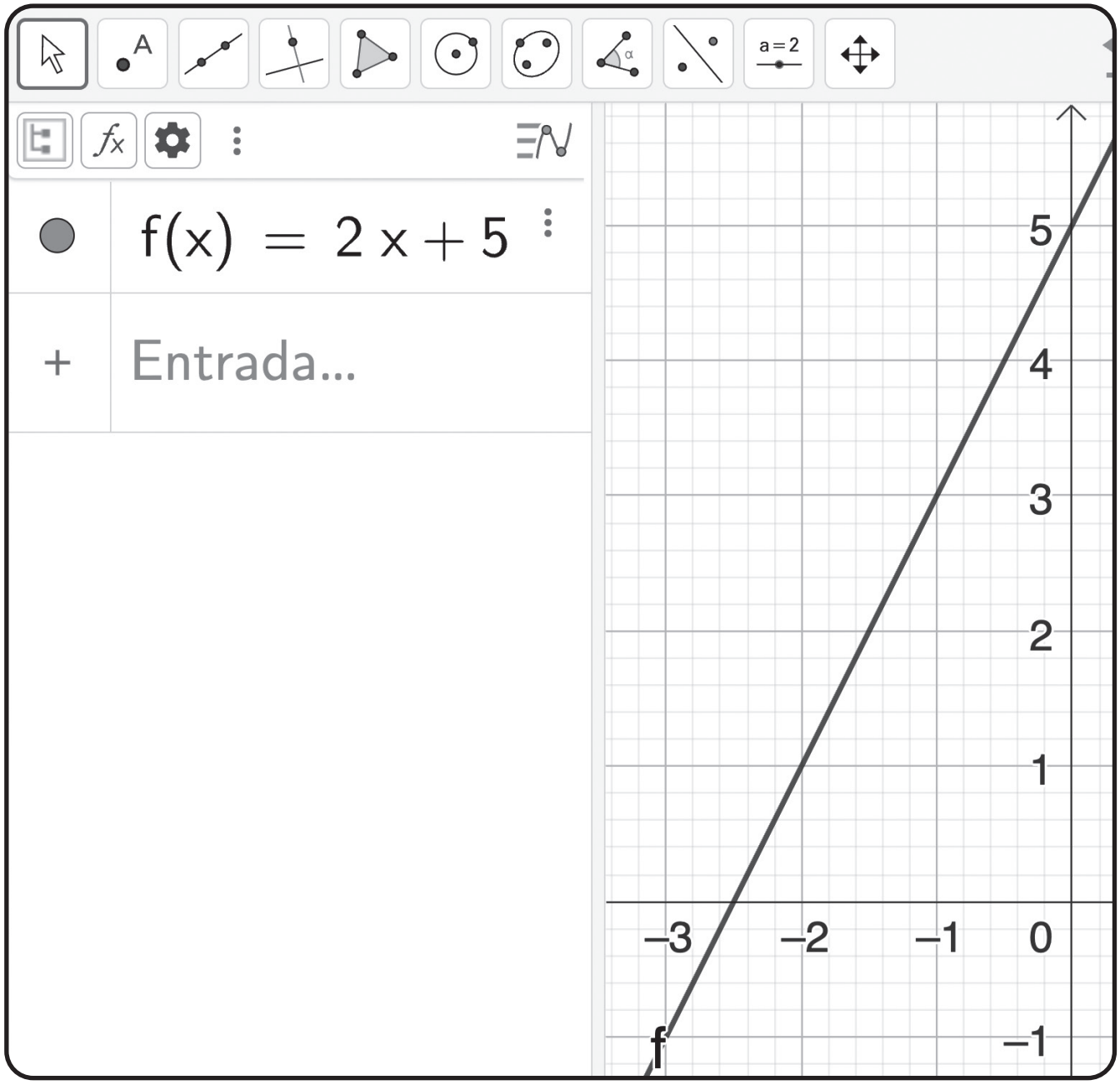
1. Ingresa al sitio
https://www.geogebra.org/graphing

2. Escribe la función lineal o afín que quieras en la sección «Entrada», ubicada en la parte superior de la ventana.

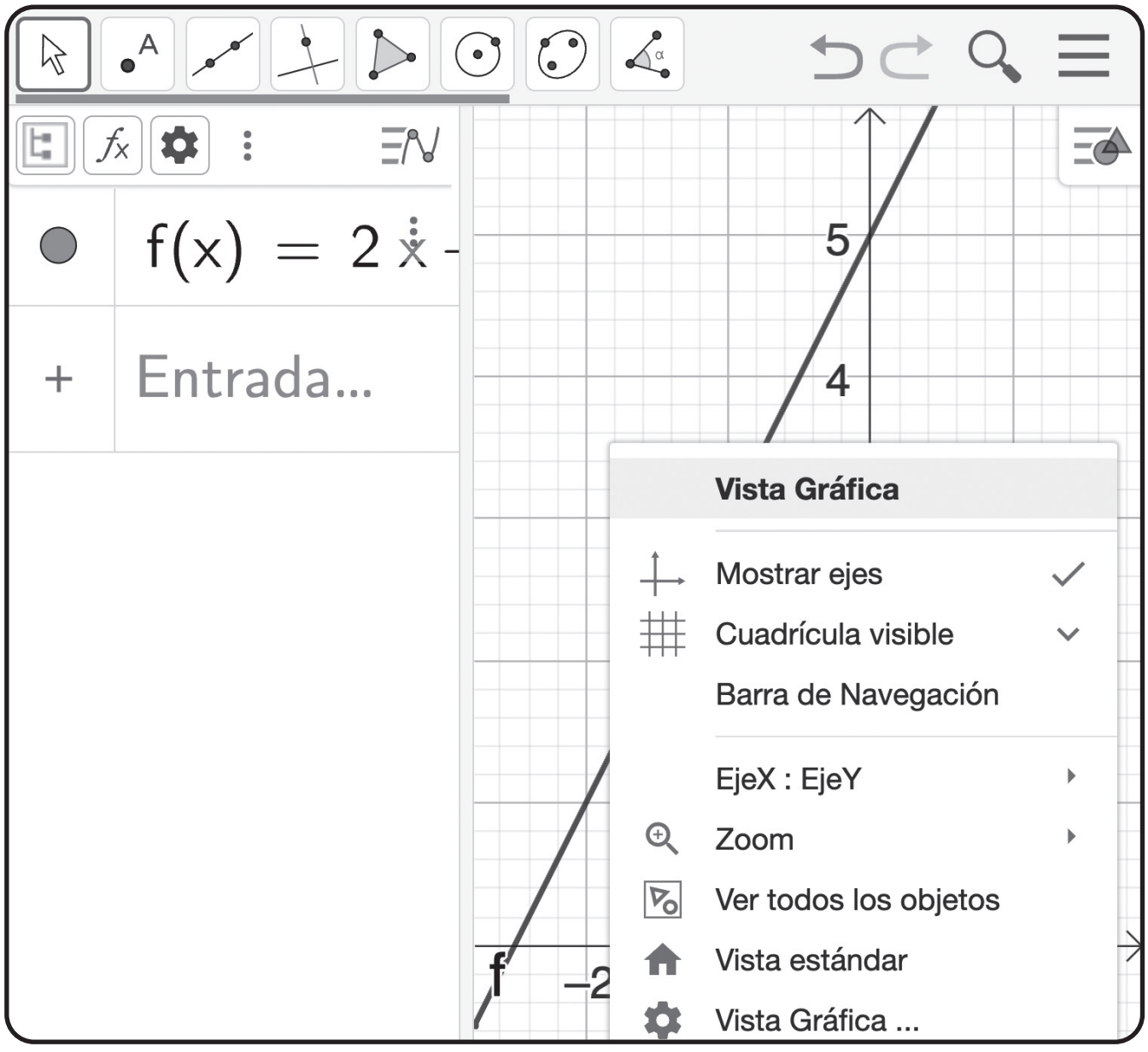
Por ejemplo f(x) = 2x + 5.



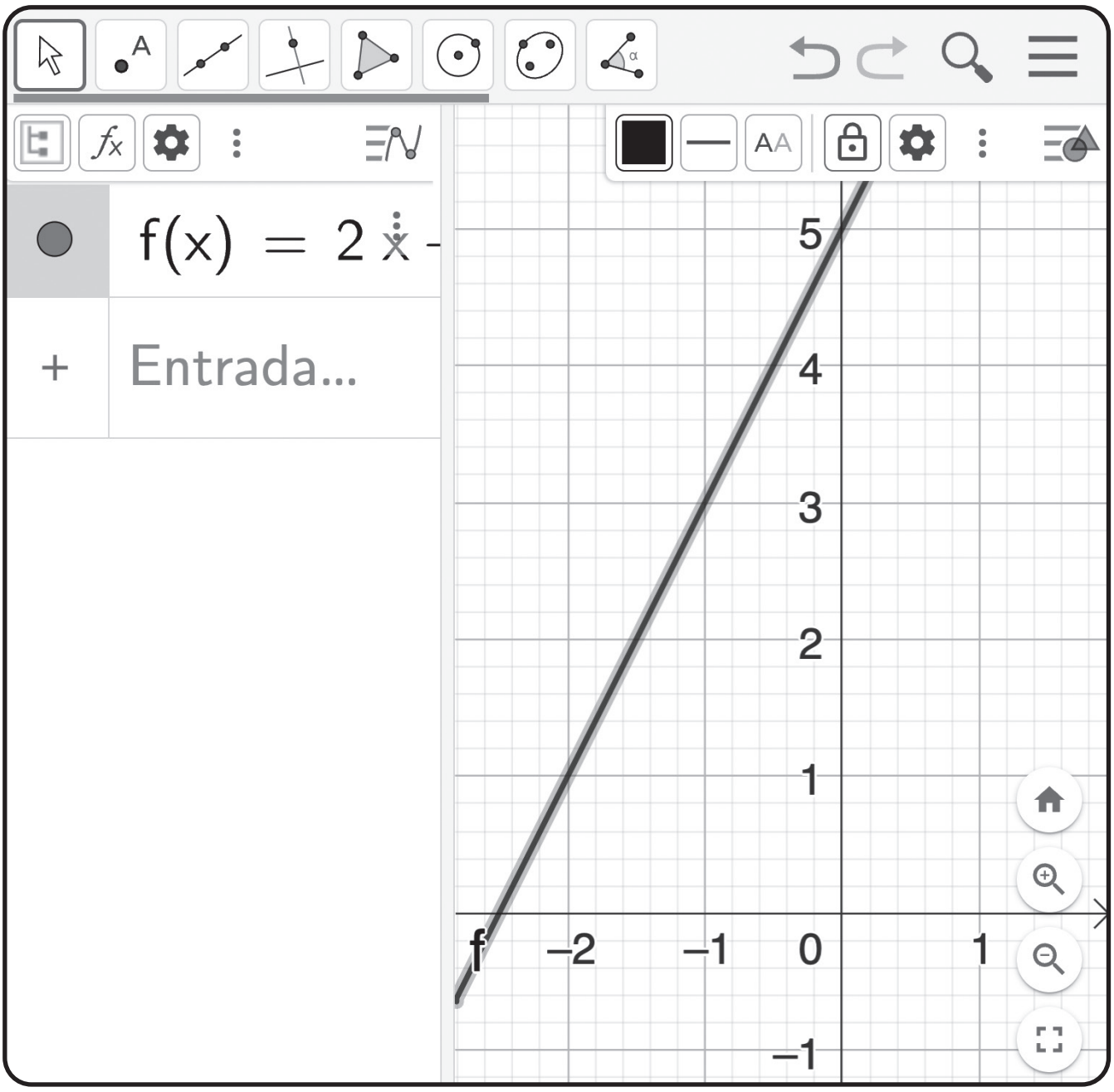
3. Una vez ingresada, presiona Enter y observa la gráfica que aparece.



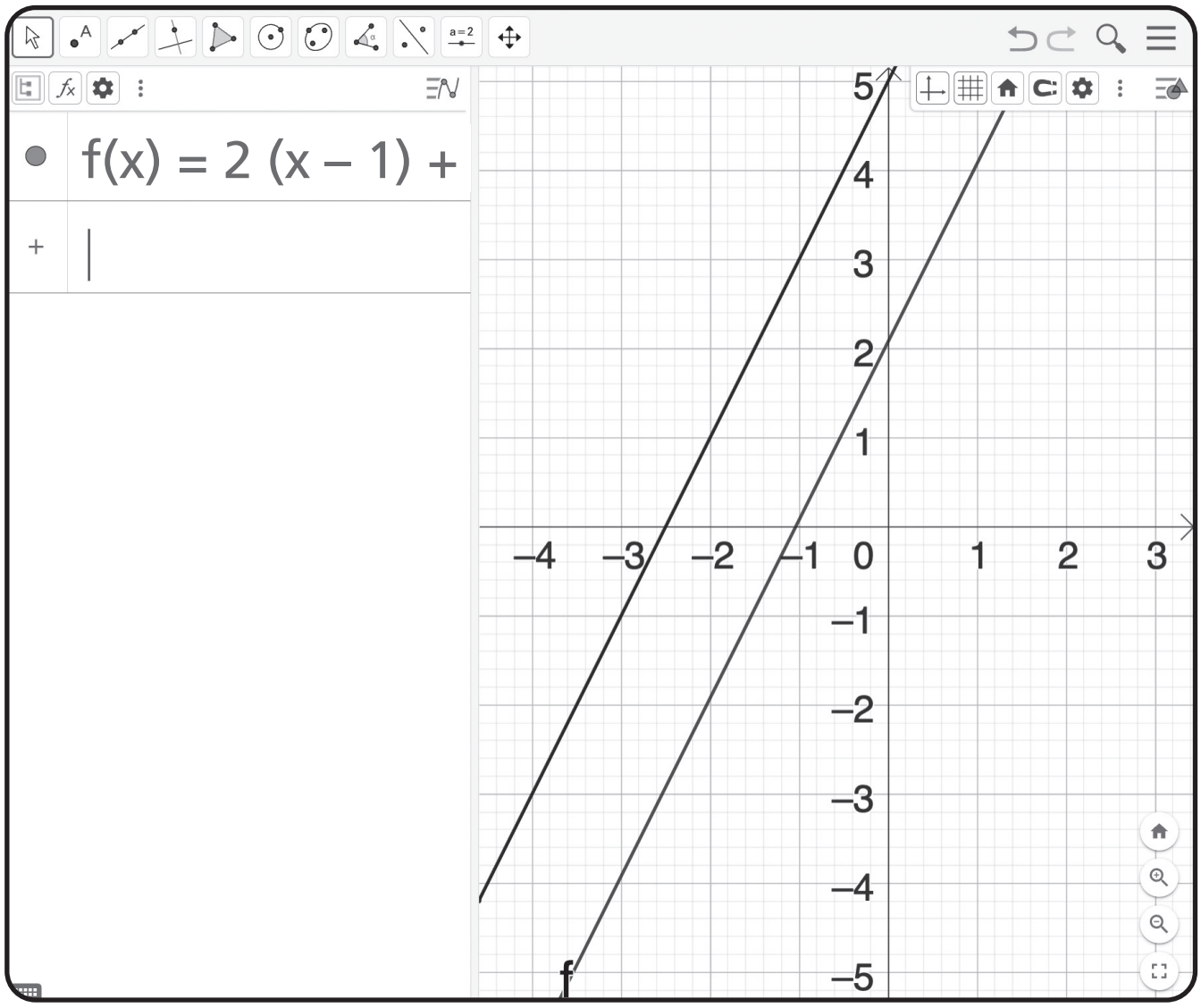
4. Haz clic con el botón derecho del mouse sobre el plano cartesiano para acceder a las opciones de apariencia del plano cartesiano, como ejes, cuadriculado, zoom, entre otras.



5. Haz clic con el botón derecho del mouse sobre la función para acceder a las opciones de apariencia y propiedades del objeto, en este caso, la función.



6. presionado el botón derecho o izquierdo del mouse sobre la función. Observa que la expresión algebraica de la función cambia según varía la gráfica.



BDA U2-ACT-9

SÍNTESIS

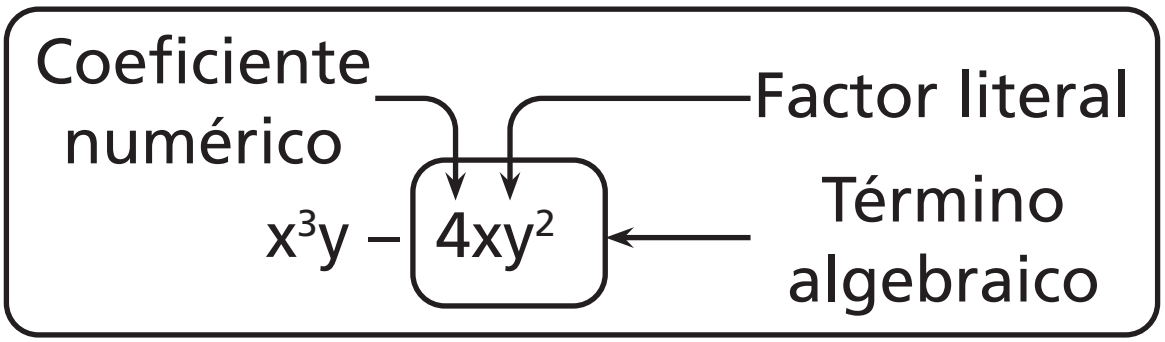
UNIDAD 2: ÁLGEBRA Y FUNCIONES

Lección 1 » Expresiones algebraicas, ecuaciones e inecuaciones

Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es aquella en que se combinan letras, números y operaciones. Por ejemplo, al reducir la expresión $5\mathbf{x} + \mathbf{y} - 3\mathbf{y} + 2\mathbf{x} - 4\mathbf{y}$ se tiene que:

$$\begin{aligned} 5x + y - 3y + 2x - 4y &= (5x + 2x) + (y - 3y - 4y) \\ &= 7x + (-6y) \\ &= 7x - 6y \end{aligned}$$



Ecuaciones

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene una o más incógnitas.

Por ejemplo, al resolver la ecuación

$\frac{x}{4} + 1 = 13$ se tiene que:

$$\frac{x}{4} + 1 - 1 = 13 - 1$$

Restamos 1 en ambos lados de la igualdad

$$\frac{x}{4} = 12$$

$$\frac{x}{4} \cdot 4 = 12 \cdot 4$$

Multiplicamos por 4 cada lado de la igualdad.

$$x = 48$$

Inecuaciones

Una inecuación lineal con coeficientes racionales es una desigualdad que tiene una o más incógnitas y sus coeficientes son números racionales. Por ejemplo, al resolver la inecuación $5 + \frac{x}{2} < 10$ se tiene que:

$$5 - 5 + \frac{x}{2} < 10 - 5$$

Restamos 5 en ambos lados de la desigualdad.

$$\frac{x}{2} < 5$$

$$\frac{x}{2} \bullet 2 < 5 \bullet 2$$

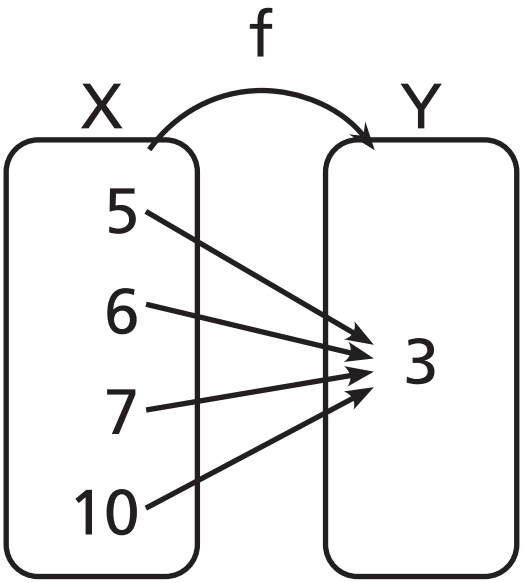
Multiplicamos por 2 cada lado de la desigualdad.

$$x < 10$$

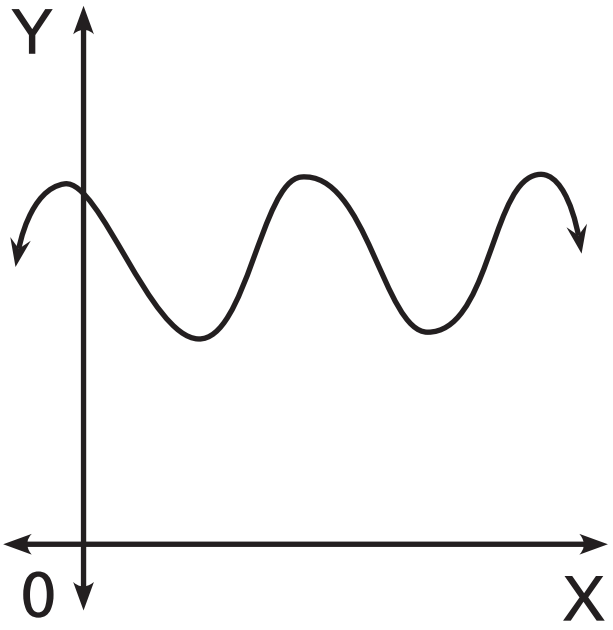
- ¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad?, ¿por qué crees que fue así?
- ¿En qué se diferencian las ecuaciones de las inecuaciones?
- ¿Qué dificultades tuviste para resolver ecuaciones e inecuaciones?

Lección 2 » Funciones

Concepto y representación de una función



Una **función** es una relación entre dos variables, x e y, de manera que a cada valor de x, llamado **preimagen**, le corresponde un único valor de y, llamado **imagen**.



Como el valor de y depende del valor de x, se dice que y es la **variable dependiente** y x la **variable independiente**. Por ejemplo, las siguientes representaciones corresponden a funciones:

Función lineal

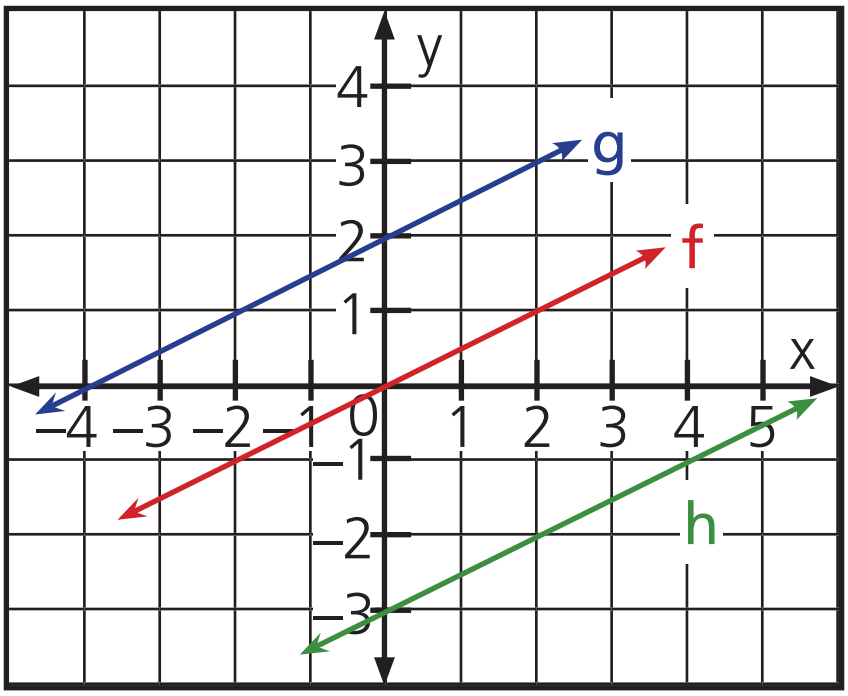
La gráfica de una función lineal $f(x) = m \bullet x$, con $m \neq 0$, corresponde a una recta que pasa por el origen O(0, 0). El valor m representa la **pendiente de la recta**. Si $m > 0$, la función es creciente, y si $m < 0$, la función es decreciente.

Si se conocen dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) que pertenecen a la gráfica de la función f, la pendiente m se puede calcular de la siguiente forma:

$$M = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}, \; x_2 \neq x_1, \neq 0$$

Función afín

Una **función afín** es de la forma $f(x) = m \cdot x + c$, $c \neq 0$. La constante m es la **pendiente de la recta** y c el **coeficiente de posición**. Por ejemplo, en el siguiente gráfico, la función f es una función lineal y las funciones g y h son funciones afines:



- ¿Para qué puedes utilizar las funciones en la vida cotidiana?
- ¿Qué errores cometiste al identificar funciones?, ¿qué puedes hacer para no volver a cometerlos?
- ¿Qué más te gustaría saber sobre funciones? Explica.

BDA U2-ACT-10,11 y 12