ADAPTACIÓN MACROTIPO
Matemática 2º Medio
CUADERNO DE ACTIVIDADES

TOMO II

Autores

Eduardo Díaz Valenzuela

Natalia Ortiz Solís

Patricio Norambuena Morales

Katherine Morales Valderrama

Manuel Rebolledo Hernández

Editorial SM

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana
Dieciocho 414
Teléfono: (562) 2787-7392
Santiago de Chile
Año 2021

ÍNDICE

TOMO I

TOMO II

UNIDAD TRES

GEOMETRÍA

Lección 8: Esfera

Definición de esfera.

1. Describe cada uno de los siguientes conceptos asociados a una esfera. Luego, identifícalos en la esfera:

a. Centro:

____

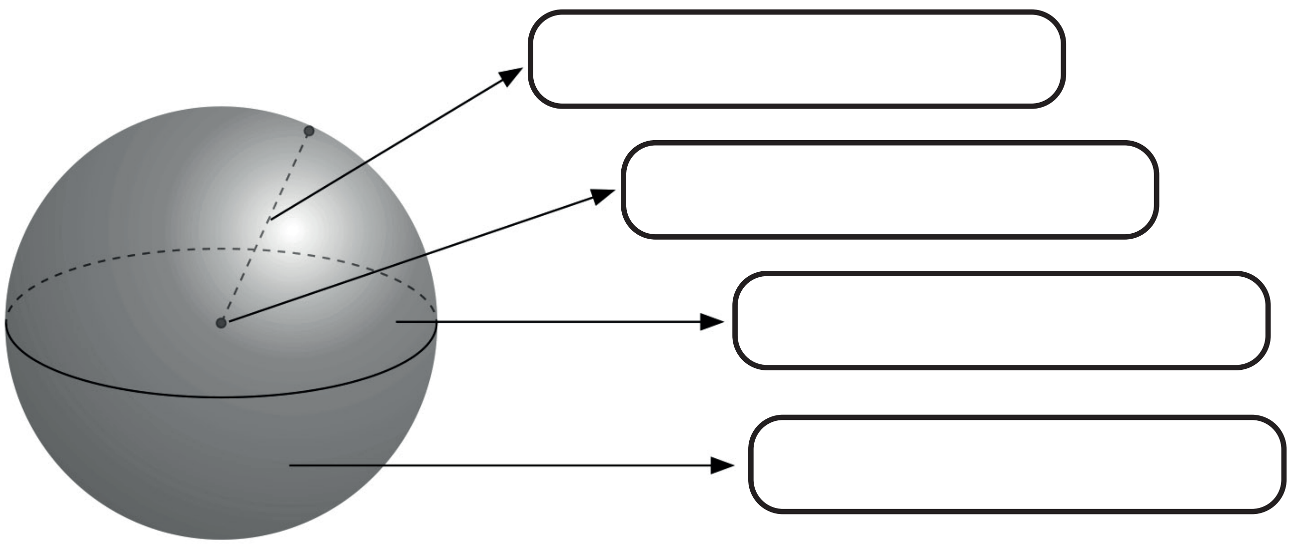
____

b. Radio:

____

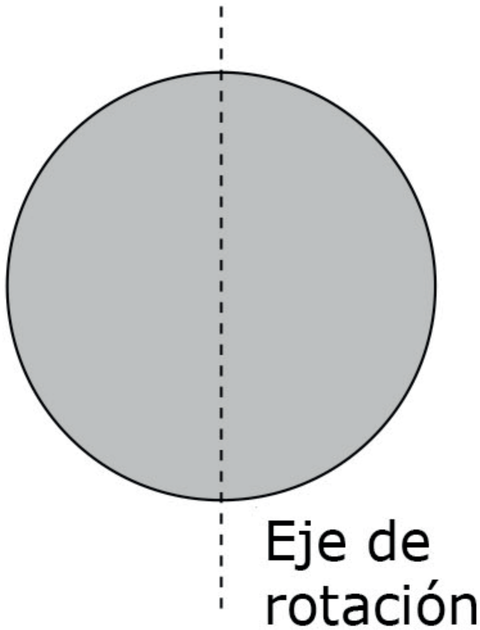
____

c. Círculo máximo:

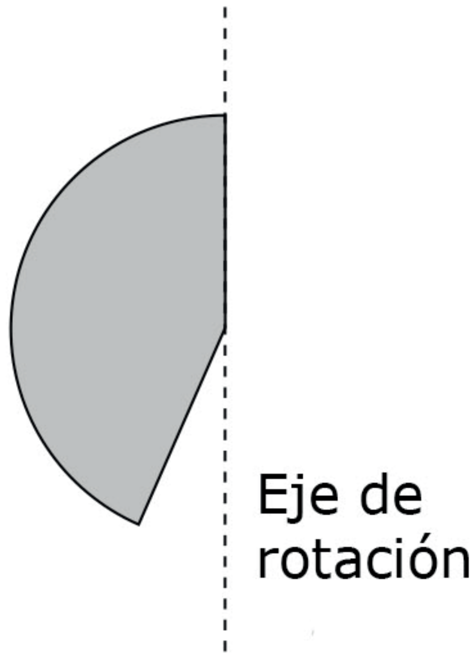


2. Construye el cuerpo resultante al rotar la figura con respecto al eje.

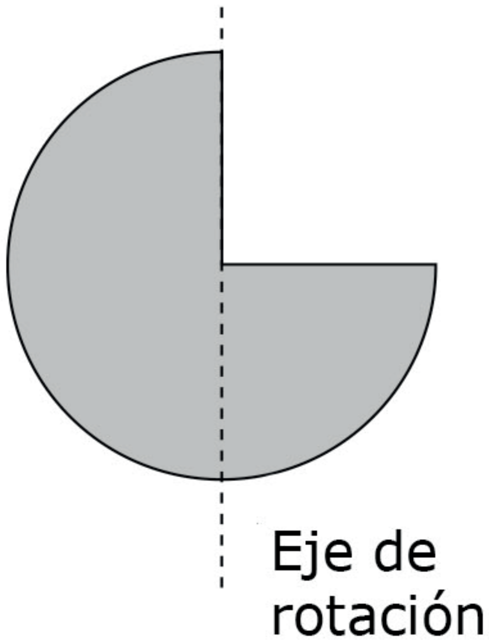
a.



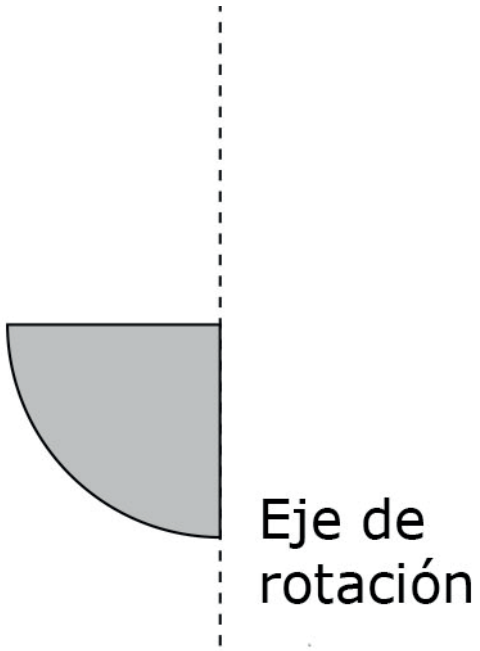
b.



c.



d.



3. Con la información proporcionada, determina la medida del radio de la esfera.

a. El radio de su círculo máximo corresponde a la diagonal de un cuadrado de lado 2 cm.

b. El radio de su círculo máximo es el doble que el de una esfera de radio 5 cm.

c. El área de su círculo máximo es $4\ \pi\ cm^2$.

d. El perímetro de su círculo máximo es 9 cm.

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

Para un círculo de radio r, su área A y perímetro P están dados por $A=\pi r2$ $P=2\pi r$

a. _____ Una pelota de ping-pong se asemeja a una esfera.

____

____

b. _____Si el círculo máximo de una esfera tiene perímetro 10π cm, entonces el radio de la esfera es 10 cm.

____

____

c. ____Los radios de dos círculos máximos siempre son congruentes.

____

____

d. ____La distancia del centro de una esfera a cualquier punto del casco esférico varía dependiendo del punto.

____

____

e. ____Las medidas del radio de una esfera y de su círculo máximo no siempre coinciden.

____

____

f. _____Si el círculo máximo de una esfera tiene área $\frac{4}{169}\pi\ cm^2$, entonces el radio de la esfera es $\frac{2}{169}$ cm.

____

____

g. _____El círculo máximo de una esfera tiene radio r y otra esfera tiene radio r. Entonces ambas esferas son congruentes.

____

____

h. _____ Una esfera puede ser divida en dos semiesferas.

____

____

▶ Volumen de la esfera

1. Calcula el volumen de la esfera a partir de su radio r o su diámetro d.

a. $r = 4$ cm

b. $r = \frac{13}{2}$ cm

c. $r = \sqrt{3}m$

d. $d = \frac{1}{2}cm$

e. $r = 9\ m$

f. $d = 12\ m$

2. Identifica al menos tres objetos con forma esférica. Luego, investiga o estima su radio y calcula su volumen.

a. Objeto 1: ______________________________

r: ____________________________________

b. Objeto 2: ______________________________

r: ____________________________________

c. Objetivo 3: ______________________

r: ______________________

3. Determina el radio de la esfera sabiendo su volumen V. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

a. $V = \frac{4}{3}\ \text{cm}^3$

b. $V = \frac{3}{4}\ \text{mm}^3$

c. $V = \frac{8}{3}\ cm^3$

d. $V = 4{,}18\overline{6}\ m^3$

e. $V = 216\ cm^3$

f. $V = 12{,}56\ m^3$

4. Determina el volumen de cada figura.

a. Semiesfera de radio 5 cm.

b. Semiesfera cuyo círculo máximo tiene un área de 2π cm^2.

c. Un cuarto de esfera cuyo círculo máximo se encuentra inscrito en un cuadrado de lado 1 cm.

d. Esfera cuyo círculo máximo tiene un perímetro de 13π cm.

e. Semiesfera de diámetro 9 m.

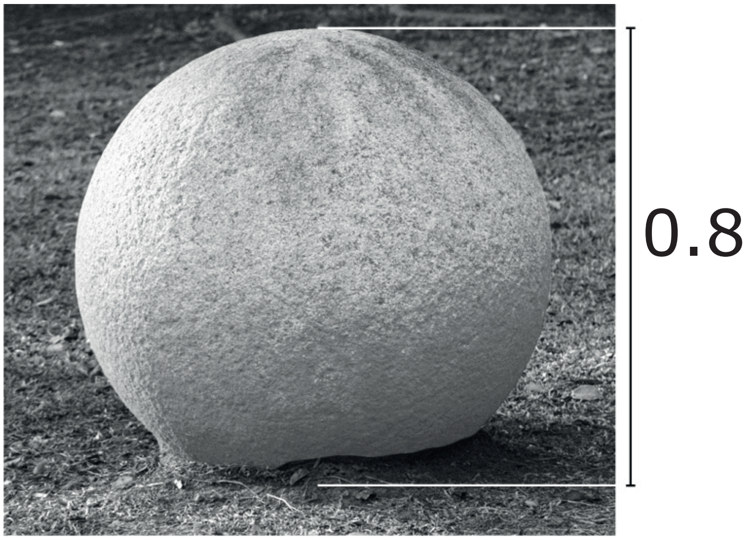
f. Esfera cuyo círculo máximo tiene un radio de 3 cm.

g. Semiesfera cuyo círculo máximo tiene área igual a la de un cuadrado de lado π.

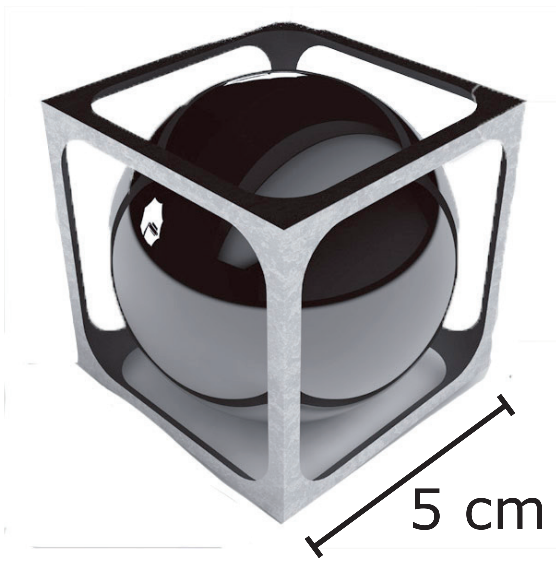
h. Dos esferas cuyos círculos máximos tienen radios en razón 1:2 y cubren un área total de $20\pi\ cm^2$

5. Resuelve los siguientes problemas. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

a. Las esferas de piedra de Costa Rica son esculturas creadas por las culturas precolombinas en la región de Palmar y son consideradas como patrimonio de la humanidad. ¿Cuál es el volumen de la esfera de la imagen según el diámetro indicado?


0.8

b. Una esfera se encuentra inscrita en un cubo, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la esfera?



c. Una esfera se inscribe en un cubo cuyo volumen es 1.331 cm^3. ¿Cuál es su volumen de esta?

d. Una esfera se inscribe en un cubo cuya área total es 12 cm^2. ¿Cuál es su volumen?

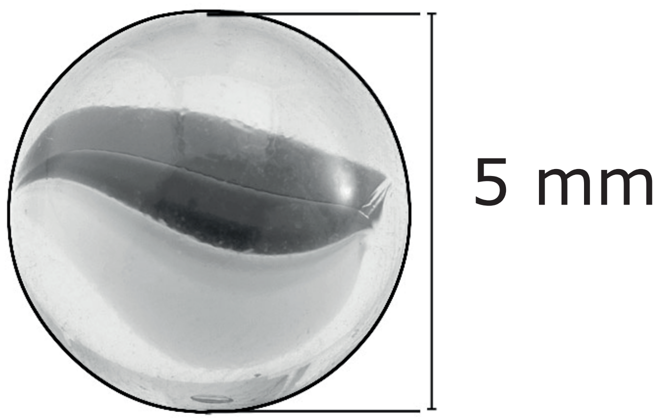
e. Un cilindro de radio 4 cm tiene el doble de altura. ¿Cuál es el volumen del cono y de la esfera inscritos en el cilindro?

f. El volumen de una esfera es $288\pi\ cm^3$. ¿Cuál es el área de su círculo máximo?

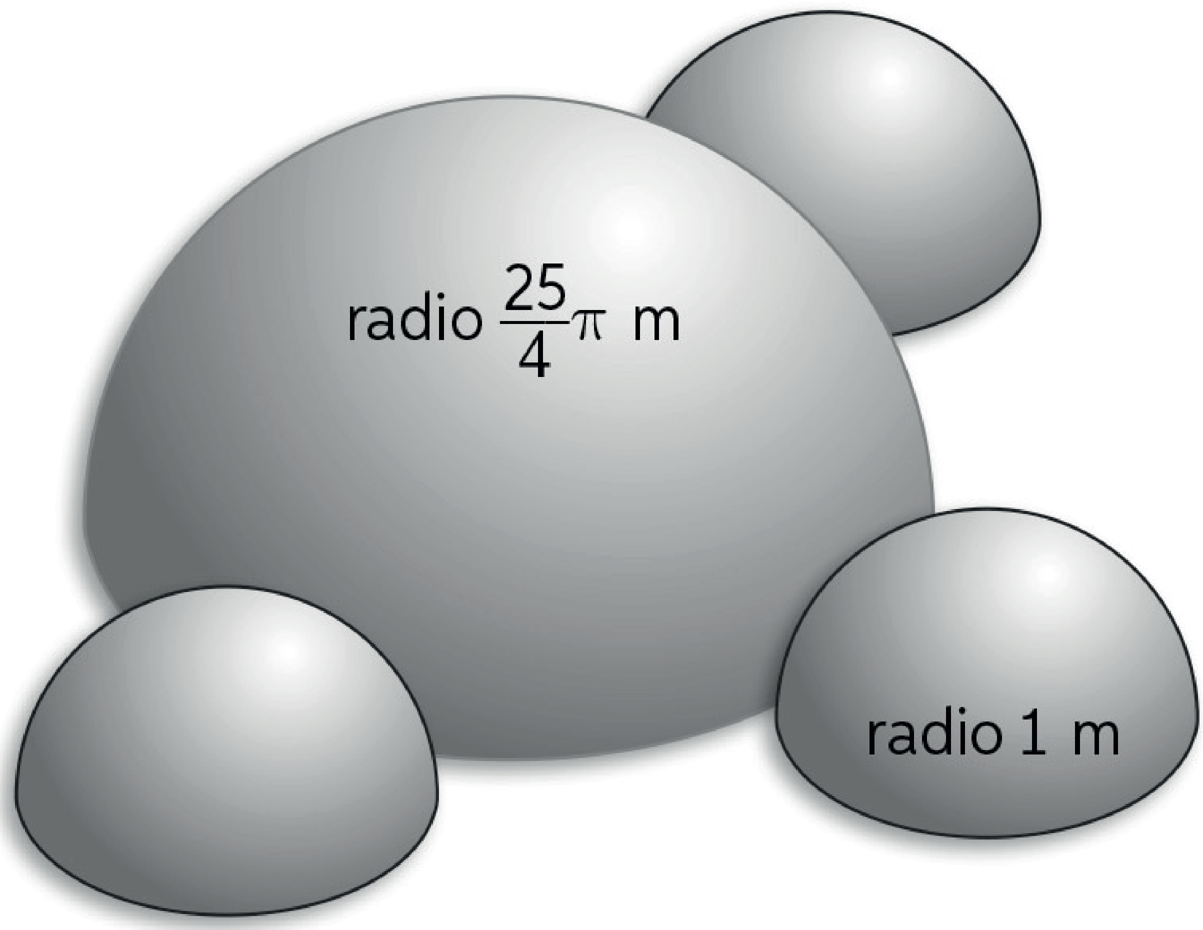
g. El volumen de una semiesfera es 972π cm^3. ¿Cuál es el perímetro de su círculo máximo?

h. **Desafío**. Una pelota saltarina tiene una superficie de 432 cm^2. ¿Cuántos cm^3 de aire se necesitan para llenarla? Considera $\pi=3$.

i. Observa el diámetro de la bolita de vidrio. Si se dispone de 350 centímetros cúbicos de vidrio, ¿cuántas bolitas se pueden fabricar aproximadamente? Considera $\pi \approx 3$.



j. Una escultura de arcilla se compone de 4 semiesferas, como se muestra en la imagen. El radio de las tres más pequeñas mide 1 metro. Además, la más grande cubre un área (de suelo) de $\frac{25}{4}\pi$ metros cuadrados.



- ¿Cuál es el área (de suelo) que cubre cada una de las tres semiesferas pequeñas?

- ¿Cuál es el radio de la esfera grande?

- Se sabe que la escultura es completamente sólida. ¿Cuántos metros cúbicos de arcilla se necesitaron para construirla?

Para comprobar

gbit.cl/C21M2MP097A

▶ Área de la superficie de la esfera

1. Calcula el área calcula el área de la superficie de la esfera dado el radio.

a. r =1 cm

b. r =9 mm

c. r $=4$ km

d. r $=11,\overline{3}$ cm

e. d$=\frac{5}{2}$ m

f. r $=\sqrt{2}$ cm

g. $r = \sqrt{5}$ dm

h. $r = 2\sqrt{6}$

i. $r = 3\sqrt{3}$ m

2. En cada caso, calcula el área de la superficie de la esfera.

a. El área basal de una semiesfera es 2π cm^2.

b. El radio del círculo máximo de una esfera es 1,5 cm.

c. El área del círculo máximo de una esfera es 5π cm^2.

d. El círculo máximo se encuentra inscrito en un cuadrado de lado 1 u.

e. El perímetro del círculo máximo es π cm.

f. El volumen de la esfera es π dm^3.

g. El volumen de la semiesfera es 1 mm^3.

h. El área total de la semiesfera es 3π cm^2.

3. Calcula el radio de la esfera dada el área de su superficie. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. $A = 113,04\ cm^2$

b. $A = 37,68\ m^2$

c. $A = \pi\ mm^2$

d. $A = \frac{4}{3}\pi\ m^2$

e. $A = 25.371{,}2\ m^2$

f. $A = 12{,}56\ cm^2$

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Una semiesfera de radio r tiene un área basal de a πr^2.

____

____

b. _____El área total de una semiesfera corresponde a la mitad del área de la superficie de la esfera completa.

____

____

c. _____Si el volumen de una esfera es $\frac{4}{3}\pi$ cm^3, entonces el área de su superficie será 4π cm^2.

____

____

d. _____Si el radio de una esfera se duplica, entonces el área de su superficie de cuadruplica.

____

____

e. _____Si el radio de una esfera disminuye a la mitad, entonces el área de su superficie también disminuye a la mitad.

____

____

f. _____Si el área de un círculo máximo es A, entonces el área de su superficie esférica es 4A.

____

____

g. _____ Si el radio de una esfera es 3 cm, entonces su volumen y el área de su superficie son iguales en medida.

____

____

5. Si V es el volumen de una esfera, determina:

a. El radio de la esfera en términos de V.

b. El área de la superficie de la esfera. Usa la respuesta anterior.

c. Calcular el radio y el área de la superficie esférica de las siguientes esferas a partir de las expresiones anteriores:

- $V = 1\ cm^3$

- $V = \pi\ cm^3$

- $V = 2.021\ cm^3$

6. **Desafío**. En parejas, calculen la superficie aproximada de los siguientes planetas:

a. Neptuno: $V= \frac{4}{3} \cdot 24.622^2\pi \text{ km}^3$

b. Jupiter: $V=4{,}556107007 \cdot 10^{14}\pi \text{ km}^3$

c. Venus:

$A_{\text{círculo máximo}} = 36.624.283{,}24\ \pi \text{ cm}^3$

d. Marte:

$P_{\text{círculo máximo}} = 6.779\ \pi$ km

7. Un domo es una estructura cuya forma es muy similar al casco de una semiesfera. Se construirá un domo cuya distancia desde el centro hasta el punto más alto es 11 m.

a. ¿Qué área tendrá la cubierta del domo?

Para comprobar
gbit.cl/C21M2MP100A

b. ¿Cuál es el área del suelo que cubrirá el domo?

c. El 15 % del suelo será alfombrado y lo restante será de madera. ¿Cuánto medirá el área cubierta por madera?

d. Si el domo se encuentra completamente vacío, ¿cuánto volumen de aire soporta?

e. Se dispone de 1.500 m^2 de material para cubrir un nuevo domo. ¿Cuál es el radio máximo que podría tener este?

f. Calcula la superficie y el volumen de aire que albergarían los siguientes domos:

- Un domo de radio 5 metros.

A = ____________________ V = ____________________

- Dos domos de radio 4 metros cada uno.

A = ____________________ V = ____________________

- Tres domos de radio 3m cada uno.

A = ____________________	V = ____________________

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. ¿Cuál de los siguientes elementos tiene relación con la esfera?

I. Centro

II. Radio

III. Círculo máximo

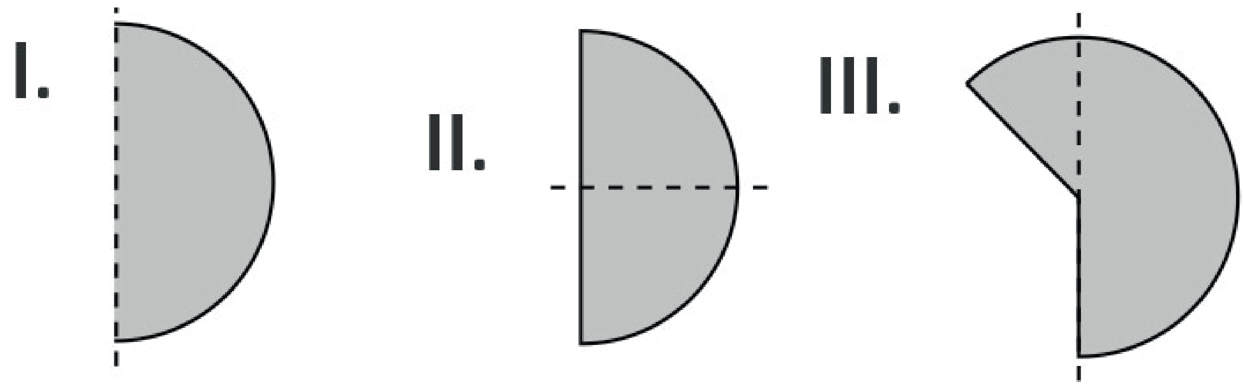
A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

2. En cada una de las siguientes figuras la línea punteada representa un eje de rotación. ¿En qué casos el cuerpo resultante es una esfera?



A. Solo I.

B. Solo I y II.

C. Solo I y III.

D. I, II y III.

3. Si el radio de una esfera mide 3 cm, es correcto afirmar:

I. Su volumen es 4π cm^3.

II. Su área es 4π cm^2

III. El área de su círculo máximo es 9π cm^2.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y III.

4. El área del círculo máximo de una esfera es 16π cm^2. ¿Cuál es el área de su superficie?

A. 64π cm^2

B. 16π cm^2

C. $\frac{16}{3}\pi$ cm^2

D. $\frac{64}{3}\pi$ cm^2

5. El perímetro del círculo máximo de una esfera mide 4π cm. ¿Cuál es el volumen de la esfera?

A. 8π cm^3

B. $\frac{32}{3}\pi$ cm^3

C. 16π cm^3

D. $\frac{16}{3}\pi$ cm3

6. El área del círculo máximo de una esfera es 144π cm^2. ¿Cuál es el volumen de la esfera?

A. 2.304π cm^3

B. 1.304π cm^3

C. 144π cm^3

D. 48π cm^3

7. En una caja cúbica hay una esfera que calza perfectamente. Si el volumen de la esfera es 288π cm^3. ¿cuál es la medida de la arista del cubo?

A. 6 cm.

B. 12 cm.

C. $6\sqrt{2}$ cm.

D. $12\sqrt{2}$ cm.

8. Un semicírculo de radio 30 cm se rota en torno a su diámetro formando una esfera. Es correcto afirmar:

I. El radio de la esfera también es 30 cm.

II. El área de la superficie esférica es $120\pi\ cm^2$.

III. El volumen de la esfera es $120\pi\ cm^3$.

A. Solo I.

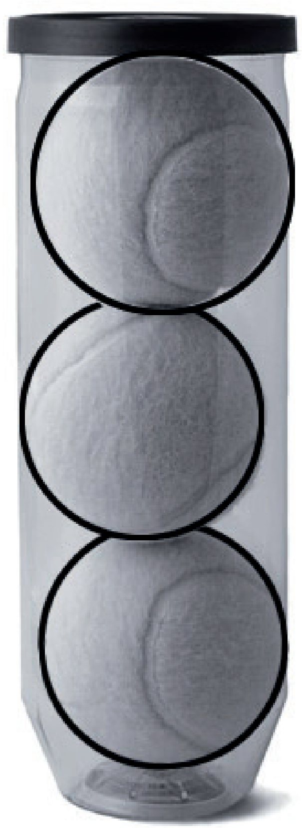
B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

Responde las preguntas 9, 10 y 11 a partir de la siguiente situación.

Una tienda de artículos deportivos vende packs de tres pelotas de tenis en recipientes cilíndricos como el de la imagen. El radio de una pelota de tenis varía aproximadamente entre 33 mm y 35 mm.



9. ¿Cuánto mide la superficie de las tres pelotas de tenis?

A. Entre 1.089π y 1.225π mm^2.

B. Entre 4.356π y 4.900π mm^2.

C. Entre 13.068π y 14.700π mm^2.

D. Entre 47.916π y $57.166,\overline{6}\pi$ mm^2.

10. ¿Cuánto volumen ocupan las pelotas?

A. Entre 4.356π y 4.900π mm^3.

B. Entre 13.068π y 14.700π mm^3.

C. Entre 47.916π y $57.166,6\pi$ mm^3.

D. Entre 143.748π y 171.500π mm^3.

11. El radio de las pelotas es exactamente igual al radio del cilindro que las contiene. Además, la altura del envase coincide con el de las tres pelotas apiladas. ¿Cuál es el volumen de aire que queda entre las pelotas y el recipiente cilíndrico?

A. $\frac{1}{6}$ del volumen total del envase.

B. $\frac{1}{2}$ del volumen total del envase.

C. $\frac{1}{3}$ del volumen total del envase.

D. $\frac{1}{8}$ del volumen total del envase.

12. El radio de una pelota de ping-pong mide 20 mm. ¿Cuánta área de material se necesita para elaborar una unidad?

A. $400\pi\ mm^2$.

B. $1.600\pi\ mm^2$.

C. $\frac{1.600}{3}\pi\ mm^2$.

D. $\frac{32.000}{3}\pi\ mm^2$.

13. El volumen de una esfera es $972\pi\ cm^3$. ¿Cuál es el área de su superficie?

A. $108\pi\ cm^2$.

B. $\sqrt{243}\pi\ cm^2$.

C. $324\pi\ cm^2$.

D. $2.916\pi\ cm^2$.

14. El área de la superficie de una esfera es 324π cm^2. ¿Cuánto mide el radio de su círculo máximo?

A. 3 cm

B. 9 cm

C. 27 cm

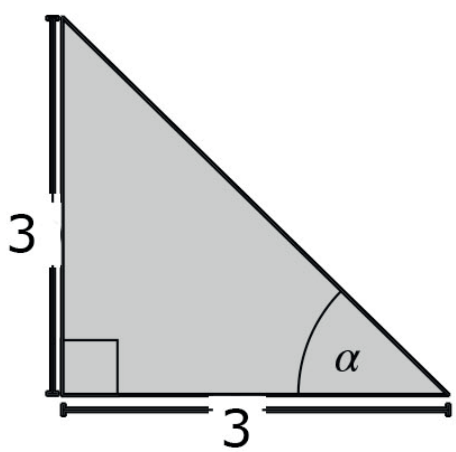
D. 81 cm

Lección 9: Razones trigonométricas

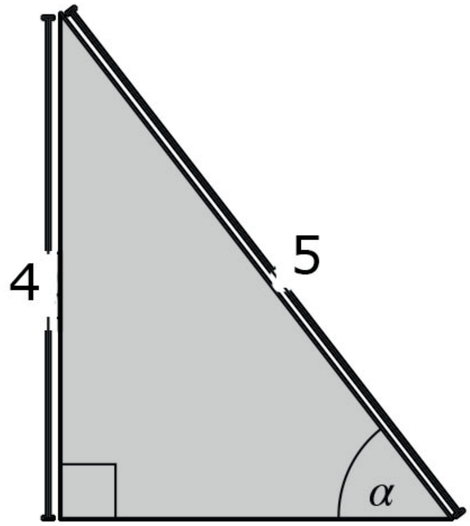
Razones trigonométricas en triángulos rectángulos.

1. Determina el valor del lado faltante usando el teorema de Pitágoras.

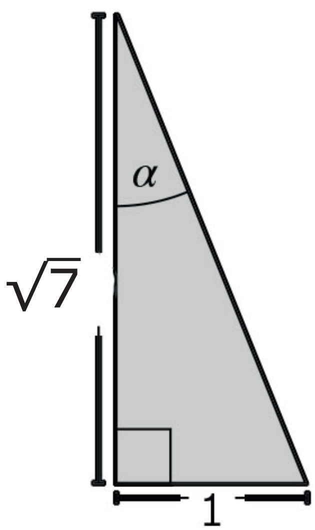
a.



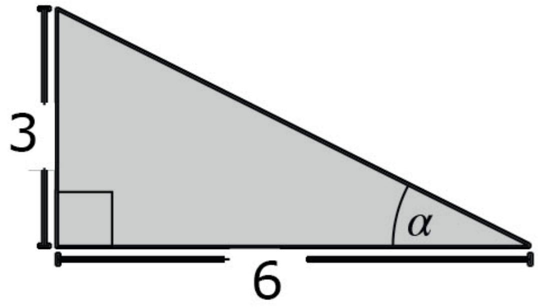
b.



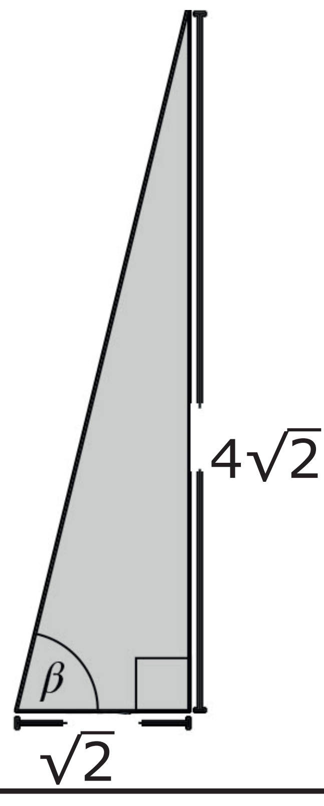
c.



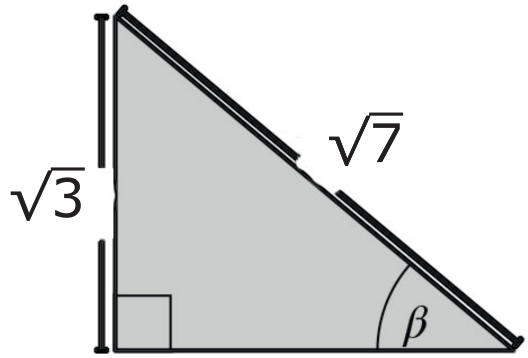
d.



e.



f.



2. A partir de los triángulos anteriores, completa la tabla con las razones trigonométricas.

Razón trigonométrica	Triángulo					
	a	b	c	d	e	f
sen (α)						
cos (α)						
tan (α)						

3. Analiza los siguientes valores. Luego, responde.

$\operatorname{sen}(30°)= \frac{1}{2}$ $\cos(30°)= \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\operatorname{sen}(60°)=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\cos(60°)= \frac{1}{2}$

a. ¿Qué relación observas entre el seno y el coseno de los ángulos?

____

____

b. ¿Qué relación tienen los ángulos de 30° y 60°?

____

____

4. Determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____cos 45° y sen 45° son siempre iguales.

____

____

b. _____$\cos 30° = \frac{1}{2}$

____

____

c. _____Si los catetos de un triángulo rectángulo son congruentes y α es cualquiera de sus ángulos interiores no recto, entonces cos α = sen α.

____

____

d. _____Si tanβ = $\frac{3}{4}$, entonces cos β = $\frac{5}{4}$.

____

____

e. _____Si cos α= $\frac{1}{2}$ y β+α=90°, entonces cos β = 2.

____

____

f. _____Si dos triángulos rectángulos son congruentes, entonces sus razones trigonométricas son iguales.

g. _____Se asume que α es el ángulo determinado por dos catetos de medidas 3 y 4. Además, β está determinado por dos catetos de medidas 9 y 12. Entonces $\cos\alpha = \cos\beta$.

h. _____Si senα = $\frac{\sqrt{3}}{2}$ entonces necesariamente $\alpha=30°$.

____

____

i. _____Si sen $\alpha = \frac{A}{B}$, entonces cos$\alpha = \frac{B}{A}$.

____

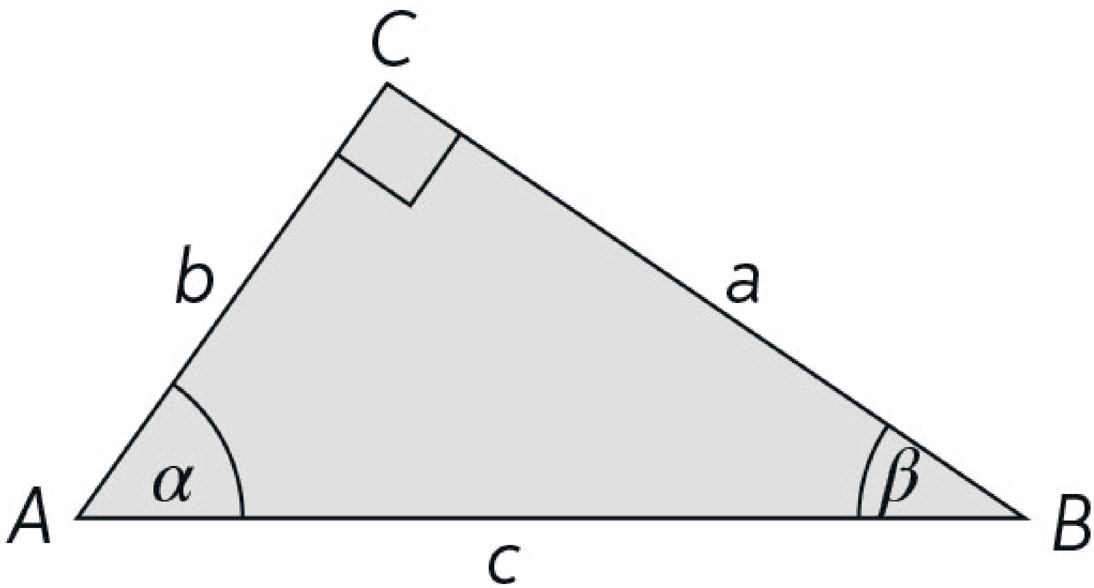
____

j. _____Si sen45°+cos45°+tan45° = 2.

____

____

5. Determina los datos faltantes de cada triángulo a partir de la imagen y de la información dada.



a. $\alpha = 30^{o}$, $b = 5cm$

- a = ______________________________
- c = ______________________________
- β = ______________________________

b. $\beta = 45°$, $c = \sqrt{6}$ cm

- $a =$ ______________________
- $b =$ ______________________
- $\alpha =$ ______________________

c. $\alpha = 60°$, $a = 1$ cm

- $b =$ ______________________
- $c =$ ______________________
- $\beta =$ ______________________

d. $\alpha = \beta$, $a = 2$ cm

- $b =$ ____________________
- $c =$ ____________________
- $\beta =$ ____________________

e. $a = b = \sqrt{3}$

- $c =$ ____________________
- $\alpha =$ ____________________
- $\beta =$ ____________________

f. $\cos\alpha = \frac{1}{2}$, $c = 5$ cm

- $a =$ ____________________
- $b =$ ____________________
- $\beta =$ ____________________

g. $\tan\alpha = \sqrt{3}$, $b = 1$ cm

- $a =$ ____________________
- $c =$ ____________________
- $\beta =$ ____________________

h. $\text{sen}\alpha = \frac{1}{2}$, $a = 10$ cm

- $b =$ ______________________
- $c =$ ______________________
- $\beta =$ ______________________

i. $\tan\beta = 1$, $c = 1$ cm

- $a =$ ______________________
- $b =$ ______________________
- $\alpha =$ ______________________

6. Calcula cada una de las siguientes expresiones.

a. $\tan 60° + \dfrac{3}{\cos 30º}$

b. $\sqrt{3}\cos 30º + \sqrt{3}\,\text{sen}\,60º$

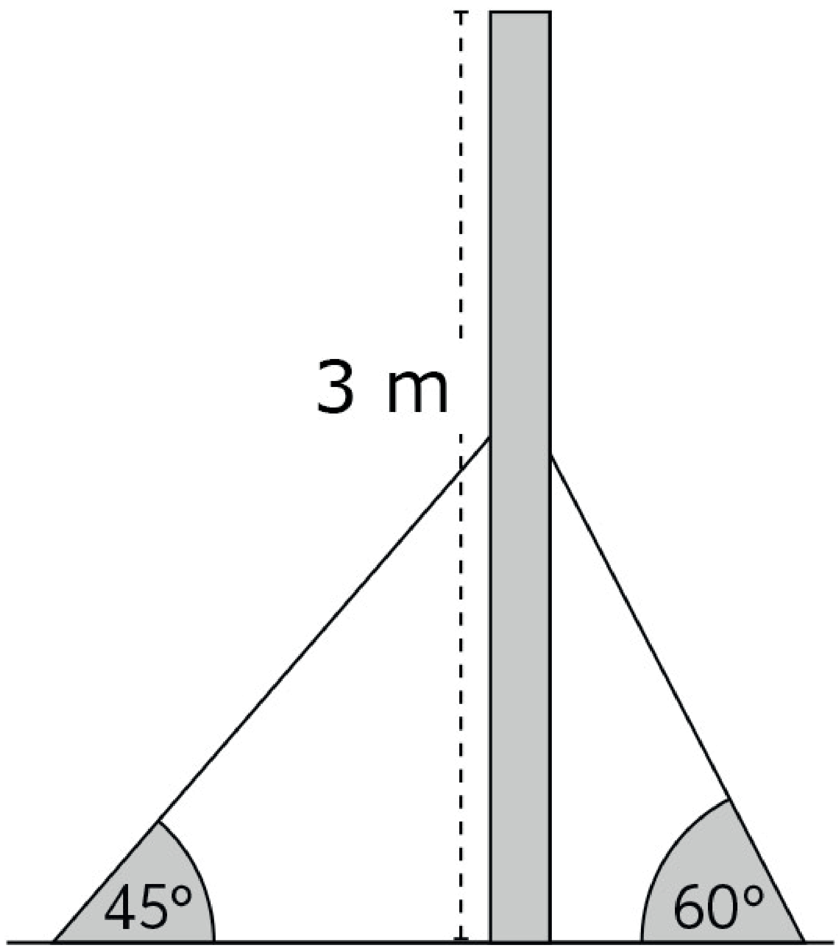
c. $\sqrt{3}\cos 30º + \sqrt{2}\cos 45º + \cos 60º$

d. $\text{sen}45° + \cos 45° - \sqrt{2}$

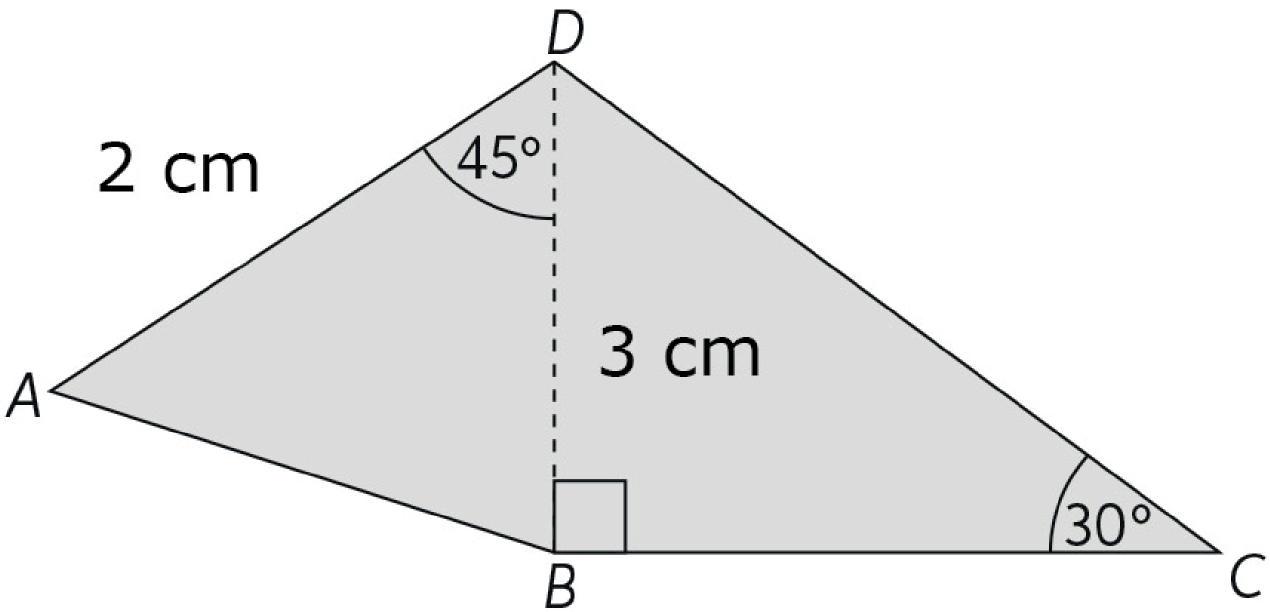
▶ Aplicaciones de las razones trigonométricas

1. Resuelve los siguientes problemas usando razones trigonométricas.

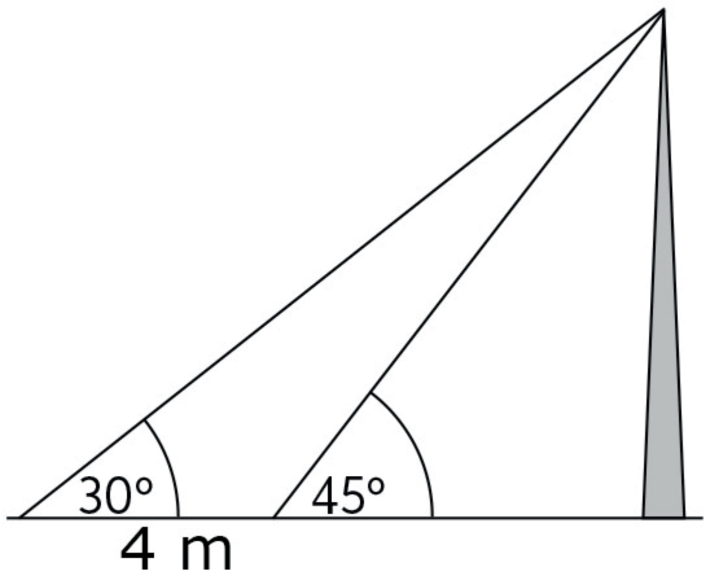
a. Para reforzar un pilar perpendicular al suelo de 3 m de altura, se necesita adherir unas vigas metálicas desde la mitad de este al suelo. Por espacio, las vigas deben formar ángulos de elevación como muestra la figura. ¿Qué longitud debe tener cada viga?


3 m
45°
60°

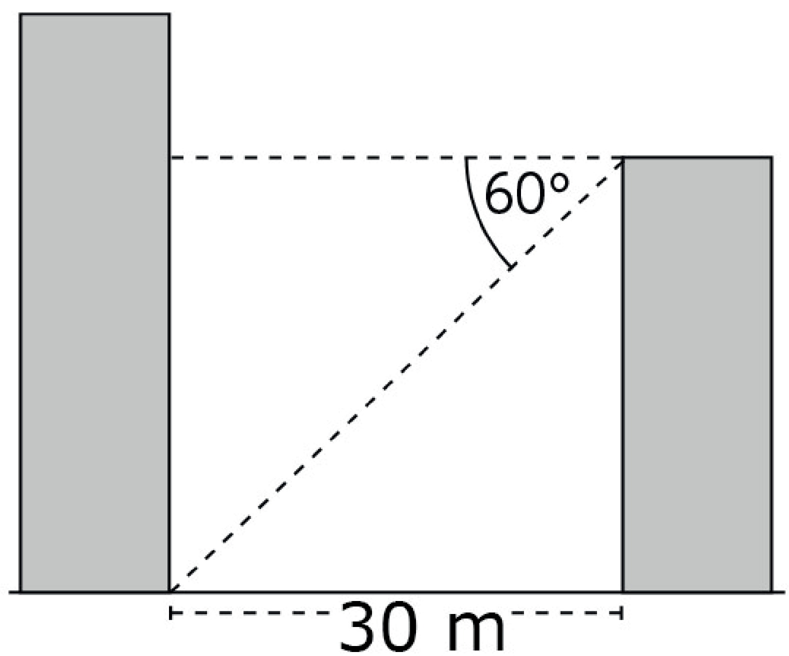
b. ¿Cuál es el área y el perímetro del cuadrilátero?



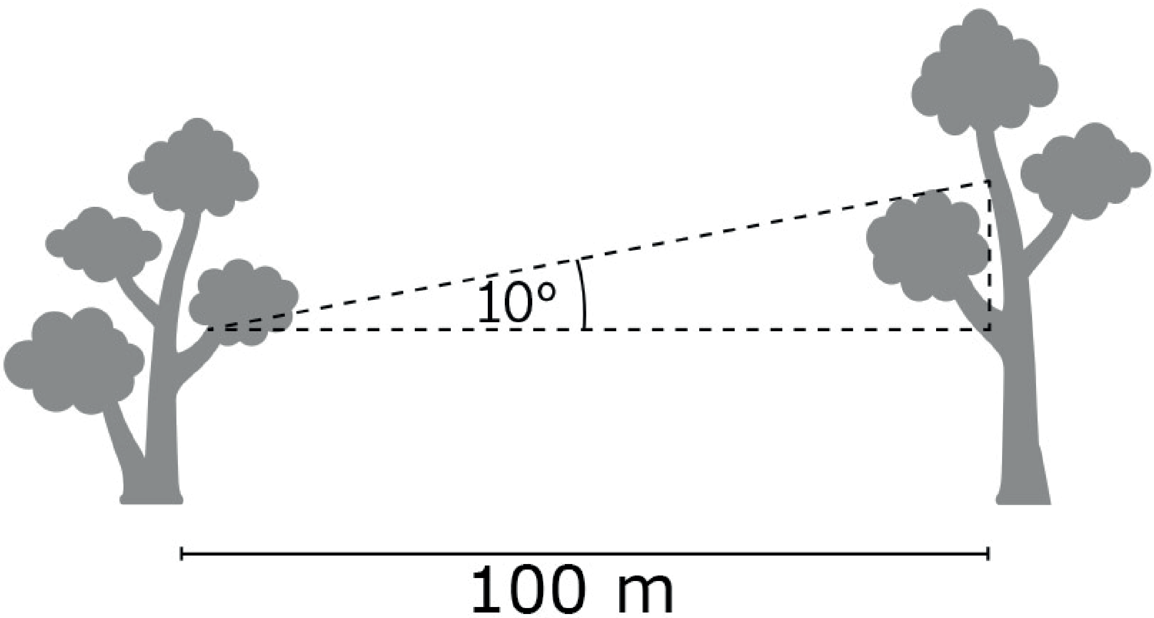
c. Desde cierto punto una hormiga observa la cima de una torre perpendicular al piso con un ángulo de elevación de 30°. Luego, se acerca 4 metros a la torre y observa su cima con un ángulo de elevación de 45°. Despreciando la altura del observador, ¿cuánto mide la torre aproximadamente?



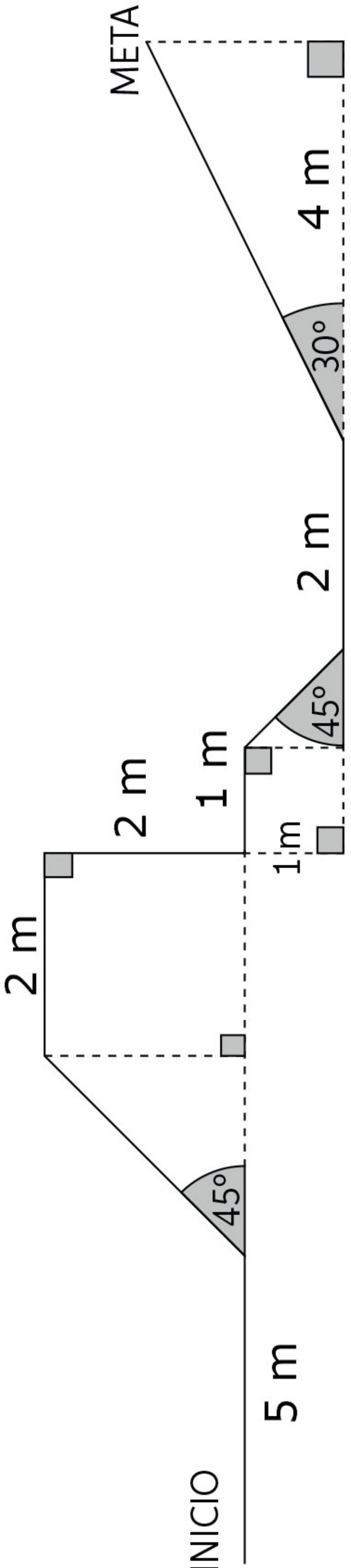
d. De la azotea de un edificio se observa la base de un edificio vecino con un ángulo de depresión de 60°. La distancia entre las bases de los edificios es 30 m. Entonces, ¿cuál es la altura del edificio desde donde se está observando?



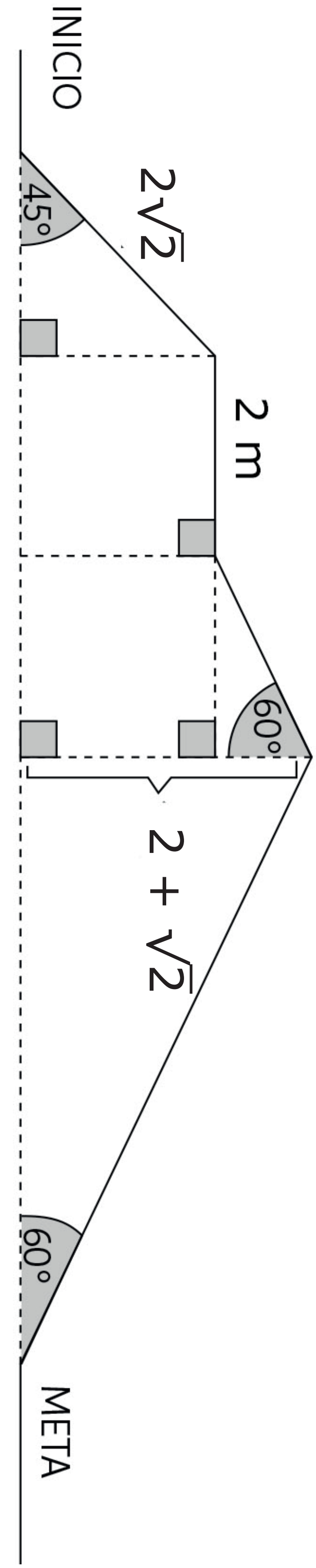
e. Para realizar canopy, se tensa una cuerda de acero con un ángulo de elevación de 10°. ¿Cuál es el largo de la cuerda?



f. Para una competencia de resistencia física se realiza una serie de circuitos. Estos implican correr a lo largo de diferentes pendientes, muros, etc. Calcula la distancia total de cada circuito identificando los triángulos rectángulos que lo componen. Las medidas se encuentran en metros.


META
4 m
30°
2 m
45°
1 m
2 m
1 m
2 m
45°
5 m
INICIO

562



2. Para los siguientes problemas, construye un bosquejo de la situación. Luego, resuelve. Si es necesario, usa la calculadora.

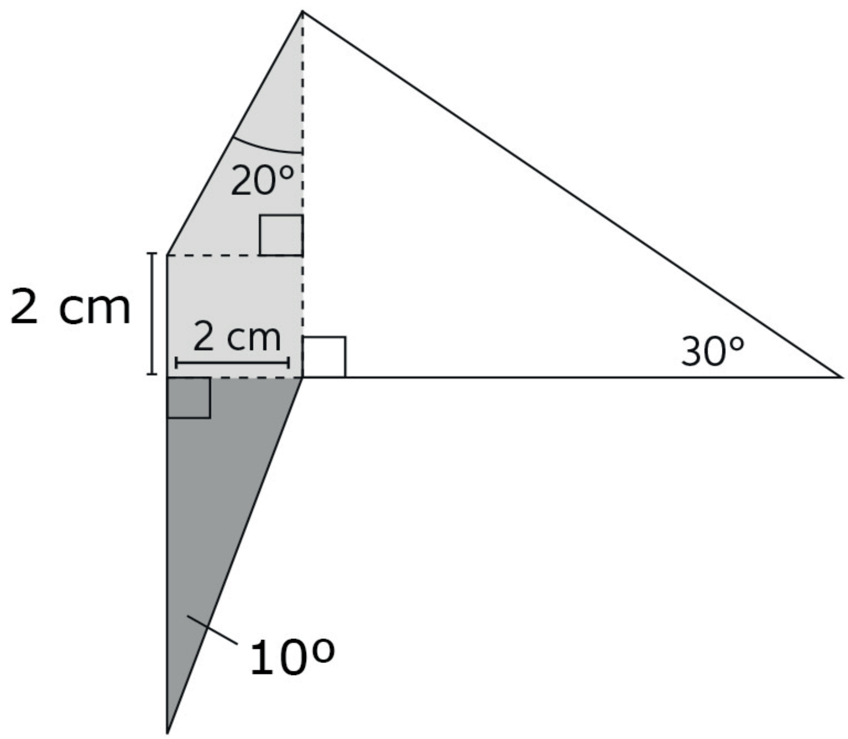
a. Un triángulo rectángulo tiene como ángulo interior 30°. Si el cateto opuesto a ese ángulo mide 15 cm, ¿cuánto mide el otro cateto? ¿Cuál es la medida de su hipotenusa?

b. Desde lo alto de un poste se encuentra una cuerda amarrada al piso con un ángulo de depresión de 60°. El alto del poste es 6 metros. Entonces, ¿cuál es el largo de la cuerda?

c. Desde la copa de un árbol se encuentran atadas dos cuerdas bien tensadas al piso. Estas forman un ángulo de depresión de 65° y de 75°. Además, se sabe que la altura del árbol es 10 metros. ¿A qué distancia en el piso se encuentran los extremos de las cuerdas?

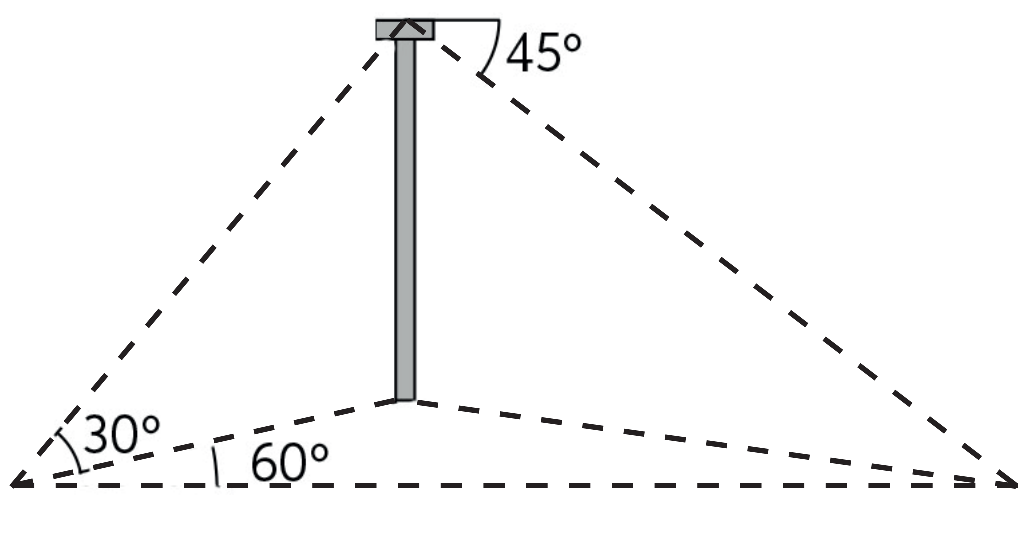
d. Dos casas se encuentran distanciadas 10 metros una de otra. Si se observa el punto más alto de estas desde una distancia intermedia, los ángulos de elevaciones son 30° y 35°. ¿Cuáles son sus alturas?

3. A partir de un cuadrado de lado 2 cm, se superponen tres triángulos rectángulos como en la figura. Calcula el área y el perímetro total.



4. Desde un punto P, un observador mira la cima de una torre perpendicular al suelo con un ángulo de elevación de 30°. Se sabe, además, que está a una distancia de 15 metros de esta. Desde la cima de la torre, otra persona observa con un ángulo de depresión unos animales salvajes que se encuentran en un punto Q.

a. Completa la figura, identificando los puntos P y Q, además de las distancias entregadas.



b. ¿Cuál es la altura de la torre?

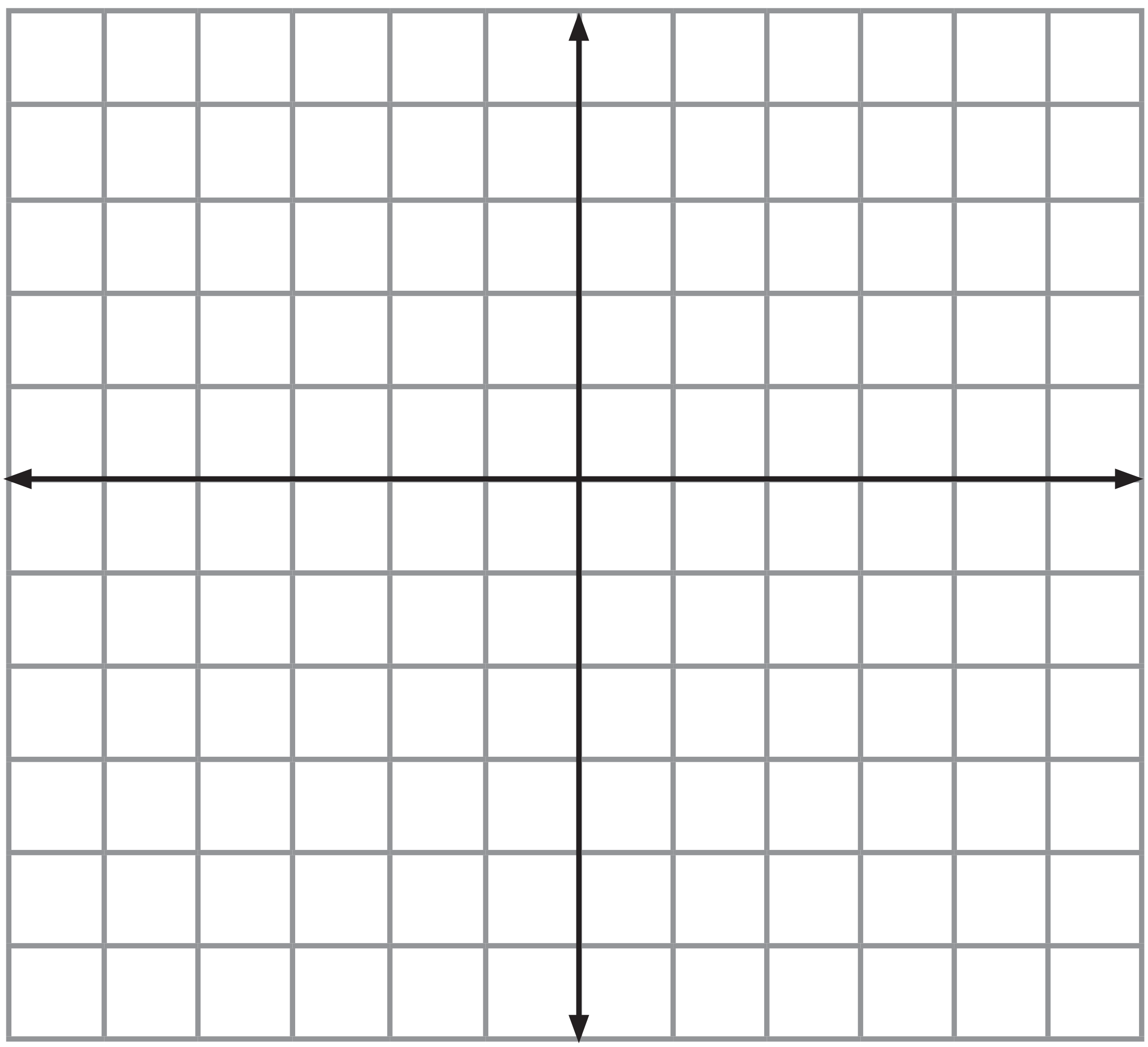
c. ¿A qué distancia de la torre se encuentran los animales salvajes?

d. El ángulo entre los animales, el observador en P y la torre es 60°. ¿A qué distancia del punto P se encuentran los animales salvajes respecto del observador?

e. En el punto R, se encuentra un camarógrafo tomando una postal del paisaje. Se sabe que está a una distancia de 15 metros respecto a P y Q. ¿Qué ángulo se forma entre los animales, el fotógrafo y el observador inicial?

▶ Vectores y trigonometría

1. Representa cada vector en el plano cartesiano. Luego, determina las componentes horizontal y vertical. Finalmente, escribe el vector en coordenadas cartesianas a partir de la información dada.



a. $|\vec{v}|=3$, $\alpha=30°$, primer cuadrante.

$\vec{v}_x$: ______________________________

$\vec{v}_y$: ______________________________

$\vec{v} = (\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_\_)$

b. $|\vec{u}| = 2$, $\alpha = 60°$, primer cuadrante

$\vec{u}_x$: ______________________________

$\vec{u}_y$: ______________________________

$\vec{u}$ = (_____, ______)

c. $|\vec{w}| = 1$, $\alpha = 30°$, segundo cuadrante.

$\vec{w}_x$: ______________________________

$\vec{w}_y$: ______________________________

$\vec{w}$ = (_____, ______)

d. $|\vec{p}| = \sqrt{2}$, $\alpha = 45°$, tercer cuadrante.

$\vec{p}_x$: ______________________________

$\vec{p}_y$: ______________________________

$\vec{p} = ($_____, ______$)$

e. $|\vec{q}| = 1$, $\alpha = 60°$, cuarto cuadrante.

$\vec{q}_x$: ______________________________

$\vec{q}_y$: ______________________________

$\vec{q} = ($_____, ______$)$

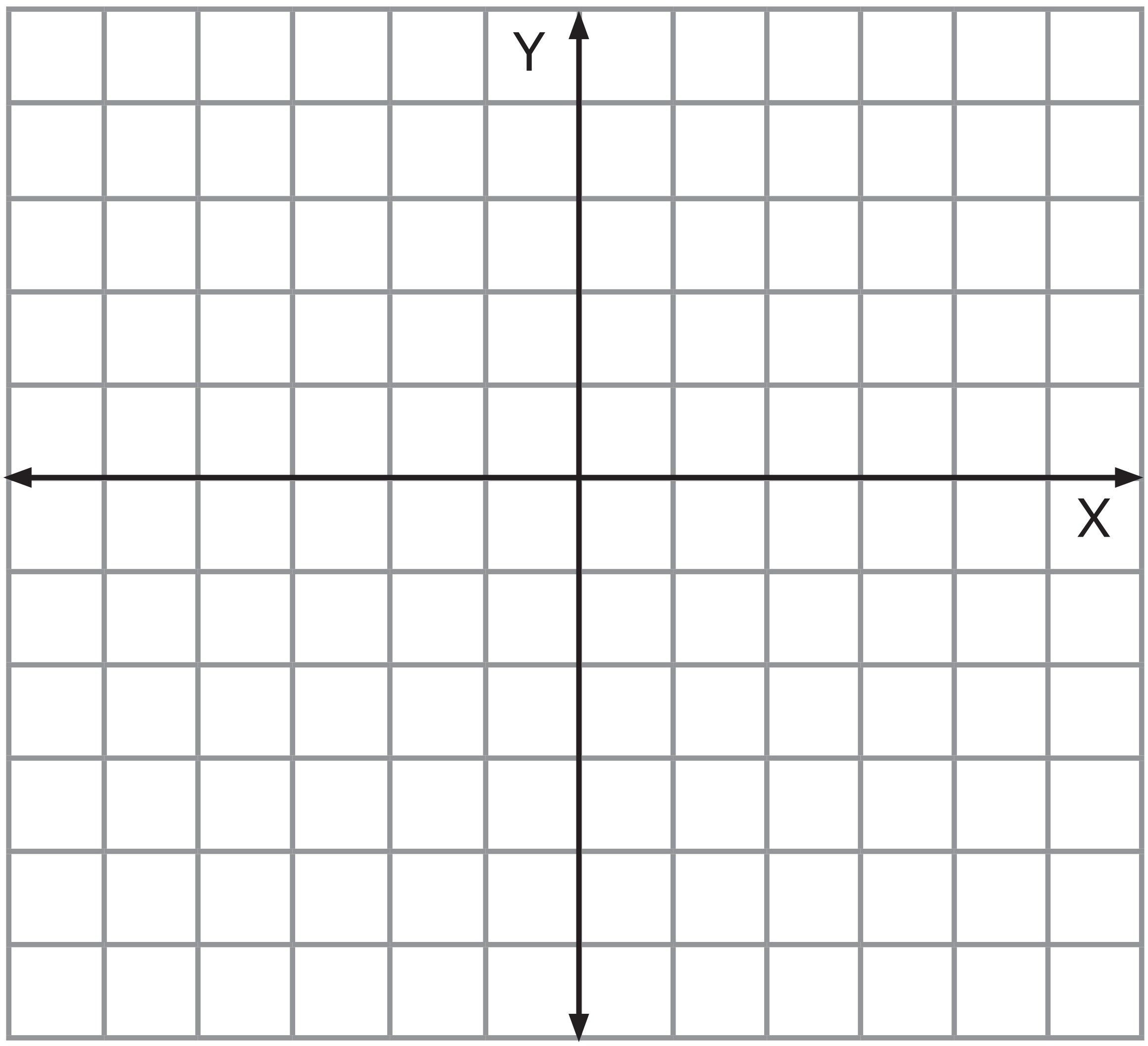
f. $|\vec{r}| = 1$, $\alpha = 30°$, segundo cuadrante.

$\vec{r}_x$: ______________________________

$\vec{r}_y$: ______________________________

$\vec{r} = ($_____, ______$)$

2. Grafica los vectores en el plano. Luego, determina sus proyecciones, su módulo y el ángulo que forma con el eje horizontal con ayuda de una calculadora.



a. $|\vec{v}| = (1, 2)$

$\vec{v}_x$: ______________________________

$\vec{v}_y$: ______________________________

$\vec{v}$: ______________________________

α: ______________________________

b. $|\vec{u}| = (3, -1)$

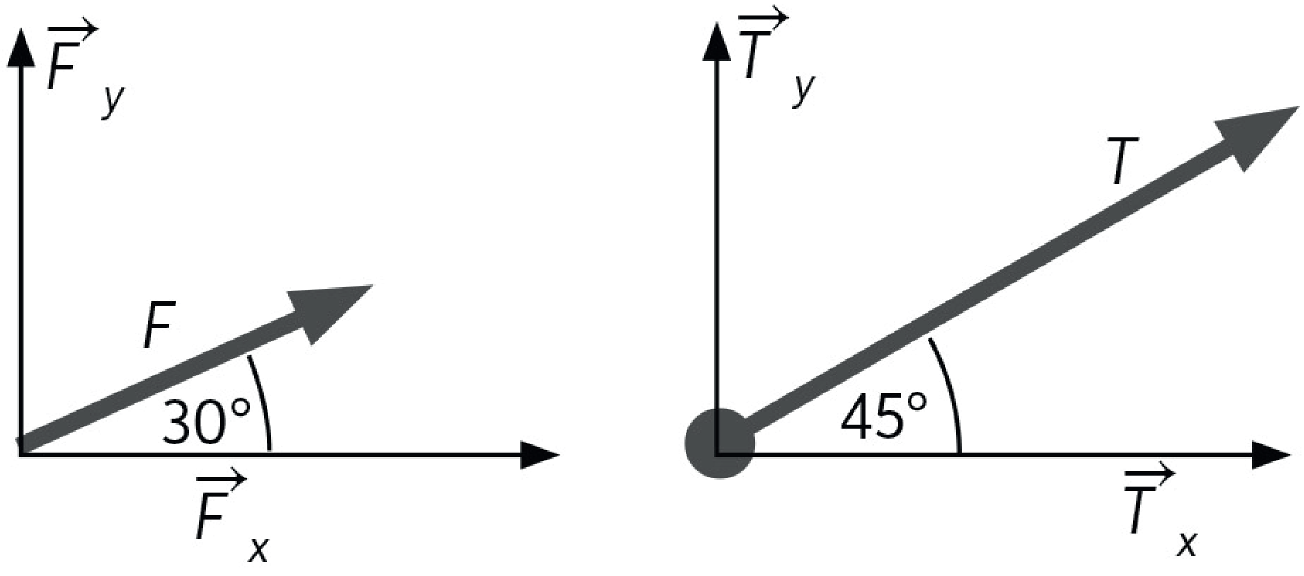
$\vec{u}_x$: ___________________________________

$\vec{u}_y$: ___________________________________

$\vec{u}$: ___________________________________

α: ___________________________________

3. Una caja es arrastrada por una cuerda que genera una tensión $\vec{T}$ cuyo módulo es 30 N con un ángulo de elevación de 45°. Además, una persona empuja la caja con una fuerza $\vec{F}$ con módulo 20 N y con un ángulo de elevación de 30°. Lo anterior se ilustra en la figura.



a. Determina cada vector:

- $\vec{T}_x$: ______________________________

____

- $\vec{T}_y$: ______________________________

____

- $\vec{F}_x$: ______________________________

____

- $\vec{F}_y$: ______________________________

____

b. Calcula la suma de todas las fuerzas horizontales y verticales.

- Horizontal: ______________________

- Vertical: ________________________

4. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un ciclista se lanza por una rampla cuya elevación es de 45° con una rapidez de 20 m/s. ¿Cuál es su vector velocidad?

b. Un patinador profesional se lanza por una rampla con vector velocidad $\vec{v} = (6,3)$. ¿Con qué rapidez se lanza? ¿Con qué ángulo de elevación?

c. Un objeto se lanza con un ángulo de elevación β con una velocidad $\vec{v} = (x, 2)$. ¿Cuál debe ser el ángulo β para que su rapidez sea $\frac{\sqrt{2}}{4}$?

d. Un objeto se lanza con un ángulo de elevación γ con una velocidad $\vec{v} = (3, y)$. ¿Cuál debe ser rapidez para que el ángulo γ sea 60°?

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y marca la alternativa correcta.

1. Si $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, entonces α es:

A. 15°

B. 30°

C. 45°

D. 60°

2. ¿Para qué valor de β, las expresiones senβ y cosβ son iguales?

I. 30°

II. 45°

III. 60°

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo II y III.

3. Si senα = $\frac{5}{7}$ y el cateto opuesto a α mide 20cm, ¿cuánto mide el cateto adyacente?

A. 7

B. 20

C. 28

D. $\sqrt{384}$

4. Si tanθ= $\frac{3}{4}$, entonces cosθ es:

A. $\frac{4}{3}$

B. 5

C. $\frac{4}{5}$

D. $\frac{3}{5}$

5. La expresión tan60° + 2 cos30° es igual a:

A. $\sqrt{3}$

B. $2\sqrt{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. 1

6. Considera un triángulo rectángulo isósceles cuyo ángulo interior distinto de 90° es α. Es correcto afirmar:

I. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

II. $\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2}$

III. $\alpha = 45°$

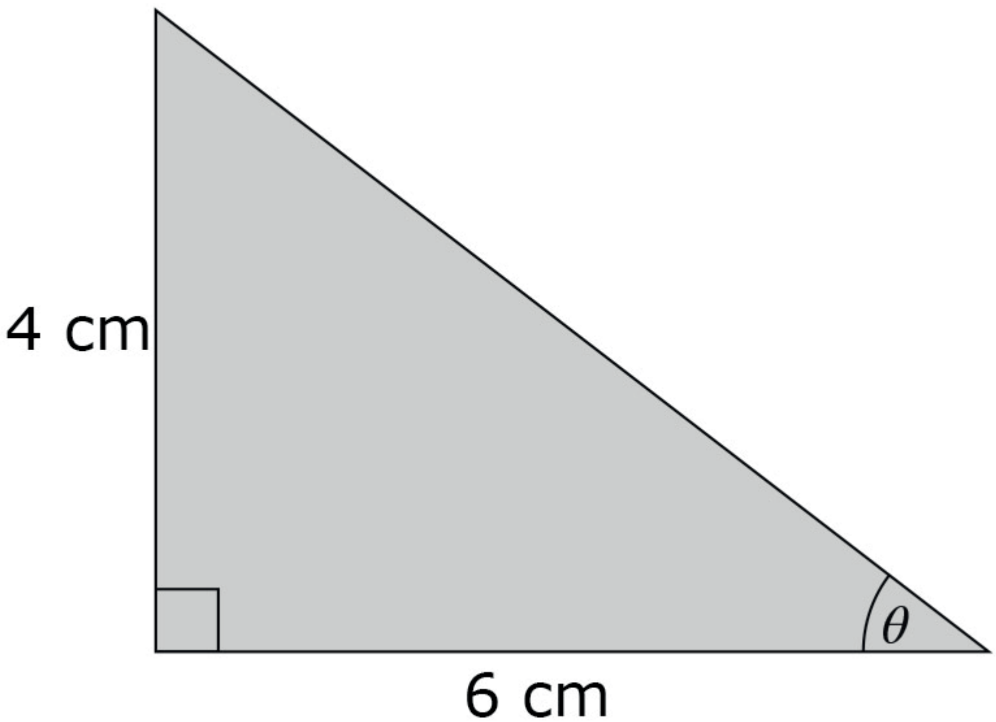
A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

7. Considera el siguiente triángulo rectángulo:



Es correcto afirmar:

I. $\cos\theta = 6$

II. $\operatorname{sen}\theta = 4$

III. $\tan\theta = \frac{2}{3}$

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. I, II y III.

8. Si $\tan\theta = \sqrt{3}$, entonces θ es:

A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

9. Desde un punto P, un niño mira la cima de una torre con un ángulo de elevación de 60°. La distancia desde P a la base de la torre es 22 m y el niño mide aproximadamente un metro. ¿Cuál es la altura de la torre aproximadamente?

A. $22\sqrt{3}$ m

C. $11\sqrt{3}$ m

B. $22\sqrt{3}+1$m

D. $11\sqrt{3}+1$m

10. Un vector en el primer cuadrante forma un ángulo de 30° con el eje X y su módulo es 20. ¿Cuáles son las coordenadas del vector?

A. $(10\sqrt{3}, 10)$

C. $(10, 10\sqrt{3})$

B. $(20\sqrt{3}, 20)$

D. $(20,20\sqrt{3})$

11. Dado el vector $\vec{v} = (-3, 4)$, es correcto afirmar:

I. El vector se encuentra en el tercer cuadrante.

II. Su módulo es 5.

III. El ángulo que forma con el eje X es 30°.

A. Solo I.

B. Solo II.

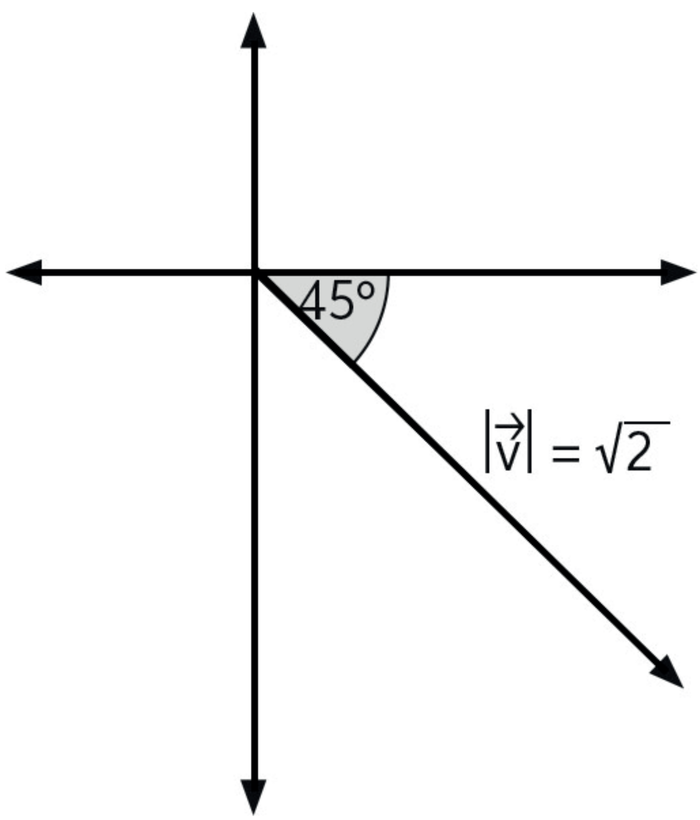
C. Solo I y II.

D. I, II y III.

12. Las proyecciones $\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$ de un vector en el primer cuadrante son iguales en módulo. ¿Qué ángulo forma el vector con el eje X?

A. 0°
B. 30°
C. 45°
D. 60°

13. Considera el vector $\vec{v}$.



¿Cuáles son las coordenadas de $\vec{v}$?

A. $\left(1, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -1\right)$

C. $(1,-1)$

D. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

14. Una cuerda se encuentra atada de un extremo A al suelo y del otro extremo B a una muralla. El ángulo de elevación que forma la cuerda con respecto al suelo es 30°. Se puede conocer el largo de la cuerda si:

I. La distancia del extremo A a la muralla es 2m.

II. La distancia del extremo B al suelo es 6m.

A. (II) depende de (I).

B. Ambas juntas, (I) y (II).

C. Cada una por sí sola, (I) o (II).

D. Se requiere información adicional.

15. Se puede conocer las coordenadas de un vector en el primer cuadrante si se conoce:

I. El ángulo que forma con el eje X.

II. Su módulo.

A. (I) por sí sola.

B. (II) por sí sola.

C. Ambas juntas, (I) y (II).

D. Cada una por sí sola, (1) o (2).

UNIDAD CUATRO

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Lección 10: Técnicas de conteo

Principios básicos de conteo.

1. Para asistir al matrimonio de su mejor amigo, Eduardo decidió comprar una camisa y un pantalón. En la tienda hay 6 diseños de pantalones y 4 de camisas.

a. Representa la situación descrita a través de un diagrama de árbol.

b. ¿De cuántas formas distintas puede elegir Eduardo?

c. ¿De qué otra forma es posible obtener el mismo resultado? Describe la estrategia que utilizarías.

____

____

____

d. La tienda amplía su catálogo de pantalones a 12 diseños de pantalones y 8 de camisas. ¿De cuántas formas distintas puede elegir Eduardo?

2. Lorena debe escoger dos tipos de pizza para la celebración de su cumpleaños. En la pizzería ofrecen de 5 tipos: napolitana, italiana, española, hawaiana y pepperoni.

a. Completa el esquema con el primer y el segundo tipo de pizza.

__________ · __________ = __________

Primer tipo Segundo tipo

b. ¿De cuántas formas distintas puede escoger las pizzas?

____

____

3. En una sala de cine, cada fila tiene 10 asientos. ¿De cuántas maneras diferentes se pueden distribuir 10 personas sentadas en una fila?

600

4. La familia López desea construir su casa. Para ello, tienen diversas opciones: de uno o dos pisos; las paredes de ladrillo, madera o concreto; el tejado de tejas, lámina de PVC o lámina galvanizada; 2 o 3 baños. ¿Cuántas casas distintas se pueden construir?

5. Al director técnico de un club le falta por definir 3 titulares de su equipo. Para el puesto de arquero tiene 3 candidatos. Además, tiene 4 candidatos para defensa central y 5 para centro delantero. ¿Cuántas formas distintas puede formar?

6. En cierta localidad, las patentes se forman con cuatro vocales y dos dígitos. Para evitar confusiones, no se utiliza la vocal O ni el número 0.

a. ¿Cuántas patentes se pueden formar si los dígitos no se pueden repetir?

b. ¿Cuántas patentes se pueden formar si las vocales no se pueden repetir?

c. ¿Cuántas patentes se podrían formar sin considerar restricciones?

7. Para las vacaciones, Carlos debe escoger un libro y una serie. Para escoger, dispone de 5 libros y 12 series. ¿De cuántas formas distintas puede elegir?

▶ Permutaciones

1. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $4! =$

b. $6! =$

c. $10! =$

d. $\frac{6!}{4!}=$

e. $\frac{12!}{7!}=$

f. $\frac{19!}{11!}=$

606

g. $10! \cdot 3! =$

h. $8! \cdot 12! =$

i. $5 \cdot 14! =$

j. $(6 \cdot 3)! =$

2. Pedro desea cambiar la clave de su celular. Quiere que el PIN de 4 dígitos tenga los números 2,5,7 y 9 sin repetir.

a. Anota las diferentes claves PIN que podría utilizar Pedro en su celular.

b. ¿Cuántas claves se pueden formar?

c. Pedro cambió de opinión y quiere que su PIN se forme solo con los dígitos 2, 5, 7, repitiendo el 7. ¿Cuántas claves diferentes podría formar?

d. Analiza las diferencias que hay entre las dos situaciones.

3. Realiza lo pedido en cada situación.

a. Las 6 formas posibles en que puedes escribir los dígitos 1, 2, 3, sin importar el orden y sin repetirlos.

b. Las 24 formas posibles en que puedes escribir los dígitos 1, 2, 3 y 4, sin importar el orden y sin repetirlos.

c. Analiza los ejercicios anteriores. ¿Qué estrategia puedes seguir para escribir todas las opciones sin repetir ni que falte ninguna?

4. Identifica el tipo de permutación que se utiliza en las siguientes situaciones.

a. Las maneras en que se pueden ordenar las letras de la palabra CONO.

b. El orden en que llegan 30 científicos a un seminario.

____

____

c. Las maneras en que se reproducen 10 canciones en un festival.

____

____

d. El orden en que se anotan los dígitos 3, 5, 5, 2, 2 y 6.

____

____

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. Juan tiene en su cocina una repisa para 6 frascos de aliños y condimentos. ¿De cuántas formas se pueden ordenar los frascos en la repisa?

b. En el estreno de una película hay 15 butacas reservadas para los críticos de cine. ¿De cuántas maneras diferentes se puede sentar a los críticos?

c. ¿Cuántas palabras diferentes (con o sin sentido) se pueden formar con las letras de la palabra TRIÁNGULO?

d. Un profesor desea armar diferentes formas de un examen reordenando las 10 preguntas de este. ¿Con cuántas formas puede contar el profesor?

6. En una fotografía institucional aparecen varios trabajadores: Diego, Josefa, Mario, Patricia, Catalina y Nicolás. Además, aparecen Jaime y Vanessa de recursos humanos y la gerente general Romina. Calcula, en cada caso, de cuántas maneras pueden aparecer en la fotografía con las condiciones dadas.

a. No hay restricciones en el orden de las personas.

b. Los integrantes de recursos humanos deben aparecer uno en cada extremo.

c. Los integrantes de recursos humanos deben aparecer juntos.

7. Un arqueólogo se percata de que se mezclaron restos fósiles de tres individuos de diferentes especies. El problema es que poseían los mismos restos óseos (fémur, cráneo y tibia) de cada uno.

a. ¿De cuántas maneras se pueden agrupar los fósiles?

b. ¿De cuántas maneras se pueden agrupar correctamente los fósiles, considerando que deben seguir el orden CRÁNEO – FÉMUR – TIBIA?

▶ Variaciones

1. Calcula el valor de las siguientes variaciones.

a. $V_3^6 =$

b. $v_3^7 =$

c. $v_2^8 =$

d. $v_4^8 =$

e. $Vr_4^5 =$

f. $Vr_2^5 =$

g. $Vr_3^7 =$

h. $Vr_6^7 =$

2. Expresa como una variación las siguientes multiplicaciones.

a. $8 \cdot 9 =$ ______________________________

____

b. $5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 =$ ______________________________

____

c. $11 \cdot 12 \cdot 13 =$ ______________________________

____

d. $10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 =$ ______________

____

e. $17 \cdot 18 =$ ______________________________

____

f. $n \cdot (n+1) \cdot (n+2) \cdot (n+3) =$ ________

____

3. Determina el valor de x en cada caso.

a. $V_x^4 = 12$

b. $V_x^5 = 20$

c. $V_x^6 = 120$

d. $V_x^3 = 210$

e. $V_5^x = 2.520$

f. $V_2^x = 156$

4. Identifica si las variaciones asociadas a cada situación son con o sin repetición.

Situación	Tipo de variación
Las formas de apilar algunos de los libros distintos de una estantería.	
El orden en que llegan los tres primeros estudiantes en el primer día de la semana.	
Las formas de escribir una contraseña de 5 letras distintas utilizando las letras de la palabra TRIÁNGULO.	
La cantidad de grupos de trabajo que se pueden formar con los estudiantes de un curso.	

5. Un equipo de vóleibol debe escoger los colores de su uniforme para un campeonato inter-escolar. Cada componente del uniforme (camiseta, pantalón y medias) debe ser de un solo color. Los colores disponibles son los siguientes: negro, blanco, verde, azul, amarillo, violeta.

a. Supón que las tres prendas deben ser de distintos colores. ¿Cuántos son los posibles uniformes?

b. Si pueden repetirse colores, ¿de cuántas maneras se puede escoger un uniforme?

c. Esta vez las medias y las camisetas deben ser del mismo color y el pantalón de un color distinto. ¿Cuántas son los posibles uniformes?

6. Se consideran los estudiantes: Miguel, Pablo, Antonia, Javiera, María, Agustín. Se debe escoger a tres de ellos para que expongan en una feria científica acerca del experimento que realizaron. Uno de ellos debe explicar el contexto en que se realizó el experimento. El segundo hará el análisis de los datos recopilados y el tercero expondrá.

a. ¿De cuántas maneras se puede escoger a los estudiantes para exponer?

b. Los estudiantes consideran que quien maneja mejor los datos recopilados es Javiera. ¿De cuántas maneras se puede escoger a los otros dos expositores?

c. Se debe escoger a otro estudiante para confeccionar material para difusión de la investigación. ¿De cuántas maneras distintas se puede formar el equipo?

7. Se tienen ocho fichas con las letras Q-W-E-R-T-Y-U-I.

a. Se seleccionan 4 letras y se dispone de ellas horizontalmente. ¿De cuántas formas se las podría ordenar?

b. Se dispone de 5 letras, de las cuales la T debe ser la primera. ¿De cuántas formas se podrían ordenar las letras?

c. ¿Cuántas palabras (con o sin sentido) de 5 letras se pueden escribir con las letras de “murciélago”?

8. Se lanza un dado de 8 caras tres veces y se anotan los resultados. ¿Cuántos son los resultados posibles?

9. Veinte estudiantes participan en una competencia de ortografía en la que se premian los cinco primeros lugares. ¿Cuántas son las formas de premiación posible?

10. ¿Cuántos números de dos dígitos se pueden formar con los dígitos 3 – 6 – 8 si estos pueden repetirse?

▶ Combinaciones

1. Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $C_3^6 =$

b. $C_3^8 =$

c. $C_0^{12} =$

d. $C_8^9 =$

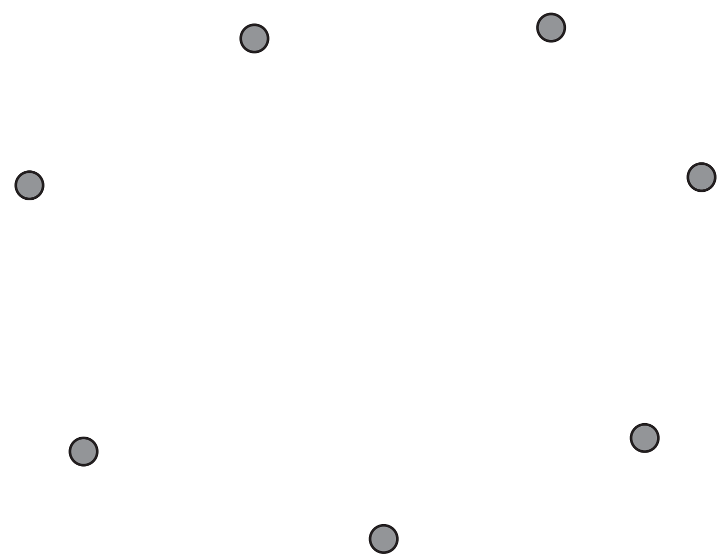
e. $Cr_3^5 =$

f. $Cr_2^7 =$

g. $Cr_4^6 =$

h. $Cr_4^9 =$

2. Considera los siguientes puntos:



a. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden formarse?

b. ¿Cuántos cuadriláteros diferentes pueden formarse?

____

c. ¿Cuántos pentágonos diferentes pueden formarse?

____

d. ¿Cuántos hexágonos diferentes pueden formarse?

____

e. A medida que aumenta el número de lados de la figura, ¿aumenta o disminuye el número de combinaciones? Justifica tu respuesta.

____

____

3. Para crear una prueba, un profesor tiene un banco de 50 preguntas. Si de ellas escogerá 20, ¿de cuántas formas puede crear la prueba?

4. Para un curso de cocina quedan 6 cupos. Estos se llenarán aleatoriamente de un total de 26 postulantes. ¿De cuántas formas posibles pueden ser escogidos los postulantes?

5. En la celebración de cumpleaños de Camila, hay 23 personas, incluida Camila.

a. ¿Cuántos saludos se darán los asistentes entre sí?

b. La familia de Camila se compone de 4 personas. Estas se encuentran en la fiesta y no se saludan entre sí. ¿Cuántos saludos se darán los asistentes?

6. Catalina venderá de sus galletas artesanales. Puede elegir hacerlo en paquetes de 10, 25 y 40 galletas. ¿De cuántas maneras distintas venderá galletas si decide hacerlo en dos tipos de envases distintos?

7. En una competencia de atletismo pueden clasificar solamente 3 de los 10 participantes. ¿Cuántos grupos distintos de finalistas se pueden conformar?

8. En un colegio, se deben elegir 3 salidas pedagógicas para el año. Se dispone de 8 posibles lugares para visitar. ¿Cuántas son las formas posibles de organizar las salidas?

9. Para cocinar una pizza, se cuenta con una variedad de 13 ingredientes. ¿Cuántos tipos de pizza de 4 ingredientes diferentes se pueden cocinar?

10. En una cafetería hay 15 tipos distintos de donuts. ¿De cuántas formas se pueden elegir 5 donuts si estas pueden repetirse?

11. De un curso de 28 estudiantes, 13 son hombres y 15 son mujeres. Para realizar un experimento en representación del colegio, un profesor debe escoger a 6 de ellos.

a. ¿De cuántas maneras puede escoger al grupo?

b. ¿De cuántas formas puede escoger al grupo si quiere que esté conformado por 3 hombres y 3 mujeres?

c. ¿De cuántas formas puede escoger al grupo si quiere que esté conformado por 2 hombres y 4 mujeres?

12. Una heladería ofrece a sus clientes 30 sabores distintos de helados. Un cliente quiere que le preparen una copa de helado de tres bolas.

a. ¿Entre cuántas copas de helado puede elegir el cliente si los tres sabores deben ser distintos?

b. Uno de los sabores debe ser chocolate y los tres sabores deben ser diferentes. ¿Cuántas copas de helado diferentes se pueden ofrecer al cliente?

▶ Aplicaciones

1. En un campeonato de hándbol participan 14 equipos y todos juegan entre sí una vez. ¿Cuántos partidos en total se jugarán en el campeonato?

2. Se lanzan 3 monedas y se anota la cantidad de caras y sellos de cada lanzamiento.

a. Completa la siguiente tabla con el número de casos para cada resultado posible.

N° de sellos	0	1	2	3
N° de casos				

b. Al lanzar las monedas, ¿cuál es la probabilidad de que salga una cara y dos sellos?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que salga al menos un sello?

3. Una familia está compuesta por el padre, la madre y sus cuatro hijos. Estos se sentarán en los 6 asientos disponibles en un cine.

a. ¿Cuál es la probabilidad de que los cuatro hijos se sienten uno al lado del otro?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que los padres se sienten uno al lado del otro?

4. Se lanza una moneda cuatro veces seguidas.

a. Si se cuenta el número de caras, ¿cuántos resultados posibles hay?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan exactamente 3 caras?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan al menos 2 caras?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan 3 caras y que sea de manera consecutiva?

5. Un profesor piensa interrogar a la mitad de sus 40 estudiantes. Uno de ellos no estudió. ¿Cuál es la probabilidad de que no salga seleccionado?

6. 10 mujeres y 6 hombres quieren jugar un partido de básquetbol. Para ello, deben seleccionar a 5 jugadores.

a. ¿Cuántos equipos se pueden formar, si cada jugador puede ocupar cualquier puesto y el equipo puede tener solamente mujeres?

b. ¿Cuántos equipos se pueden formar si deben estar formados por jugadores de cada género independiente del número?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo tenga a lo más 3 mujeres?

7. ¿Cuántas palabras que comiencen con D y terminen con U se pueden formar con o sin sentido usando las letras C – U – A – D – R – O?

8. Un grupo de 12 estudiantes es ordenado en una sola fila en la sala de clases para rendir una prueba.

a. ¿Cuántas filas diferentes se pueden formar?

b. Los estudiantes que se ubican en el primer, tercer y quinto puesto no pueden cambiarse de posición. ¿De cuántas maneras se puede ordenar el resto de los estudiantes?

9. Para organizar las actividades durante el año, los dos cuartos medios de un colegio formaron un comité de 4 personas que serán escogidas al azar. Para esto, cada curso ha presentado a 3 estudiantes. Los candidatos son:

IV Medio A	**IV Medio B**
Gerardo	Carlos
Estefanía	Patricio
Andrea	Claudia

a. ¿De cuántas formas diferentes puede escogerse el comité?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que en el comité haya 2 estudiantes de curso?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que en el comité haya a lo menos una mujer y un hombre de cada curso?

10. Considera las letras de la palabra DIBUJAR. Si se seleccionan al azar cuatro de sus letras para formar una palabra con o sin sentido: ¿Cuál es la probabilidad de que contenga 4 vocales?

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. Se desea saber de cuántas formas se puede escoger 4 tortas para una fiesta de un total de 12. ¿Cuál técnica de conteo emplearías para solucionar este problema?

A. Principio multiplicativo.

B. Permutaciones.

C. Variaciones

D. Combinaciones.

2. ¿Cómo se puede saber si se debe utilizar combinaciones o variaciones para resolver un determinado problema?

A. Si se deben formar grupos de tamaño menor que el total de los elementos.

B. Si se necesita formar la mayor cantidad de grupos posibles.

C. Si importa el orden de los elementos.

D. Si se utilizan todos los elementos del grupo.

3. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa respecto de las técnicas de conteo?

A. En las combinaciones, no importa el orden de los elementos.

B. En una permutación, no se consideran todos los elementos del conjunto.

C. Para calcular el total de variaciones posibles de un conjunto, se emplea el principio multiplicativo.

D. En las permutaciones y en las variaciones, importa el orden de los elementos.

4. ¿Cuántos números de 4 cifras distintas se pueden formar con los dígitos impares?

A. 14 **C.** 60

B. 20 **D.** 120

5. Se tienen 3 libros distintos de Matemática, 4 de Física y 2 de Química. ¿De cuántas formas distintas es posible ordenarlos si deben quedar juntos por asignatura?

A. 64 **C.** 576

B. 288 **D.** 1.728

6. ¿Cuál es el valor de $5! \cdot 3!$?

A. 129

B. 360

C. 600

D. 720

7. Se lanza un dado de 6 caras y dos monedas. ¿Cuántos resultados se pueden obtener?

A. 6 **C.** 24

B. 12 **D.** 36

8. ¿De cuántas formas diferentes se pueden sentar 5 personas en 3 sillas?

A. 8

B. 15

C. 60

D. 125

9. Se tienen cinco puntos no alineados. ¿Cuántos triángulos diferentes se pueden formar utilizando dichos puntos?

A. 10 **C.** 4

B. 5 **D.** 3

10. Una carrera tiene 7 competidores, todos con las mismas posibilidades de ganar. ¿De cuántas maneras se pueden definir los tres primeros lugares?

A. 21

B. 35

C. 90

D. 210

11. Una persona quiere que el PIN de 4 dígitos de su teléfono celular contenga el dígito 2 una sola vez y no contenga el dígito 8. ¿Cuántas claves posibles pueden generarse?

A. 9^4

B. $\frac{9!}{3!}$

C. 9^3

D. $\frac{9!}{4!}$

12. A un estudiante se le ha entregado una caja con 12 lápices de colores diferentes y un dibujo con 6 secciones para colorear. Él decide pintar cada sección de diferente color. ¿Cuántas combinaciones de colores se pueden formar?

A. C_6^{12}

B. C_6^{17}

C. V_6^{12}

D. V_6^{17}

13. Cuál es el valor de x si $\binom{x}{2}$ =10?

A. 4

B. 5

C. 10

D. 20

14. ¿Cuál es el valor de $\frac{7!}{5!(7-5)!}$?

A. 0

B. 5

C. 21

D. 72

15. ¿Cuántos códigos de 7 dígitos (con repetición) pueden formarse con los números del 0 al 9?

A. 7!

C. $\frac{4}{10}$

B. 10^7

D. C_4^{10}

16. En la biblioteca de un colegio hay 7 libros de poemas, 6 de novelas y 8 de ciencia ficción. Si un estudiante debe leer un libro de cada género, ¿de cuántas maneras puede hacerlo?

A. 336

B. 104

C. 90

D. 50

670

17. ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se pueden construir con los dígitos del 1 al 9?

A. $9!$

B. $\dfrac{5!}{9!}$

C. $\dfrac{9!}{5!}$

D. $\dfrac{9!}{4!}$

Lección 11: Variable aleatoria

▶ Definición de variable aleatoria.

1. Clasifica las variables aleatorias como discretas o continuas.

a. _________________________X: Número de accidentes automovilísticos durante un fin de semana larga.

b. _________________________Y: Tiempo que dura un seminario de ciencias.

c. _________________________Z: Cantidad de lluvia caída en una ciudad durante el año.

d. ________________________W: Número de mascotas que hay en una familia.

2. Determina la variable aleatoria. Luego, escribe el espacio muestral. Finalmente, determina el recorrido de la variable.

a. Experimento: Lanzar 5 monedas y anotar la cantidad de sellos.

- Variable X: ________________________
- Espacio muestral:

- Recorrido de la variable X: ________

____

b. Experimento: Lanzar dos dados y anotar el número de cincos que se obtienen.

- Variable X: ____________________

- Espacio muestral:

- Recorrido de la variable X: ________

____

c. Experimento: Extraer dos fichas simultáneamente de una bolsa que contiene 7 fichas numeradas con los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Luego, sumar sus valores.

- Variable X: ______________________

- Espacio muestral:

- Recorrido de la variable X: ________

____

d. Experimento: Extraer de una bolsa 3 letras de la palabra DICIEMBRE y anotar el número de vocales obtenidas.

- Variable X: ______________________

- Espacio muestral:

- Recorrido de la variable X: ________

____

e. Experimento: Lanzar un dado de 10 caras y anotar el número de divisores que tiene el número obtenido.

- Variable X: ______________________
- Espacio muestral:

- Recorrido de la variable X: ________

____

3. Construye un diagrama sagital para las siguientes variables. Relaciona el espacio muestral con el recorrido de la variable.

a. X: Se lanzan 3 monedas y a la cantidad de caras se le resta la cantidad de sellos.

b. X: Se lanza un dado de 6 caras y el resultado obtenido se asocia al resto que se obtiene al dividirlo por 4.

c. X: Se lanza un dado de 4 caras y uno de 6, y se suman los números obtenidos en ambas caras.

4. Una empresa realiza fumigaciones en un pasaje donde hay 8 casas. Para elaborar un plan de acción, el encargado decide averiguar el número de casas que tienen problemas de plagas.

a. ¿Cuál es la variable aleatoria X que está estudiando el encargado de la empresa?

____

____

b. ¿Qué valores puede tomar la variable X?

____

____

c. ¿Puede la variable tomar el valor 9? ¿Por qué?

____

____

d. ¿Qué significa que la variable tome el valor 0? ¿Qué acción debería tomar la empresa en este caso?

____

____

5. Se define la variable aleatoria X como la multiplicación entre dos números enteros entre el 1 al 6 (ambos inclusive), escogidos al azar y sin reposición.

a. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

b. ¿Cuál es el recorrido de la variable X?

c. Si el experimento se realiza con reposición, ¿cuál es el espacio muestral?

d. Si el experimento se realiza con reposición, ¿cambia el recorrido de la variable?

6. En el centro de distribución de una fábrica de hornos hay 600 aparatos. Para saber si están en condiciones de ser vendidos, se eligen 30 al azar y se los revisa.

a. ¿Qué porcentaje de las cajas se revisan?

____

____

b. Pedro dice que hay $\frac{600!}{570!}$ formas de elegir los 30 aparatos que se revisarán. ¿Es correcta su afirmación? Justifica tu respuesta.

c. Una vez que las cajas se revisan, los hornos se clasifican en B (buenos) y D (defectuosos). Completa un diagrama de árbol que ilustre los casos posibles después de revisar el cuarto horno.

d. ¿Cuántos posibles casos hay después de revisar 30 hornos?

e. Rodolfo dice que hay 142.506 casos para el resultado de solo 5 hornos defectuosos y 25 buenos. ¿Cómo llegó a ese resultado?

▶ Probabilidad de una variable aleatoria

1. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____La probabilidad de un valor de la variable aleatoria puede ser menor que 0.

____

____

b. _____La suma de las probabilidades de una variable aleatoria en todo el recorrido de la variable siempre es 1.

____

____

c. ______Si una variable X tiene como recorrido {1,2,3,4}, el valor que toma P(X=5) es 0.

____

____

d. _____Una variable aleatoria no puede tomar valores negativos.

____

____

2. De una baraja inglesa, se tienen las cartas: 2, 4, 5, 7 de corazones. El experimento consiste en extraer tres cartas de manera simultánea y contar la cantidad de números primos extraídos.

a. ¿De cuántos elementos se compone el espacio muestral del experimento?

b. ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?

c. ¿Cuál es el recorrido de la variable aleatoria?

d. Calcula las probabilidades asociadas a cada elemento del recorrido de la variable.

e. ¿Qué elemento del recorrido de la variable tiene asociada una mayor probabilidad?

3. Analiza cada tabla. Luego, calcula el valor de p y crea una situación que pueda ser representada por esos valores.

a.

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	0,2	p	0,1

p = ______________________________

Situación: ______________________________

____

____

____

b.

x_i	1	2	3
P (X = x_i)	2p	p	0,4

p = ______________________________

Situación: ______________________

____

____

____

c.

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	0,2	p	3p	0,5p

p = ______________________________

Situación: ______________________

____

____

____

d.

x_i	1	2	3	4	5
P (X = x_i)	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{4}$	2p	3p	p

p = ______________________________

Situación: ______________________________

____

____

____

4. En un colegio, se realiza un estudio sobre las causas por las cuales los estudiantes llegan atrasados. Una de ellas es que se quedan dormidos.

Se considera la variable X: cantidad de veces que un estudiante se queda dormido al mes.

x_i	0	1	2	3 o más
$P(X = x_i)$	0,15	0,3	0,25	0,3

a. ¿Cuál es el recorrido de la variable?

b. ¿Qué valor tiene la variable si la probabilidad es 0,15?

c. Se selecciona un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que este se haya quedado dormido una vez?

d. Se selecciona un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que este se haya quedado dormido más de dos veces?

e. Se selecciona un estudiante al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que este se haya quedado dormido a lo más una vez?

5. Analiza las siguientes tablas y explica el error que aparece en cada una.

a.

x_i	0	1	2
$P(x=x_i)$	$-0,2$	0,5	0,7

b.

y_i	1	2	3	4	5
$P(Y=y_i)$	0,15	0,05	0,35	0,25	0,1

6. Considera las siguientes variables aleatorias asociadas a dos experimentos distintos.

x_i	2	4	6
$P(Y=y_i)$	a	b	0,4

x_i	0	1	2
$P(Y=y_i)$	2a	b	0,2

a. ¿Qué estrategia utilizarías para calcular los valores de a y b?

____

____

b. Calcula los valores de a y b.

- a= ______
- b= ______

c. ¿Cuál es la probabilidad de que $X = 4$?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que $Y = 0$?

e. ¿Cuál es la probabilidad de que $Y \geq 1$?

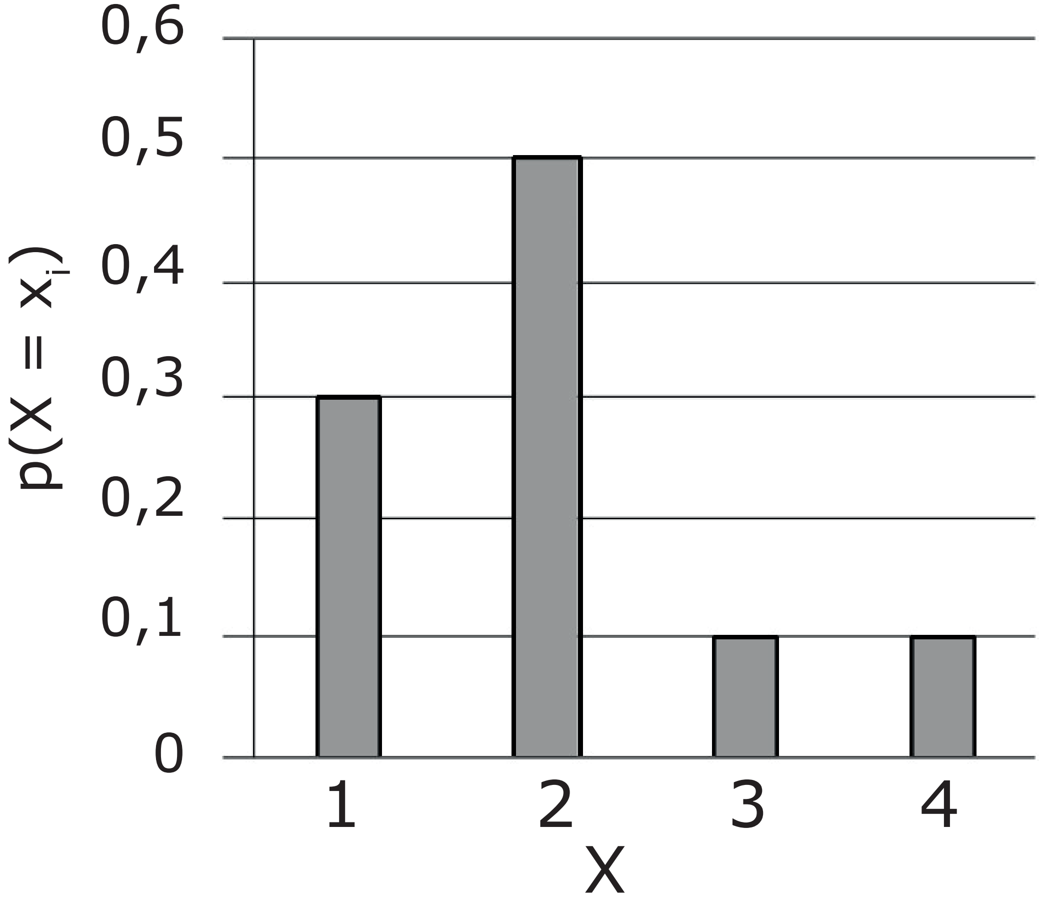
f. ¿Cuál es la probabilidad de que $X < 6$?

g. ¿Cuál es la probabilidad de que $Y \geq 0$

▶ Gráfica de la distribución de una función de probabilidad

1. Determina el recorrido de la variable aleatoria. Luego, completa la tabla correspondiente para cada gráfico.

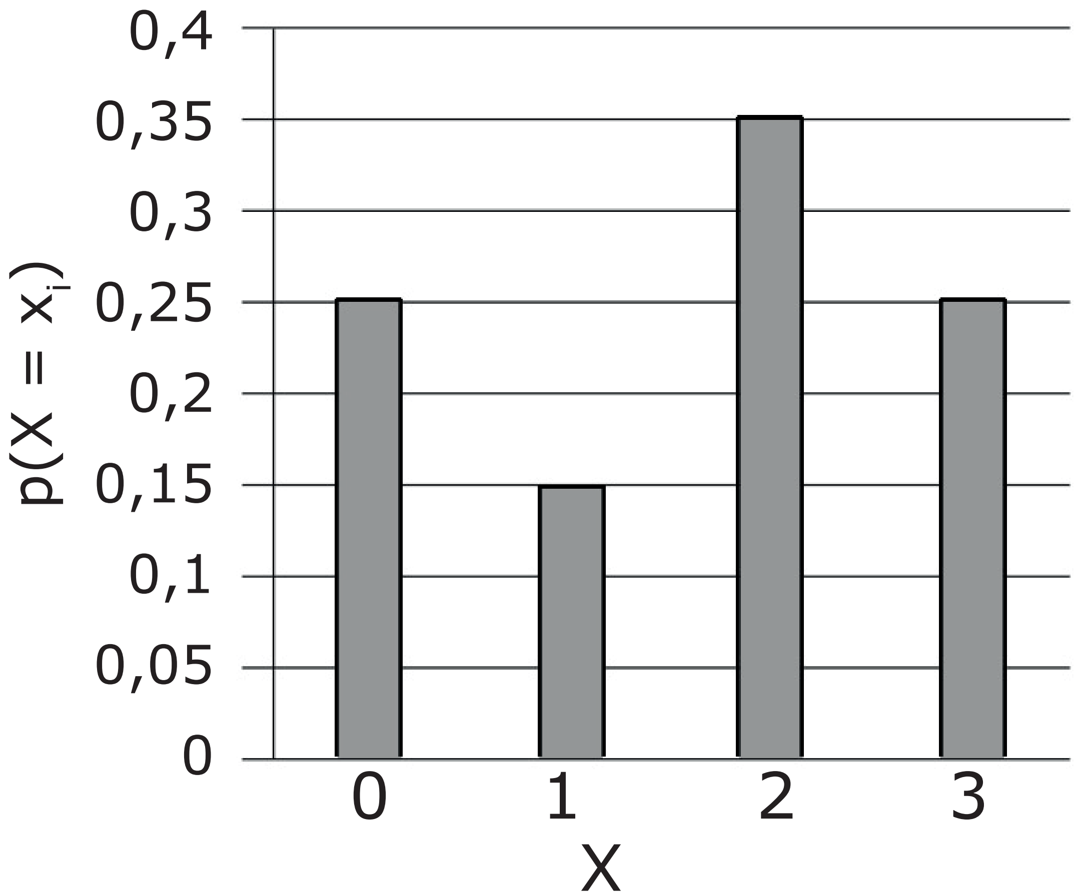
a. Probabilidad de la variable aleatoria X



- Recorrido: ______________________________

____

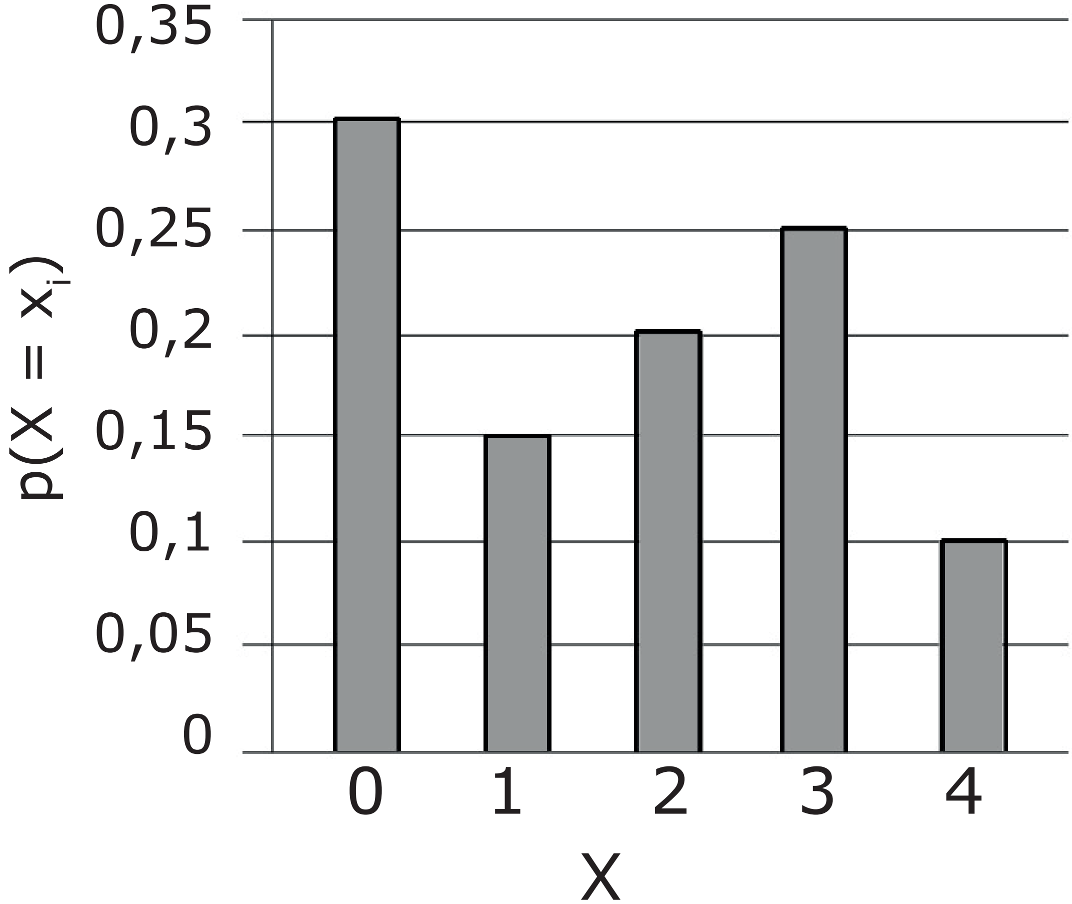
b. Probabilidad de la variable aleatoria X



- Recorrido: ______________________________

____

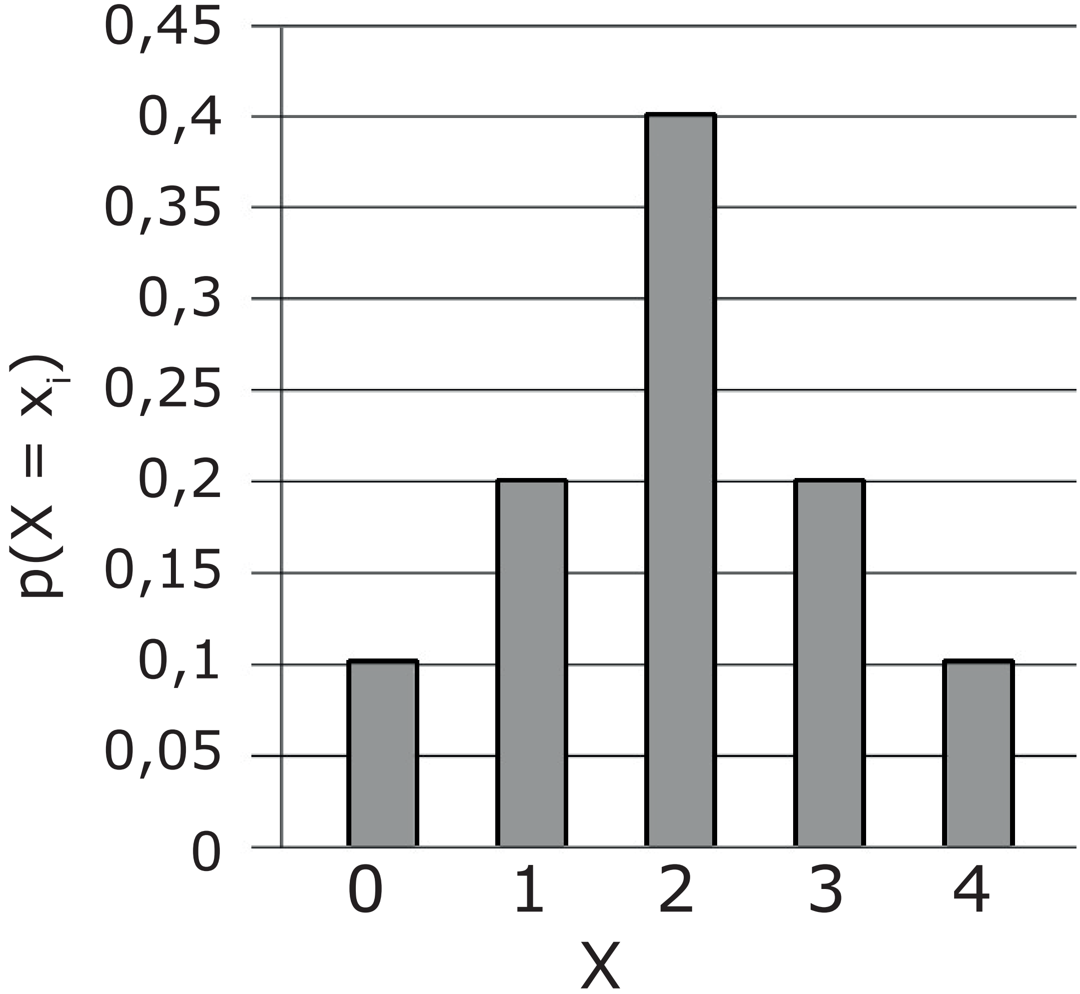
c. Probabilidad de la variable aleatoria X



- Recorrido: ______________________________

____

d. Probabilidad de la variable aleatoria X



- Recorrido: ______________________________

____

2. Construye el gráfico correspondiente a las probabilidades de la variable aleatoria dada.

a.

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,25	0,45	0,1	0,2

b.

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,05	0,15	0,4	0,3	0,1

710

c.

x_i	1	2	3	4	5
$P(X=x_i)$	0,5	0,2	0,1	0,05	0,15

3. Completa la tabla correspondiente a la función de distribución. Construye, además, el gráfico correspondiente para cada función de probabilidad.

a.

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	0,15	0,55	0,25	0,05

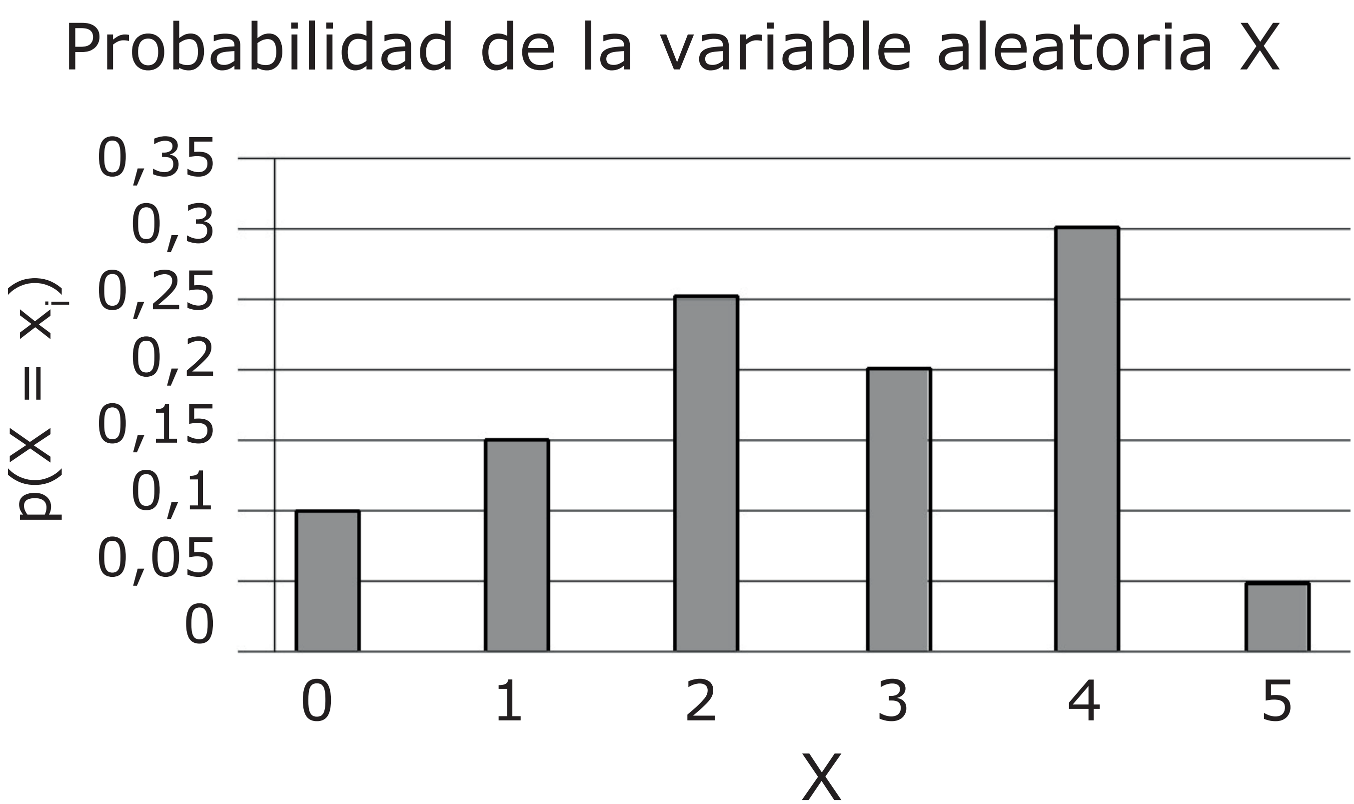
x_i	0	1	2	3
$P(X\leq x_i)$				

b.

x_i	0	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	0,15	0,35	0,25	0,15	0,1

x_i	0	1	2	3	4
$P(X\leq x_i)$					

4. En una caja hay bolsas que contienen diferentes cantidades de galletas. El siguiente gráfico muestra la probabilidad de que una persona obtenga cierta cantidad de galletas si extrae una bolsa al azar.



a. ¿Cuál es la variable aleatoria?

b. ¿Cuál es el recorrido de la variable?

c. Se extrae una bolsa de la caja. ¿Cuál es la cantidad de galletas menos probable de obtener? ¿Y la más probable?

d. Completa la siguiente tabla con la función de distribución de probabilidad.

x_i	1	2	3
$P(X \leq x_i)$			

x_i	4	5
$P(X \leq x_i)$		

e. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona extraiga una bolsa que tenga a lo más 2 galletas?

f. ¿Cuál es la probabilidad de que alguien extraiga una bolsa con más de 2 dulces, pero menos de 4?

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. Una variable aleatoria es:

A. un suceso.

B. un experimento.

C. una función.

D. un conjunto.

2. Se tiene una caja con 5 bolitas numeradas del 0 al 5. Se extrae una de ellas, con reposición, hasta que salga un número par. ¿Cuál es el recorrido de la variable aleatoria X: cantidad de extracciones hasta que sale un número par?

A. {1, 2, 3, 4, 5}

B. {0, 1, 2, 3, 4, 5}

C. {0, 1, 2, 3, 4, 5, ...}

D. {1, 2, 3, 4, 5, ...

3. Se define la variable aleatoria X: cantidad de precipitaciones caídas durante un mes. Respecto de ella, es correcto afirmar:

I. Es finita.

II. Es continua.

III. Su recorrido es un intervalo de números reales.

A. Solo I.

B. Solo I y III.

C. Solo II y III.

D. I, II y III.

4. En una prueba de 5 ejercicios se define la variable Z: cantidad de respuestas correctas. Entonces, es correcto afirmar:

I. El recorrido de Z es {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

II. El espacio muestral tiene 6 elementos.

III. Z = 1 solo tiene un caso.

A. Solo I.

B. Solo I y II.

C. Solo I y III.

D. I, II y III

5. Al seleccionar un estudiante de un curso, se define la variable aleatoria X a partir de algún parámetro del estudiante seleccionado. ¿En cuál de los siguientes casos el recorrido de X es continuo?

A. X: Número de primos que tiene el estudiante.

B. X: Número de lista del estudiante seleccionado.

C. X: Rut del estudiante seleccionado sin dígito verificador.

D. X: Estatura del estudiante seleccionado, medida en metros.

6. En el lanzamiento de un dado de ocho caras se define la variable aleatoria X como X=0 si el número obtenido es menor que 4; X=1 si el número obtenido es igual a 4 y X=2 en otro caso. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?

A. Si se obtiene un 7, entonces X=2

B. El recorrido de X es {0,1,2}

C. El espacio muestral es {0, 1, 2, 4}.

D. X=1 para un resultado.

7. La variable aleatoria X tiene por recorrido {a, b, c, d, e} y se define la siguiente función de probabilidad.

$$p(X = k) = \begin{cases} p & \text{si} \quad k = a \\ 0{,}3 & \text{si} \quad k = b \\ 0{,}2 & \text{si} \quad k = c \\ p & \text{si} \quad k = d \\ 0{,}2 & \text{si} \quad k = e \end{cases}$$

¿Cuál es el valor de p?

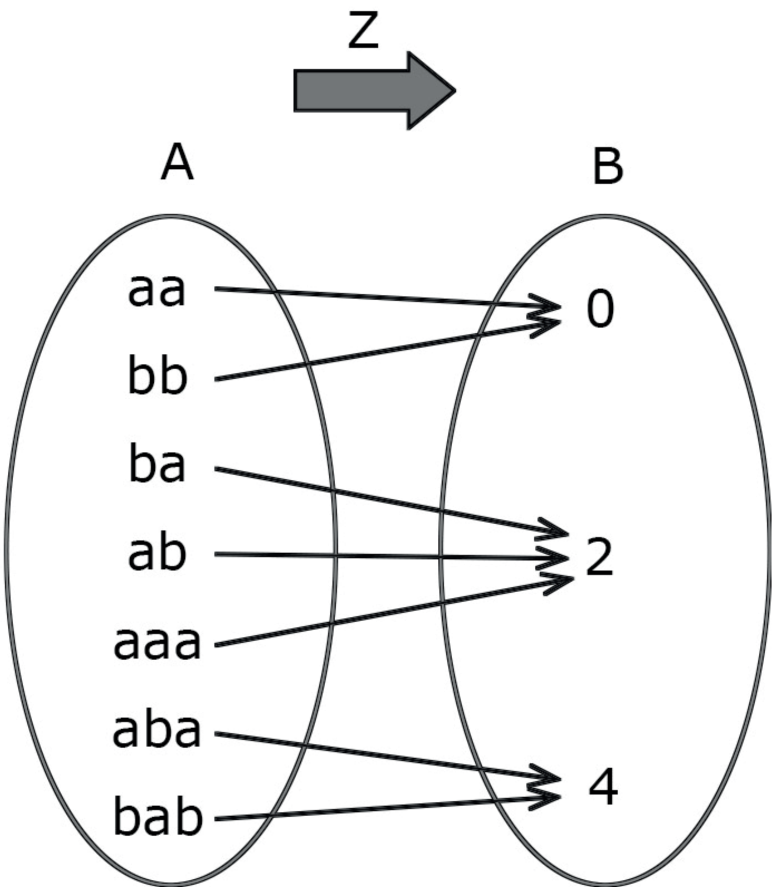
A. 0,15

B. 0,30

C. 0,45

D. 0,50

8. Analiza el diagrama de la variable aleatoria Z.



Según el diagrama, ¿cuál es el valor de P(Z=4)?

A. $\frac{1}{7}$

B. $\frac{2}{7}$

C. $\frac{4}{7}$

D. $\frac{1}{3}$

9. El recorrido de la variable aleatoria X es {1, 3, 5} y $P(X=1)=0,1$ y $P(X=3)=0,3$. Entonces:

A. $P(X=5)=0,1$

B. $P(X=5)=0,5$

C. $P(X=5)=0,6$

D. $P(X=5)=0,7$

10. La tabla muestra la función de probabilidad para la variable X. Entonces, es correcto afirmar:

x_i	0	1	3	4
$P(X \leq x_i)$	0,2a	0,8a	0,4a	0,3

A. El valor de a es 0,5.

B. $P(X \leq 2) = 0{,}4$

C. $P(X \leq 3) = 0{,}7$

D. $P(X=3) - P(X=1) = 0{,}1$

11. Una urna tiene 2 bolitas verdes, 3 rojas y 2 azules. Al extraer 3 bolitas al azar y sin reposición, se define la variable aleatoria X como el número de bolitas rojas extraídas y la variable Z como el número de bolitas verdes extraídas. A partir de ello, es incorrecto afirmar:

I. El recorrido de X es $\{0, 1, 2\}$.

II. $P(X=1)<P(Z=2)$

III. $P(X=0)=4P(X=3)$

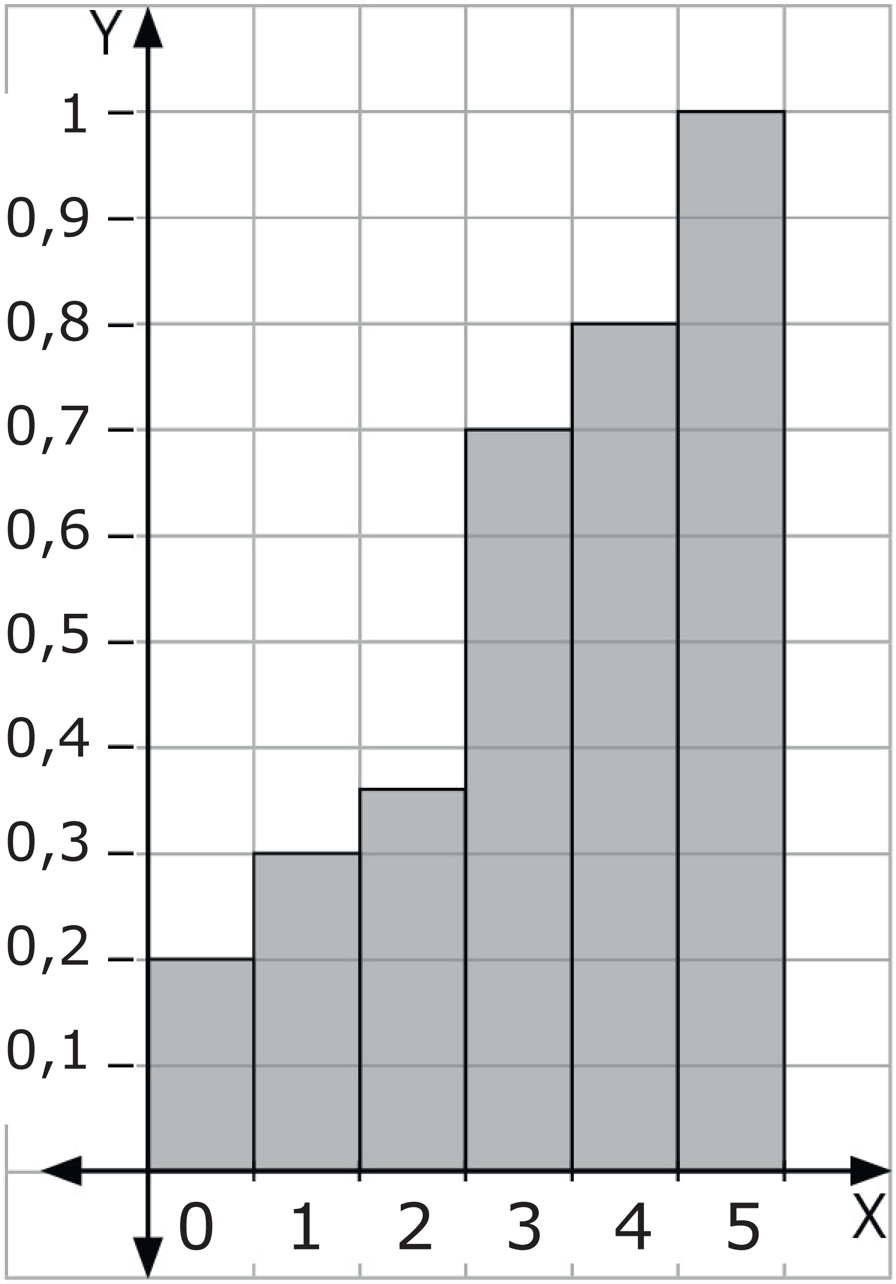
A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

12. ¿Cuál(es) de las siguientes aseveraciones es (son) falsa(s) con respecto al gráfico de distribución de la figura?



I. El valor que tiene la menor probabilidad de ocurrir es X=2.

II. La probabilidad de X=3 es 0,7.

III. De todos los valores de X, el valor que tiene una mayor probabilidad de ocurrir es X = 5.

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y III.

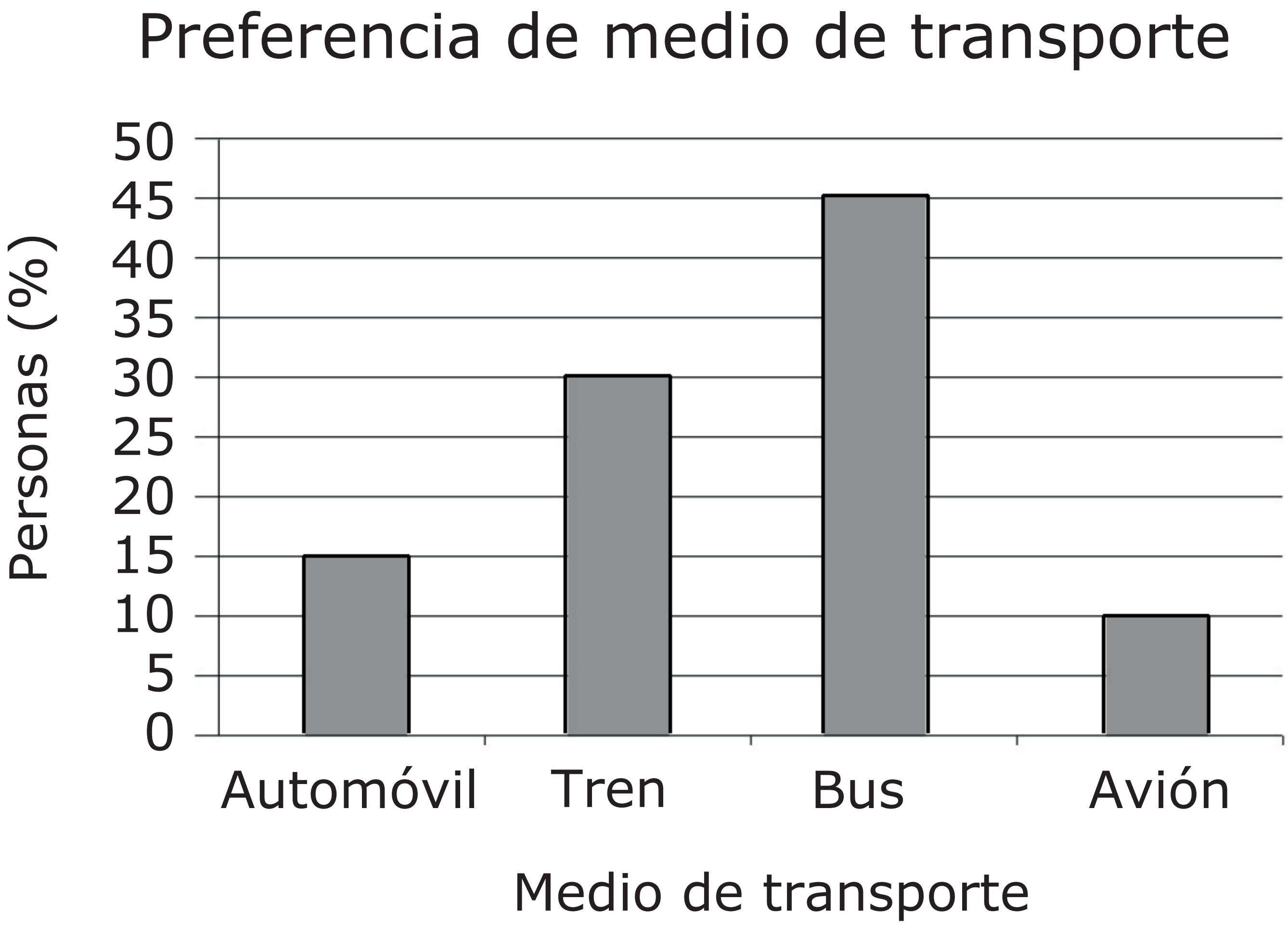
D. Solo I y III.

Lección 12: Probabilidad en la sociedad

La probabilidad en los medios de comunicación.

1. Analiza cada afirmación con relación al gráfico propuesto. Luego, determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

Una agente de viajes está interesada en mejorar sus ofertas para las próximas Fiestas Patrias. Para ello, se propone conocer los medios de transporte de quienes viajaron en las festividades pasadas.



a. _____La probabilidad de que una persona viaje en tren es la más alta.

____

____

b. _____El 40% de los turistas viaja en tren o en avión.

____

____

c. _____La probabilidad de que una persona viaje en automóvil es de 0,15.

____

____

d. _____El avión es el medio menos utilizado.

____

____

e. _____La probabilidad de que una persona viaje en tren o automóvil es la misma de que viaje en bus.

____

____

f. _____La probabilidad de que una persona viaje en tren es mayor que la probabilidad de viaje en automóvil o en avión.

____

____

g. _____Más de la mitad de las personas viaja en bus.

____

____

2. La tabla contiene un resumen de un estudio del Servicio Nacional para la Prevención y Rehabilitación del Consumo de Drogas y Alcohol (SENDA). En él, se muestra la proporción de adolescentes, de octavo básico a cuarto medio, que inician su consumo de alcohol antes de los 15 años. Esto es válido para 9 años comprendidos entre 2001 y 2017.

Año	Hombre (%)	Mujer (%)	Total (%)
2001	67,4	67,4	67,4
2003	71,0	70,1	70,5
2005	68,9	69,3	69,1
2007	68,4	68,5	68,5
2009	68,2	68,3	68,5
2011	66,7	66,1	66,2
2013	66,1	64,8	65,4
2015	65,5	64,3	64,9
2017	63,2	65,9	64,7

a. ¿En qué año hubo mayor diferencia entre la cantidad de hombres y mujeres que consumieron alcohol precozmente?

____

____

b. ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer se iniciara precozmente en el consumo de alcohol en el 2017?

c. ¿En qué año fue la mayor probabilidad de que los estudiantes consumieran alcohol por primera vez antes de los 15 años?

d. Escribe dos conclusiones a partir de la tabla. Luego, compártanlas en parejas.

3. Se realizó una encuesta sobre el uso frecuente de redes sociales durante un año. Los resultados son los siguientes:

Red social	WhatsApp	Facebook	Insta-gram
Total (%)	72	59	24
Mujer (%)	70	57	20
Hombre (%)	74	61	28
18-24 años (%)	88	86	46
25-34 años (%)	84	69	26
35-44 años (%)	71	52	13
45-54 años (%)	71	53	6
55+ años (%)	34	25	8

Red social	Twitter	LinkedIn
Total (%)	19	9
Mujer (%)	20	8
Hombre (%)	17	11
18-24 años (%)	23	10
25-34 años (%)	24	12
35-44 años (%)	17	7
45-54 años (%)	10	7
55+ años (%)	10	3

742

a. ¿Cuál es el rango de edad que utiliza menos la red social WhatsApp?

____

____

b. ¿Cuál es el rango de edad que utiliza más la red social Instagram?

____

____

c. Plantea una conclusión a partir de los datos de la tabla. Luego, compártanla en parejas.

____

____

4. Se realizó un estudio con respecto al consumo de pescado en Chile. En él, se obtuvieron los siguientes resultados:

Tipo de pescado	**Mujer (%)**	**Hombre (%)**
Pescado enlatado	84	84
Pescado fresco	77	83
Pescado congelado	38	37

a. ¿Cuál de los tipos de pescado es consumido de igual forma por mujeres y hombres?

____

____

b. Se elige una mujer al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que esta consuma pescado enlatado?

▶ Probabilidad y toma de decisiones

1. En un casino de juegos hay dos máquinas:

- **Máquina A:** la probabilidad de ganar el premio mayor es cercana al 4,5% y la de perder es cercana al 94,5%.

- **Máquina B:** la probabilidad de ganar el premio mayor es de 5,3% y de perder es de 94,2%.

a. ¿En qué máquina te conviene jugar si quieres ganar el premio mayor? ¿Por qué?

b. ¿En cuál máquina te conviene jugar si solo te interesa ganar algún premio? ¿Por qué?

2. La siguiente tabla muestra la probabilidad de ganancia según tipo de fondo en dos empresas de inversiones.

Empresa	**Tipo de fondo**		
	C (%)	**M (%)**	**A (%)**
Empresa A	7,5	10,3	15,7
Empresa B	7,8	10,1	14,8

C = Conservador

M = Moderado

A = Arriesgado

a. Un cliente desea invertir en un fondo moderado. ¿Qué empresa le convie-ne? ¿Por qué?

b. Un cliente desea invertir en un fondo arriesgado. ¿Qué empresa le convie-ne? ¿Por qué?

c. ¿En qué empresa es más conveniente invertir? Justifica tu respuesta.

____

____

____

____

d. Si tú fueras un cliente, ¿qué empresa y tipo de fondo escogerías? ¿Por qué?

____

____

____

____

3. Un laboratorio necesita comprar microscopios. Para ello, realiza una comparación entre 2 modelos:

Microscopio	**Características**	
	Pe (%)	**P (%)**
AS-20	2,8	89,9
RJ-48	3,2	90,4

Pe = Pérdida de la calidad de la imagen a la luz

P = Precisión

a. En el laboratorio desean comprar media docena de microscopios y les interesa su precisión. ¿Cuál de los dos modelos les recomendarías?

b. A otro laboratorio le interesa obtener del microscopio una mejor imagen a la luz. ¿Cuál les recomendarías?

4. Analiza la situación. Luego, realiza las actividades.

En la final de un concurso hay tres concursantes empatados. Para definir al ganador, se pide a cada uno que saque una carta de un mazo de 40 cartas de diferentes colores. Si esta es roja, el concursante será el ganador. Las probabilidades de obtener cada color para cada concursante se presentan en la siguiente tabla.

Concursante	Color (probabilidad)			
	Azul	**Verde**	**Rojo**	**Amarillo**
A	0,25	0,35	0,15	0,25
B	0,1	0,4	0,25	0,25
C	0,3	0,2	0,3	0,2

a. ¿Cuál es la probabilidad de que solo el concursante A gane la prueba?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que solo los concursantes A y C ganen la prueba?

c. ¿Cuál es la probabilidad de que dos concursantes saquen la carta amarilla?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que los tres obtengan el mismo color?

e. Si fueras juez del concurso, ¿qué color escogerías para que fuese más justa la elección del ganador?

f. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una carta roja o amarilla del concursante B?

5. En un concurso se utilizan cartas de un mazo inglés para entregar un premio. Para ello, se han puesto boca abajo tres montones de cartas. El concursante debe elegir primero “número” o “figura”. A continuación, debe escoger una carta de uno de los montones. Si la carta obtenida coincide con la elección inicial del concursante, ganará el premio. Las probabilidades de “número” o “figura” de cada montón de cartas son las siguientes:

	Montón A	**Montón B**	**Montón C**
Número	0,2	0,6	0,3
Figura	0,8	0,4	0,7

a. ¿Cuál de los montones sería conveniente escoger si un concursante eligió primero la opción “número”?

b. Un concursante seleccionó el montón 3. ¿Qué debería haber escogido inicialmente para que sea mayor su probabilidad de ganar el premio?

▶ Interpretación de la probabilidad

1. Identifica en cada situación el tipo de probabilidad involucrada (subjetiva, frecuencial o clásica). Justifica tu respuesta.

a. La probabilidad de que el equipo de básquetbol de 8° básico derrote al de 2° medio es de 4%.

____

____

b. La probabilidad de encontrarnos en el recital es de una en un millón.

____

____

c. A partir de estudios del clima realizados en una región, la probabilidad de que llueva un día de febrero es de 15%.

____

____

d. Al lanzar un dado la probabilidad de obtener un número mayor que 4 es aproximadamente 33%.

____

____

e. El 27 % de las enfermedades respiratorias en invierno se origina por contaminación intradomiciliaria, relacionada con el uso de estufas.

____

____

2. Analiza cada afirmación. Determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____La interpretación probabilística subjetiva se basa en el análisis de la cantidad de casos favorables y totales.

____

____

b. _____Las probabilidades obtenidas al estudiar una enfermedad tienen una interpretación frecuencial.

____

____

c. _____El lanzamiento de una moneda tiene asociadas probabilidades con interpretaciones subjetivas.

____

____

d. _____Para determinar la probabilidad de ganar un premio en una rifa, se puede utilizar probabilidad clásica.

____

____

3. Crea una situación para cada tipo de interpretación probabilística. Justifica, en cada caso, por qué se relaciona con cada interpretación.

a. Interpretación probabilística clásica.

- Situación

- Justificación: ______________________

____

____

b. Interpretación probabilística frecuencial.

- Situación

- Justificación: ______________________

____

____

____

c. Interpretación probabilística subjetiva.

- Situación

- Justificación: ______________________

____

____

____

4. Cierta creencia popular afirma que el color rojizo del cielo al atardecer puede anunciar un terremoto.

a. ¿Cómo crees que surgió esta afirmación? Comenten en parejas.

____

____

b. ¿Crees que esta información es suficiente para afirmar que pronto ocurrirá un sismo? Justifica.

____

____

c. ¿Qué tipo de interpretación probabilística está presente en la situación?

____

____

5. Identifica el error en cada afirmación. Luego, corrígelo.

a. Se consulta a un experto al investigar sobre un fenómeno que involucra azar. Sin embargo, como está dando opinión, esta podría ser una interpretación probabilística subjetiva.

- Error: ____________________________

____

- Corrección: ________________________

____

b. La principal diferencia entre interpretación probabilística subjetiva y frecuentista es que la primera se centra en la regla de Laplace. La segunda, por el contrario, apela a la intuición.

- Error: ____________________________

____

- Corrección: ________________________

____

c. El conteo de ocurrencias de un evento específico observando muchas repeticiones de un experimento está asociado a la probabilidad clásica.

- Error: ______________________________

____

- Corrección: __________________________

____

d. La variable de estudio de un experimento es “Número de estudiantes que reprueban un ramo en la universidad”. Entonces, es conveniente dar a los resultados una interpretación probabilística clásica.

- Error: ______________________________

____

- Corrección: __________________________

____

6. Completa la tabla destacando las diferencias y las similitudes de la interpretación frecuentista entre la probabilidad clásica y la probabilidad subjetiva.

Diferencias	Similitudes

7. Javiera ha decidido realizar un estudio sobre los índices de contaminación durante el invierno, asociados a fenómenos climáticos. En una primera instancia, decidió recurrir a su profesor de Ciencias. Este le afirmó que las bajas temperaturas provocan aumento en los índices de contaminación. No satisfecha con la respuesta, decidió buscar algunos estudios que le entregaran información sobre el tema. Tras varias horas de investigación, encontró un estudio que revelaba una interpretación probabilística frecuencial.

a. ¿Qué tipo de interpretación probabilística entregó el profesor de Javiera?

b. ¿Qué característica debió haber tenido dicho estudio para que fuera considerado una interpretación probabilística frecuencial?

c. En parejas, investiguen y describan un estudio sobre los episodios de contaminación en invierno. Deben buscar alguno que se entreguen probabilidades asociadas a una interpretación como la que encontró Javiera.

____

____

8. Un profesor decidió sortear un premio entre un grupo de 10 estudiantes. Les dijo que pensaría un número entre el 1 y el 10, y que lo anotaría en un papel. Luego, siguiendo exactamente el orden en que estaban ubicados en la clase, pediría a cada estudiante mencionar un número distinto. El ganador sería quien acertara el número anotado. La mayoría estuvo de acuerdo. Sin embargo, quien estaba al final dijo que el sorteo no le parecía justo, pues él tendría muy poca probabilidad de obtener el premio.

a. ¿Qué tipo de probabilidad se debería aplicar en la situación para saber si el último estudiante tiene o no la razón? Explica.

____

____

b. Desarrolla un procedimiento que permita demostrar si la afirmación del último estudiante es verdadera o falsa.

c. Crea un argumento utilizando cada tipo de probabilidad.

- Interpretación probabilística clásica:

____

____

- Interpretación probabilística experimental:

____

____

- Interpretación probabilística subjetiva:

____

____

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. ¿Qué significa que la probabilidad teórica de que ocurra un cierto suceso sea $\frac{2}{5}$?

A. Por cada 2 resultados favorables a dicho suceso, hay 5 que no lo son.

B. Cada vez que ocurren dos resultados favorables a dicho suceso, ocurren 5 que no lo son.

C. Al realizar el experimento 5 veces, habrá 2 resultados favorables a dicho suceso.

D. El número de resultados favorables a dicho suceso y el número de resultados posibles del experimento están en la razón 2:5.

2. ¿En cuál de las siguientes situaciones el tipo de probabilidad involucrada es subjetiva?

A. Al lanzar una moneda no cargada, la probabilidad de que salga sello es de 0,5.

B. Estoy 90% seguro de que aprobaré el examen final con nota superior a 6,0.

C. Según los resultados de 1.000 lanzamientos de un dado de 6 caras, la probabilidad de obtener un número primo se iguala a la de obtener un número par.

D. De una encuesta realizada en un colegio sobre deporte preferido se desprende lo siguientes: al seleccionar un estudiante al azar, la probabilidad de que este prefiera atletismo es de 35%.

3. Lee la siguiente aseveración: “hay un 40% de probabilidad de que llueva, porque veo la cordillera tapada de nubes”. ¿A qué tipo de probabilidad corresponde?

I. Probabilidad teórica.

II. Probabilidad de frecuencia relativa o experimental.

III. Probabilidad subjetiva.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

4. En una tienda electrónica se venden dos tipos de computadores: Celerio II y Rapid 3. El 65% de los clientes de la tienda compró un Celerio II. Se sabe que la probabilidad de que este venga con fallas es de 0,02, mientras que la probabilidad de que un Rapid 3 tenga fallas es de 0,05. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. 65 clientes compraron un Celerio II.

B. Es más probable que un computador Celerio II venga con fallas que un computador Rapid 3.

C. Al seleccionar al azar un cliente, la probabilidad de que haya comprado un Rapid 3 y que este venga con fallas es de 0,007.

D. Al seleccionar al azar un cliente, la probabilidad de que haya comprado un Celerio II y que este no venga con fallas es de 0,637.

5. En una exposición de la carrera de Estadística, a cada asistente se le entrega dos monedas y se les pide que las lancen y que anoten los resultados obtenidos. Se observa que 200 personas obtuvieron una cara y un sello. Esto corresponde al 44% del total de asistentes y al doble de la cantidad de los que obtuvieron dos sellos. ¿Cuál es la probabilidad de que un asistente que obtenido solo caras?

A. 0,18

B. 0,25

C. 0,32

D. 0,34

6. Un grupo de estudiantes realizó un experimento con 100 transeúntes. Una vez analizados los resultados, publicaron lo siguiente: “A 100 transeúntes se les entregó un texto breve para que lo leyeran y contestaran un conjunto de preguntas. Los resultados muestran que el 60% demora más de 7 minutos en leer el texto. De estos, el 80% se equivoca en contestar más de la mitad del cuestionario”.

De acuerdo con la información anterior, es correcto afirmar que:

I. El 40% de los transeúntes que participaron en el experimento demora 7 minutos o menos en leer el texto.

II. La probabilidad de que una persona haya contestado correctamente más de la mitad del cuestionario es de 20%.

III. La probabilidad de que alguien haya contestado incorrectamente más de la mitad del cuestionario es de a lo menos 48%.

A. Solo I.

B. Solo I y II.

C. Solo I y III.

D. Solo II y III.

786

7. Según un estudio de una tienda comercial, la probabilidad de que un cliente compre es 20% mayor en la tarde que en la mañana. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto al informe?

A. El 20% de las ventas se realizan en la tarde.

B. Es más probable que un cliente compre en la tarde que en la mañana.

C. El 80 % de los clientes de la mañana no compran en la tienda.

D. Solo el 20 % de los clientes de la tarde compra.

8. Un estudio del centro de sismología informó que la probabilidad de que ocurra un temblor durante el día es de 75%. Además, el 5% de ellos supera los 4 grados Richter. ¿Cuál es la probabilidad de que el temblor suceda de día y supere los 4 grados?

A. 0,0375

B. 0,0475

C. 0,05

D. 0,08

9. Según un estudio, las personas que consumen una dieta alta en proteínas, en especial pescado, tienen 20 % menos de probabilidades de sufrir un accidente cerebrovascular. Al respecto, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. La probabilidad que una persona tiene de sufrir un accidente cerebrovascular es 20%.

B. Las personas que no comen pescado tienen mayor probabilidad de padecer un accidente cerebrovascular.

C. La probabilidad de sufrir un accidente cerebrovascular para una persona que come pescado es de 80%.

D. Un 20% de la población no come pescado a menudo.

10. La probabilidad de que haya un accidente en una fábrica que dispone de alarma es de 0,1. La probabilidad de que suene en el caso de un accidente es de 0,97. Además, la probabilidad de que suene si no ha sucedido ningún incidente es de 0,02. Entonces, es correcto afirmar que:

A. La mayor parte de las fábricas no tienen alarma.

B. La mayor parte de las alarmas no suenan en caso de accidente.

C. El 90% de las fábricas con alarma no tienen accidentes.

D. El 99% de las alarmas suenan.