ADAPTACIÓN MACROTIPO
Matemática 2º Medio
CUADERNO DE ACTIVIDADES

TOMO I

Autores

Eduardo Díaz Valenzuela

Natalia Ortiz Solís

Patricio Norambuena Morales

Katherine Morales Valderrama

Manuel Rebolledo Hernández

Editorial SM

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana
Dieciocho 414
Teléfono: (562) 2787-7392
Santiago de Chile
Año 2021

ÍNDICE

TOMO I

TOMO II

UNIDAD UNO

NÚMEROS

Lección 1

Unidad 1: Números

Los números reales

El conjunto de los irracionales

1. Completa la tabla con ✔ si el número pertenece al conjunto o con ✘ si no pertenece.

Número	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{Q}^*$	$\mathbb{R}$
$-0,5$					
$2,0\overline{36}$					
$2\sqrt{49}$					
$\sqrt{5}$					
-6					

2. Da 4 ejemplos de cada conjunto numérico.

a. Naturales ______________________________

____

____

____

b. Enteros ______________________________

____

____

____

c. Racionales ______________________________

____

____

____

d. Irracionales ____________________________

____

____

____

e. Reales __________________________________

____

____

____

3. Analiza las siguientes expresiones sabiendo que "a" es un número par positivo.

Marca con una ✘ las que representan siempre un número irracional.

a. $\dfrac{\sqrt{a}}{a}$

b. $\sqrt{\dfrac{a}{2a}}$

c. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a}$

d. $\dfrac{\sqrt{a}}{2\sqrt{a}}$

e. $-\dfrac{1}{2}\sqrt{81a}$

f. $\sqrt{a} + \sqrt{a}$

4. Analiza cada afirmación. Escribe V o F según corresponda.

Justifica tu elección en cada caso.

a. ____Todo número entero es un racional.

____

____

b. ____La diferencia ente dos irracionales es un número irracional.

____

____

c. _____El cociente entre dos racionales es un número racional.

____

____

▶ Calcular en $\mathbb{R}$

1. Reduce aplicando la descomposición de raíces.

a. $\sqrt{54}$

b. $-\sqrt{180}$

c. $\sqrt{162}$

d. $-\sqrt{0{,}00\overline{3}}$

e. $\sqrt{\dfrac{1,\overline{6}}{1,\overline{3}}}$

f. $\sqrt{\dfrac{405}{81}}$

2. Resuelve.

a. $\sqrt{3,2} \cdot \sqrt{20}$

b. $\sqrt{72} : \sqrt{50}$

c. $-\sqrt{8} \cdot \sqrt{31,25}$

d. $\sqrt{40} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2}$

e. $-\sqrt{28} : \sqrt{175}$

f. $\sqrt{45} : \sqrt{80}$

3. ¿Qué propiedades se cumplen en la multiplicación de números irracionales?

Argumenta cada una con un ejemplo.

a. Clausura ______________________________

____

b. Conmutatividad ______________________

____

c. Asociatividad _________________________

____

d. Elemento neutro______________________

____

e. Elemento inverso ____________________

____

4. Reduce las raíces y resuelve.

a. $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{50}$

b. $-2\sqrt{12} + \sqrt{3{,}63} - \sqrt{27}$

c. $\sqrt{245} - \sqrt{\frac{9}{100}} \cdot \sqrt{45} + \sqrt{\frac{1.600}{50}} \cdot \sqrt{180}$

d. $\sqrt{18} + \sqrt{24} - \sqrt{54} - \sqrt{32}$

5. Expresa cada raíz usando solo a, b y c.

$a = \sqrt{2}$, $b= \sqrt{3}$ $c = \sqrt{5}$

a. $\sqrt{6}$

b. $\sqrt{15}$

c. $\sqrt{100}$

d. $\sqrt{18}$

e. 10

f. $2\sqrt{24}$

g. $\sqrt{72}$

h. $\sqrt{11{,}25}$

i. $\sqrt{60}$

j. $\sqrt{135}$

k. $\sqrt{3,6}$

l. $\sqrt{1,5}$

6. Analiza cada expresión y verifica si se cumple o no.

a. $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b. $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

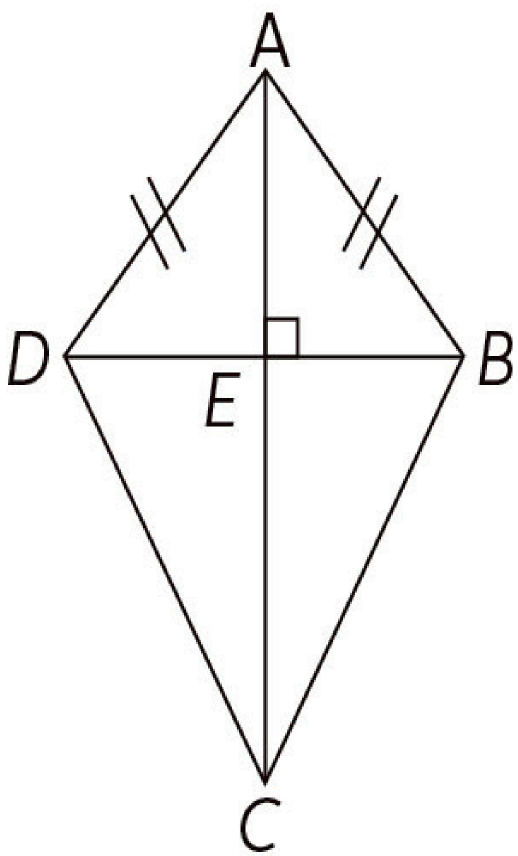
c. $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - \sqrt{ab} + b$

7. Descubre los errores y corrige.

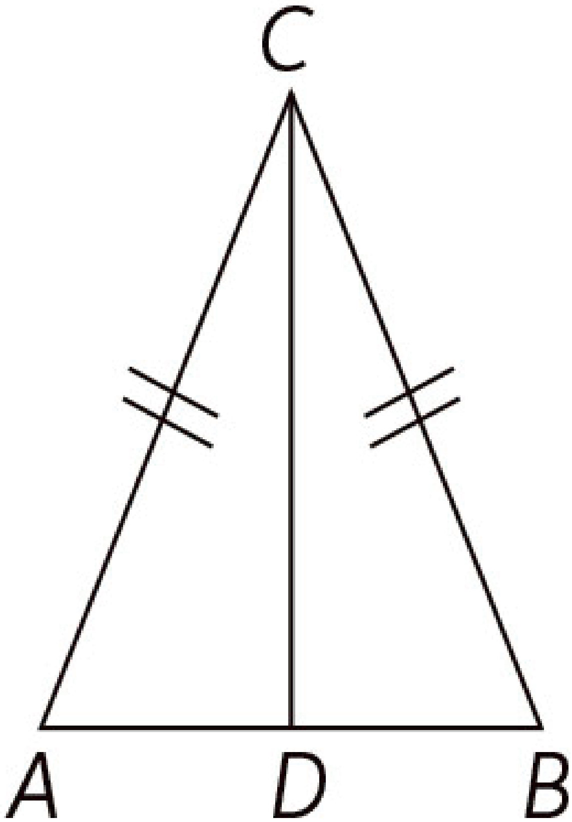
$\sqrt{2}(\sqrt{3} + \sqrt{7}) = \sqrt{6} + \sqrt{9} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

8. Calcula el perímetro de cada figura y explica cómo lo hiciste.

a. AB = $\sqrt{3}$, DB = 7, EC = 9



b. AB = 12, DC = 6



9. Explica por qué $\sqrt{2} + \sqrt{3} \neq \sqrt{5}$

10. ¿Para qué valores se cumple ?

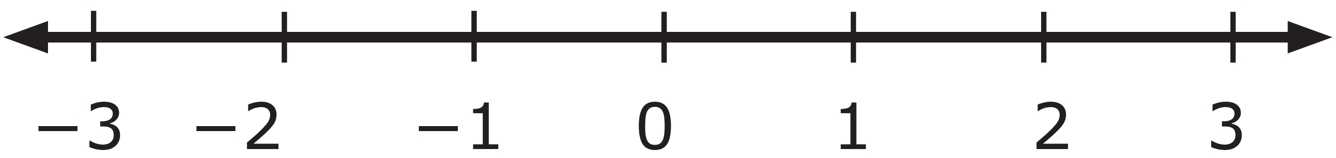
$\sqrt{p} + \sqrt{p} = \sqrt{p + q}$

11. Crea un problema en que se utilicen raíces $\sqrt{6}$ y $\sqrt{24}$ e intercambialo con un compañero para que lo resuelva. Luego, comenta qué diferencia tuvieron las creaciones y respondan: ¿qué nuevas ideas obtuvieron al intercambiar sus problemas?

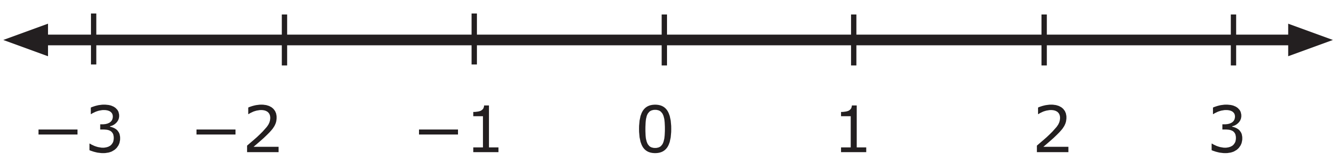
▶ Estimar en $\mathbb{R}$

1. Utilizando regla y compás, ubica en la recta numérica las siguientes raíces cuadradas.

a. $\sqrt{7}$



b. $\sqrt{2}$



2. Compara y completa con <, > o = según corresponda.

a. $\sqrt{8}$_____$\sqrt{14}$

b. π_____$3,\overline{1}$

c. $2\sqrt{3}$_____$3\sqrt{2}$

d. $\sqrt{2} - 4$_____$-\sqrt{3}$

e. $\sqrt{3} - 5$_____ $\sqrt{5} - 3$

f. $\sqrt{82}$_____$\sqrt{5} + 9$

3. Aproxima con mediante acotaciones sucesivas.

a. $\sqrt{6}$

b. $-\sqrt{10}$

c. $\sqrt{20}$

d. $3\sqrt{0,5}$

e. $-4\sqrt{5}$

f. $\sqrt{0,08}$

4. Calcula el resultado. Luego, redondea a la décima y determina el error absoluto con calculadora.

a. $2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{15}$

b. $-\sqrt{14} + 3\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}$

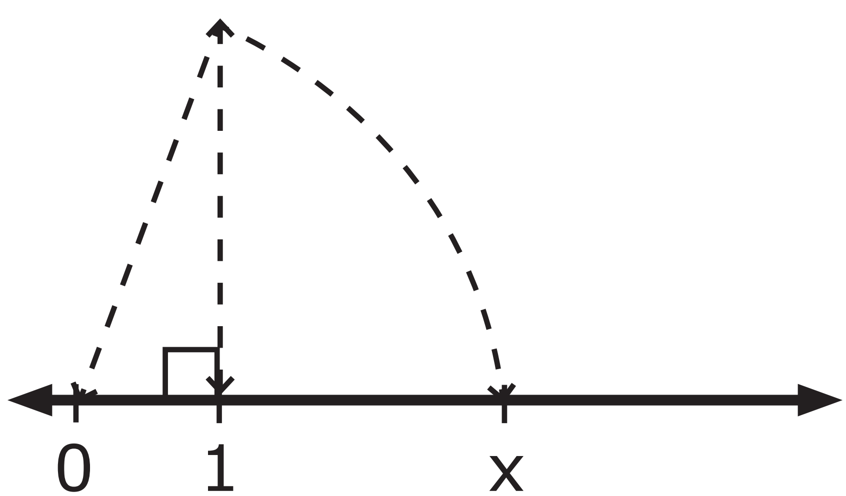
c. $3\sqrt{2} \div (6\sqrt{6})$

d. $\sqrt{2} - \sqrt{8} + \sqrt{32}$

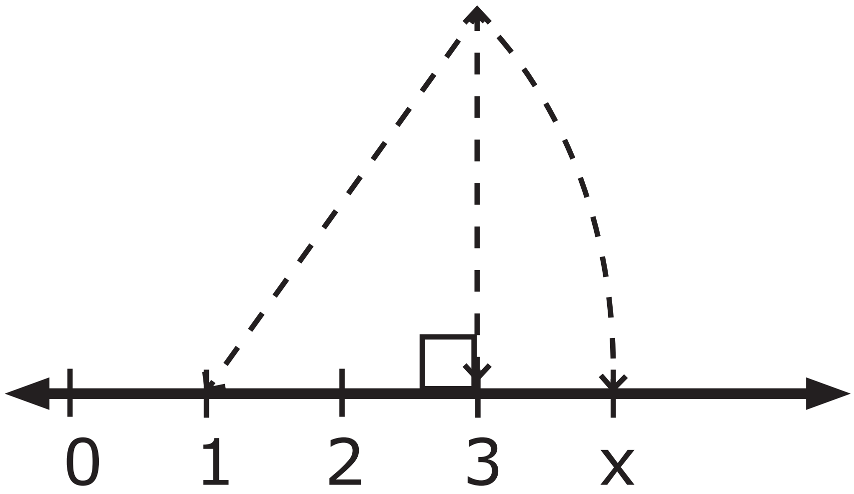
5. La diagonal de una fotografía cuadrada mide 30 cm. ¿Cuánto mide cada lado?

6. Identifica en cada caso, el número real representado por x.

a. x = _____



b. x = ____



Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. ¿Cuál de los siguientes números es racional?

A. $\sqrt{35}$ **C.** $\sqrt{37}$

B. $\sqrt{36}$ **D.** $\sqrt{38}$

2. ¿Cuál alternativa es falsa?

A. $3,33\overline{45} \in \mathbb{Q}$

B. $\dfrac{\sqrt{2}}{3} \notin \mathbb{Q}$

C. $-\sqrt{49} \in \mathbb{Z}$

D. $\sqrt{3,6} \notin \mathbb{R}$

3. Si $p = 1{,}5$ y $q = \frac{9}{4}$, ¿cuál(es) de las siguientes expresiones es (son) número(s) irracional(es)?

I. $\sqrt{-pq}$ **II.** $\sqrt{p^2q}$ **III.** $\sqrt{pq^2}$

a. Solo I.

b. Solo III.

c. Solo I y II.

d. Solo I y III.

4. Si $a = 1,\overline{6}$, ¿cuál de las siguientes expresiones corresponde a un número irracional?

A. $a^2 - a$

B. $\sqrt{1 + \frac{a}{3}}$

C. $\sqrt{a^2 - 1}$

D. $\sqrt{3a - 1}$

5. ¿Por qué número hay que multiplicar $\sqrt{3}$ para obtener 3?

A. $\sqrt{3}$

B. $\sqrt{9}$

C. 3

D. $3\sqrt{3}$

6. ¿Cuál es el área de un círculo de radio 3 cm? Considera $\pi = 3$.

A. $9\ cm^2$

C. $\sqrt{54}\ cm^2$

B. $3^4\ cm^2$

D. $9\sqrt{3}\ cm^2$

7. ¿Qué expresión resulta al reducir

$$\sqrt{50} + \sqrt{32} - \frac{\sqrt{8}}{2}\ ?$$

A. 8

B. $8\sqrt{2}$

C. $10\sqrt{2}$

D. $9 - \sqrt{4}$

8. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $\sqrt{72} + \sqrt{48}$?

A. $10\sqrt{6}$

B. $6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{8} + 8\sqrt{6}$

D. $36\sqrt{2} + 16\sqrt{3}$

9. ¿En qué caso se muestran números ordenados de menor a mayor?

A. $2\sqrt{3}, \sqrt{13}, 3\sqrt{2}$.

B. $\sqrt{13}, 2\sqrt{3}, 3\sqrt{2}$.

C. $3\sqrt{2}, \sqrt{13}, 2\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, \sqrt{13}$.

10. $\sqrt{18} + 2\sqrt{12} + \sqrt{2} - 2\sqrt{3} + \sqrt{75} =$

A. $11\sqrt{6}$

B. $4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

C. $7\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

11. Si $a = 9$ y $b = 18$, ¿cuál es el valor de $(a + 2\sqrt{b})(a - 2\sqrt{b})$?

A. -9

B. 9

C. 27

D. -27

12. ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $(\sqrt{2} + 2\sqrt{3})^2$?

A. -46

B. $14 + 4\sqrt{6}$

C. $14 - 4\sqrt{6}$

D. $14 - 2\sqrt{6}$

13. $5\sqrt{75} + 9\sqrt{147} - 6\sqrt{192} =$

A. $8\sqrt{30}$

B. $136\sqrt{3}$

C. $40 + 2\sqrt{3}$

D. 40

14. $(1 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}) =$

A. -2

B. 2

C. $4 + 2\sqrt{3}$

D. $4 - 2\sqrt{3}$

15. ¿Cuál es el área del rectángulo?

$\sqrt{8}$ cm

$\sqrt{6}$ cm

A. 48 cm^2

B. $3\sqrt{4} \text{ cm}^2$

C. $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

D. $8\sqrt{6} \text{ cm}^2$

16. ¿Cuál de estas es la mejor aproximación de $\sqrt{15}$?

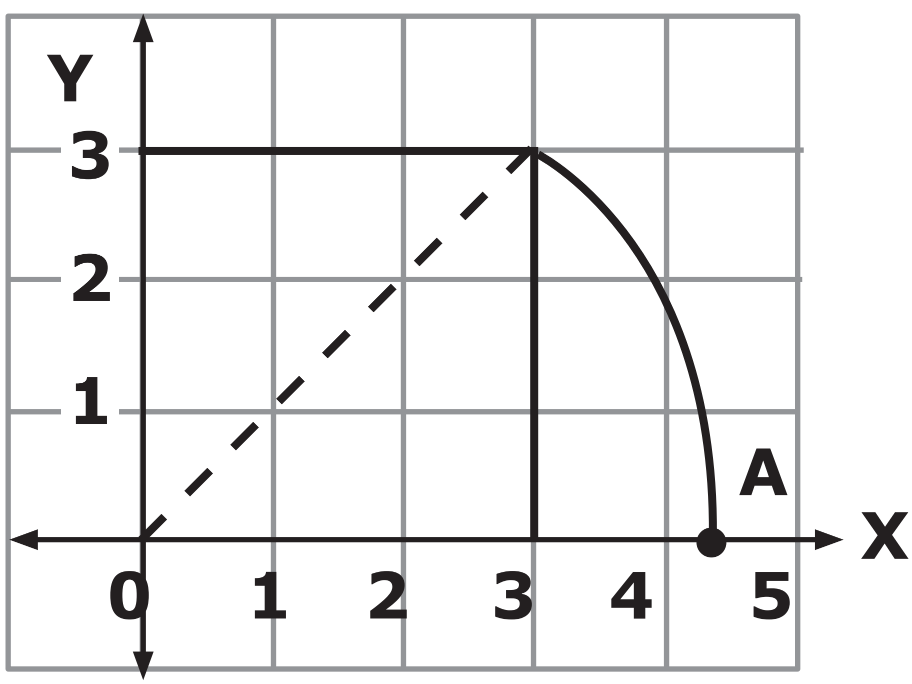
A. 3,62

B. 3,85

C. 3,87

D. 3,91

17. Se traza un arco de circunferencia con centro en (0, 0), como se muestra a continuación:



¿Cuál es la coordenada X del punto A?

A. $2\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{2}$

D. $4\sqrt{3}$

18. Si $\sqrt{3}$ es aproximadamente 1,73, entonces $\sqrt{0,12}$ aproximado por redondeo a la centésima es:

A. 0,02

B. 0,22

C. 0,35

D. 0,36

19. María José quiere instalar una cerca perimetral en un terreno cuadrado cuya área es de 7,2 km^2. ¿Cuántos metros de cerca necesita?

A. $120\sqrt{8}$ m

B. $1.200\sqrt{8}$ m

C. $4.800\sqrt{5}$ m

D. $6.000\sqrt{2}$ m

Lección 2: Potencias y raíces enésimas

▶ Raíz enésima

1. Calcula las siguientes raíces enésimas utilizando la definición:

a. $\sqrt{81}$

b. $\sqrt[4]{16^2}$

c. $\sqrt[3]{\sqrt{81}}$

d. $\sqrt[3]{320}$

e. $\sqrt[3]{\sqrt{0,000064}}$

f. $\sqrt[4]{0,0016}$

g. $\sqrt[3]{\dfrac{-24}{125}}$

h. $\sqrt[4]{2.401}$

i. $\sqrt[4]{16} \cdot \sqrt[3]{27}$

j. $\sqrt[5]{-32} \cdot \sqrt[4]{81}$

k. $\sqrt{0,81} \cdot \sqrt[10]{1.024}$

l. $\sqrt[10]{1.024} \cdot \sqrt[5]{243}$

2. Simplifica las siguientes raíces e identifica las propiedades utilizadas:

a. $\sqrt[4]{80}$

b. $\sqrt[3]{\dfrac{24}{125}}$

c. $\sqrt[4]{\dfrac{768}{243}}$

d. $\sqrt[5]{960}$

e. $\dfrac{\sqrt[3]{750}}{\sqrt[4]{80}}$

f. $\sqrt[3]{\dfrac{108}{128}}$

g. $\sqrt[4]{9.604}$

h. $\dfrac{\sqrt[5]{486}}{\sqrt[6]{192}}$

i. $\sqrt[4]{\dfrac{81}{10.000}}$

3. En cada caso, determina si la raíz dada se puede calcular o no en los números reales. En caso de que sea posible, indica si es un número racional o irracional:

a. $\sqrt[4]{-16}$

b. $\sqrt[5]{-1.000}$

c. $\sqrt[3]{-27}$

d. $\sqrt[8]{256}$

e. $\sqrt[3]{-0,125}$

f. $\sqrt[4]{-0,00001}$

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____ La raíz cúbica de –1.000 es 10.

b. _____Si $(-8)^2 = 64$, entonces $\sqrt{2} = -8$.

____

____

c. _____La raíz sexta de –64 es –2.

____

____

d. _____Si $(-2)^3 = -8$, entonces la raíz cúbica de 8 es –2.

____

____

e. _____ La raíz quinta de 3.125 es 5.

____

____

f. _____ Si $4^3 = 64$, entonces $\sqrt[4]{64} = 3$.

____

____

g. _____ La raíz cúbica de -125 es -5.

____

____

▶ Raíces enésimas y potencias de exponente racional

1. Expresa como potencias de exponente racional de la forma las raíces:

a. $\sqrt{3}$

b. $\sqrt[4]{16^2}$

c. $\sqrt[3]{\sqrt{18}}$

d. $\sqrt[3]{3\sqrt{2}}$

e. $\sqrt[3]{0,125}$

f. $\sqrt[4]{\sqrt{0,\overline{1}}}$

g. $\sqrt[3]{\sqrt[3]{3}}$

h. $\sqrt[4]{\dfrac{2}{\sqrt{5}}}$

i. $\sqrt[5]{\sqrt[3]{45}}$

j. $\sqrt[6]{32^3}$

k. $\sqrt[10]{2^{50}}$

l. $\sqrt[4]{2^2} \cdot \sqrt[3]{27^{\frac{1}{3}}}$

2. Expresa cada potencia de exponente racional en raíces de la forma $\sqrt[n]{a^m}$

a. $5^{\frac{1}{2}}$

b. $14^{-\frac{3}{2}}$

c. $\left((0,\overline{2})^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{5}}$

d. $4 \cdot 3^{\frac{3}{2}}$

e. $-27^{-\frac{1}{3}}$

f. $\left(\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}\right)^{-\frac{1}{4}}$

g. $24^{\frac{1}{16}}$

h. $0{,}16^{-\frac{1}{4}}$

i. $\left((81)^{-\frac{1}{2}}\right)^{\frac{2}{4}}$

Para revisar

gbit.cl/C21M2MP014A

3. Expresa como potencia y reduce el índice de las siguientes raíces enésimas.

a. $\sqrt[3]{64}$

b. $\sqrt[5]{\dfrac{1.024}{32}}$

c. $\dfrac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[4]{64}}$

d. $-\sqrt[3]{1.080}$

e. $\sqrt[4]{1.296}$

f. $\sqrt[3]{-514}$

g. $\dfrac{\sqrt[3]{-320}}{3}$

h. $\sqrt[4]{\dfrac{243}{16}}$

4. ¿Cuál de las siguientes representaciones son incorrectas? En caso de ser errónea, corrige el error.

a. $8^{\frac{1}{2}} \leftrightarrow \sqrt[3]{2}$

Correcta____Incorrecta____

b. $\sqrt[4]{49} \leftrightarrow 7^{-2}$

Correcta_____Incorrecta_____

c. $\sqrt{\dfrac{5}{125}} \leftrightarrow 5^{\frac{-1}{2}}$

Correcta_____Incorrecta_____

d. $\sqrt[10]{(-2)^2} \leftrightarrow -\sqrt[5]{2}$

Correcta_____Incorrecta_____

▶ Racionalización

1. Escribe una expresión equivalente sin raíces en el denominador:

a. $\dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{5}}$

b. $\frac{3}{\sqrt{7}}$

c. $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}}$

d. $\sqrt{\left(\frac{4}{6}\right)}$

e. $\sqrt[3]{\frac{27}{9}}$

f. $\frac{\sqrt[4]{625}}{\sqrt{2}}$

g. $\sqrt[3]{\frac{125}{24}}$

h. $\dfrac{\sqrt[4]{2.401}}{2\sqrt[2]{27}}$

i. $\dfrac{1}{2 \cdot \sqrt[4]{81} \cdot \sqrt[3]{54}}$

j. $\sqrt[5]{-96} \cdot \sqrt[4]{\dfrac{81}{2}}$

k. $\dfrac{\sqrt{81}}{\sqrt{3-1}}$

l. $\dfrac{1}{\sqrt[5]{972}}$

m. $\dfrac{\sqrt{9}}{2-\sqrt{3}}$

n. $\dfrac{23}{\sqrt{5} - 3}$

o. $\dfrac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$

p. $\dfrac{4}{\sqrt{5} + 6}$

q. $\dfrac{\sqrt{125}}{2\sqrt{3} - 1}$

r. $\dfrac{\sqrt{49} + \sqrt{9}}{\sqrt{3 - 1}}$

Para practicar

gbit.cl/C21M2MP016A

2. Completa la tabla.

Expresión	a	b	c	Racionaliza-ción
$\dfrac{a}{\sqrt[3]{b}}$	1	4	-	
$a - \dfrac{c}{\sqrt{b}}$	3	2	5	
$\dfrac{c}{\sqrt{a} - c}$	2	6	7	
$\dfrac{\dfrac{1}{\sqrt{b}} \cdot a}{\dfrac{1}{4\sqrt{a}} c}$	3	5	9	

Expresión	a	b	c	Racionalización
$\frac{1}{\sqrt{a}-2}+\frac{3}{\sqrt{b}-1}-\frac{2}{\sqrt{c}+1}$	2	3	4	
$\frac{a}{\sqrt{c}}-\frac{b}{\sqrt{a}+1}$	1	2	3	
$\frac{a}{1-\sqrt{4c}}+\frac{b}{2-\sqrt{c}}$	3	5	7	

3. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Para racionalizar una expresión, es necesario sumar el inverso aditivo de la raíz al denominador de dicha expresión.

____

____

b. _____El resultado de la racionalización es una expresión no equivalente.

____

____

c. _____Para racionalizar la expresión $\frac{a}{\sqrt{b}}$, es necesario multiplicar la expresión por la unidad $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$.

____

____

d. _____La expresión $\frac{5+\sqrt{2}}{5+\sqrt{2}}$ racionalizará la expresión $\frac{3}{5+\sqrt{2}}$.

____

____

e. _____Para racionalizar la expresión $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{b}}$, el valor de b debe ser siempre negativo.

____

____

f. _____No se puede racionalizar la expresión $\left(\frac{\sqrt{3}}{7-\sqrt{2}}\right)^2$.

____

____

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y selecciona la alternativa correcta.

1. La expresión $(\sqrt[3]{64})^2$ equivale a:

A. 6 **C.** 16

B. 12 **D.** 32

2. La expresión $\dfrac{\sqrt{81}}{3}$ es equivalente a:

A. 1 **C.** 9

B. 3 **D.** 12

3. ¿Cuál es el resultado de la operación $\sqrt{16} : 4^{-1}$?

A. 4 **C.** 16

B. 8 **D.** 24

4. ¿Cuál es el resultado de la siguiente operación $\sqrt{1.024} - \sqrt[4]{16}$?

A. 0 **C.** 16

B. 2 **D.** 30

5. ¿Cuál es el valor de a si $\sqrt[a]{125} = 5$?

A. 5 **C.** −8

B. 3 **D.** 10

6. Al reducir la fracción $\frac{\sqrt[3]{189}}{2}$ resulta:

A. $\frac{3}{2}$

B. $\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$

C. $\frac{3\sqrt[3]{7}}{2}$

D. No se puede determinar.

7. Si $3^{\frac{1}{2}} = a$, entonces:

I. $a^2 = -3$

II. $\sqrt{a} = 3^4$

III. $a - \sqrt{2} = 1$

A. Sólo I

B. Sólo III

C. I y II

D. Ninguna de las anteriores.

8. La expresión $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}\right)^{-\frac{1}{4}}$ es igual a:

A. $-\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{2^{12}}$

C. $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$

D. $\sqrt[12]{2}$

9. ¿Cuál(es) de las siguientes condiciones debe(n) cumplirse para que la expresión $(-m)^{\frac{2}{5}}$ para que sea válida en $\mathbb{R}$?

I. $m > 0$

II. $m \leq 0$

III. $m \in \mathbb{R}$ para cualquier valor.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

10. La expresión $\sqrt[6]{3^{30}}$ es equivalente a:

A. 15

B. $3^{\frac{1}{5}}$

C. $81 \cdot 3$

D. 3^{6}

11. ¿Cuál es el valor de $\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}$?

A. $\sqrt[8]{3}$

B. $3^{\frac{1}{6}}$

C. $3^{\frac{3}{2}}$

D. 3^{6}

12. ¿Qué valor debe tener a para satisfacer la siguiente igualdad?

$$\sqrt[3]{216} = 3a^2$$

A. $-\sqrt{2}$

B. 2

C. -3

D. 6

13. La expresión $\sqrt{m^3} - \sqrt[3]{mn^2}$ es equivalente a:

A. $\sqrt{m^3 - m^3n^2}$

B. $m\left(m^{\frac{1}{2}} - (m^{-2}n^2)^{\frac{1}{3}}\right)$

C. $m\left(m^{-2} - \dfrac{m}{n^3}\right)$

D. $\sqrt[3]{mn^{\frac{5}{2}} - nm^2}$

14. Al reducir la expresión

$5\sqrt[4]{2} + 7\sqrt[12]{8} - \sqrt[4]{512}$, se obtiene:

A. $4\sqrt[4]{2}$

B. $8\sqrt[4]{2}$

C. $12\sqrt[4]{2}$

D. No se puede reducir.

15. ¿Qué expresión se obtiene al racionalizar $\dfrac{2}{\sqrt{5} - 1}$?

A. $\dfrac{2\sqrt{5} + 1}{4}$

C. $\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{5} - 1}{5}$

D. $\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$

16. Al racionalizar $a - \dfrac{b}{\sqrt[a]{b} - 1}$, siempre que a = 2 y b = 3, tenemos:

A. $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}$

B. $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{3}$

C. $\dfrac{1 - 3\sqrt{3}}{2}$

D. $\dfrac{3\sqrt{5} - 1}{2}$

17. La expresión $\frac{1 - a}{\sqrt{b} - 1}$ es racionalizada por:

A. $\frac{-\sqrt{b} - 1}{\sqrt{b} - 1}$

B. $\frac{\sqrt{b} + 1}{\sqrt{b} + 1}$

C. $-\frac{\sqrt{b} - 1}{\sqrt{b} + 1}$

D. $\frac{-\sqrt{b} - 1}{-\sqrt{b} - 1}$

18. Al racionalizar la expresión $\dfrac{12}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$, se obtiene:

A. $6\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

C. $3\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

D. $6\sqrt{2} + 4\sqrt{3}$

Lección 3: Logaritmos

Definición de logaritmos

1. Expresa las siguientes potencias o raíces como logaritmos.

Luego, comprueba.

a. $2^{-1} = \frac{1}{2}$

b. $100^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{10}$

c. $\sqrt{25} = 5$

d. $121^{\frac{1}{2}} = 11$

e. $\left(\frac{1}{8}\right)^{-3} = 512$

f. $\left(\frac{3}{4}\right)^{3} = \frac{27}{64}$

g. $\left(\frac{4}{49}\right)^{-\frac{3}{2}} = \frac{343}{8}$

h. $0{,}1^{-2} = 100$

i. $\sqrt[3]{2^{12}} = 16$

j. $\left(\frac{100}{121}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{11}{10}$

k. $\left(\frac{3}{12}\right)^{\frac{12}{3}} = \frac{1}{256}$

l. $0{,}0049^{-\frac{1}{2}} = 0{,}07$

2. Expresa los siguientes logaritmos como potencia.

Luego, comprueba.

a. $\log_2 2 = 1$

b. $\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$

c. $\log 1.000 = 3$

d. $\log \left(\dfrac{1}{10^3}\right) = -3$

e. $\log_3 9 = 2$

f. $\log_{\frac{3}{2}} \left(\frac{2}{3}\right) = -1$

g. $\log_{2,2} 1 = 0$

h. $\log_{81}\left(\frac{1}{9}\right) = -\frac{1}{2}$

i. $\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$

j. $\log 0{,}001 = -3$

k. $\log_3 3^2 = 2$

l. $\log_{0,01} 100 = -1$

3. Evalúa las siguientes equivalencias. Corrige si encuentras algún error.

a. $10^b = a \leftrightarrow \log_a 10 = b$

b. $5^4 = a \quad \leftrightarrow \quad \log_5 4 = a$

c. $(0,1)^{-2} = 100 \quad \leftrightarrow \quad \log 100 = -2$

d. $\mathrm{Log}_{0,5} 0,25 = 2 \quad \leftrightarrow \quad 2^{0,5} = 0,25$

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Escribir log a es equivalente a escribir $\log_{10}a$.

____

____

b. _____$\log_1 a = 0$, para cualquier número real a.

____

____

c. _____Escribir log a es equivalente a escribir $\log_a 10$.

____

____

d. _____La expresión $\log(-10)$ no existe.

____

____

e. _____La expresión $\log_b a$ existe siempre que a y b sean reales positivos.

____

____

5. Calcula el valor de a en cada caso.

a. $\log_3 9 = a$

b. $\log_9 3 = a$

c. $\log_2 a = 4$

d. $\log_3 a = -2$

▶ Propiedades de los logaritmos

1. Calcula las siguientes expresiones usando propiedades de logaritmos.

a. $\log_{2.021} 2.021$

b. $\log_{2.021} 1$

c. $\log 1 + \log_7 1 + \log_2 1$

d. $\log_2 1 + \log_2 2 + \log_3 1$

e. $3 \log_5 5 - (\log_{\sqrt{5}} \sqrt{25} + 1)$

f. $\log_{0,02} 1 + \log_{0,02} \dfrac{1}{50}$

g. $\log_{0,\overline{3}} \dfrac{1}{3} - (\log_{\sqrt{6}} (\sqrt{2} + \sqrt{3})$

h. $\log_{\sqrt{18}}(3(\sqrt{2})$

i. $\log_{\sqrt{2}}(5(\sqrt{2})$

j. $\log_{2,5}\dfrac{5}{2} + \log_{\frac{2}{5}} 0,4$

k. $\log_{1+\sqrt{2}} (1 + \sqrt{2})$

l. $\log(\sqrt{18} - 3\sqrt{2} + 1)$

2. Analiza y determina si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. ____$\log_a a = 1$ para cualquier número real.

____

____

b. ____$\log_a 0 = 1$ para cualquier número real positivo a.

____

____

c. ____ $\log_a \sqrt{a} = \frac{1}{2}$ para cualquier número real positivo a.

____

____

d. ____ $\log_a b = -1$ siempre que a y b sean inversos multiplicativos y positivos.

____

____

e. ____ $\log_a(x + y) = \log_a x \cdot \log_a y$ para a, x e y reales positivos y $a \neq 1$.

____

____

3. Reduce cada expresión usando propiedades.

a. $\log_2 (2 \cdot 8)$

b. $\log_2 2^5(3^0 + 5^0)$

c. $\log_3(81 \cdot 27)$

d. $\log_5(5^{10} \cdot 125)$

e. $\log_2(64 \cdot 16 \cdot 4)$

f. $\log_5\left(5 \cdot \dfrac{1}{125}\right)$

g. $\log_7 \sqrt{7}$

h. $\log_3 \sqrt{27}$

i. $\log_{0,5} \left(\frac{1}{2} \cdot 2^3\right)$

j. $\log_{\frac{1}{3}} (3\sqrt[3]{3})$

k. $\log_3 \left(\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 3^{-1}\right)$

l. $\log \left(\frac{1}{10} \cdot 10^{\frac{2}{3}}\right)$

m. $\log\left(\dfrac{10^3 \cdot 10^{-1}}{10^2}\right)^2$

Para practicar

gbit.cl/C21M2MP023A

4. Expresa en un solo logaritmo. Considera que $A = \log 2$, $B = \log 3$ y $C = \log 6$.

a. $A + B - C$

b. $2B - C$

c. $2A - B + C$

5. Si P = log 2, Q = log 5 y R = log 7, expresa los siguientes logaritmos en términos de P, Q y R.

a. $\log\left(\frac{14}{5}\right)$

b. $\log_3\left(\frac{20}{7}\right)$

c. $\log_2 25$

d. $\log (2.450)$

e. $\log_7 (8 \cdot 5^{-1})$

f. $\log_{15} 8$

6. Comprueba las siguientes identidades para a = 10 y a = 1.

a. $10^{\log a} = a$

b. $\log(a^{\log a}) = (\log a)^2$

c. $\log_a \frac{1}{b} = -\frac{\log_c b}{\log ca}$

7. Escribe dos expresiones logarítmicas, de base distinta a 9, equivalentes al número 9. Utiliza las propiedades.

▶ Aplicaciones de logaritmos

1. La relación entre el área de la superficie corporal a de una persona en m2, su masa m en kg y su altura h en cm está dada por la expresión:

$$\log a = -2{,}144 + 0{,}425 \log m + 0{,}725 \log h$$

a. Calcula la superficie corporal aproximada en cada uno de los siguientes casos:

- $m = 80$ kg y $h = 1{,}65$ m

- $m = 60$ kg y $h = 1,70$ m

- $m = 72$ kg y $h = 1,81$ m

- $m = 55$ kg y $h = 1,62$ m

b. La mujer viva más pequeña del mundo mide 62,8 cm y su masa es de 5 kg.

¿Cuál es el área aproximada de su superficie corporal?

c. El hombre más alto mide 2,51 m y su masa es de 220 kg. ¿Cuál es el área aproximada de su superficie corporal?

2. El pH depende de la concentración de moles de hidrógeno $[H^+]$ presentes en una sustancia dada por la fórmula $pH = -\log[H^+]$.

- En cada sustancia calcula el pH o los moles de hidrógeno H^+ según corresponda.
- Identifica si la sustancia es ácido (A) o base (B). Ten presente que las sustancias con un pH inferior a 7 se consideran ácidos. Las que tienen un pH mayor que 7 se consideran base o alcalinos.

a. Limonada:_____

$pH = 2,3$

b. Bebida cola:_____

pH = 2,5

c. Leche magnesia:_____

$H^{+} = 10^{-10}$

d. Carne vacuna:_____

$H^{+} = 10^{-6}$

e. Coliflor:_____

$H^+ = 10^{-5,6}$

f. Choclo:_____

H^+ entre $10^{-7,5}$ y 10^{-6}

g. Pepino:_____

pH entre 5,1 y 5,6

h. Fideos:_____

H^+ entre $10^{-3,5}$ y $10^{-4,7}$

i. Arroz:_____

H^+ entre 10^{-6} y $10^{-6,7}$

3. Responde a partir de la información anterior.

a. Las concentraciones de moles de hidrógeno varían entre 1 y 10^{-14}, ¿Entre qué valores varía el pH?

b. Si 7 es un pH neutro, ¿cuál es su concentración de moles H^{+}?

c. Reescribe la fórmula de manera que en la expresión de la derecha no aparezca el signo menos.

d. Reescribe la fórmula en términos de un logaritmo de base H^+.

4. La población de un territorio se modela mediante la relación $P = P_0 \cdot r^t$. En ella, P es la población, t periodos de tiempo, P_0 la población inicial y r el cambio porcentual entre cada periodo. En cierta ciudad el crecimiento r entre cada año de su población es del 25%. Si la población inicial P_0 son 100.000 habitantes. ¿Cuánto tiempo aproximado debe transcurrir para que haya 133.100 habitantes?

5. La intensidad sonora β medida en decibeles (dB) depende de la intensidad acústica I medida en watts sobre metro cuadrado $\left(\frac{\text{W}}{\text{m}^2}\right)$. Estas se relacionan mediante la expresión $\beta = 10 \cdot \log I + 120$. Calcula la intensidad acústica o la intensidad sonora según corresponda.

a. Concierto: entre 10^{-2} y $1 \; \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$.

b. Herramientas de construcción: entre 10^{-3} y $10^{-1}\ \frac{W}{m^2}$.

c. Grito humano: hasta 75 dB.

d. Biblioteca: alrededor de $10^{-10}\ \frac{W}{m^2}$.

e. Bocina: entre $10^{-2,5}$ y 10^{-2} $\frac{W}{m^2}$.

f. Cachalote: alrededor de 230 dB.

6. Utilizando propiedades de logaritmo reescribe la intensidad sonora β de cada actividad anterior como un solo logaritmo. Sigue el ejemplo:

$$10 \log A + 120 = \log A^{10} + 120 \log 10$$

$$= \log A^{10} + \log 10^{120}$$

$$= \log(A^{10} \cdot 10^{120})$$

a.

b.

c.

d.

e.

f.

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee con atención y marca la alternativa correcta.

1. $\log_3 \sqrt{3}$ es igual a:

A. $\frac{1}{4}$ **C.** 1

E. $\frac{1}{2}$ **D.** 3

2. Si $2^{-4} = \frac{1}{16}$, entonces:

A. $\log 2 - 4 = \frac{1}{16}$

B. $\log_2 \frac{1}{16} = -4$

C. $\log_{\frac{1}{16}} 2 = -4$

D. $\log_{-4} \dfrac{1}{16} = 2$

3. Respecto de la expresión $\log_a b = c$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A. Si $b = 1$, entonces $c = 0$.

B. a debe ser un real positivo y distinto de 1.

C. c siempre es un real positivo.

D. Si $a = b$, entonces $c = 1$.

4. ¿Cuál de las siguientes equivalencias es o son verdaderas?

I. $3^2 = 9 \leftrightarrow \log_3 9 = 2$

II. $2^{-3} = \quad \leftrightarrow \log_{\frac{1}{8}} 2 = -3$

III. $4^1 = 4 \leftrightarrow \log 4 = 1$

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

5. Según la expresión $5^3 = 125$, se tiene que:

A. El logaritmo en base 3 de 5 es 125.

B. El logaritmo en base 5 de 3 es 125.

C. El logaritmo en base 5 de 125 es 3.

D. El logaritmo en base 3 de 125 es 5.

6. $\log \left(\frac{1}{10}\right)^{-2}$ es igual a:

A. 10

B. 2

C. -2

D. -10

7. Si $\log A = 3$, entonces $\log A^{-1}$ es:

A. -3

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 3

8. Si $\log A = B$ y $\log C = D$, con D distinto de 0, entonces $\log_C A$ es:

A. $\frac{B}{D}$

B. $\frac{D}{B}$

C. BD

D. $D - B$

9. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. logA es equivalente a $\log_{10}A$.

II. log 10 = 1.

III. $\log_{25}A$ es equivalente a $2\log_{5}A$.

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

10. $\log_{(2+\sqrt{3})}(2+\sqrt{3})$ es igual a:

A. $2+\sqrt{3}$

B. 1

C. 2

D. $\sqrt{3}$

11. $\log 3 + \log 6 - 2\log 4$ es igual a:

A. $\log \dfrac{18}{16}$

B. $\log \dfrac{16}{18}$

C. $\log \dfrac{9}{16}$

D. $\log \dfrac{9}{8}$

12. Si $\log_a \sqrt{3} = 4$, entonces el valor de a es:

A. 3^2

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt[4]{3}$

D. $\sqrt[8]{3}$

13. Si $\log A + \log B - \log C = 3$, entonces 10^3 es igual a:

A. $AB - C$

B. $\dfrac{A + B}{C}$

C. $\dfrac{AB}{C}$

D. No se puede determinar.

14. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

I. $\log 1 = 0$

II. $\log_2 1 = 0$

III. $\log_a 0 = 1$

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

15. $\log_{\frac{1}{3}} (0,\overline{3})^2$ es igual a:

A. 2 **C.** $\frac{1}{2}$

B. 1 **D.** $\frac{1}{3}$

16. $\log_{\sqrt{3}} (\sqrt{75} - 4\sqrt{3})$ es igual a:

A. 2 **C.** 0

B. 1 **D.** $\sqrt{3}$

17. Si $\log_3 a = 3^3$, entonces el valor de *a* es:

A. 3 **C.** $3^{\frac{1}{3}}$

B. 3^3 **D.** 3^{3^3}

18. Si a > 0 distinto de 1 y x e y son reales positivos, ¿cuáles de las siguientes propiedades son verdaderas?

I. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$

II. $\log_a(x - y) = \dfrac{\log_a x}{\log_a y}$

III. $\log_a \sqrt{x} = \dfrac{1}{2}\log_a x$

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

19. Si log A = −2 y log B = 3, entonces $\log_A B$ es igual a:

A. $\frac{2}{3}$

B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{3}{2}$

D. $-\frac{3}{2}$

20. La expresión $\dfrac{2\log_5 1{,}75 + \log_5 16}{1 - \log_5 2{,}5}$ es igual a:

A. $\log_5 49$

B. $\log_2 49$

C. $\log_5 47$

D. $\log_2 37$

UNIDAD DOS

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

Lección 4: Cambio porcentual constante

Definición de cambio porcentual

1. El índice de variación (Iv) del dólar entre enero y febrero en un año fue de 1,07 aproximadamente.

a. ¿Aumentó o disminuyó el valor del dólar? ¿En qué porcentaje lo hizo?

b. En febrero el dólar estaba a $880 pesos chilenos. ¿Cuál era su valor en enero?

c. Un tercer experto dice que el I_v se mantendrá en marzo. ¿Cuál sería el valor del dólar en pesos chilenos?

d. Un experto estima que el I_v disminuirá en 0,04 en marzo. ¿Cuál será el valor del dólar en pesos chilenos?

e. Otro experto estima que el I_v aumentará en 0,02 en marzo. ¿Cuál sería el valor del dólar en pesos chilenos en ese caso?

f. ¿En cuánto debería aumentar o disminuir el I_v para que el dólar en marzo cueste $750?

2. Determina el índice de variación escribiéndolo de forma recursiva:

a. Si haces ejercicio, la grasa en tu cuerpo disminuirá en 3% cada mes.

b. Si te esfuerzas el 30% cada día, lograrás lo que te propones en la semana.

c. El smog aumenta en 0,01% con cada auto que circula a la semana.

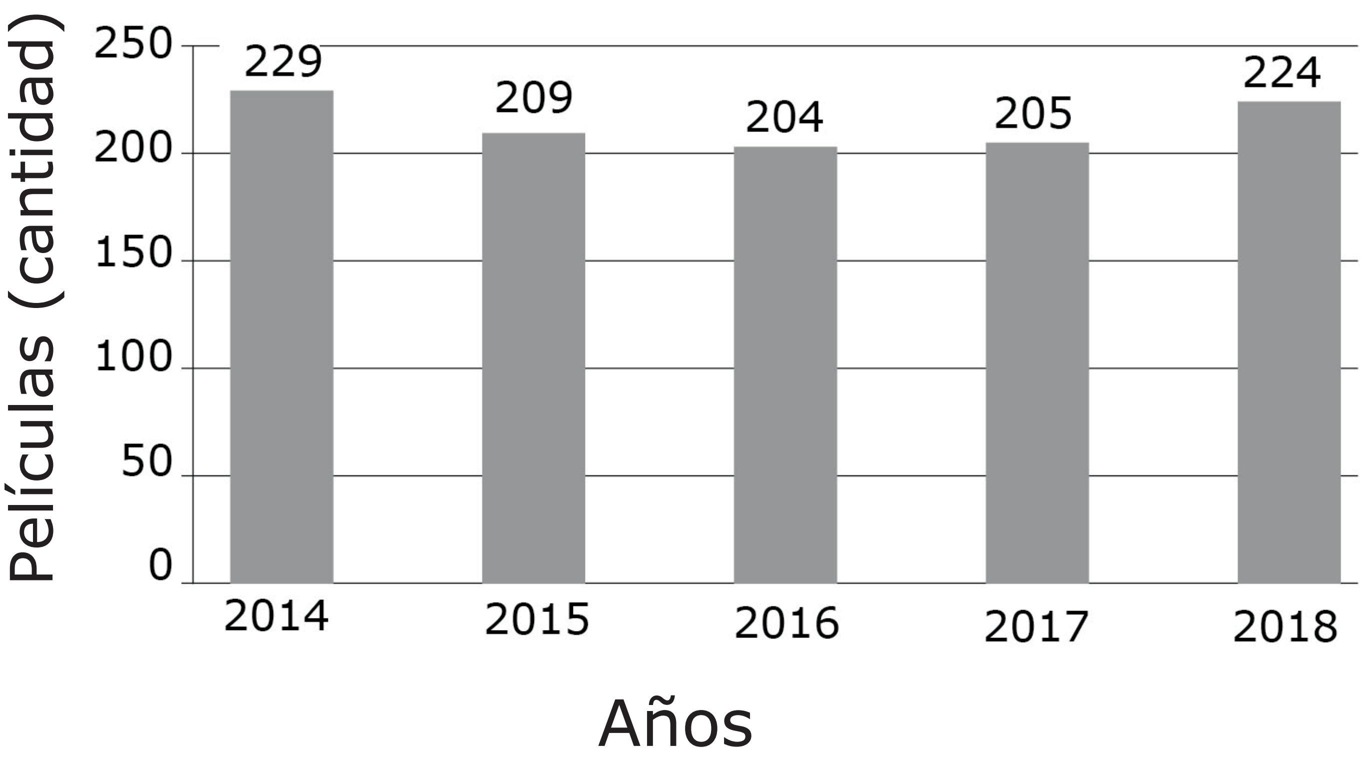
d. Si corres día por medio, aumentarás tu velocidad en 3%.

e. La venta de libros disminuyó en 16% durante el segundo semestre.

f. Las ventas plataformas de juegos en línea aumentó en 20% en 2020.

3. El siguiente gráfico muestra la cantidad de películas estrenadas en cierta multisala de cine en Chile entre 2014 y 2018. Calcula el índice de variación entre los años que se indican a continuación.

Películas estrenadas en multisala 2014 - 2018



a. 2014 y 2015

b. 2015 y 2016

c. 2016 y 2017

d. 2017 y 2018

e. 2015 y 2017

f. 2016 y 2018

g. El índice de variación entre dos años es cercano a uno. ¿Qué quiere decir esto?

____

____

h. Si el índice de variación se mantiene en 2019, ¿la cantidad de películas será la misma que en 2018? ¿Por qué?

____

____

i. Estima la cantidad de películas que viste el año pasado. ¿Cuál es el índice de variación comparándolas con las que has visto este año?

____

____

4. Analiza la siguiente tabla. En ella, se muestra la cantidad de bibliotecas públicas del Servicio Nacional del Patrimonio Cultural con acceso gratuito a Internet entre 2014 y 2018.

Año	Cantidad
2014	457
2015	435
2016	406
2017	409
2018	382

¿Cuál es el índice de variación entre los siguientes años?

a. 2014 y 2015

b. 2015 y 2016

c. 2016 y 2017

d. 2017 y 2018

e. 2014 y 2018

f. 2015 y 2017

g. ¿Entre qué años el índice de variación es menor que 1? ¿Qué significa esto?

____

____

h. Con el pasar de los años, el acceso a la tecnología e Internet es cada vez mayor. Sin embargo, esto no se refleja en los datos de la tabla. En parejas, reflexionen sobre esta situación y justifiquen a qué se debe esto.

____

____

5. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____El índice de variación entre dos datos es 1,5. Esto significa que entre un periodo y otro la cantidad aumentó en la mitad.

____

____

b. _____Al escribir de forma recursiva la expresión “La población (b) de una bacteria aumenta un 0,3% cada minuto”, obtenemos: b (t + 1) = 1,003

____

____

c. _____ Podemos representar algebraicamente un fenómeno que involucre un cambio porcentual constante mediante la ecuación recursiva: $f(t + 1) = I_v \cdot f(t)$.

____

____

d. _____ El índice de variación (I_v) indica el decrecimiento de una variable.

____

____

6. Analiza las siguientes situaciones y responde:

Una consola de juegos tiene un valor de $230.000 y se devalúa cada mes en 0,5%.

a. ¿Qué significa que un objeto se devalúa?

b. ¿Cuál será el valor de la consola en 2 años?

c. ¿Es positivo o negativo el índice de variación? ¿Por qué?

d. Si la condición se mantiene, ¿en cuánto tiempo la consola no tendrá valor?

El valor de una pintura Monet posee un índice de variación de 1,2 aproximadamente cada trimestre.

e. ¿Qué significa que su índice de variación sea 1,2?

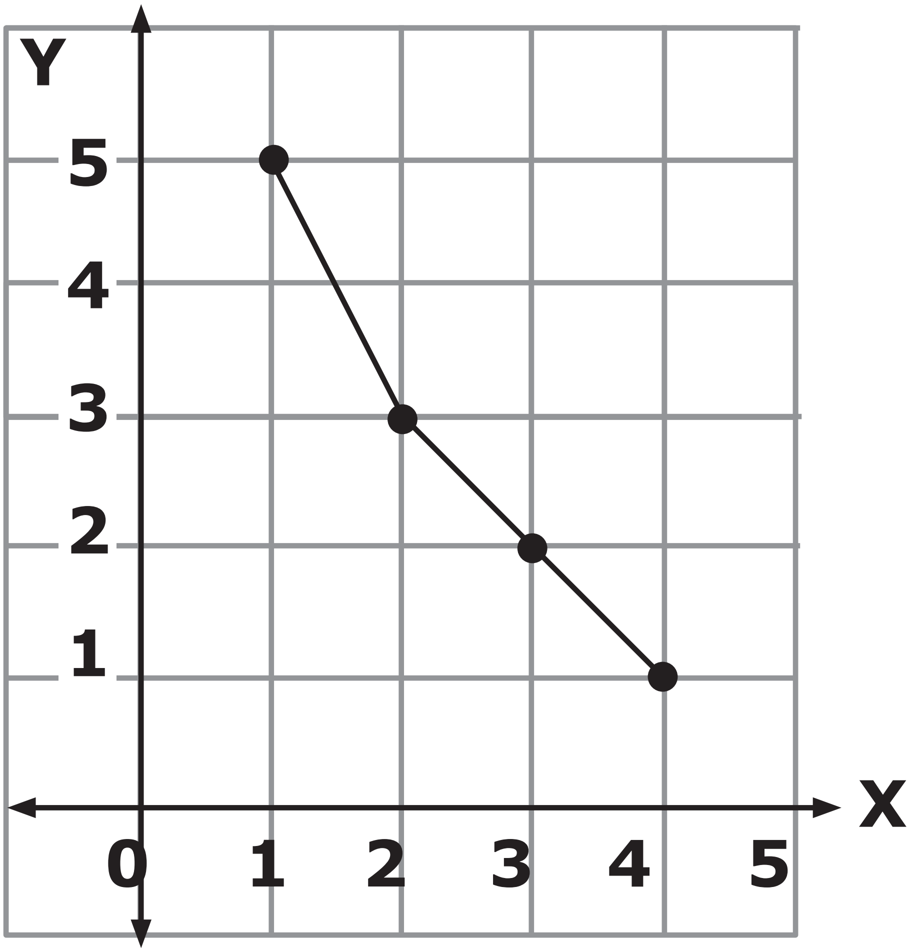
f. Si la pintura vale 100 USD a la fecha, ¿cuál será su valor en cuatro trimestres?

g. ¿Cuál será el valor de la pintura en tres años?

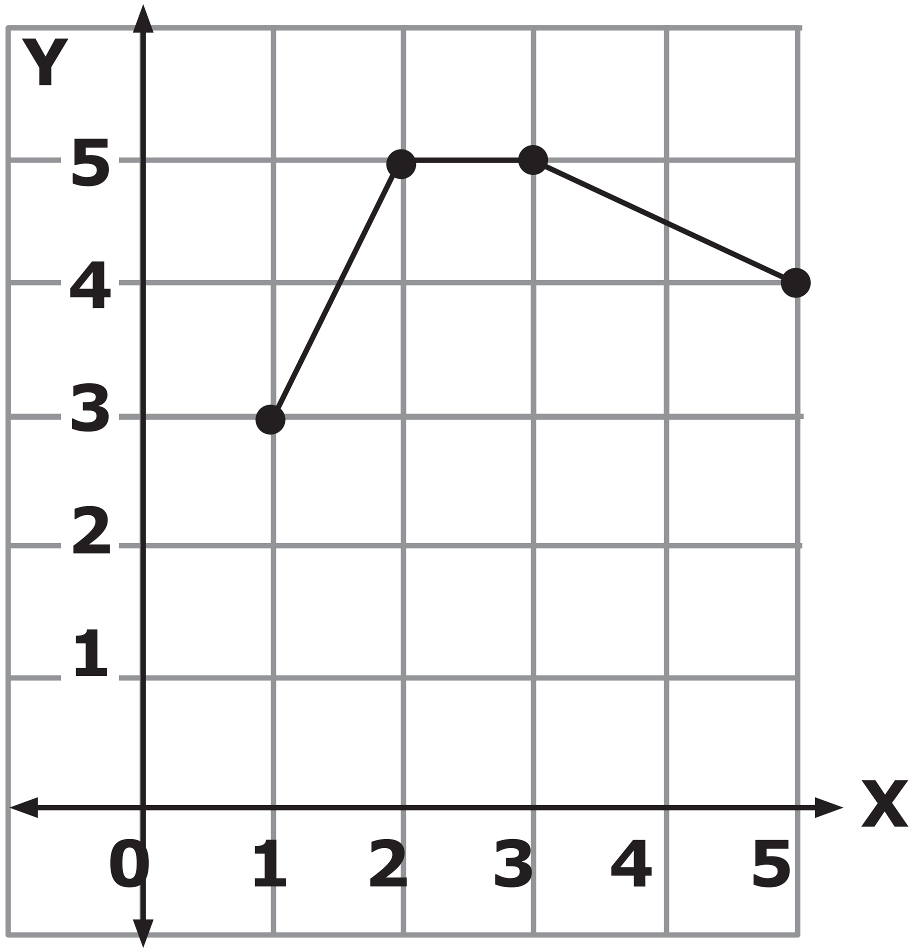
h. ¿En qué porcentaje aumenta su valor la pintura cada trimestre?

7. Los siguientes gráficos representan diferentes fenómenos a lo largo de los años. Indica sus índices de variación.

a.



b.



▶ Aplicaciones del cambio porcentual

1. Representa cada situación en una expresión recursiva de cambio porcentual.

a. En una comunidad social a principios de 1990 se reciclaba solo el 1% de los residuos. Desde entonces, su compromiso con el reciclaje ha aumentado en 3% anual.

b. Raúl empezó a perder su cabello en 6% desde 2001. Al principio tenía alrededor de 90.000.

____

____

c. Un corredor principiante consigue correr 5 minutos. De ese modo, aumenta semanalmente su resistencia en 4%.

____

____

d. La velocidad de reacción de un jugador novato de pc es de 4 segundos. Con la práctica constante aumenta su velocidad en 0,1% a la semana.

____

____

e. El índice de variación diaria de una bacteria es de 2,3 e inicialmente había 3 contagiados.

____

____

f. Javiera tiene 80% de grasitud en su rostro. El uso de una crema cosmética disminuye la grasitud del rostro en 2% semanal.

____

____

2. Observa las siguientes expresiones. ¿Cuáles representan una expresión recursiva de un cambio porcentual? Justifica tu respuesta.

a. $f(t) = f(0) \cdot t^2$

b. $a(t) = 2^t \cdot 1.200$

c. $s(t) = 2(1 - t^2)$

d. $l(t) = (1 - 0,2)^t$

e. $r(t) = 2^t - 3^2$

f. $g(t) = f(0) - t^2$

g. $j(t) = 2^{t-1} \cdot 4$

h. $m(t) = 3^t \cdot m(0)$

i. $e(t) = e(1) - 2^t$

3. Carlos tiene unas zapatillas deportivas desde julio de 2020. Como practica mucho deporte, el desgaste semanal de estas es de 1%. El modelo que representa el desgaste de las zapatillas es $d(t) = A(1 - r)^t$.

a. ¿Cuál es el valor de r? ¿Qué representa?

b. ¿Cuál es el valor de A? ¿Qué representa?

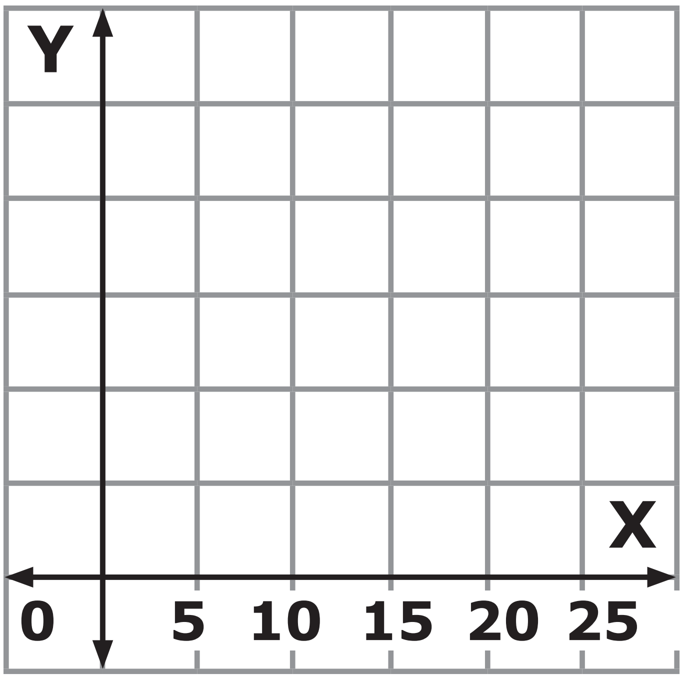
Las zapatillas deben usarse para hacer deportes con un 60% de desgaste total como máximo.

c. ¿Cuál es el desgaste total de las zapatillas después de tres meses de entrenamiento?

d. ¿En cuánto tiempo Carlos debe comprar zapatillas nuevas?

e. Completa la siguiente tabla y grafica:

Semana	d(t)
0	
5	
10	
15	
20	
25	



Carlos se compra dos pares zapatillas para entrenar. Unas se desgastan al 3% y las otras al 2%. Si las usa semana por medio:

f. ¿Qué expresiones representan sus modelos recursivos de sus cambios porcentuales? Justifica tu respuesta.

____

____

g. ¿En cuánto tiempo tendrá que comprarse zapatillas nuevas?

h. ¿Qué es más conveniente: las zapatillas con desgaste del 1% o las que usaba semana por medio?

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____ A partir de la expresión recursiva del cambio porcentual, siempre se puede determinar el valor inicial luego de t periodos de tiempo transcurridos.

____

____

b. ____Cuando se habla de desgaste de una sustancia o elemento, su índice de variación siempre es negativo.

____

____

c. ____Cuando se habla del aumento de una sustancia o elemento, su índice de variación siempre es positivo.

____

____

d. ____La expresión $c(t) = (1 - 0{,}04)^t$ indica que el cambio porcentual disminuye en 40% en función del tiempo transcurrido.

____

____

5. El porcentaje de motivación para trabajar de una persona disminuye en 5% cada media hora.

a. ¿Qué expresión modela el porcentaje de motivación de una persona durante el día?

____

____

b. Natalia consiguió un 80% de motivación para trabajar hoy y empezó a las 8:30 horas. ¿Cuál será su porcentaje de motivación después de trabajar 6 horas?

c. Patricio diseñó una forma de trabajar para no desmotivarse. Esta consiste en tomar descansos de 5 minutos cada hora. De esta forma, su motivación aumenta en 3%. Hoy entró a trabajar a las 9:00 horas y lleva 5 horas y 25 minutos trabajando. ¿Cómo van sus porcentajes de motivación si hoy amaneció 85% motivado?

6. La expresión que modela los intereses que obtiene Laura cada 3 meses en el banco está dada por:

$$I(t) = 1.000.000\ (1{,}002)^{t}$$

a. ¿Cuál es su depósito inicial?

b. ¿Qué interés recibe?

c. En 3 años, ¿qué monto tendrá Laura en su cuenta?

d. ¿En cuánto tiempo aproximadamente Laura habrá duplicado su inversión?

7. El crecimiento de una planta es el 10% cada semestre. Su altura inicial es de 10 cm.

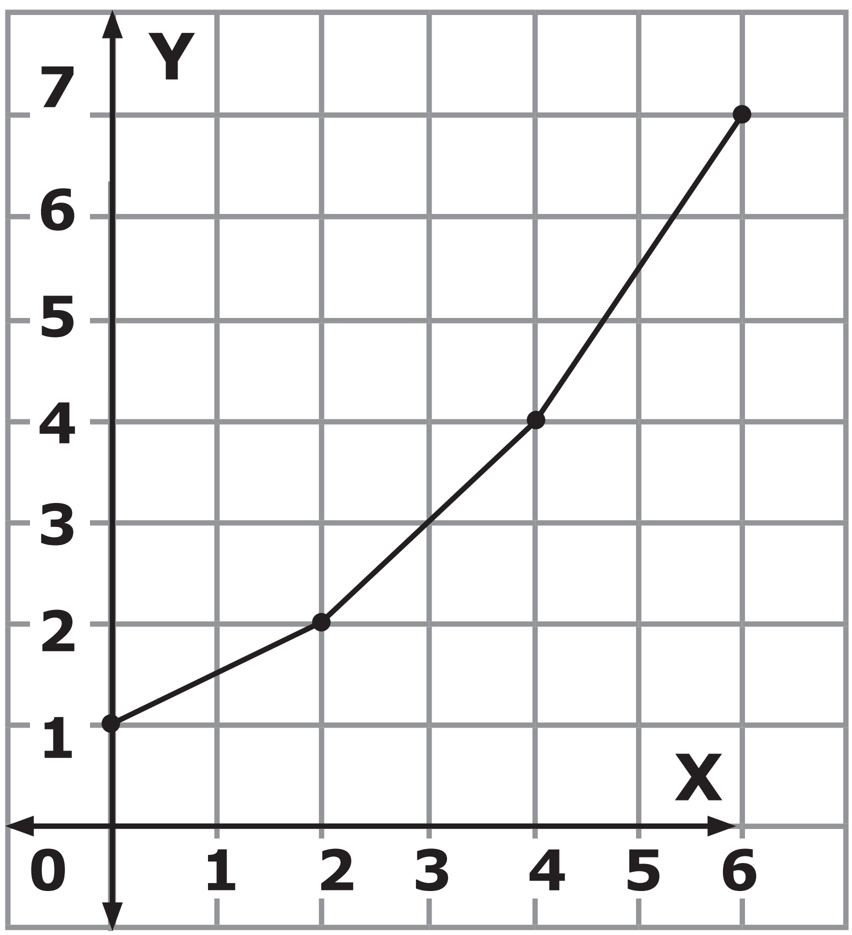
a. ¿Cuál es la expresión que representa el cambio porcentual de su crecimiento?

b. ¿Cuántos centímetros medirá después de 3 años?

c. ¿Cuándo medirá más de un metro?

d. Si es necesario podarla cuando mida 1,5 m, ¿en cuánto tiempo habrá que podarla?

8. El gráfico representa el valor del combustible (en porcentaje) por cada década transcurrida en cierta bencinera. El valor del combustible hace 30 años era, en moneda actual, $50.



a. ¿Cuál es el valor que alcanzará en esta década?

b. ¿Cuál era el valor del combustible (en moneda actual) hace 10 años?

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y marca la alternativa correcta.

1. El índice de variación del dólar entre dos periodos de tiempo es 1,1. Su valor en el periodo inicial fue de $650. ¿Cuál fue su valor en el periodo siguiente?

A. $713,9

B. $715

C. $648,9

D. $651,1

2. Respecto del índice de variación Iv es correcto afirmar que:

I. Si $I_v = 1$, no hay variación entre un periodo y otro.

II. El I_v siempre es mayor que cero.

III. El I_v siempre es menor o igual a 2.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

3. El kilogramo de pan entre enero y marzo varió de $800 a $840, para finalmente llegar a $890. Por lo tanto, es correcto afirmar:

I. El I_v entre enero y febrero es 1,05.

II. El I_v entre febrero y mazo es 1,04.

III. Si el índice de variación de marzo-abril es igual al de enero-febrero, el kilogramo de pan en abril debería costar $934,5.

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

4. La ecuación recursiva que representa un fenómeno que involucra un cambio porcentual constante está dada por:

A. $f(t+1) - I_v f(t) = 0$

B. $f(t-1) - I_v f(t) = 0$

C. $f(t) - I_v f(t) = 0$

D. $f(t) - I_v f(t+1) = 0$

5. ¿En qué caso(s) el índice de variación es constante?

I. La tasa de desempleo aumentó 4% este mes.

II. Cada año mueren 770.000 personas a causa de VIH.

III. La obesidad de cierta localidad aumenta cada año en 2%.

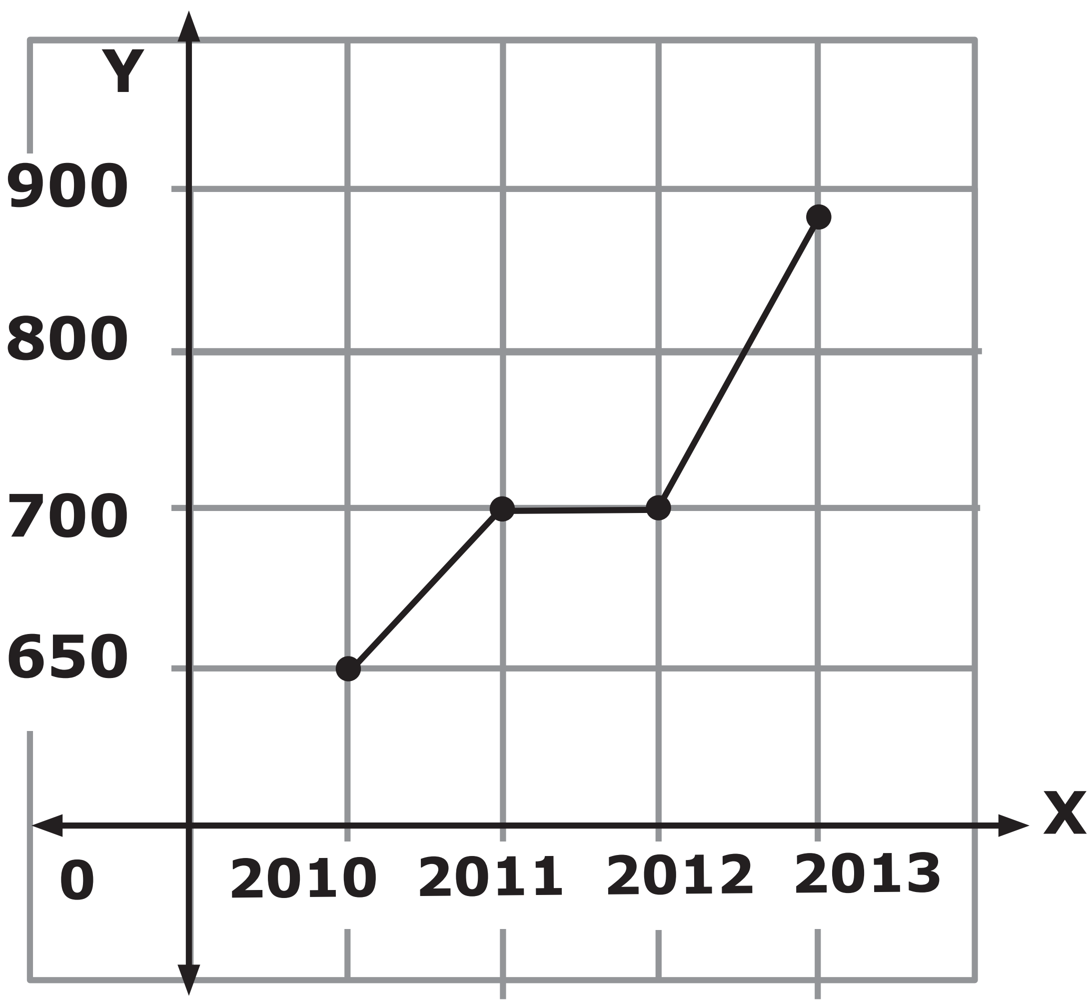
A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

6. El siguiente gráfico representa el precio promedio de combustible en una ciudad local.



¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

I. El I_v entre 2010 y 2011 es igual al de 2012 y 2013.

II. El I_v entre 2011 y 2012 es 1.

III. Si el I_v entre 2012 y 2013 se mantiene, entonces el precio promedio del combustible en 2014 es de 980.

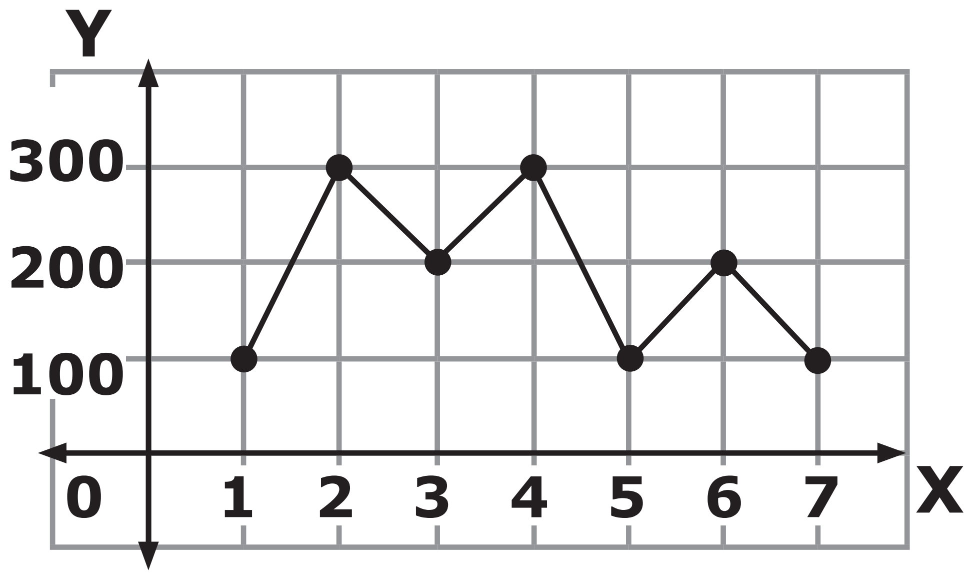
A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y III.

7. Dado el gráfico, ¿en qué periodos el índice de variación es $\frac{1}{2}$?



I. Período 2-3

II. Período 4-5

III. Período 7-6

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. D. Solo II y III.

8. A partir de la expresión recursiva del cambio porcentual, podemos:

I. Determinar el valor inicial luego de t periodos de tiempo transcurridos.

II. Determinar una expresión de manera recursiva de la forma:

$$f(t) = (I_v)^t \cdot f(1)$$

III. Determinar el valor inicial de una variable.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

9. El desgaste de las rocas de cierta playa causado por el oleaje es 3% anual. La expresión que representa el cambio porcentual es:

A. $f(t) = 0{,}97^t$

B. $f(t) = 0{,}03^t$

C. $f(t) = 1 - 0{,}97^t$

D. $f(t) = 1 - 0{,}03^t$

10. El aumento semestral de la capacidad pulmonar de un corredor aficionado está dado por la expresión $f(t) = 0{,}8 \cdot 1{,}015^t$. Esto significa que:

I. Aumenta un 1,5% cada seis meses.

II. La capacidad pulmonar inicial del corredor es 8%.

III. Al cabo de dos años su capacidad pulmonar habrá aumentado aproximadamente 5%.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

11. El valor de un producto es $350 y aumenta en 20%. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A. Su nuevo valor será $420.

B. Su índice de variación es 0,20.

C. Su cambio porcentual es negativo.

D. Aumenta $70 a su precio.

12. ¿Cuál es el índice de variación de la siguiente situación: El valor de un curso de inglés tendrá un descuento del 15% durante el mes de julio?

A. 1,85 **C.** 0,85

B. 1,15 **D.** 0,15

13. La superficie de un bosque es de 10.000 ha. Si cada semana se reforesta el 10% de la superficie, ¿cuánta superficie de bosque queda luego de 4 semanas?

A. 14.641 hectáreas.

B. 14.000 hectáreas.

C. 10.400 hectáreas.

D. 13.310 hectáreas.

Lección 5: Ecuaciones de segundo grado

1. Indica con un ✔ si la ecuación es de segundo grado. De ser así, determina sus coeficientes a, b y c.

a. $(x - 1)(x + 1) = 0$

- Sí_____No_____
- a: ________________________________
- b: ________________________________
- c: ________________________________

b. $x\ (x - 2) = 1$

- Sí_____No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

c. $x\ (x + 1) = x^2$

- Sí_____No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

d. $\frac{x + 1}{2} = x^2$

- Sí_____No_____
- a: ________________________________
- b: ________________________________
- c: ________________________________

e. $x^2 - x(x + 2) = 1$

- Sí_____No_____
- a: ________________________________
- b: ________________________________
- c: ________________________________

f. $x(x^2 + 1) = 0$

- Sí_____No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

g. $x + 2 = 0$

- Sí_____No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

h. $x^2 = 1 - \sqrt{2}$

- Sí_____No_____
- a: ________________________________
- b: ________________________________
- c: ________________________________

i. $x^2 - x = x - x^2$

- Sí_____No_____
- a: ________________________________
- b: ________________________________
- c: ________________________________

j. $4x = 7$

- Sí_____ No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

k. $x^2 - 2x = x(2x)$

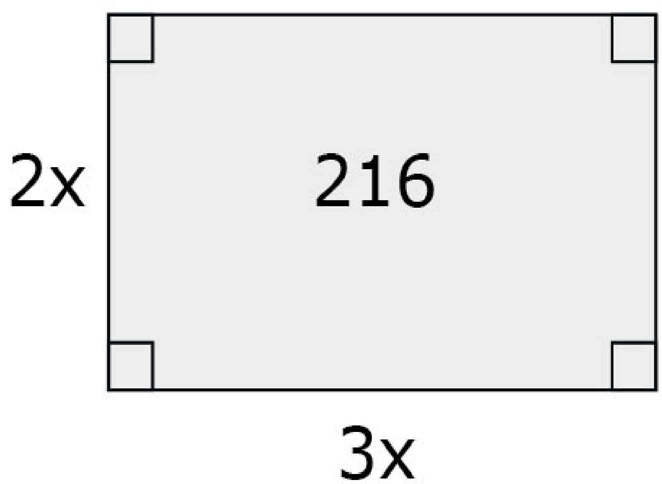
- Sí_____ No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

1. $x - x^2 = 1$

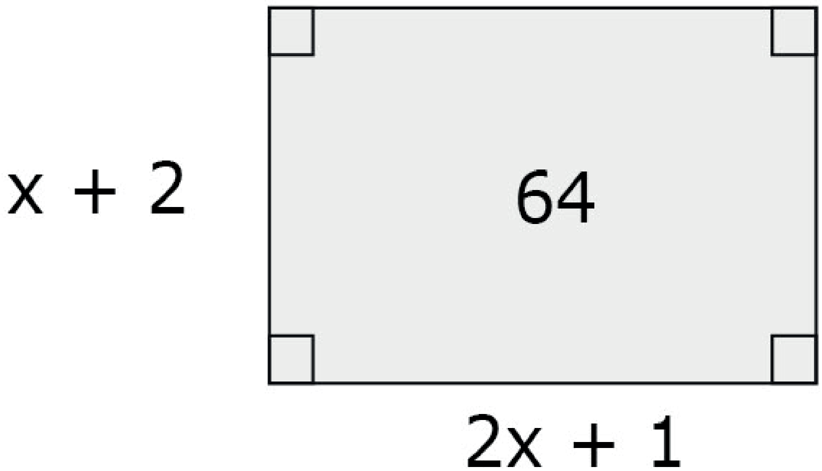
- Sí_____No_____
- a: ______________________________
- b: ______________________________
- c: ______________________________

2. Utilizando la equivalencia entre áreas, plantea la ecuación de segundo grado representada en cada caso.

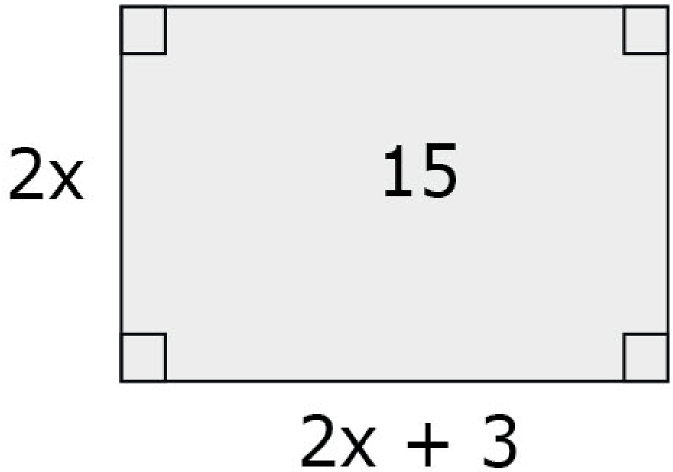
a. __________________________________



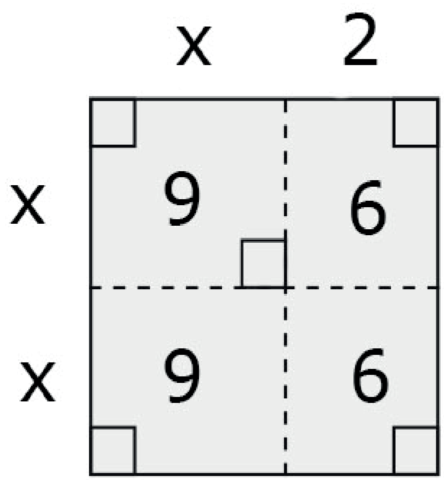
b. ______________________________________



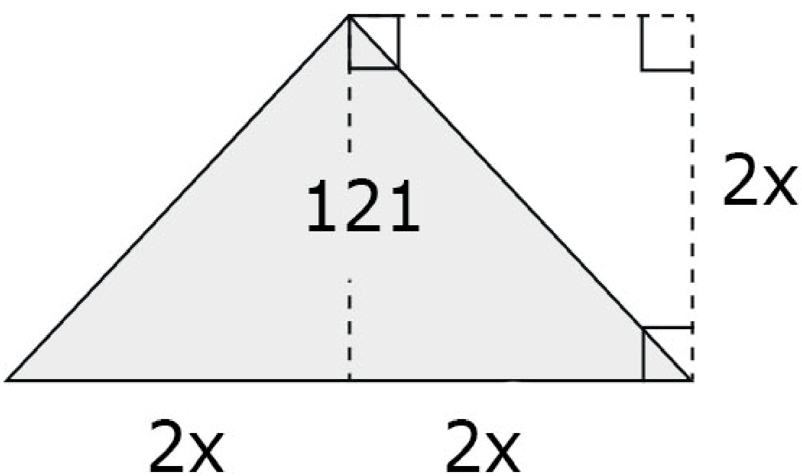
c. ______________________________________



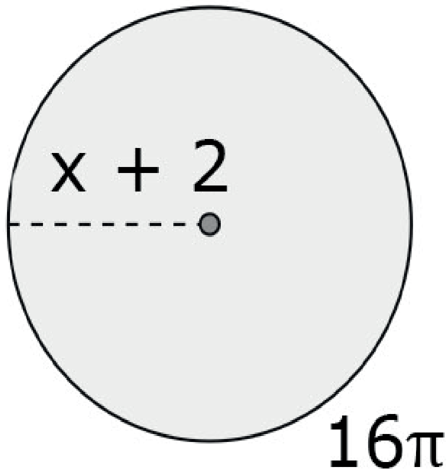
d. ______________________________



e. ______________________________



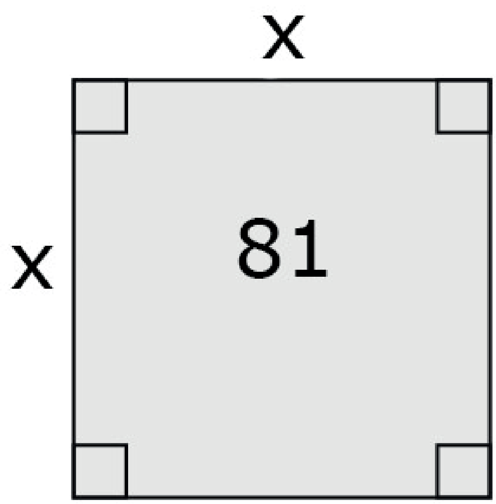
f. ______________________________________



3. Representa en regiones las siguientes ecuaciones.

Ejemplo: $x^2 = 81$

Puede representarse en:



a. $x(x + 4) = 12$

b. $(x + 2)(x + 3) = 1$

c. $x^2 = 25\pi$

d. $\frac{x}{2}(x + 2) = 14$

e. $\frac{(x + 1)(x + 2)}{2} = 16$

4. ¿Son únicas las representaciones de la actividad anterior? Justifica tu respuesta.

____

____

5. Evalúa si las soluciones propuestas satisfacen la ecuación dada marcando con un ✔ . En caso contrario marca con una ✘.

a. $x^2 - 1 = 0$

- $x_1 = 1$ ______________________________
- $x_2 = -1$ ______________________________

b. $x^2 - 4 = 0$

- $x_1 = 2$ ____________________________
- $x_2 = -2$ ___________________________

c. $x^2 - 2x + 1 = 0$

- $x_1 = 1$ ____________________________
- $x_2 = -1$ ___________________________

d. $x^2 - 16 = 0$

- $x_1 = 4$ ______________________________
- $x_2 = -4$ ______________________________

e. $x^2 - x + 1 = 0$

- $x_1 = 0$ ______________________________
- $x_2 = -1$ ______________________________

f. $\frac{x^2}{4} - 25 = 0$

- $x_1 = 10$ ______________________
- $x_2 = -10$ _____________________

6. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____ Una ecuación de segundo grado es de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, donde a, b y c son números reales cualquiera.

____

____

b. _____En una ecuación de la forma $x^2 + bx = 4$, si $b = 0$ entonces la ecuación no es cuadrática.

____

____

c. _____Una ecuación de la forma $2x^2 + c = 0$ es cuadrática independiente del valor de c.

____

____

d. _____Una ecuación de segundo grado siempre tiene al menos una solución real.

____

____

e. _____Si una ecuación de segundo grado tiene una solución no real, entonces su otra solución tampoco lo es.

____

____

f. _____En una ecuación de segundo grado de la forma $ax^2 + bx + c = 0$, siempre el coeficiente a debe ser un real positivo.

____

____

g. _____Una ecuación de segundo grado siempre tiene dos raíces distintas.

____

____

h. _____Una ecuación cuadrática siempre involucra una variable elevada a dos.

____

____

i. _____ Raíz y solución de una ecuación representan el mismo concepto.

____

____

j. _____Tanto $x_1 = 1$ como $x_2 = -1$ son raíces de la ecuación $x^2 + 2x + 1 = 0$.

____

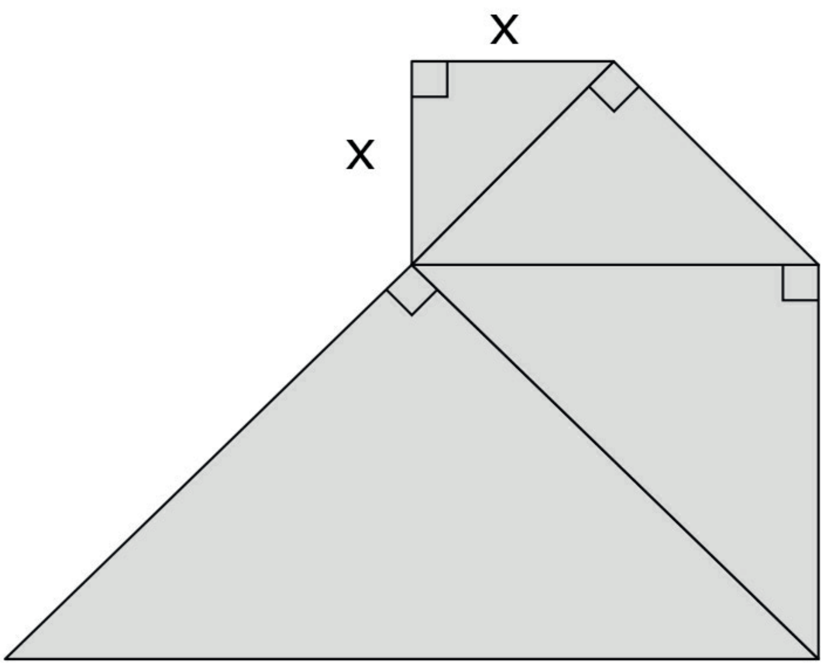
____

k. _____$x = -1$ es solución de la ecuación $x^2 - 1 = 0$ y de la ecuación $x^2 + x = 0$.

____

____

7. La figura se compone de cuatro triángulos rectángulos isósceles.



a. El área del triángulo más pequeño es 18 cm^2. Plantea la ecuación cuadrática que modela el área del triángulo en términos de x.

b. Determina la longitud de las hipotenusas de los triángulos en términos de x usando el teorema de Pitágoras.

c. El área del triángulo más grande es 144 cm^2. Plantea la ecuación cuadrática que modela el área del triángulo en términos de x.

d. Resuelve las ecuaciones anteriores planteadas en los ejercicios a y c.

8. En mecánica clásica la energía cinética E_c medida en Joules (J) de una masa m (en kg) se modela mediante la expresión $E_c = \frac{mv^2}{2}$. En esta, v es la velocidad con la que se mueve de la masa. Escribe la ecuación cuadrática $av^2 + bv + c = 0$ en cada caso, identificando los valores de a, b y c.

a. $E_c = 1J$, $m = 2$ kg

b. $E_c = 5J$, $m = 4$ kg

c. $E_c = \sqrt{3}$ J, $m = \sqrt{2}$ kg

▶ Resolución de una ecuación de segundo grado por factorización

1. Determina sus soluciones de las siguientes ecuaciones factorizadas.

a. $(x + 2)(x - 1) = 0$

b. $2x\,(x + 3) = 0$

c. $(3x + 1)\,(2x - 1) = 0$

d. $(x - \sqrt{2})\,(x + \sqrt{3}) = 0$

e. $(1 - x)\,(x + 5) = 0$

f. $\left(\frac{x}{2} + 1\right)\left(1 - \frac{x}{4}\right) = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizando por término en común.

a. $3x^2 - 27x = 0$

b. $64x^2 - 128x = 0$

c. $\sqrt{2}x^2 - 2\sqrt{2}\,x = 0$

d. $-5x + 125x^2 = 0$

e. $-6x + 216x^2 = 0$

f. $\sqrt{2}\,x + \sqrt{6}x^2 = 0$

g. $2\sqrt{3}x^2 + \sqrt{12}x = 0$

h. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{16}x = 0$

i. $2^{\frac{1}{2}}x^2 - \sqrt{8}x = 0$

3. Plantea una ecuación cuyas soluciones sean:

a. $x_1 = 0$ y $x_2 = -2$

b. $x_1 = \frac{1}{3}$ y $x_2 = 1$

c. $x_1 = -1$ y $x_2 = 1$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones cuadráticas utilizando factorización de binomio cuadrado.

a. $x^2 + 4x + 4 = 0$

b. $4x^2 + 4x + 1 = 0$

c. $x^2 - 6x + 9 = 0$

d. $49x^2 - 14x + 1 = 0$

e. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

f. $16x^2 - 8x + 1 = 0$

g. $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$

h. $9x^2 - 2x + \ = 0$

i. $x^2 - 2x + 4 = 0$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones factorizando como suma por su diferencia.

a. $x^2 - 9 = 0$

b. $x^2 - 2021^2 = 0$

c. $x^2 - 3 = 0$

d. $400x^2 - 441 = 0$

e. $1 - x^2 = 0$

f. $49 - 4x^2 = 0$

g. $9 - 2x^2 = 0$

h. $\frac{x^2}{4} - \frac{9}{16} = 0$

i. $\frac{x^2}{2} - \sqrt{2} = 0$

6. Resuelve mediante factorización las siguientes ecuaciones cuadráticas. Factoriza los trinomios considerando el producto de la forma (Ax + B) (Cx + D).

a. $6x^2 + 7x + 2 = 0$

b. $2x^2 - 8x - 10 = 0$

c. $15x^2 - 2x - 1 = 0$

d. $4x^2 - 32x - 64 = 0$

e. $9x^2 + 6x + 1 = 0$

f. $x^2 - 8x - 9 = 0$

g. $x^2 + 7x - 12 = 0$

h. $1 + 3x + 2\,x^2 = 0$

i. $-1 + 6x - 9\,x^2 = 0$

7. Factoriza para resolver cada una de las ecuaciones cuadráticas.

a. $x^2 - 4 = 0$

b. $\dfrac{x^2}{4} - 9 = 0$

c. $3x^2 + x = 0$

d. $-4x + 128x^2 = 0$

e. $x^2 - 14x + 49 = 0$

f. $3x^2 - x - 2 = 0$

g. $4x^2 + 16 = 3x^2 + 32$

h. $x^2 + 2 = 6x - 6$

i. $10x^2 + 5 = 9x + 5$

8. Analiza las siguientes afirmaciones y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Si una ecuación de segundo grado se puede factorizar como suma por su diferencia y tiene como raíz $x_1 = a$, entonces su otra raíz es $x_2 = 0$.

____

____

b. _____Una ecuación de segundo grado que se puede factorizar por binomio cuadrado siempre tendrá raíces iguales.

____

____

c. _____Una ecuación de segundo grado que se puede factorizar por término común siempre tendrá como raíz $x = 0$.

____

____

d. _____Si una ecuación cuadrática tiene raíces $x_1 = a$ y $x_2 = b$, entonces la ecuación necesariamente es de la forma $(x - a)(x - b) = 0$

____

____

e. _____Tanto $x^2 - 9 = 0$ como $2x^2 - 18 = 0$ tienen las mismas soluciones.

____

____

f. _____La ecuación $x^2 - 2 = 0$ no se puede factorizar como una suma por diferencia.

____

____

g. _____Las raíces de la ecuación $x^2 + 4x - 77$ son $x_1 = 7$ y $x_2 = -11$.

____

____

h. _____ Las raíces de la ecuación $x^2 + x + 3$ son $x_1 = 1$ y $x_2 = -3$.

____

____

▶ Resolución de una ecuación de segundo grado por completación de cuadrados

1. Completa el término faltante en las siguientes ecuaciones para que correspondan a cuadrado de binomio perfecto. Luego, resuelve.

a. $x^2 +$ _____ $x + 4^2 = 0$

b. $x^2 + 2x +$ _____ $= 0$

c. _____ $x^2 + 6x + 3 = 0$

d. $\frac{1}{2}x^2 + x +$ _____ $= 0$

e. $x^2 +$ ______ $x + \frac{1}{4} = 0$

f. $x^2 + \_\_\_\_\_\_x + 3 = 0$

g. $x^2 + 9x + \_\_\_\_\_ = 0$

h. $x^2 + \frac{4}{3}x + \_\_\_\_\_ = 0$

i. $2x^2 + \frac{5}{3}x + \_\_\_\_\_ = 0$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones desarrollando la completación de cuadrados.

a. $x^2 + 4x - 5 = 0$

b. $x^2 + 6x - 7 = 0$

c. $x^2 - 8x - 84 = 0$

d. $x^2 - 12x + 11 = 0$

e. $x^2 + 10x + 21 = 0$

f. $x^2 - 10x + 21 = 0$

g. $9x^2 + 12x - 12 = 0$

h. $9x^2 - 12x - 45 = 0$

3. Analiza la resolución mediante completación de cuadrados y usando raíces. Luego, resuelve a partir del ejemplo.

$x^2 - 2x - 2 = 0$ Se completan cuadrados.

$(x - 1)^2 - 3 = 0$ Se reescribe el término libre como el cuadrado de una raíz.

$(x - 1)^2 - (\sqrt{3}\,)^2$ Se resuelve de manera usual.

$((x - 1) + \sqrt{3}\,) \cdot ((x - 1) - \sqrt{3}\,) = 0$

$x = 1 - \sqrt{3}$ o $x = 1 + \sqrt{3}$

a. $(x + 2)^2 - 7 = 0$

b. $(3x + 1)^2 - 3 = 0$

c. $(3x + 5)^2 - \frac{1}{3} = 0$

d. $(1 - x)^2 - \sqrt{2} = 0$

e. $x^2 + 2x - 5 = 0$

f. $x^2 - 2x - 10 = 0$

g. $16x^2 - 8x - 1 = 0$

h. $4x^2 + 4x - 7 = 0$

i. $9x^2 - 6x - 13 = 0$

j. $25x^2 + 20x = 16$

k. $4x^2 + 4x = \sqrt{7} - 1$

l. $4x^2 + 12x = \dfrac{17}{2} = 0$

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. La longitud del lado de un rectángulo es 2 cm mayor que el otro. Además, su área es de 14 cm^2. ¿Cuál es la medida del lado mayor?

b. El cateto de un triángulo rectángulo es 5 cm más largo que el otro y su área es 16 cm^2. ¿Cuál es la medida de sus catetos?

c. El lado mayor de un rectángulo mide 12 cm más que el otro. Si área es 60 cm^2, ¿cuál es la medida del lado menor?

5. Para cada valor de k, determina si la ecuación $x^2 - x + k = 0$ se puede resolver con completación de cuadrados. De ser así, resuélvela usando este método.

a. $k = -2$

b. $k = -\frac{1}{2}$

c. $k = -1$

d. $k = \sqrt{2}$

6. Analiza cada afirmación e indica si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. ____Las soluciones de la ecuación $(x + 1)^2 - 14 = 0$ son -15 y -13.

____

____

b. ____La ecuación $x^2 - 4x + 7 = 0$ no puede ser factorizada por completación de cuadrados.

____

____

c. _____Las soluciones de la ecuación $((x - 1) + 3) \cdot ((x - 1) - 3) = 0$ son -4 y -2.

____

____

d. _____La ecuación $(3x - 1)^2 = (x - 1)^2$ es equivalente a la ecuación

$$(x - 2)^2 - 2^2 = 0.$$

____

____

▶ Resolución de una ecuación de segundo grado por fórmula general

1. Resuelve las ecuaciones usando la fórmula general.

a. $x^2 - 18x + 81 = 0$

b. $x^2 = 121$

c. $4x^2 = -10x + 14$

d. $x^2 - 21x + 7 = 0$

e. $3x^2 - 12x = 0$

f. $3x^2 - 9x + 1 = 0$

g. $x^2 + 4x = 0$

h. $16x^2 - 8x + 1 = 0$

i. $-8x^2 + 16x - 1 = 0$

2. Sin resolver, determina si las siguientes ecuaciones poseen raíces reales o no. En caso de que sean reales, indica si son iguales o distintas.

a. $x^2 + x + 14 = 0$

b. $4x^2 - 16 = 0$

c. $x^2 + x + 1 = 0$

d. $4x^2 - 8x = -1$

e. $x^2 + 81 = -18x$

f. $x^2 = \frac{1}{2}x - 1$

Para comprobar.
gbit.cl/C21M2MP052A

3. Inventa dos ecuaciones cuadráticas e intercámbialas con un compañero. Identifica qué tipo de raíces tienen y resuélvelas usando la fórmula general.

a. $\_\_\_\_\_x^2 + \_\_\_\_\_x + \_\_\_\_\_ = 0$

b. $\_\_\_\_\_x^2 + \_\_\_\_\_x + \_\_\_\_\_ = 0$

4. Resuelve los siguientes problemas a partir de una ecuación cuadrática.

a. La suma de los cuadrados de dos números naturales consecutivos es 113. ¿Cuáles son los números?

b. El área de un triángulo de altura $4x + 1$ y base $2x$ es 39 cm^2. ¿Cuál es la medida de su altura?

c. La suma de los cuadrados de dos números naturales impares consecutivos es 290. ¿Cuáles son los números?

d. El área de un rectángulo de lados $2x + 1$ y $3x + 6$ es 5 cm^2. ¿Cuál es la medida de su lado más largo?

e. El radio de un círculo aumenta en 6 cm y su área aumenta a nueve veces la original. ¿Cuál era el radio inicial?

f. La suma de tres números pares al cuadrado es 288. ¿Cuáles son los números?

g. El área total de dos cuadrados es de $(2x^2 - 4x + 280)$ cm^2. ¿Qué medida tiene el lado de cada cuadrado si el lado de uno es 4 cm mayor que el otro?

5. Determina el valor de k, único o un intervalo, para que la ecuación tenga raíces reales.

a. $x^2 + k = 0$

b. $x^2 + kx + 1 = 0$

c. $x^2 + 4x + k = 0$

d. $k^2x^2 - 4kx + 1 = 0$

e. $x^2 + 2kx + k^2 = 0$

f. $x^2 - (4k + 1)\,x - k^2 = 0$

g. $kx^2 - 10k - 8 = 0$

h. $(k+1)x^2 + (4+k)x - 3 = 0$

6. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____ La ecuación $4x^2 + x + k = 0$ tiene soluciones reales cuando $k = 0$.

b. _____El discriminante de la ecuación $(k + 1)x^2 + x + k = 0$ es negativo si $k = -2$.

____

____

c. _____El discriminante de la ecuación $kx^2 + kx - \frac{1}{4k} = 0$ es siempre 0, independiente del valor que tome k.

____

____

7. Determina una ecuación cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$ que satisfaga la condición indicada. Luego, resuélvela.

a. Debe tener como solución $x_1 = 2$ y $x_2 = -4$

b. Tiene como solución $x_2 = \sqrt{2}$ y el producto de sus soluciones es 4.

c. La suma de sus soluciones es $\frac{1}{2}$, su producto es 4 y a = 1.

d. Tiene como solución $x_1 = 1$ y la suma de sus soluciones es 5.

e. Una de sus raíces el doble de la otra y a = b = 6

f. Los coeficientes a y b son igual a 2 y el producto de las raíces de la ecuación es 14.

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y marca la alternativa correcta.

1. Al agrupar términos, ¿cuál(es) de las siguientes ecuaciones origina(n) una ecuación de segundo grado?

I. $2x^2 - x = 10 + 4x - x^2$

II. $x^2 - 2x = x + x^2 + 1$

III. $\sqrt{2}\,x = (\log 3)x^2$

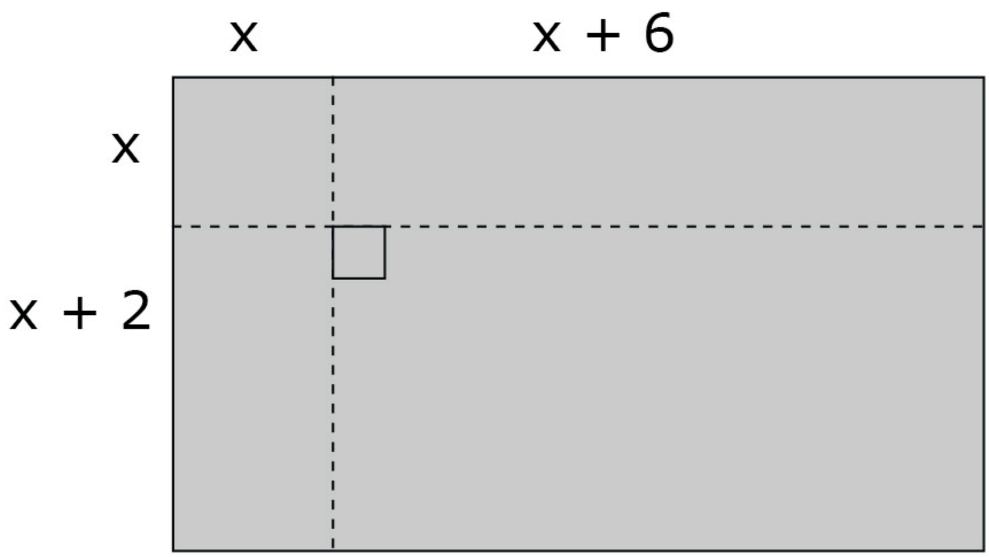
A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

2. El área del rectángulo mayor de la figura es de 64 cm^2.



¿Cuál es la ecuación que relaciona el área total y sus lados?

A. $x(x + 2) + x(x + 6) = 64$

B. $(2x + 2)(2x + 6) = 64$

C. $x(x + 6) + x(x + 3) = 64$

D. $x^2 + (x + 2)(x + 6) = 64$

3. ¿En cuál(es) de las siguientes ecuaciones una de sus soluciones es $x = 1$?

I. $x^2 - x = 0$

II. $x^2 - 1 = 0$

III. $x^2 - 5x + 6 = 0$

A. Solo II.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

4. Dada la ecuación $x^2 + bx + c = 0$, es correcto afirmar:

I. Si $b = c = 0$, entonces la ecuación tiene como única solución $x = 0$.

II. Si $b = 0$ y $c > 0$, entonces la ecuación no posee soluciones reales.

III. Si $c = 0$, entonces la ecuación tiene como soluciones $x = 0$ y $x = b$.

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

5. Un triángulo de base x y altura $2x + 3$ cm tiene un área de 7 cm^2. ¿Cuál es la longitud de su altura?

A. 3,5 unidades.

B. 7 unidades.

C. $\frac{\sqrt{65}}{4} - \frac{3}{4}$ unidades.

D. $\frac{\sqrt{65}}{2} + \frac{3}{2}$ unidades.

6. A partir de la ecuación $x^2 - 3 = 0$, es correcto afirmar:

I. Se puede factorizar como

$$(x - \sqrt{3})\,(x + \sqrt{3}) = 0.$$

II. Tiene como solución $x = \pm\sqrt{3}$

III. El coeficiente $b = 0$.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

7. Una ecuación cuadrática que se puede factorizar como suma por diferencia tiene como raíz $x = 4$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

A. Otra de sus soluciones es $x = 0$.

B. La ecuación corresponde a $x(x - 4) = 0$.

C. La ecuación se puede factorizar como $a(x + 4)(x - 4) = 0$.

D. La ecuación en cuestión es $x^2 - 6x + 8 = 0$

8. Con respecto a las distintas maneras de factorizar una ecuación de segundo grado, es correcto afirmar:

I. Una ecuación que se puede factorizar por término común siempre tendrá como raíz x = 0.

II. Una ecuación que se puede factorizar por binomio cuadrado siempre tendrá raíces iguales.

III. Una ecuación que puede factorizarse por suma por diferencia siempre tendrá raíces que difieren solo de su signo.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

9. Dada la ecuación $x^2 - 18x + k = 0$, ¿para qué valores de k la ecuación se puede resolver con completación de cuadrados?

I. $k = 0$

II. $k = -2$

III. $k = 10$

A. Solo II.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

10. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones tiene raíces reales iguales?

A. $x^2 + x + 1 = 0$

B. $x^2 - 9 = 0$

C. $x^2 - 24x + 144 = 0$

D. $3x^2 - 4x = 0$

11. Dada la ecuación $x^2 - kx + 1 = 0$, ¿para qué valores de k la ecuación tiene raíces reales?

A. $k^2 > 4$

B. $k^2 \geq 4$

C. $k^2 < 4$

D. $k^2 \leq 4$

12. La suma de los cuadrados de tres números pares consecutivos es 200. ¿Cuál es el número menor?

A. 6

B. 8

C. 36

D. 100

13. Un cuadrado de lado (x + 2) y un rectángulo de lados x y (2x + 6) tienen igual área. ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado?

A. $\sqrt{5} - 1$ unidades.

B. $-\sqrt{5} - 1$ unidades.

C. $\sqrt{5} + 1$ unidades.

D. $2\sqrt{5} + 4$ unidades.

14. ¿Qué valor debe tener k para que la ecuación $x^2 + kx + 4 = 0$ tenga soluciones reales e iguales?

I. $k = 4$

II. $k = -4$

III. $k = 0$

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. I, II y III.

Lección 6: Funciones de segundo grado

Función cuadrática

1. Marca con un ✔ las expresiones que correspondan a una función de segundo grado. Marca con una ✘ aquellas que no lo son. Justifica tus respuestas.

a. $\sqrt{x} - 1 = f(x)$_____

b. $f(x) = 3x - 1$_____

c. $4x^3 - 2 = 0$_____

d. $3x^2 - 3x + 2 = 0$_____

e. $t(x) = 2x^2 - 3x$_____

f. $3x - 16^2 = h(x)$_____

g. $3x - 2 = y$_____

h. $y^2 - 3x^2 = 1$_____

i. $3x - x^2 = y$ ______

2. Determina los coeficientes a, b y c de cada una de las siguientes funciones cuadráticas. Reduce términos semejantes si es necesario.

a. $3x^2 - 5x + 2 = f(x)$

b. $2x^2 - 2x - 5 = g(x) - x^2 + 4$

c. $\frac{3}{5}x^2 - h(x) + 2 + x^2 - 5 = 2x$

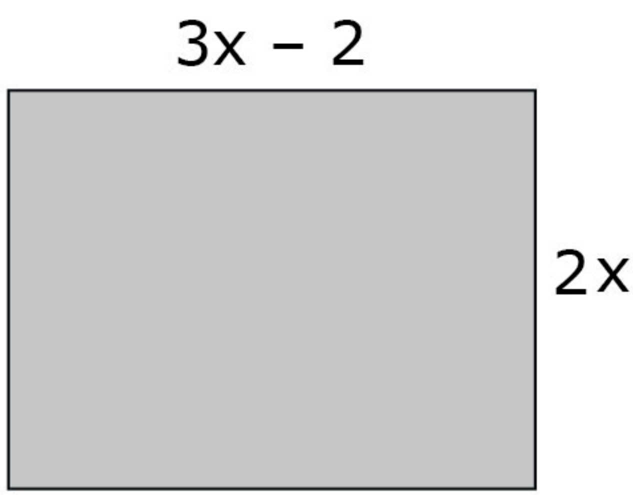
d. $4x - 3 - x^2 - 3x + 2 = i(x)$

e. $\frac{4}{3}x^2 - 3 - j(x) = 2x - 6x^2$

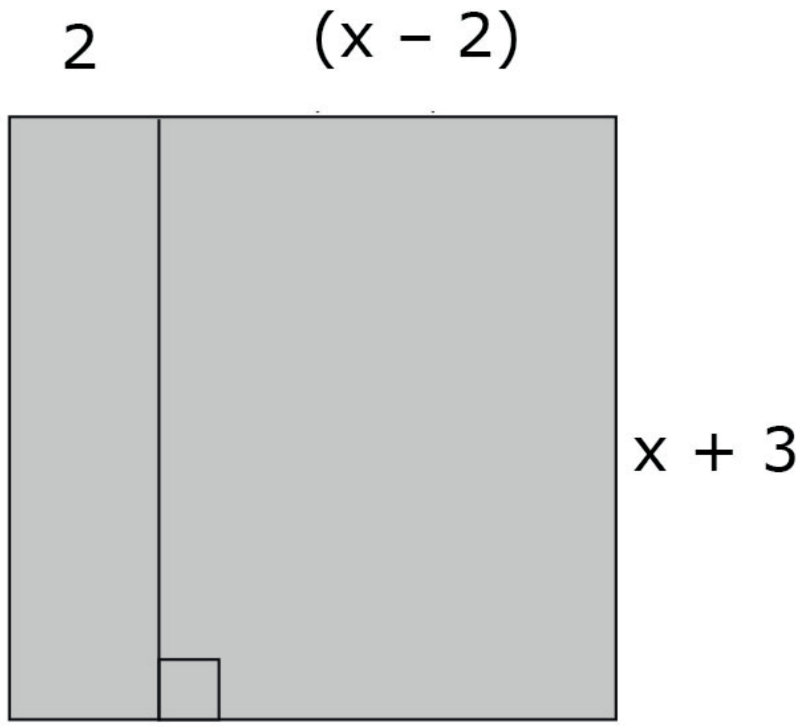
f. $3x - 5x^2 = k\ x) + 2 - \frac{3}{2}x$

3. Determina cada función representada en las figuras rectangulares.

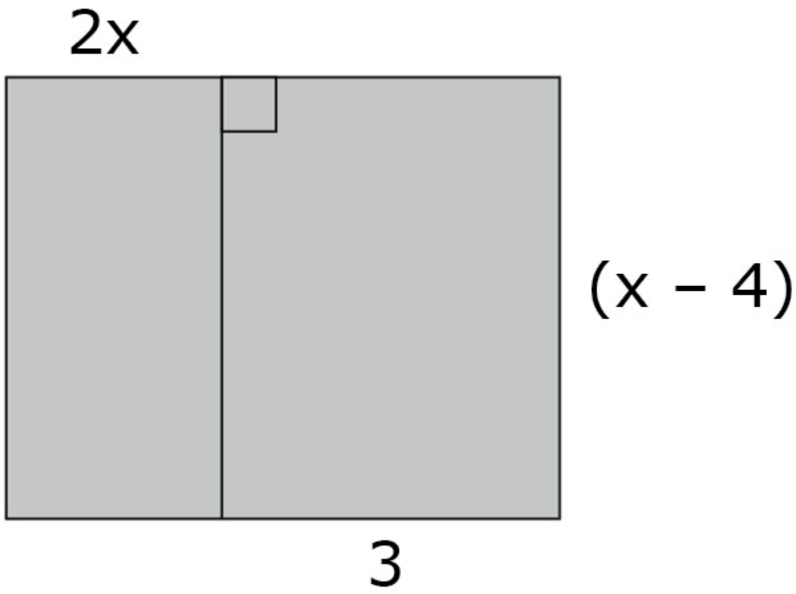
a.



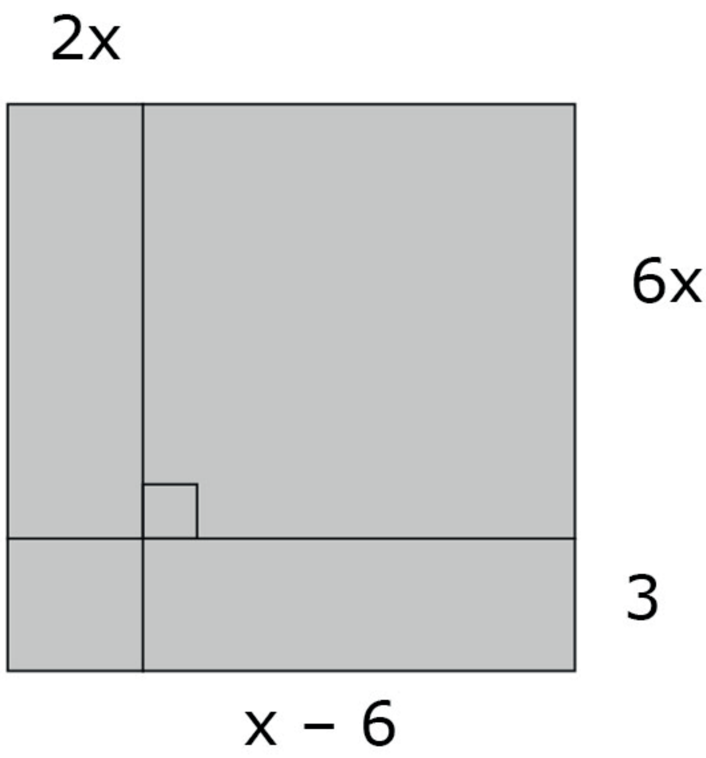
b.



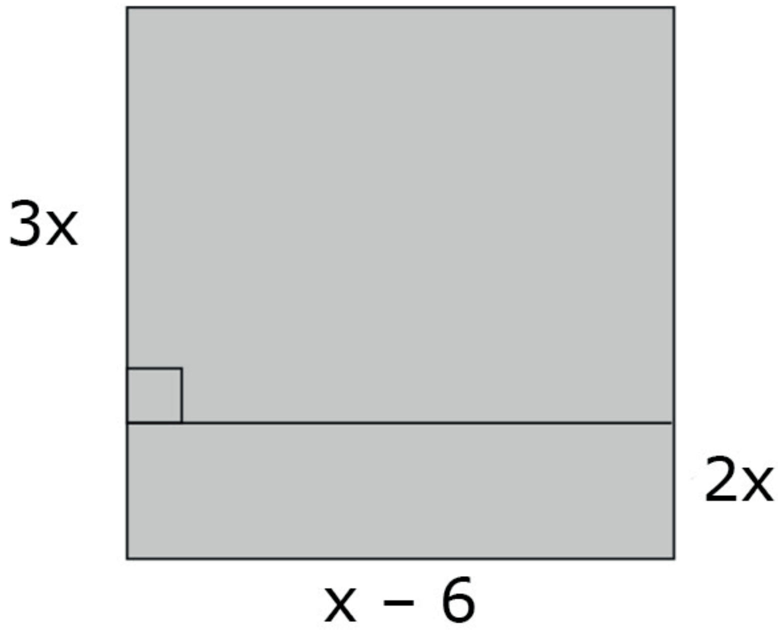
c.



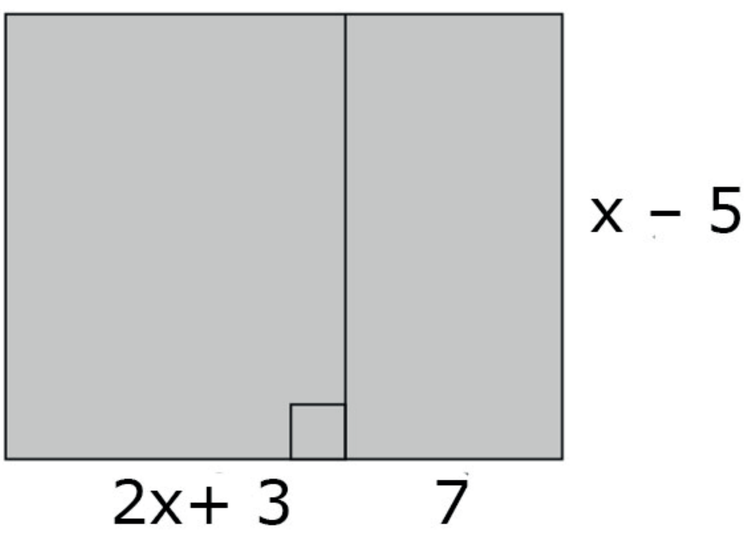
d.



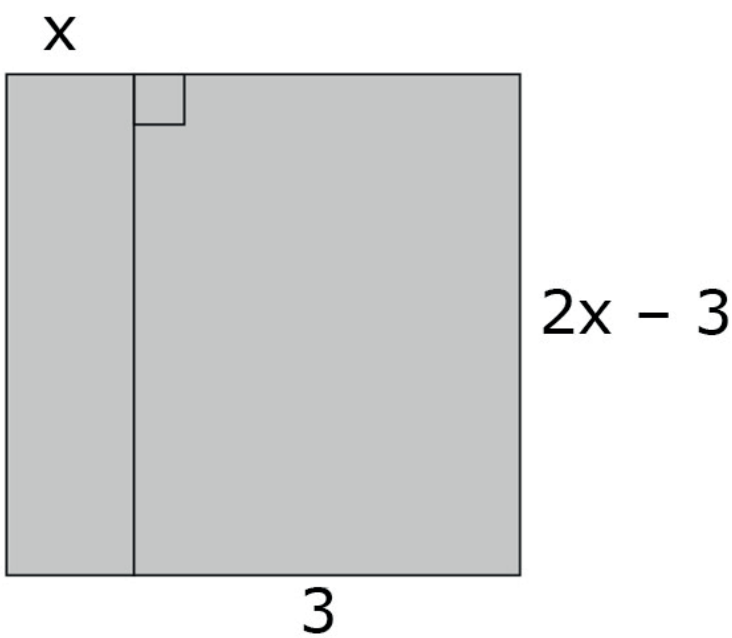
e.



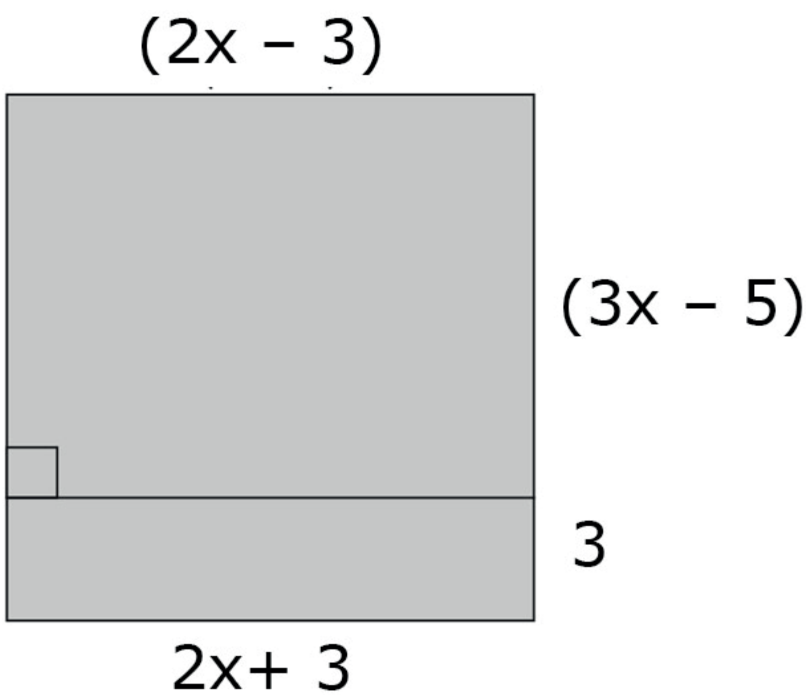
f.



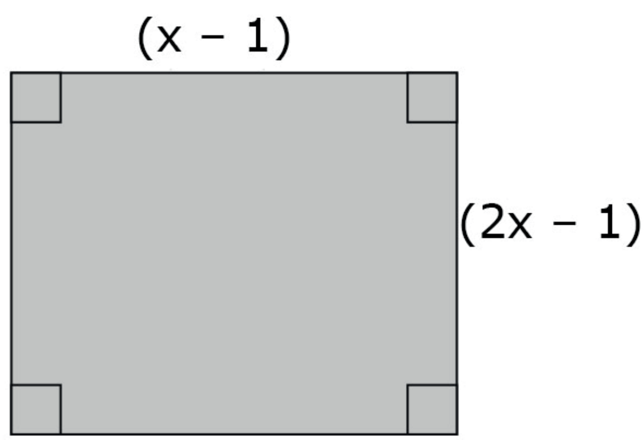
g.

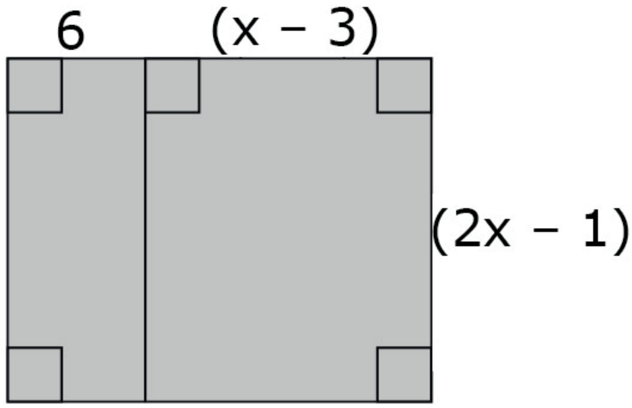


h.



4. Completa la tabla con la función y dibujando el área que representa.

Función	**Área que representa**
$A_1(x)=(3x-1)(x+2)$	
	

Función	Área que representa
$A_3(x)=(2x+1)(x-1)$	
	

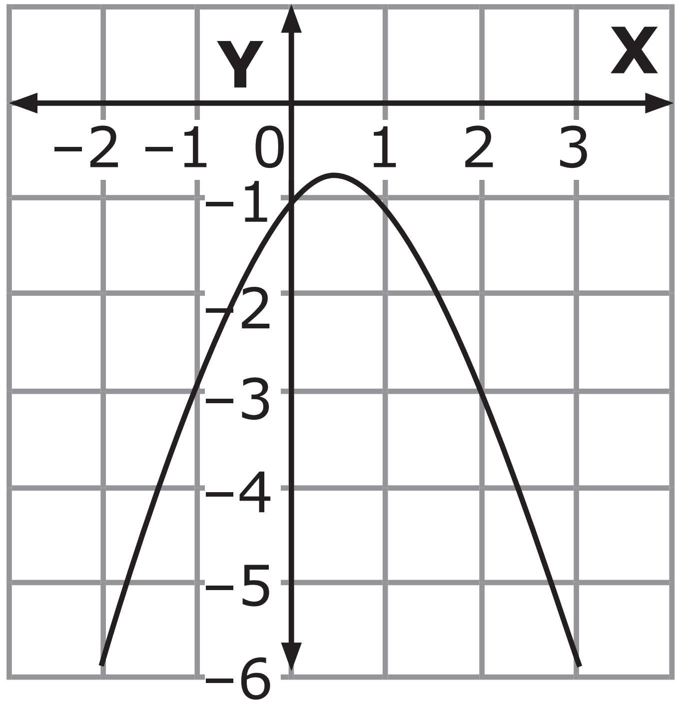
5. Determina la imagen de las funciones según el valor de x.

Función	Valor de x			
	-1	0	1	3
$f(x) = 2x^2 + 7$				
$g(x) = x^2 - 3x + 1$				
$p(x) = -2\,x^2 + 3$				
$t(x) = 4x - 2x^2 + 1$				

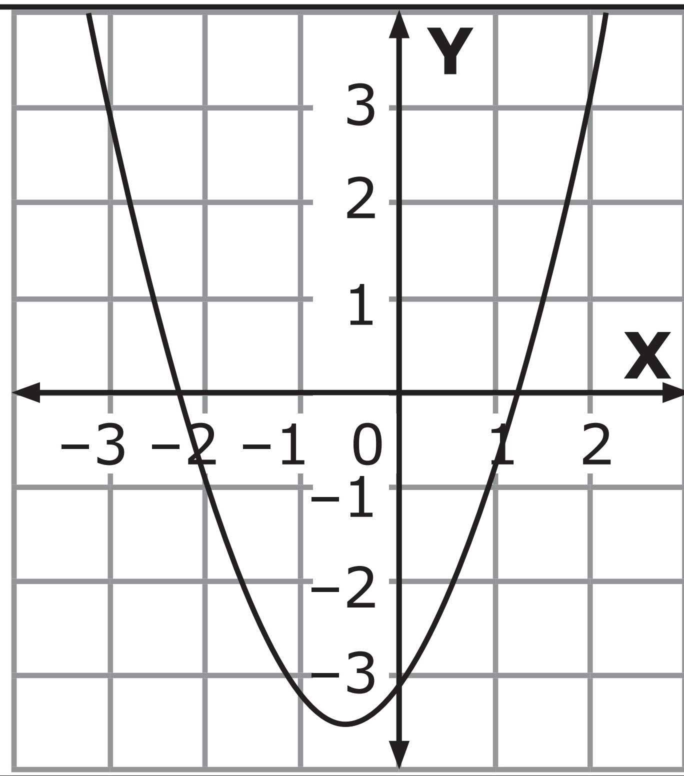
Función	Valor de x			
	-1	0	1	3
$h(x) = \frac{x^2}{2} + 1$				
$o(x) = x - x^2$				
$q(x) = -3x^2 + x + 1$				

▶ Representación de una función cuadrática

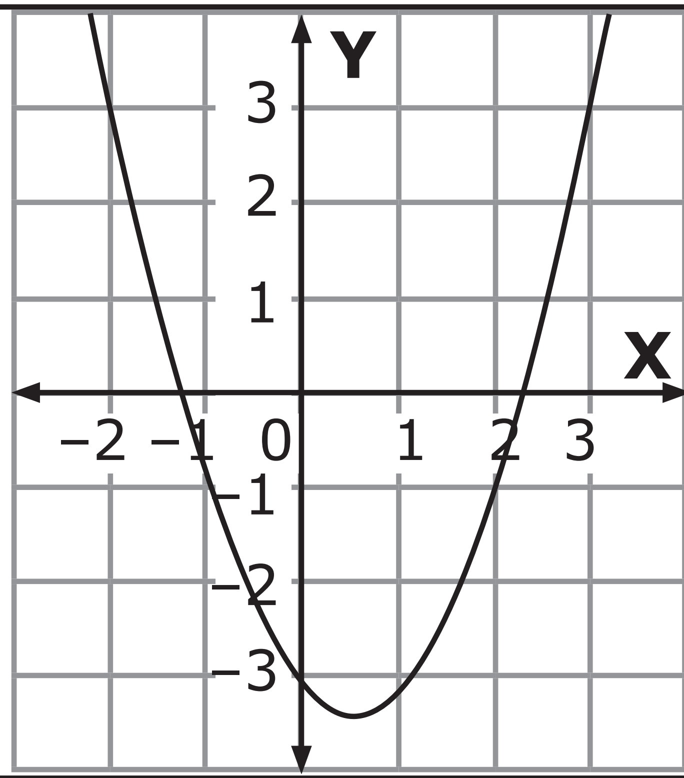
1. Marca con una X los puntos que pertenecen a cada función.



(3, 3)	
(−2, 3)	
(0, −3)	
(0, −1)	
(2, 3)	
(2, −3)	
(−3, 3)	
(1, −5)	



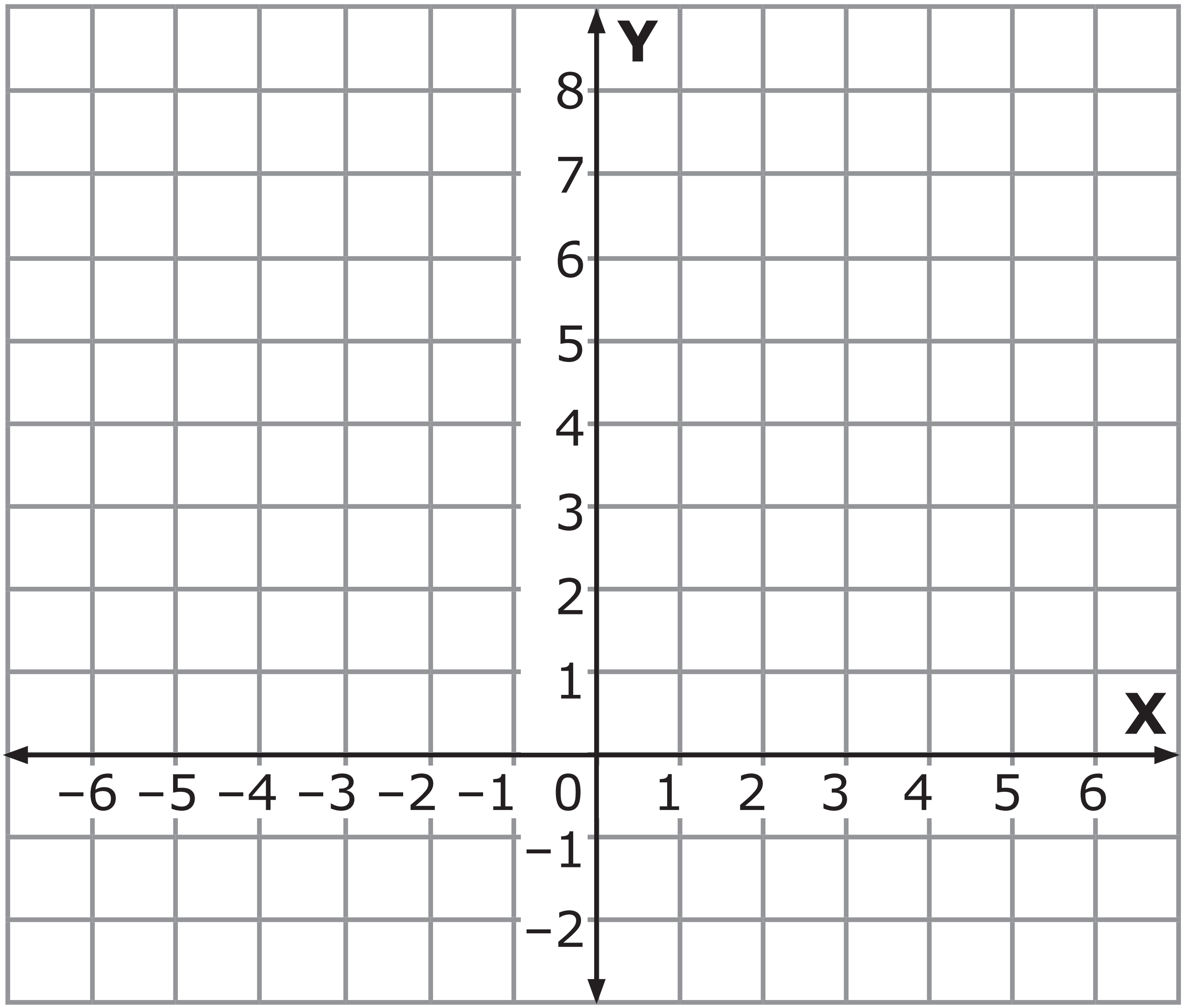
(3, 3)	
(−2, 3)	
(0, −3)	
(0, −1)	
(2, 3)	
(2, −3)	
(−3, 3)	
(1, −5)	



(3, 3)	
(−2, 3)	
(0, −3)	
(0, −1)	
(2, 3)	
(2, −3)	
(−3, 3)	
(1, −5)	

2. Determina el tipo de concavidad, vértice, eje de simetría e intersección con los ejes de la siguiente función.

Función	
$f(x) = x^2 + 2x + 1$	Concavidad
	Vértice
	Eje de simetría
	Intersección con los ejes


Y
8
7
6
5
4
3
2
1
X
−6 −5 −4 −3 −2 −1 0 1 2 3 4 5 6
−1
−2

3. Revisa la actividad de profundización 6 de la página 328 del texto del estudiante. Luego, identifica dónde se encuentran los siguientes puntos respecto de las funciones ($y > f(x)$ o $y < f(x)$):

a. $f(x) = 2x^2 + x - 1$

- $(-1, 2)$

- $(2, 4)$

- $(1, 0)$

- $(0, 3)$

- $(-2, 5)$

- $(-1, 1)$

b. $f(x) = -3x^2 + x - 2$

- $(-1, 0)$

- $(1, 1)$

- $(0, -2)$

- (1, 0)

4. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. Una función interseca el eje X dependiendo del valor de la discriminante (Δ).

b. Las raíces de una función son (0, –3) y (0, 3). Esto significa que el discriminante es mayor que cero.

____

____

c. Las coordenadas de las intersecciones de una función cuadrática con el eje Y son llamadas raíces.

____

____

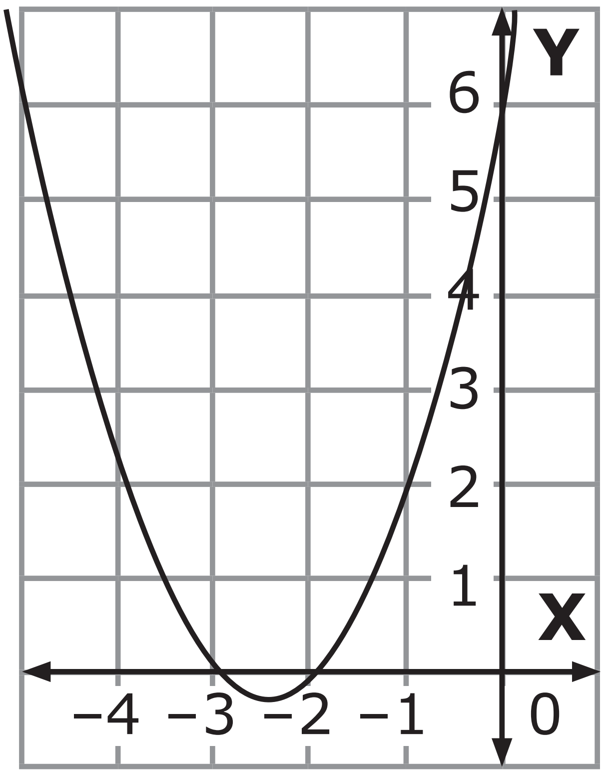
d. Una función cuadrática interseca el eje Y solo si el determinante es negativo.

____

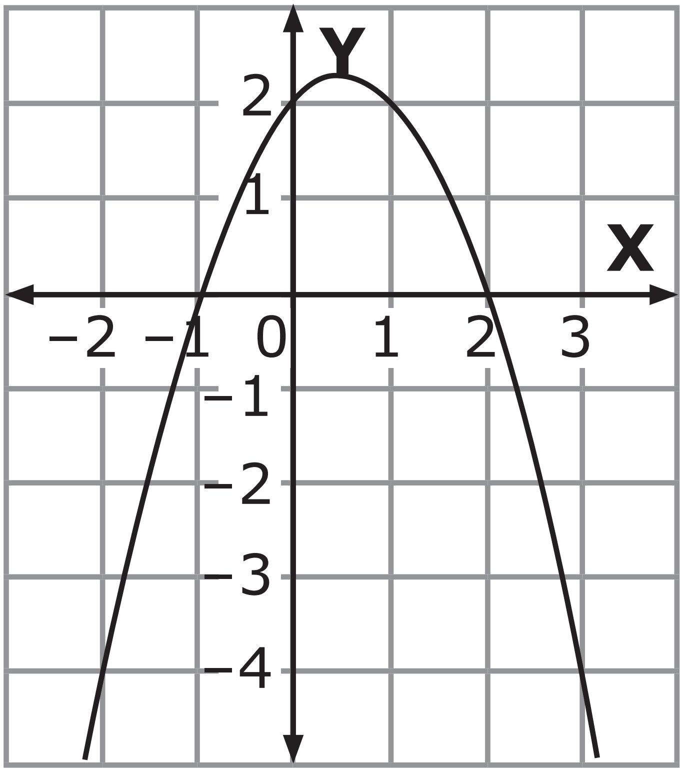
____

5. Establece la expresión algebraica de las funciones representadas.

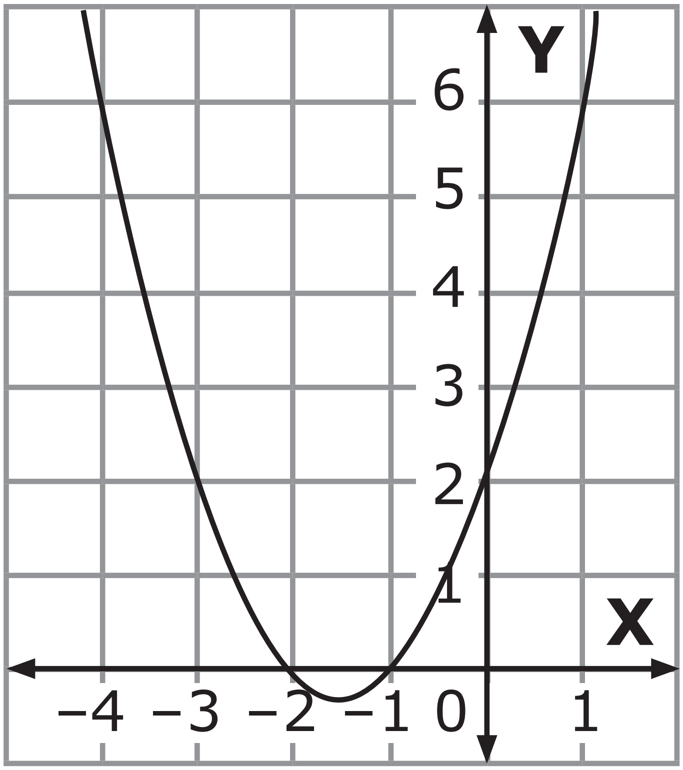
a.



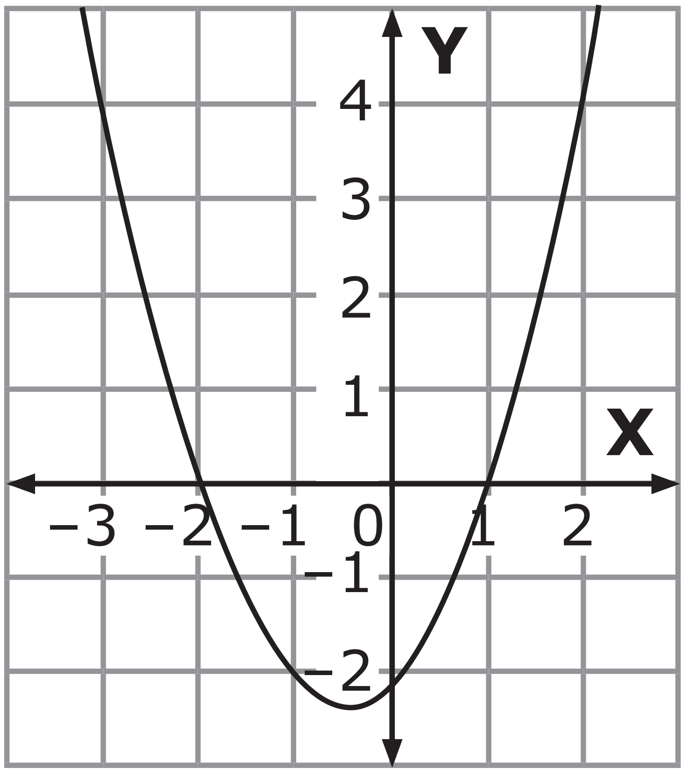
b.



c.



d.



6. Calcula el valor de la determinante de cada función. ¿Cuáles tienen raíces reales? Luego, construye cada una usando el programa del link.

a. $f(x) = 3x^2 + 2$

b. $g(x) = -2x + x^2 + 1$

Para construir

gbit.cl/C21M2MP063A

c. $h(x) = \frac{3}{2}x^2 - 12$

d. $i(x) = -x + 2x^2 - 11$

e. $j(x) = x^2 + 2x + 1$

f. $k(x) = 2x + 3x^2$

g. $l(x) = 9x^2$

h. $m(x) = -x - x^2 - 1$

7. Completa la siguiente tabla de valores para cada función.

Función	Valor de x				
	-2	-1	0	1	2
$f(x) = x^2+3x - 5$					
$g(x) = 2x^2 - x + 1$					
$h(x) = x^2 - 3x$					
$i(x) = -3x^2 + 2$					
$j(x) = 6x^2 - 3x$					
$k(x) = -x^2 + 3x - 5$					
$l(x) = x^2 + x + 1$					
$m(x) = 4x^2 - 5x$					
$n(x) = x^2 + 2x - 1$					

8. Determina la concavidad y los puntos de intersección con los ejes de las siguientes funciones. Luego, grafícalas.

a. $f(x) = x^2 + 3x - 2$

b. $g(x) = 3x^2 - 2$

c. $h(x) = 4x^2 + 2x$

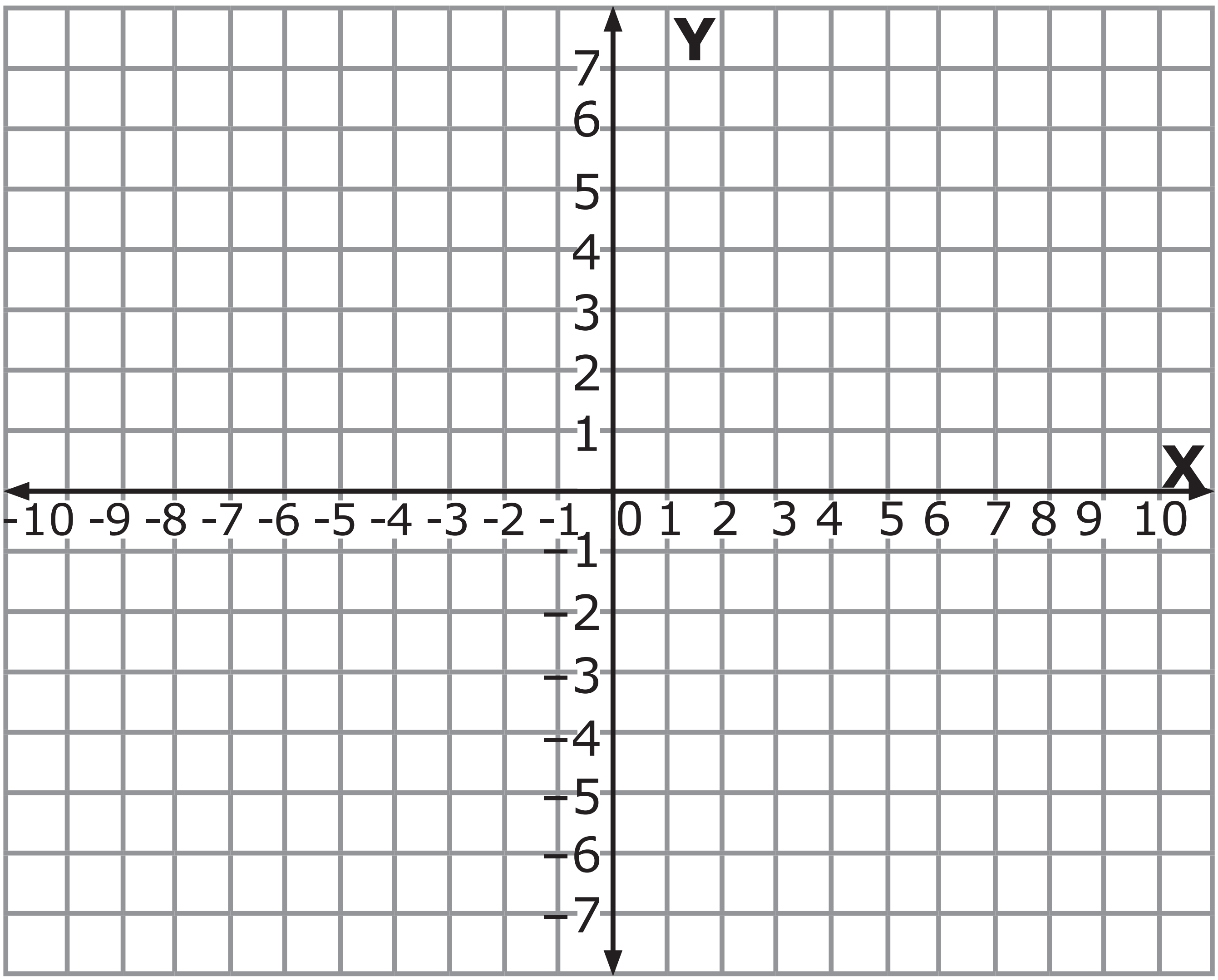
d. $p(x) = -x^2 + 2$

e. $q(x) = 5x^2 - 1$

f. $r(x) = -3x^2 + 3x - 2$

g. $s(x) = 4x^2 + 6$

h. $t(x) = x^2 - 1$



▶ Variación de parámetros de una función cuadrática

1. Transforma las siguientes funciones a su forma canónica.

a. $f(x) = x^2 + 3x - 2$

b. $g(x) = -3x^2 + 2$

c. $h(x) = x^2 + \frac{3}{2}$

d. $i(x) = x^2 - 2x + 1$

e. $j(x) = -2x^2 + 1$

f. $k(x) = -x^2 + 3x - 1$

g. $l(x) = -4x + 6 + x^2$

h. $m(x) = -3x^2 + 5$

2. Establece la representación de una función en su forma canónica dados los siguientes vértices:

a. $(-\frac{2}{5}, -6)$

b. $(1, 2)$

c. $(-1, 4)$

d. $(\frac{1}{2}, -2)$

e. $(-\frac{2}{3}, 0)$

f. $(0, \frac{1}{3})$

g. $(-1, 2)$

h. $(0, -2)$

i. $(-\frac{1}{3}, 2)$

j. $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

k. $(-\frac{1}{3}, -5)$

l. $(0, 0)$

m. $(0, -4)$

n. $(\frac{1}{5}, 2)$

o. $(0, \frac{1}{4})$

3. En parejas, analicen si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Luego, justifiquen las falsas.

a. La forma canónica de una función cuadrática es la menos indicada para deducir la gráfica de la función cuadrática.

b. El movimiento en el eje X está asociado al parámetro k.

____

____

____

c. Si $k < 0$, la gráfica se mueve hacia arriba en $|k|$ unidades.

____

____

____

d. El movimiento en el eje X está asociado al parámetro h.

____

____

____

e. La función $t(x) = x^2 + 4x - 2$ en su forma canónica es $t(x) = (x + 2)^2 - 6$.

f. La función $g(x) = x^2$ no posee representación en su forma canónica.

4. Los siguientes puntos representan los vértices de la traslación de la función $f(x) = 2x^2$. Escribe cada una de sus representaciones canónicas y construye sus gráficas.

a. (2, 2)

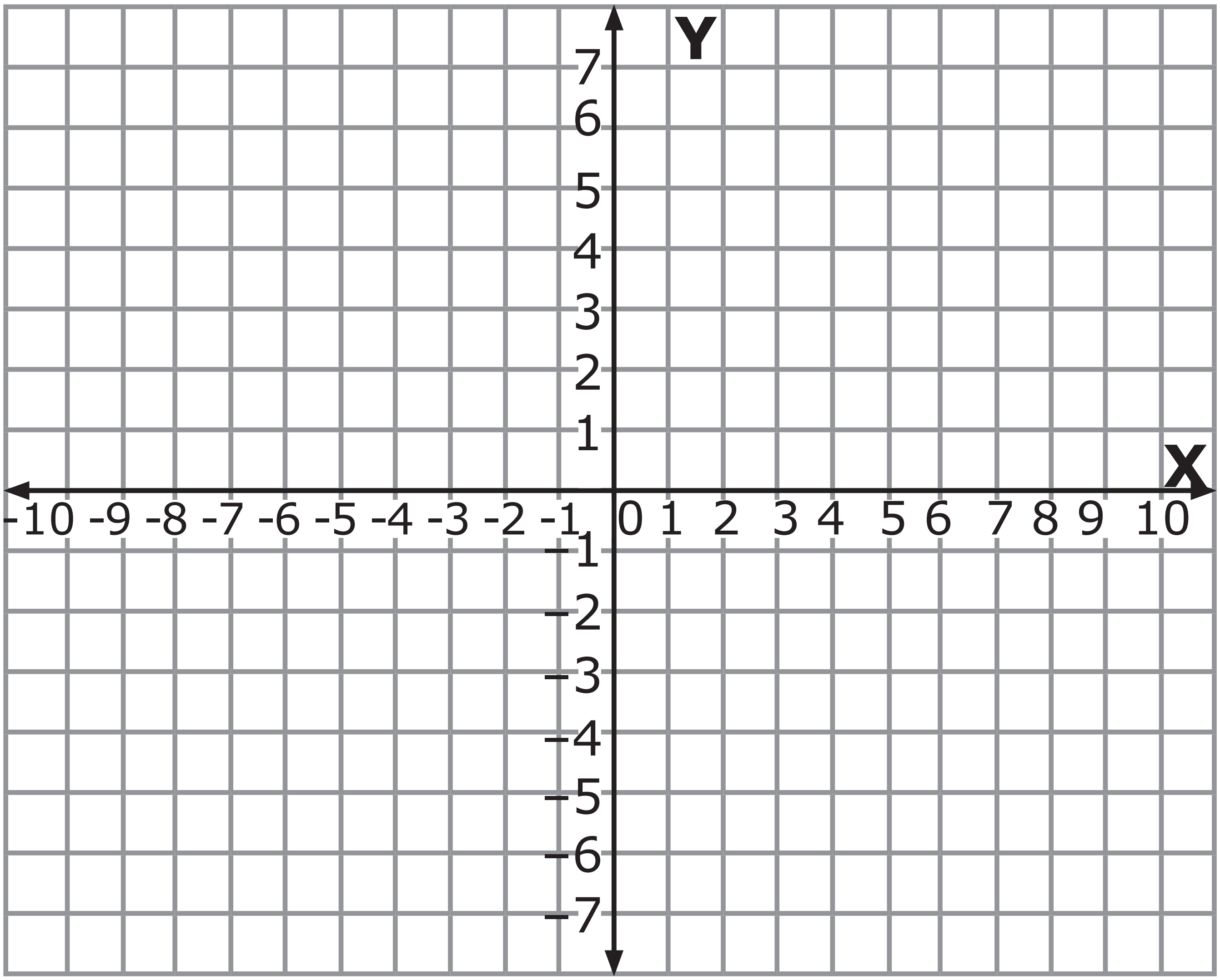
b. (−1, 2)

c. (1, 1)

d. (2, 1)

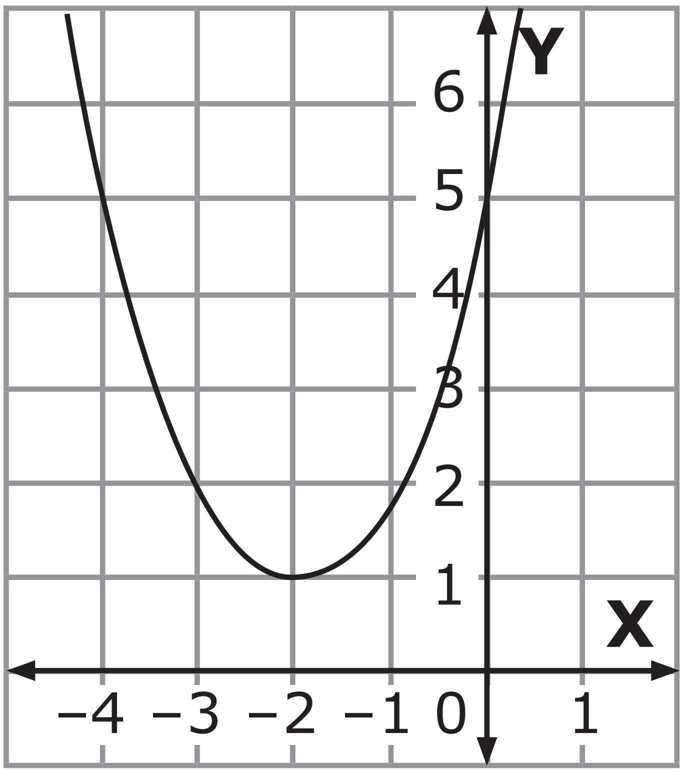
e. (−1, −1)

f. (−2, 1)


Y
X
7
6
5
4
3
2
1
-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
−1
−2
−3
−4
−5
−6
−7

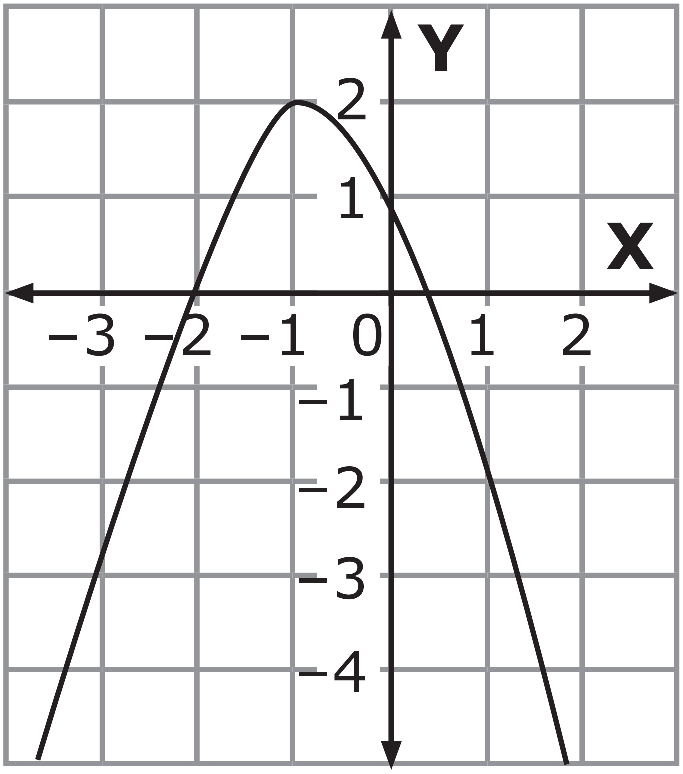
5. Analiza las gráficas y determina los valores de h y k faltantes.

a.



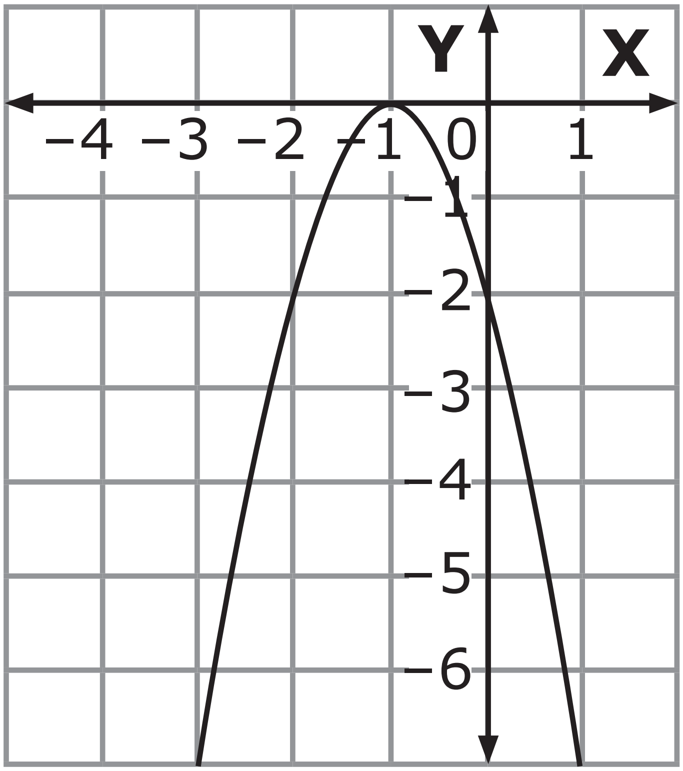
$f(x) = (x - h)^2 + k$

b.



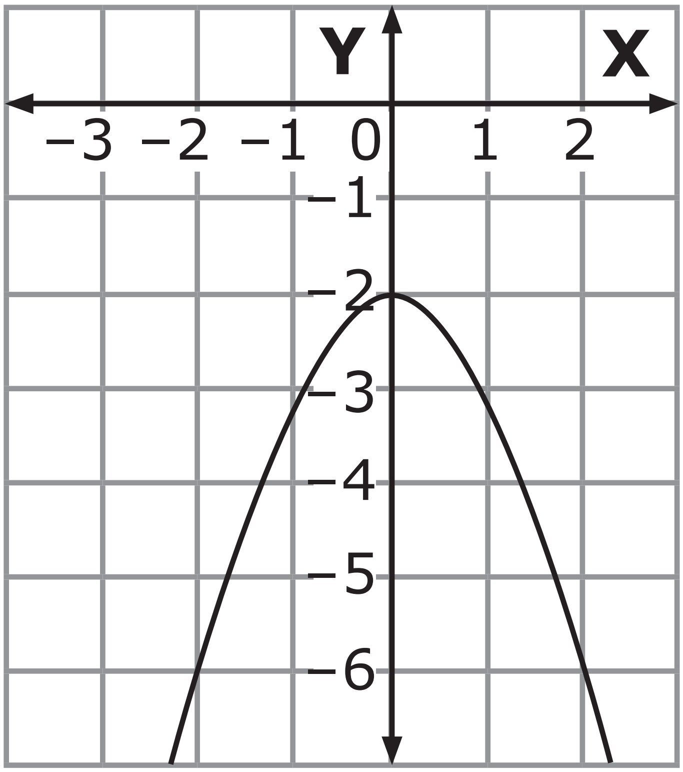
$$f(x) = -(x - h)^2 + k$$

c.



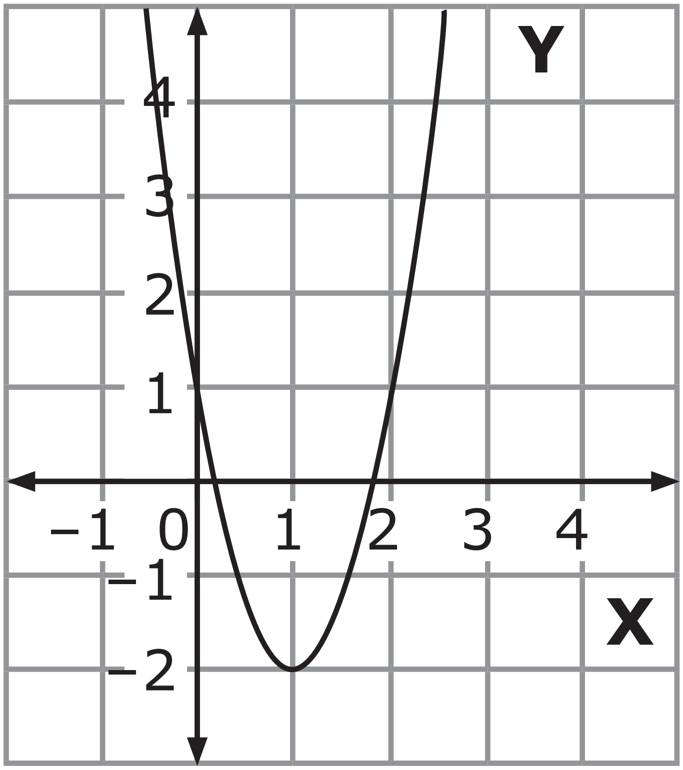
$$f(x) = -2(x - h)^2 + k$$

d.



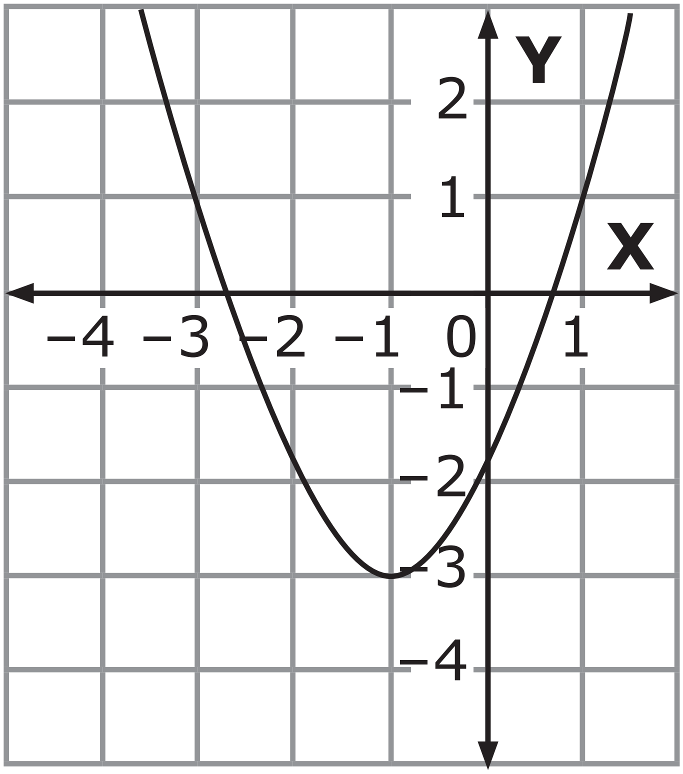
$f(x) = -(x - h)^2 + k$

e.



$f(x) = 3(x - h)^2 + k$

f.



$f(x) = 3(x - h)^2 + k$

▶ Aplicaciones de la función cuadrática

1. Plantea una función cuadrática adecuada y resuelve la situación.

a. Los lados de un rectángulo miden x y (x + 2).

- ¿Cuál es la función que modela el área del rectángulo?

- ¿Cuál es el área del rectángulo si su lado más pequeño mide 2.021?

b. El cateto de un triángulo rectángulo mide 10 unidades más que el otro.

- ¿Cuál es la función que modela la magnitud de la hipotenusa al cuadrado?

- El cateto más pequeño mide 1 unidad. ¿Cuánto mide su hipotenusa?

- ¿Cuánto debe medir el cateto para que la hipotenusa mida 20 unidades?

- ¿Cuál es la función que modela el área del triángulo?

- ¿Cuál es el área del triángulo si su cateto más grande mide 12 unidades?

- ¿Cuánto debe medir su cateto más grande para que el área sea 12 unidades?

c. ¿Existe algún valor tal que el área del triángulo del ejercicio anterior coincida con la magnitud del cateto al cuadrado del triángulo? Plantea la ecuación correspondiente. Luego, justifica tu respuesta.

2. La función $f(x) = -x^2 + 4x$ describe la posición del lanzamiento de un balón. En ella, x representa la distancia horizontal recorrida (en metros) y f la altura respecto al suelo (en metros).

a. ¿A qué altura se encontrará el balón si este recorre una distancia horizontal de 3 metros?

b. ¿Es posible calcular la distancia horizontal recorrida del balón cuya altura es 6 metros?

c. A qué distancia horizontal el balón alcanzará su altura máxima?

d. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el balón?

3. El lanzamiento parabólico (a partir del suelo) de un objeto se modela con la función $h(t) = v_0 \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$. En ella, v0 corresponde a la velocidad inicial con la que es lanzada medida en $\frac{m}{s}$, g es la constante aceleración de gravedad, t el tiempo en segundos y h es la altura en metros del objeto. En un planeta tiene una aceleración de gravedad de $g = 20$ se lanza el objeto con una velocidad inicial de $5\frac{m}{s}$.

a. ¿Cuál es la función que modela la situación?

b. ¿Es correcto afirmar que el objeto se encuentra a la misma altura al cabo de 0,1 y 0,4 segundos?

c. ¿A qué altura se encontrará el objeto al cabo de 0,2 segundos?

d. ¿Cuánto tiempo tarda en caer al suelo?

e. ¿Cuánto tiempo tarda en alcanzar su altura máxima?

f. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el objeto?

4. Inventa el nombre de un planeta ficticio e indica su aceleración de gravedad. Intercambien sus datos en parejas para que responda las siguientes preguntas:

a. Nombre del planeta: _______________

b. Aceleración de gravedad del planeta g:_____________ $\frac{m}{s^2}$

c. Se lanza un objeto con velocidad inicial igual (en magnitud) a la aceleración de gravedad del planeta. ¿Cuál es la función que modela el lanzamiento?

h(t) = ______________________________

d. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

e. ¿Cuánto tiempo tarda en caer al suelo?

5. Las ventas de un producto novedoso y popular pueden ser modeladas mediante la función

$$f(x) = -\frac{1}{4}(x - 5)^2 + 36.$$

En ella, f representa la cantidad de ejemplares vendidos y x la cantidad de días transcurridos desde su lanzamiento.

a. ¿Cuántos ejemplares se vendieron el día del lanzamiento?

b. ¿Cuántos ejemplares se vendieron al cabo de 10 días?

c. ¿Cuál fue el máximo de ejemplares vendidos en un solo día?

d. ¿En cuántos días las ventas desaparecen por completo?

6. Un comerciante ha hecho un estudio para fijar el precio de un artículo (p) en función de la cantidad de unidades que vende al mes (x). La relación que ha determinado es $p = 6.000 - 5x$.

a. Si el ingreso I corresponde a $I = px$, determina la expresión que modela el ingreso del comerciante en función del precio de los artículos.

b. A partir de la pregunta anterior, ¿cuál debe ser el precio de los artículos para que se perciba la mayor ganancia posible?

c. ¿Entre qué valores debe variar el precio de venta que tenga un ingreso mínimo de $1.000.000?

d. Determina la expresión que modela el ingreso del comerciante en función de la cantidad de unidades vendidas.

e. ¿Cuál es el ingreso del comerciante cuando vende 300 unidades mensuales?

f. Sabiendo que en general no vende más de 500 unidades mensuales, ¿cuál es el máximo ingreso que puede obtener?

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y marca la alternativa correcta.

1. Son funciones de segundo grado:

I. $x^2 = -3$

II. $t(x) = 16^2 - x$

III. $q(x) = -\sqrt{2}x^2 - 11$

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo III.

D. Solo I y II.

2. Los coeficientes a, b y c de la función cuadrática $p(x) - 1 = -x + 2x^2 + 6$ son:

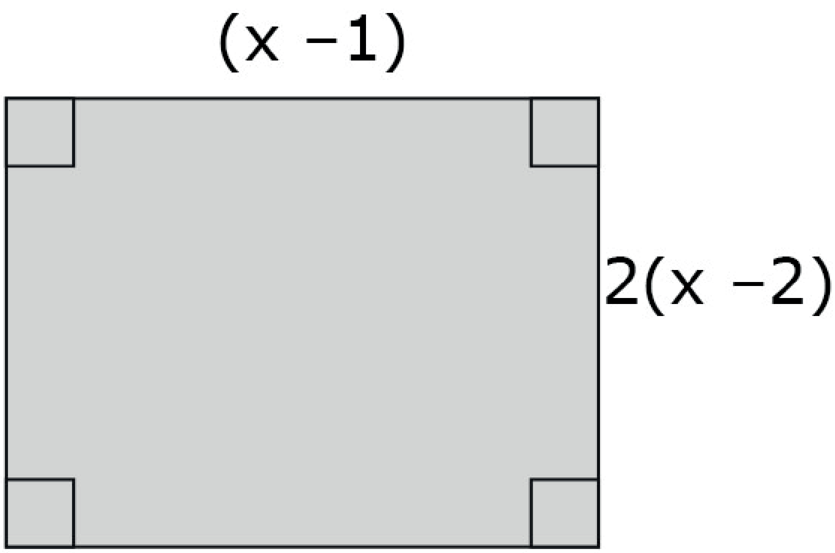
A. $a = 2$, $b = 3$, $c = 6$

B. $a = -2$, $b = 2$, $c = 7$

C. $a = 2$, $b = -1$, $c = 7$

D. $a = -2$, $b = 1$, $c = -7$

3. ¿Qué alternativa corresponde al área de la siguiente figura?



A. $a(x) = 2(x - 1)^2$

B. $a(x) = (x - 1)\ (2x + 2)$

C. $a(x) = 2x^2 - 2x - 2$

D. $a(x) = 2x^2 + 2x - 4$

4. Los coeficientes de una función son $a = -1$, $b = 2$ y $c = -2$. Entonces, la función corresponde a:

A. $a(x) = x^2 - 2x - 2$

B. $b(x) = 2(x - 1) - x^2$

C. $c\,(x) = 3x^2 - x + 2x - x^2 + 1$

D. $d\,(x) = 2x + 2x - x^2$

5. Dada la función $h\,(x) = 2\,(x + 1)^2$, es correcto afirmar:

I. $h(1) + h(-1) = 0$

II. $h(2) = 2^3$

III. $h(3) + h(5) = 2^3\,(2^2 + 3^2)$

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo II y III.

6. Dada la función $r(s) = -s^2 + 2$, ¿cuál de los siguientes puntos forma parte de su gráfica?

A. (1,1)

B. (2, 0)

C. (−1,2)

D. (3,7)

7. Dada la función $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$ podemos afirmar que:

I. Su intersección con el eje Y es 1.

II. Es cóncava hacia arriba.

III. Su determinante es 37.

A. Solo II.

B. Solo III.

C. Solo II y III.

D. I, II y III.

8. La representación canónica de la función $g(x) = x^2 - x + 1$ corresponde a:

A. $g(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$

B. $g(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$

C. $g(x) = \frac{1}{2}(x - 1)^2$

D. $g(x) = -\frac{1}{2}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 1$

9. ¿Cómo se llama la figura que se forma al graficar una función cuadrática?

A. Recta.

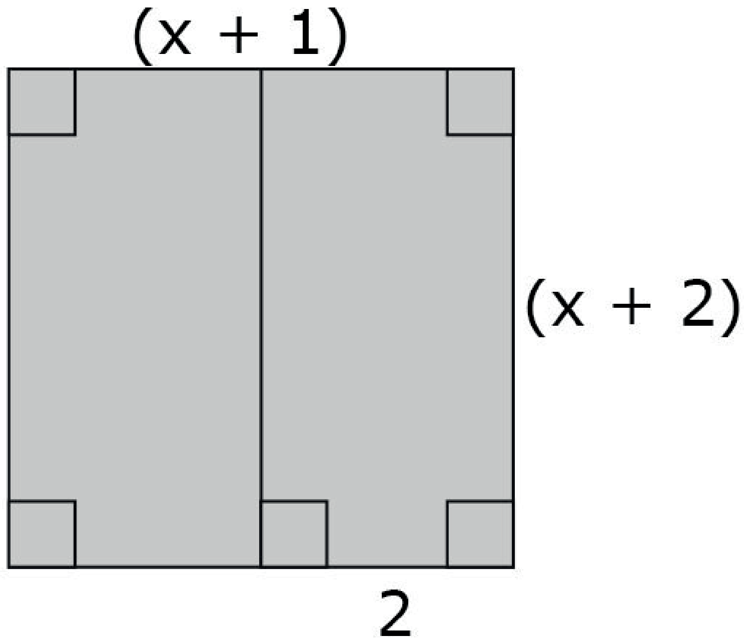
B. Parábola.

C. Semicírculo.

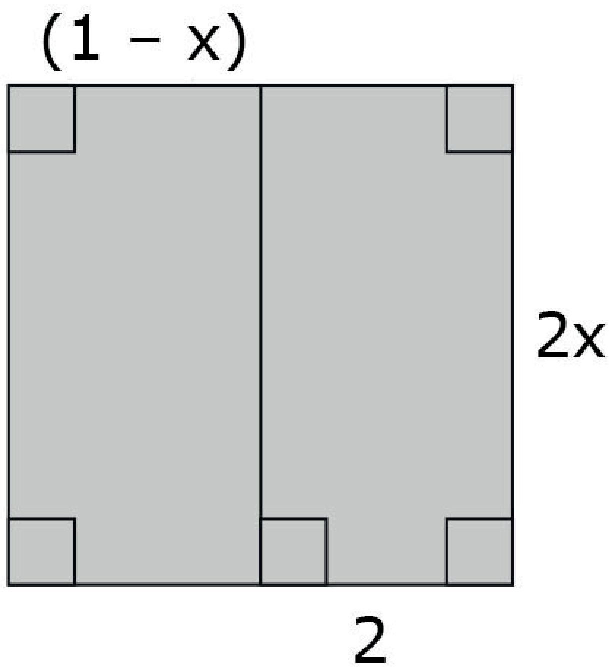
D. Círculo

10. La función $j(x) = x^2 + 3x + 2$ está representada por el gráfico:

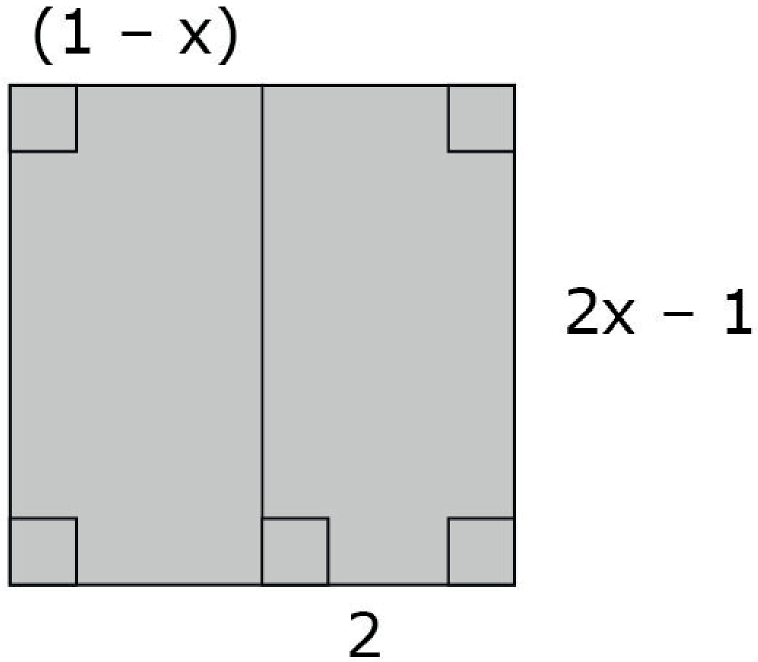
a.



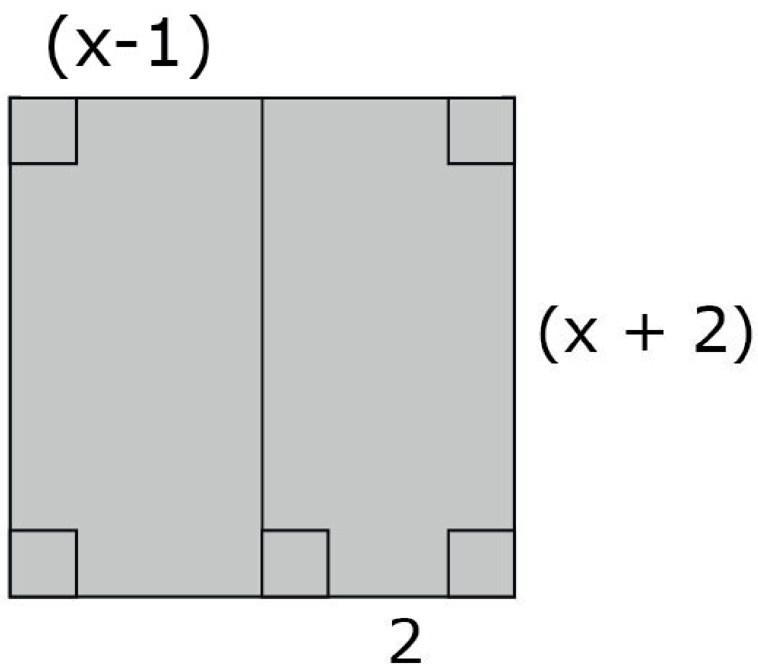
b.



c.

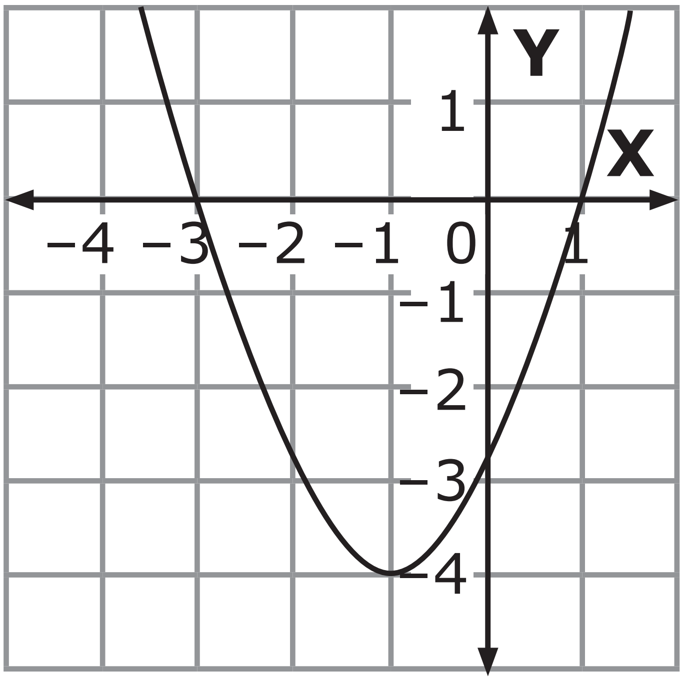


d.

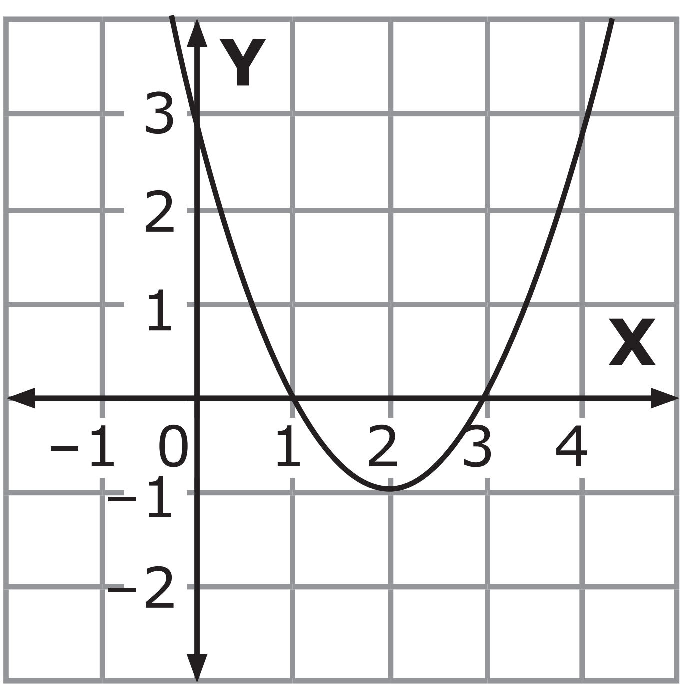


11. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función $x^2 + 2x - 3$?

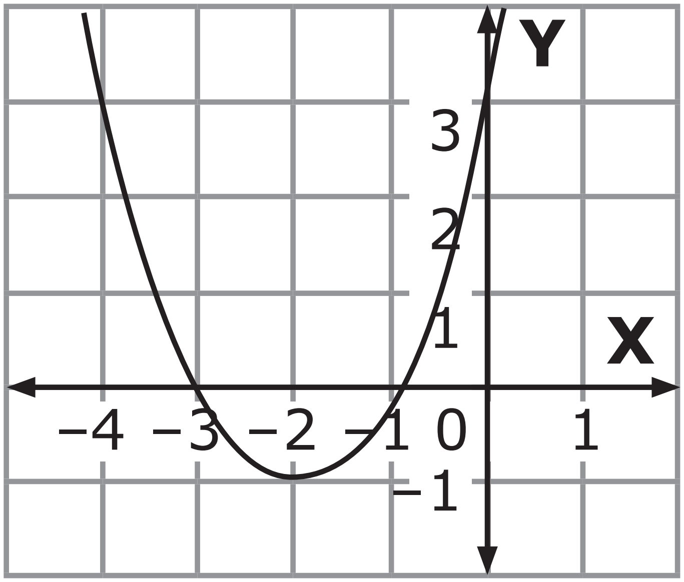
a.



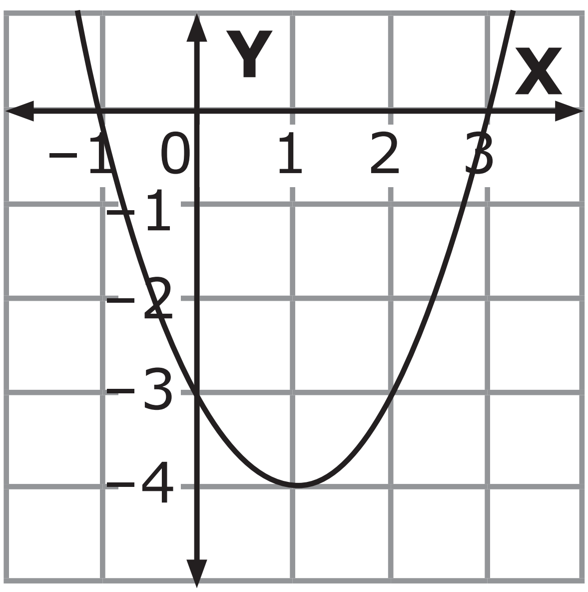
b.



c.



d.



12. ¿Qué fenómeno(s) puede(n) modelarse mediante una función cuadrática?

I. El lanzamiento de una pelota de básquetbol.

II. La curvatura de la rampa de un parque de patinetas.

III. La altura de una persona a medida crece.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y III.

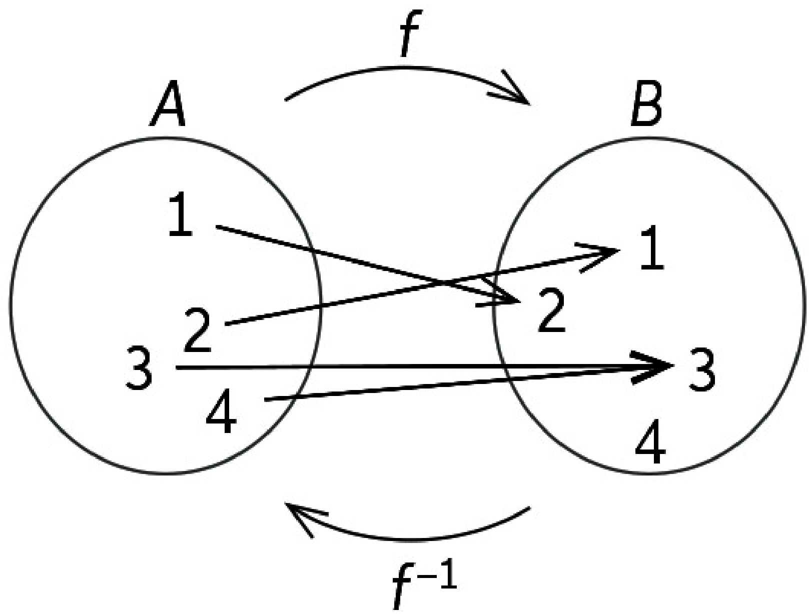
D. Solo I y II.

Lección 7: Función inversa

Definición de la función inversa

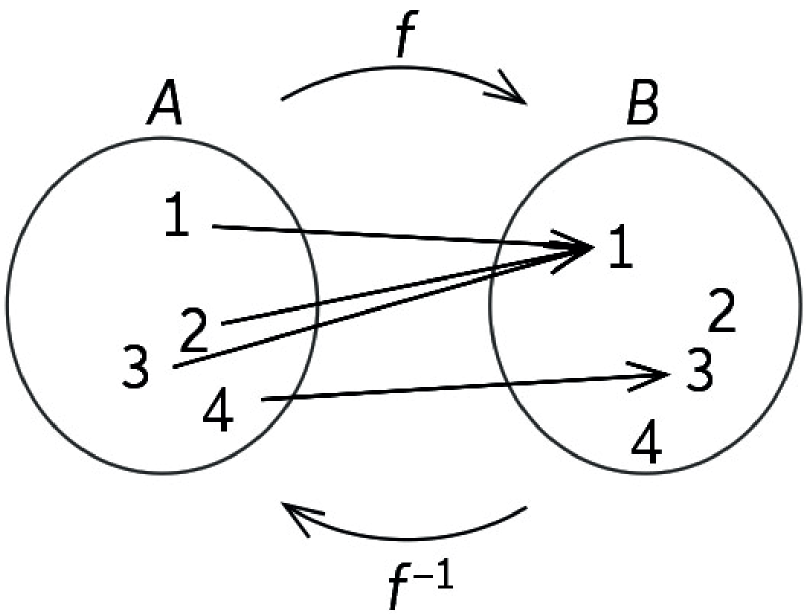
1. Identifica Dom f, Codom f. Indica si f^{-1} existe. De ser así, determina Dom f^{-1} y Codom f^{-1}

a.



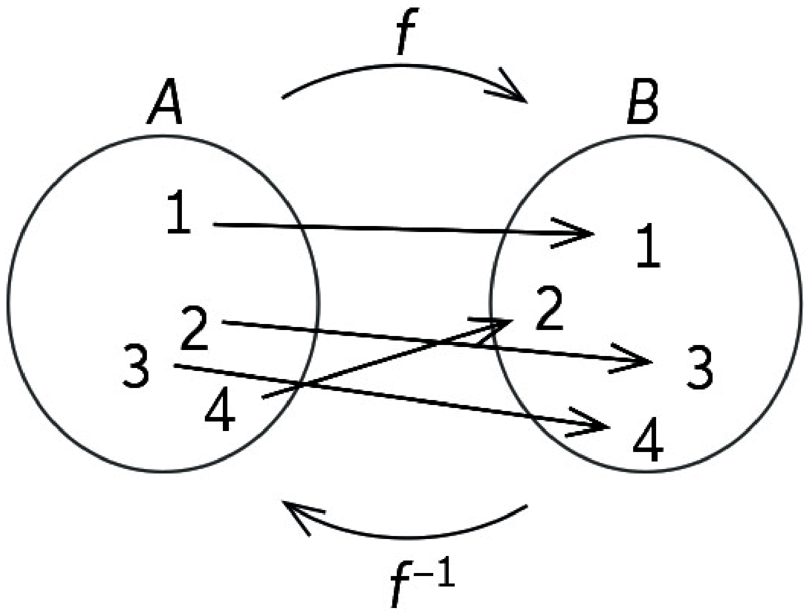
- Dom f: ______________________________
- Codom f: ____________________________
- ¿Existe f^{-1}? ________________________
- Dom f^{-1}: ___________________________
- Codom f^{-1}: _________________________

b.



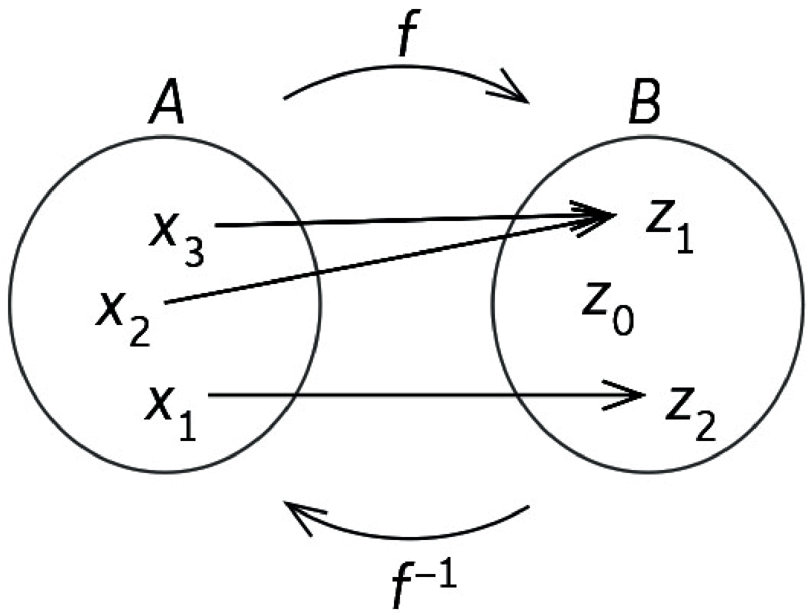
- Dom f: ______________________________
- Codom f: ___________________________
- ¿Existe f^{-1}? ________________________
- Dom f^{-1}: ___________________________
- Codom f^{-1}: _________________________

c.



- Dom f: ______________________________
- Codom f: ____________________________
- ¿Existe f^{-1}? ___________________________
- Dom f^{-1}: ___________________________
- Codom f^{-1}: __________________________

d.



- Dom f: ______________________________
- Codom f: ___________________________
- ¿Existe f^{-1}? _________________________
- Dom f^{-1}: ___________________________
- Codom f^{-1}: __________________________

2. Describe la función f o f^{-1} en lenguaje natural según corresponda.

Descripción de f	**Descripción de f^{-1}**
Duplica un número	
Aumenta un número en dos unidades, luego lo divide por tres	
Transforma un número en su sucesor	
	Resta 5 unidades a un número
	Multiplica un número por 2/3
	Divide el número por 5

3. A = {números pares mayores que 3 y menores que 9} y f es una función que transforma cada número de A en su sucesor. Determina:

a. Una expresión algebraica de f.

____

b. Recorrido de f.

____

c. Una expresión algebraica para f^{-1}.

____

4. Realiza las actividades para cada tabla.

a.

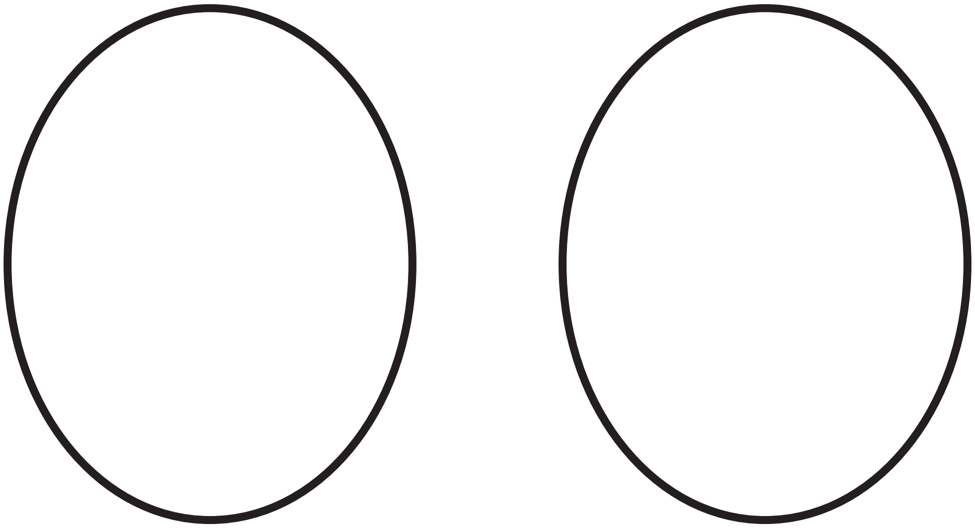
x	**f(x)**
2	2
3	3
4	4
5	5

- Una expresión algebraica para f.

____

- Completa el diagrama sagital para f y f^{-1}.

A B



- Una expresión algebraica para f^{-1}.

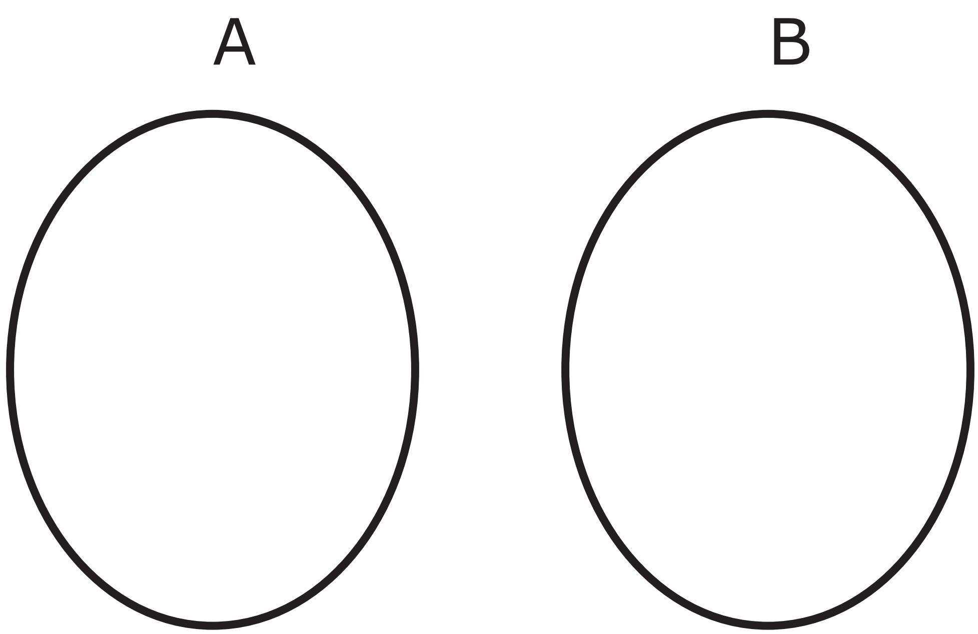
b.

x	g(x)
1	3
2	5
3	7
4	9

- Una expresión algebraica para g.

____

- Completa el diagrama sagital para g y g^{-1}.



- Una expresión algebraica para g^{-1}.

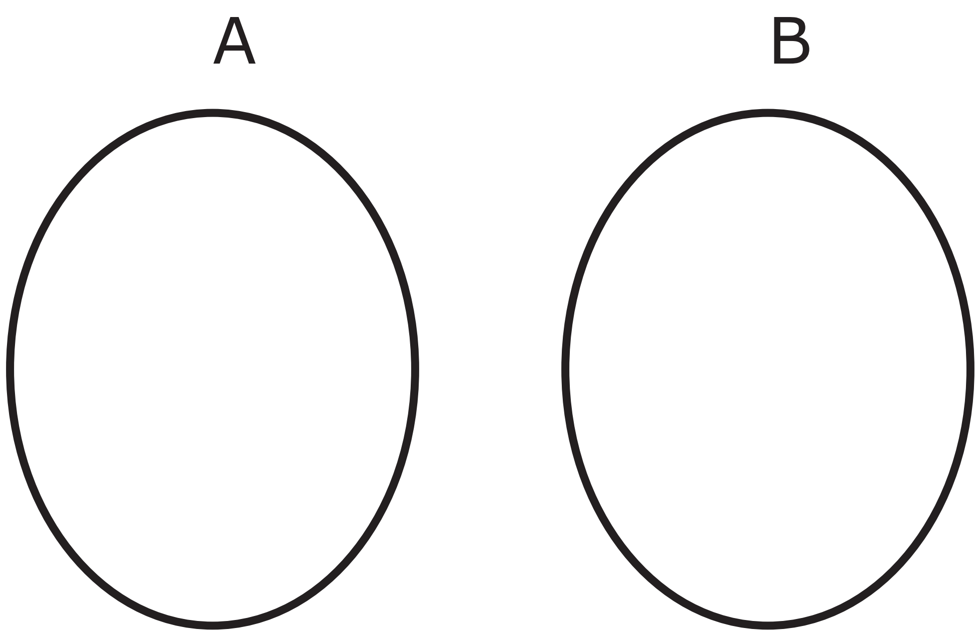
____

5. Completa el diagrama sagital para cada función y realiza las actividades.

a. A= {números pares menores que 11}

B= {números impares menores que 10}

$$f(x) = x - 1$$



- ¿Posee función inversa?

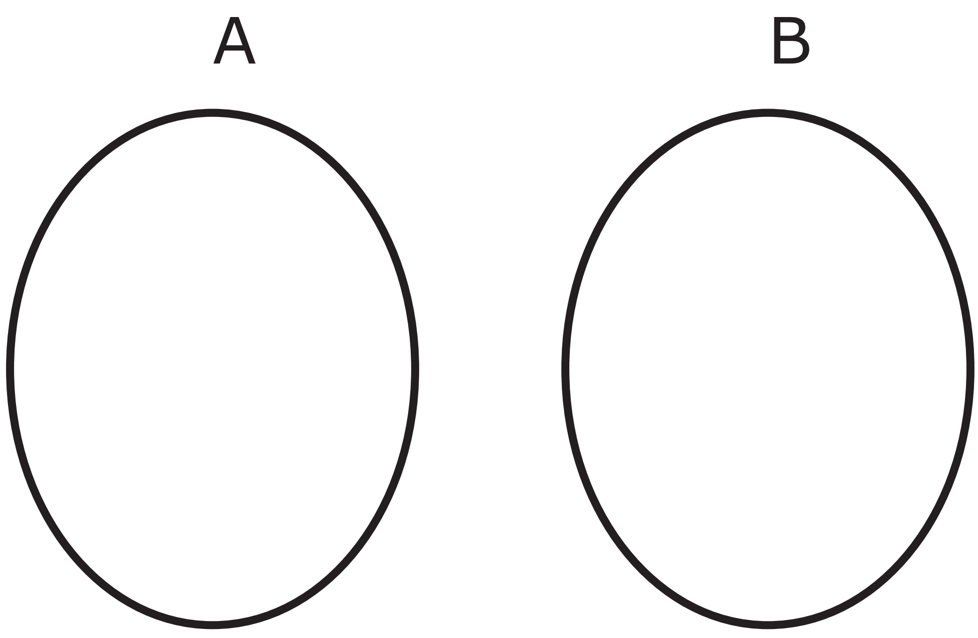
____

- f−1= ____________________________________

b. A={números primos menores que 10}

B={números pares menores que 9}

f(x) = x



- ¿Posee función inversa?

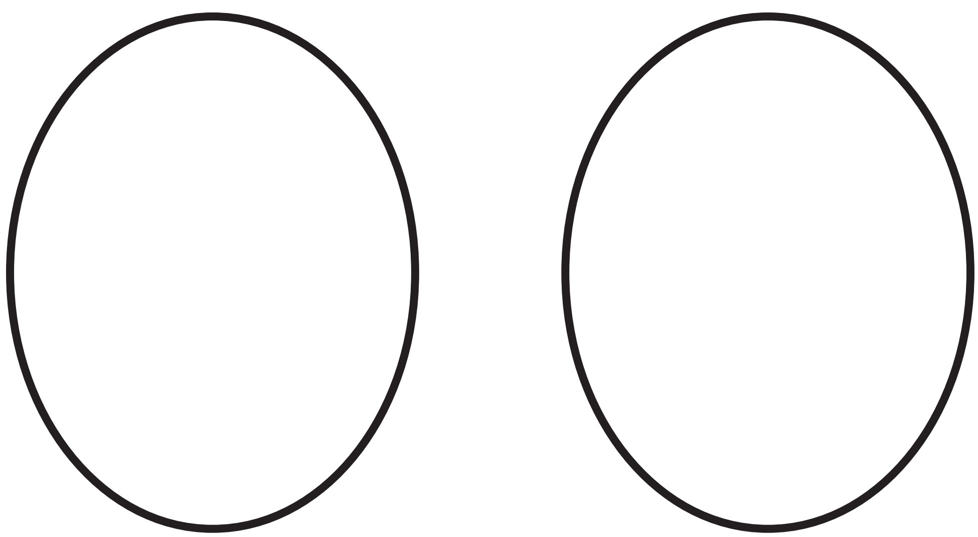
____

- f−1= ______________________________

c. A = B = {números naturales menores que 10}

$$f(x) = 2x$$

A B



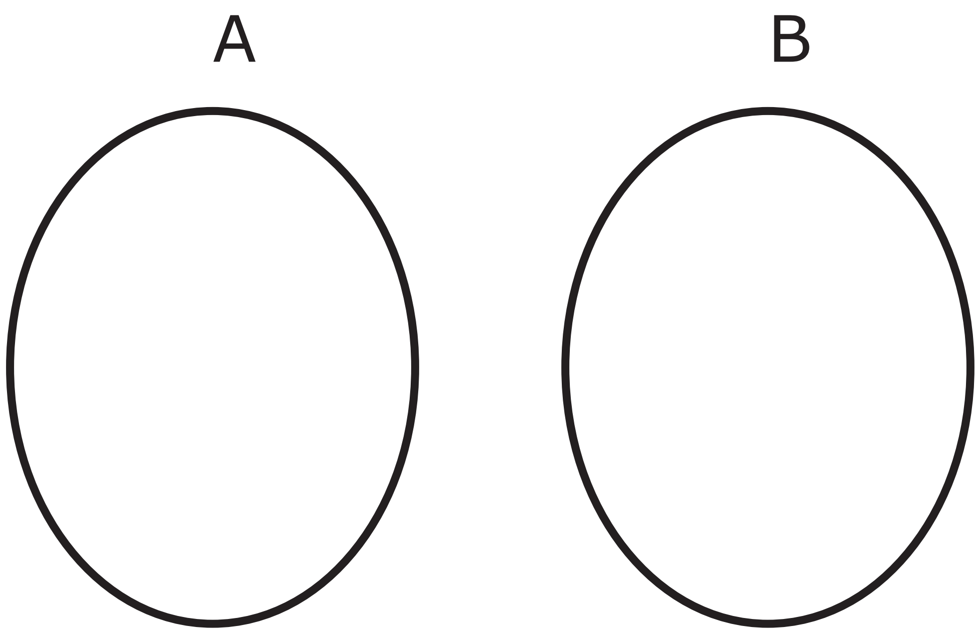
- ¿Posee función inversa?

____

- f−1= ______________________________

d. A = B = {números enteros mayores que –3 y menores que 3}

$$f(x) = x - 2$$



- ¿Posee función inversa?

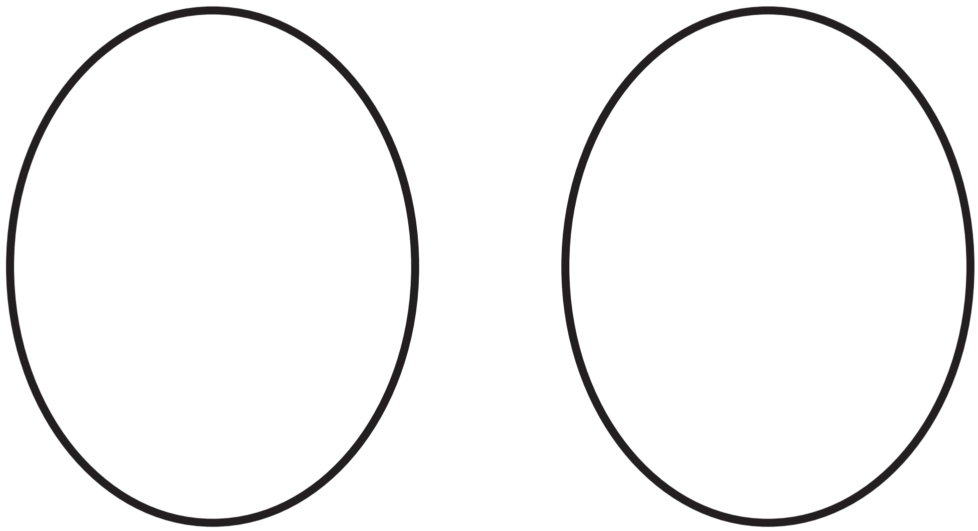
____

- f−1= ______________________________

e. A = B = {números naturales pares menores que 12}

$$f(x) = x + 4$$

A B



- ¿Posee función inversa?

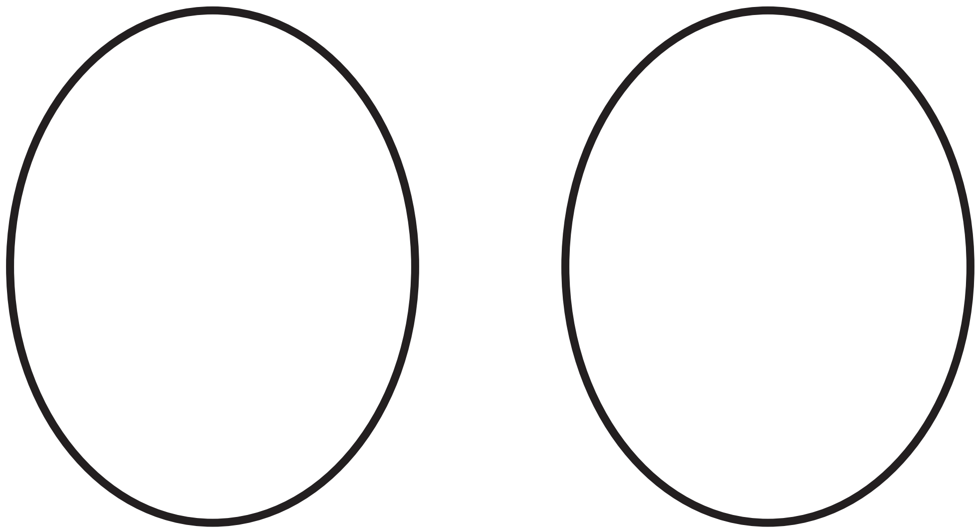
____

- f−1= ____________________________________

f. A = B = {múltiplos positivos de 7 menores que 40}

$$f(x) = x + 7$$

A B



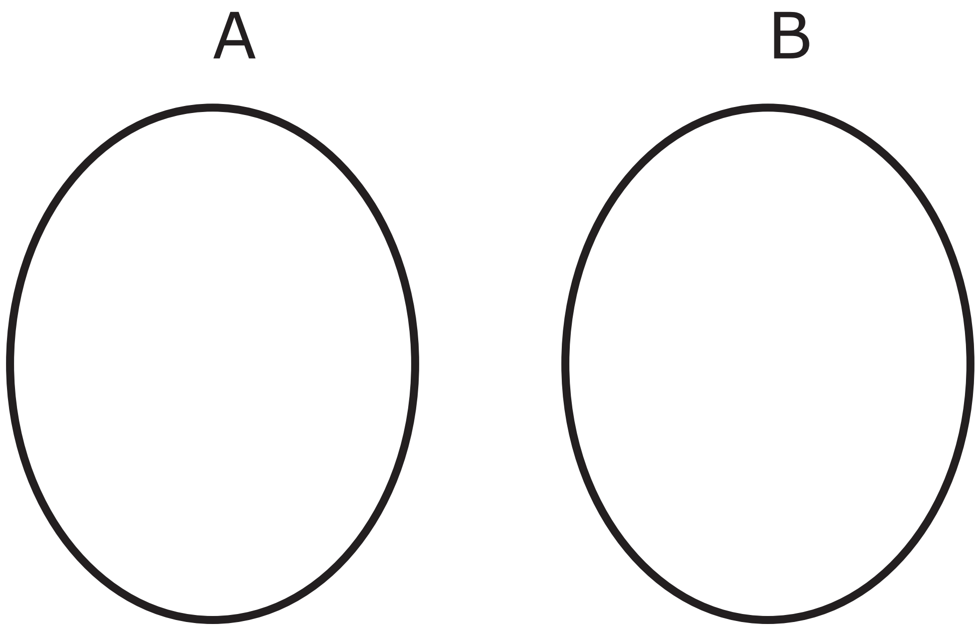
- ¿Posee función inversa?

____

- f−1= ____________________________________

g. $A = B = \mathbb{Z}$

$$f(x) = -x$$



- ¿Posee función inversa?

____

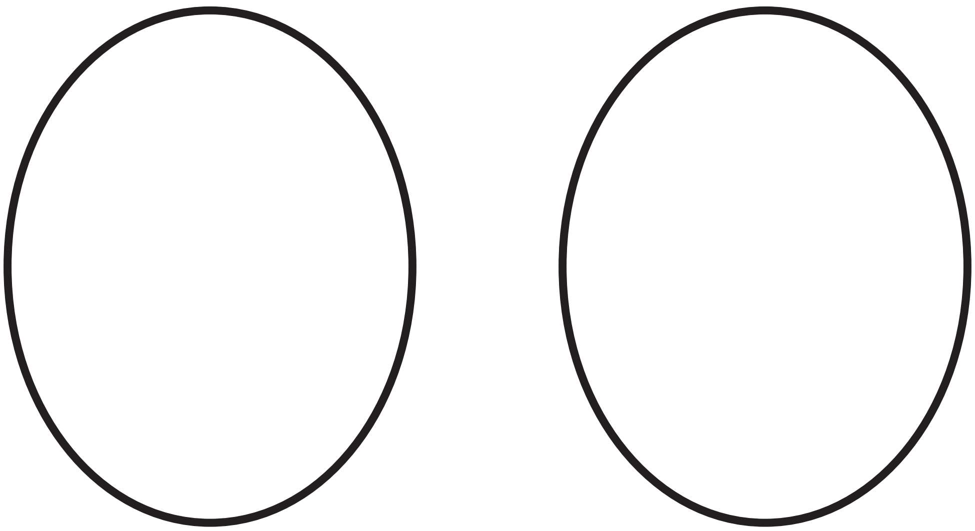
- $f-1=$ ______________________________________

h. A = {múltiplos enteros de 3}

B = $\mathbb{Z}$

$$f(x) = \frac{x}{3}$$

A B



- ¿Posee función inversa?

____

- f−1= ________________________________

6. Kelvin es una escala de temperatura. El cero absoluto corresponde a los 0 K que equivalen a –273,15 °C, mientras que 1 K equivale a –272,15 °C. La función K(C) representa la temperatura en Kelvin cuando hay C grados Celsius. Determina:

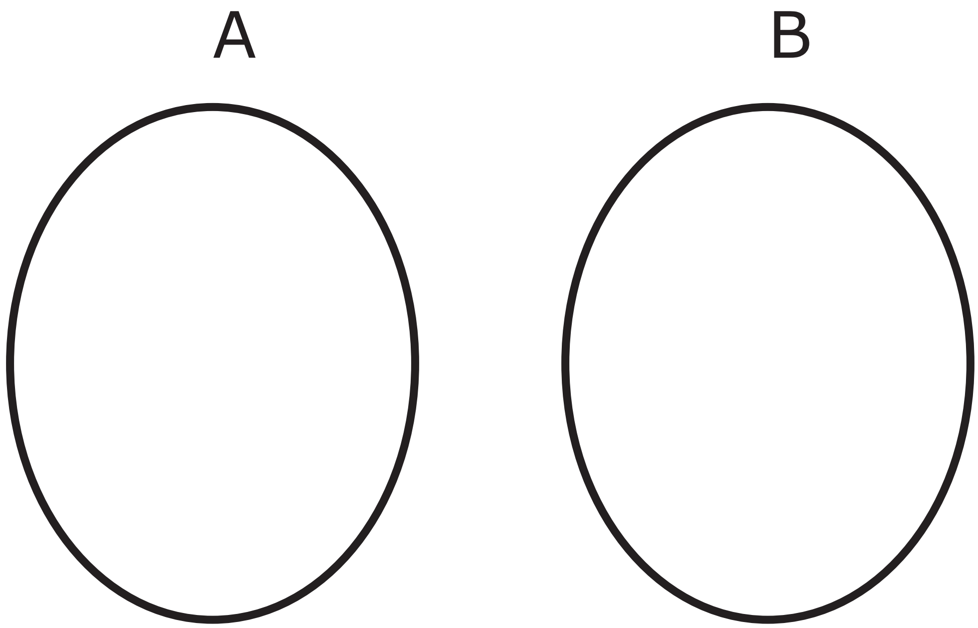
a. Una expresión algebraica para K:

____

b. Una tabla de valores con 5 valores a elección:

C	**K(C)**

c. Un diagrama sagital con K y K−1 con los valores de la actividad anterior:



d. Una expresión algebraica para K^{-1}:

____

e. ¿Qué representa K^{-1}?

____

7. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Si $f(8)=4$, entonces $f^{-1}(2) = 4$.

____

____

b. _____Si $f(x) = g^{-1}(x)$ y $g(x) = h^{-1}(x)$, entonces $f(x) = h(x)$.

____

____

c. _____Si $x \in \text{Rec } f$, entonces

$$f^{-1}(x) \in \text{Dom } f.$$

____

____

d. _____Si $f(1) = 1$, entonces $f^{-1}(2) = 2$.

____

____

e. _____Si $f(x) = 4$ para todo $x \in \mathbb{R}$, entonces f no puede tener inversa.

____

____

f. _____Si $f^{-1}(4) = 2$, entonces $f(2) = 4$.

____

____

g. _____Si $f^{-1}(y) = x$ entonces

$$f(f^{-1}(y)) = x.$$

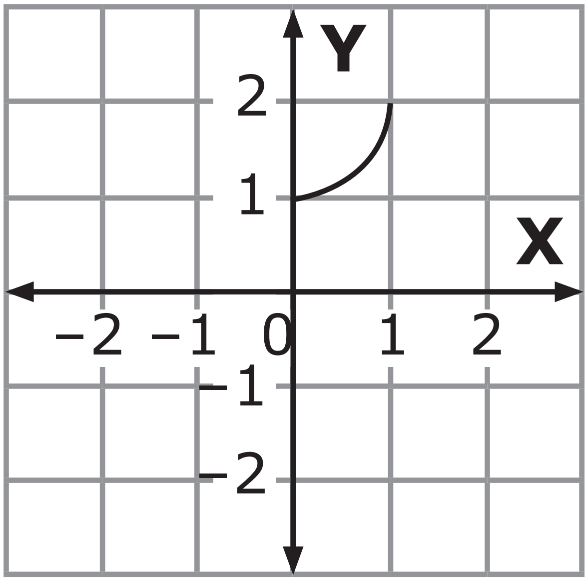
____

____

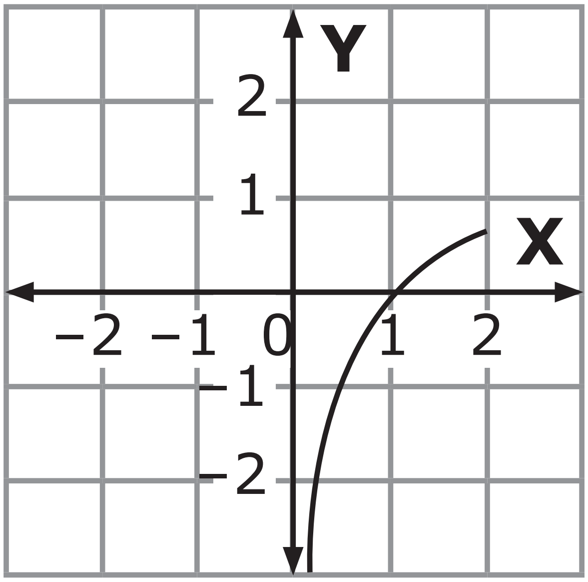
▶ Representación de la función inversa

1. Construye la gráfica de la función inversa de las siguientes funciones.

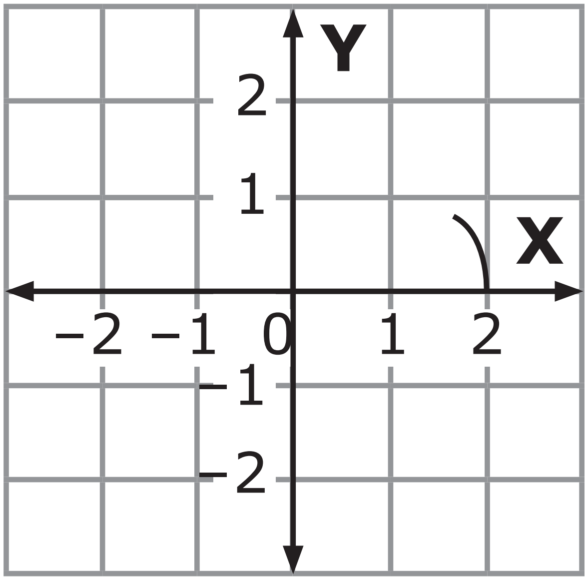
a.



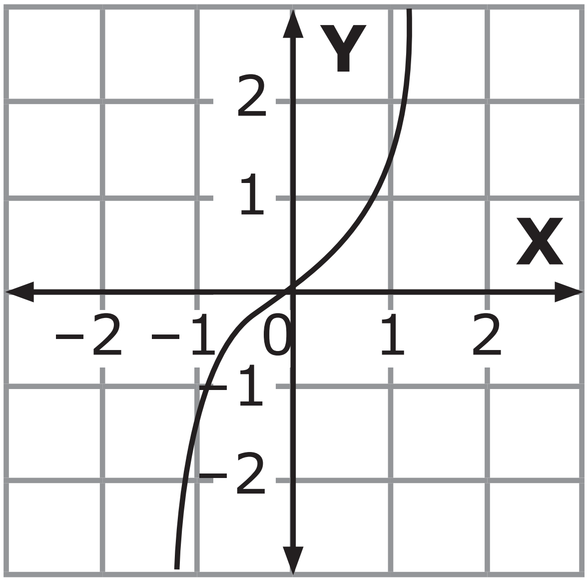
b.



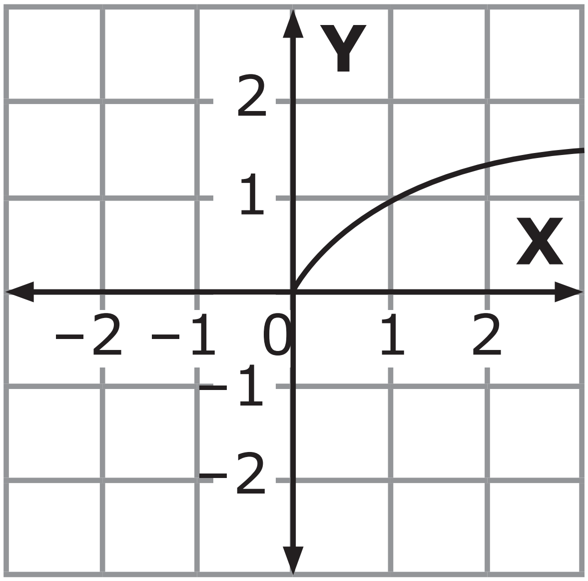
c.



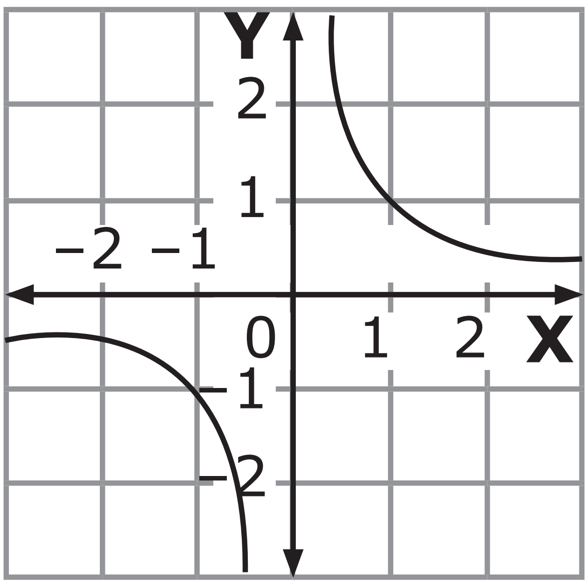
d.



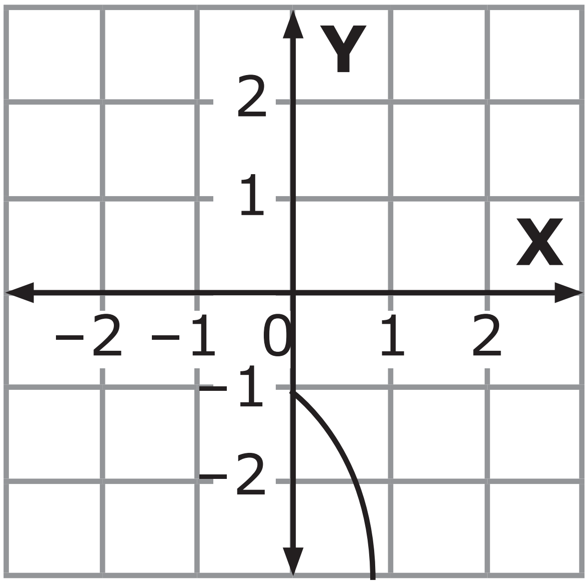
e.



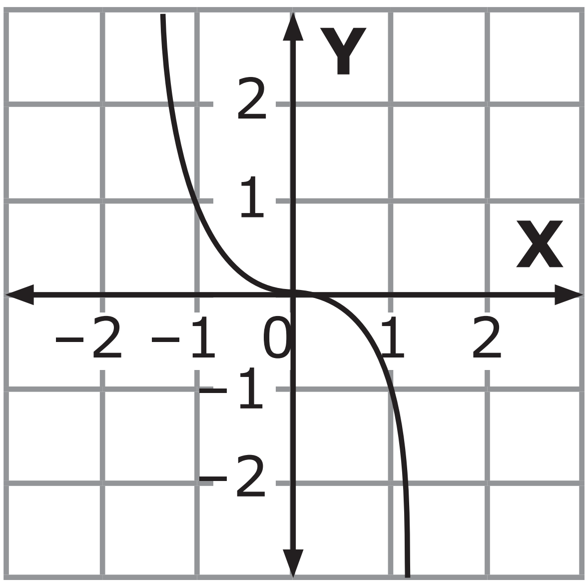
f.



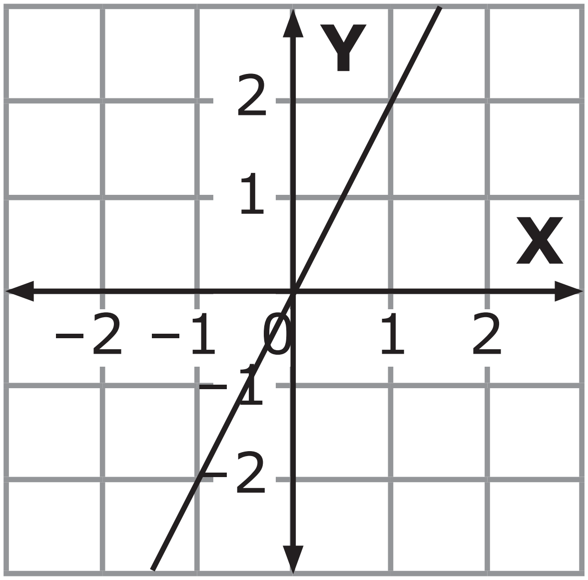
g.



h.



i.



2. Construye un diagrama sagital que represente f−1 para cada tabla.

a.

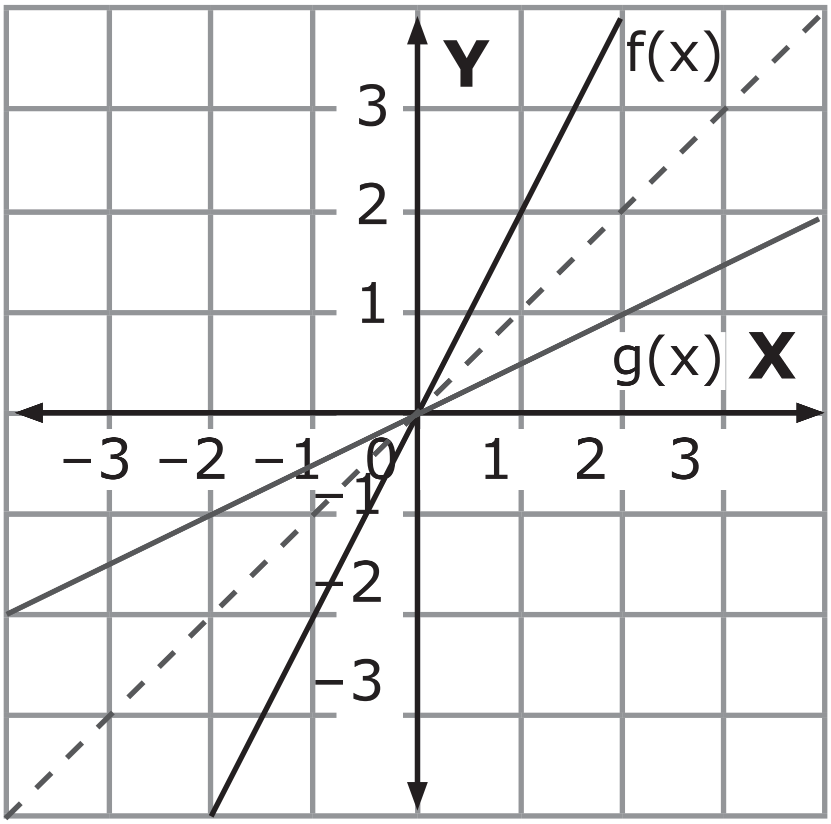
x	f(x)
0	1
1	2
3	5
5	10

b.

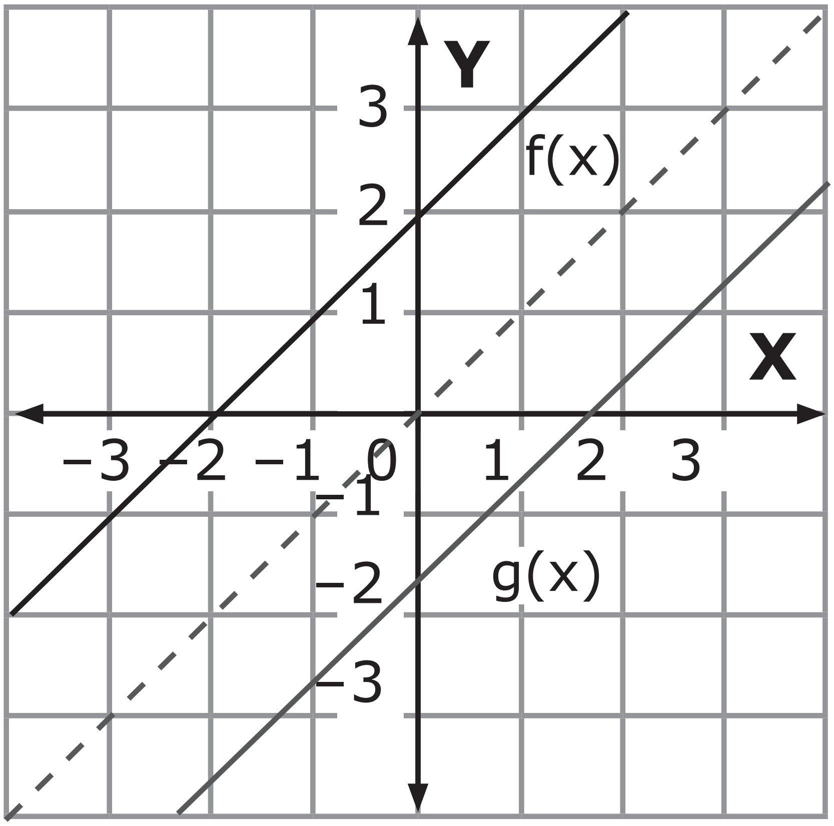
x	**f(x)**
-1	10
0	1
1	$\frac{1}{10}$
2	$\frac{1}{100}$

3. Evalúa si en cada gráfico la función g(x) corresponde a la inversa de f(x). En el caso de que no lo sean, traza la gráfica de $f^{-1}(x)$ en el mismo plano cartesiano.

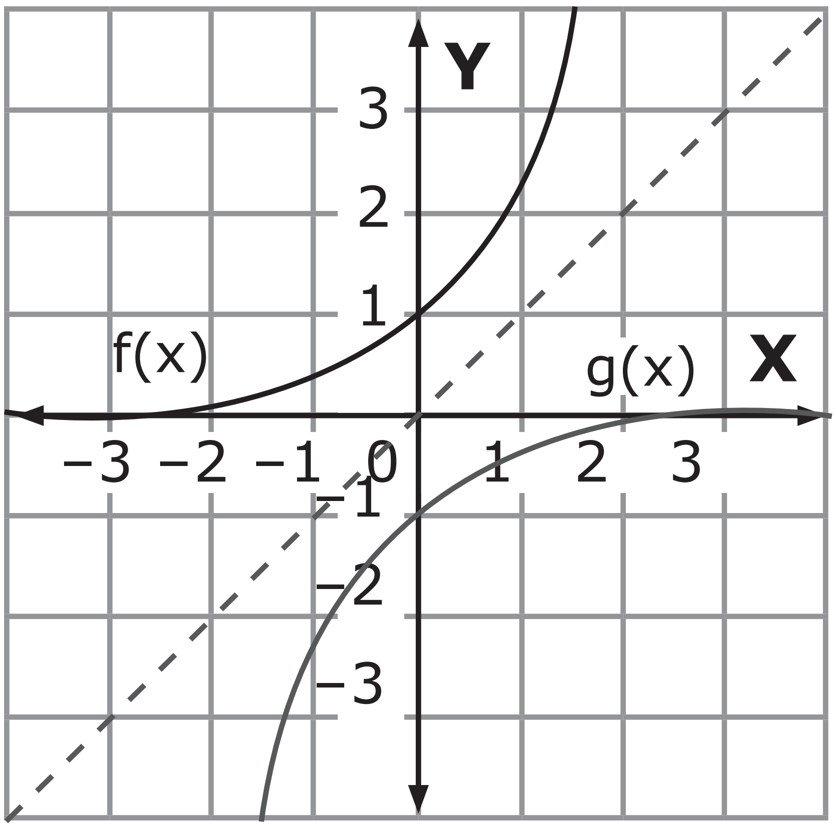
a. ____________________________________



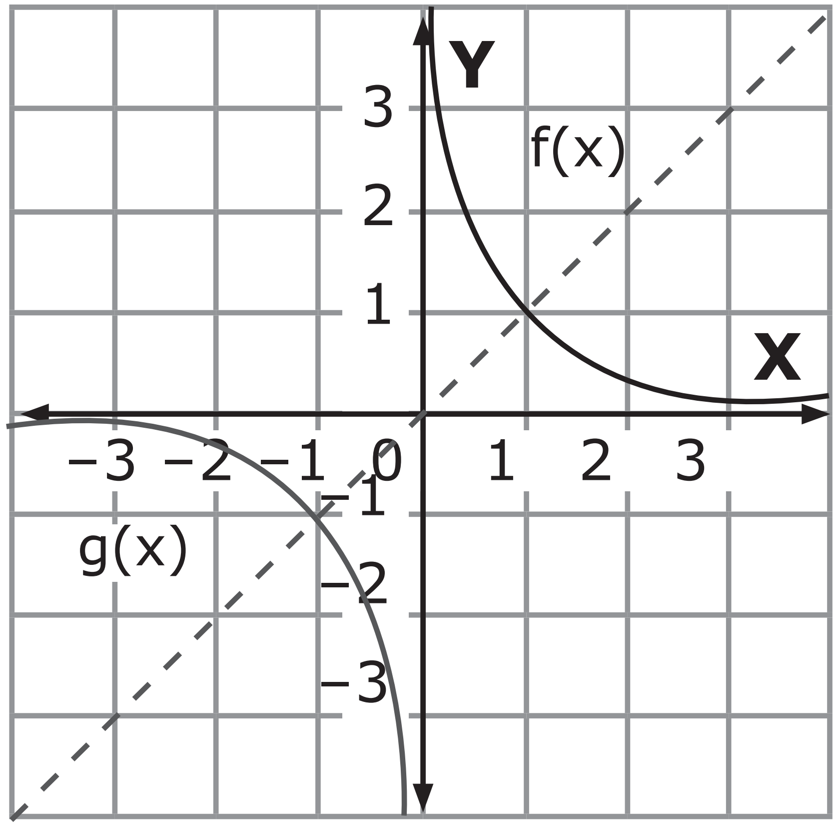
b. ______________________________



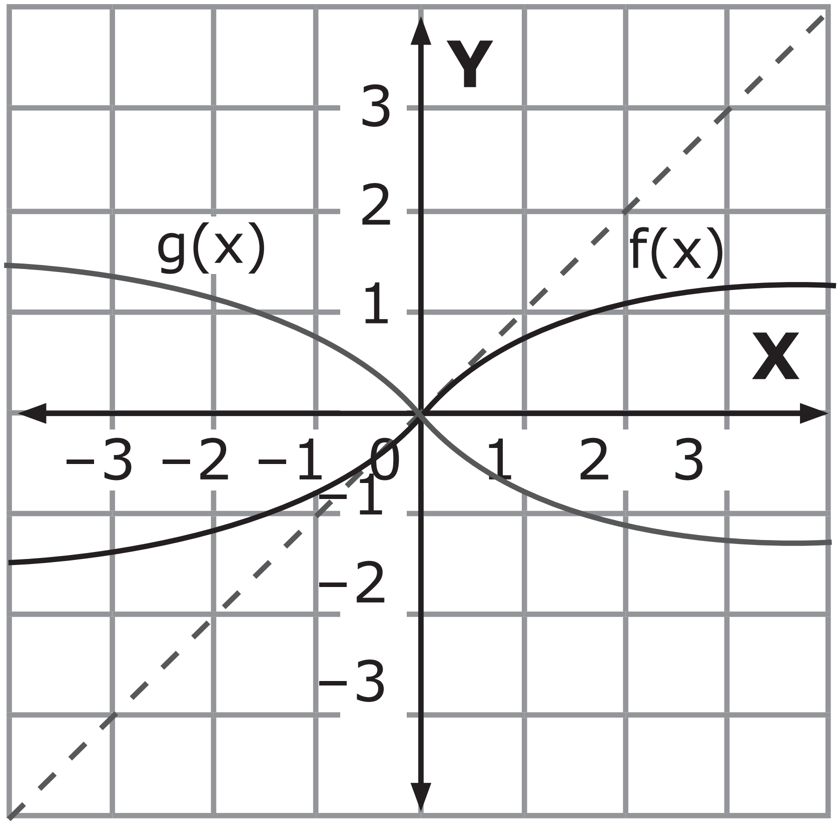
c. ____



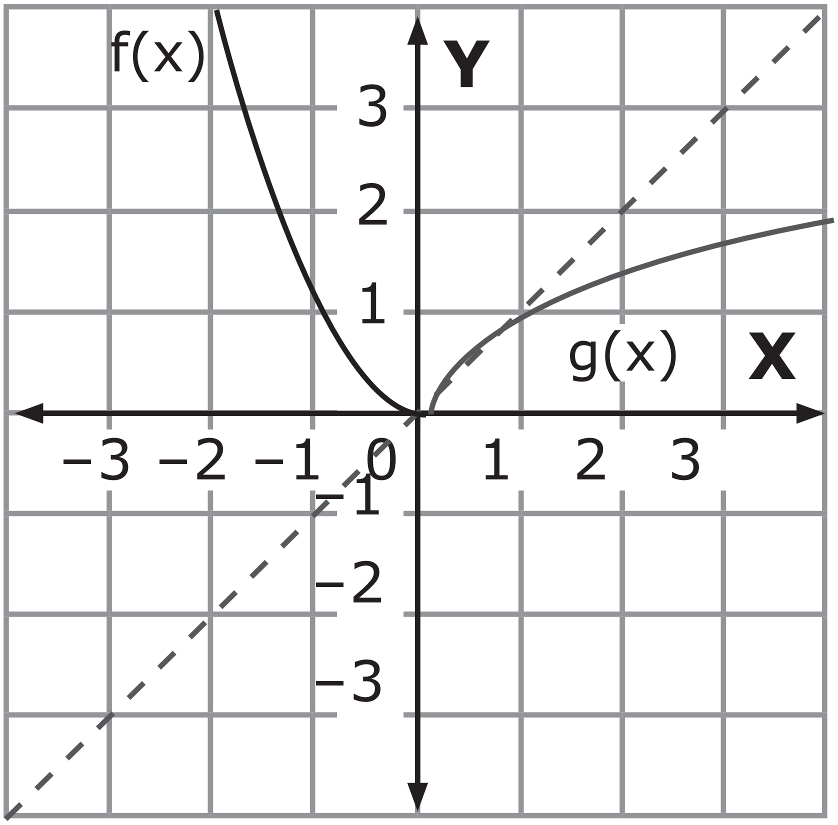
d. ______________________________



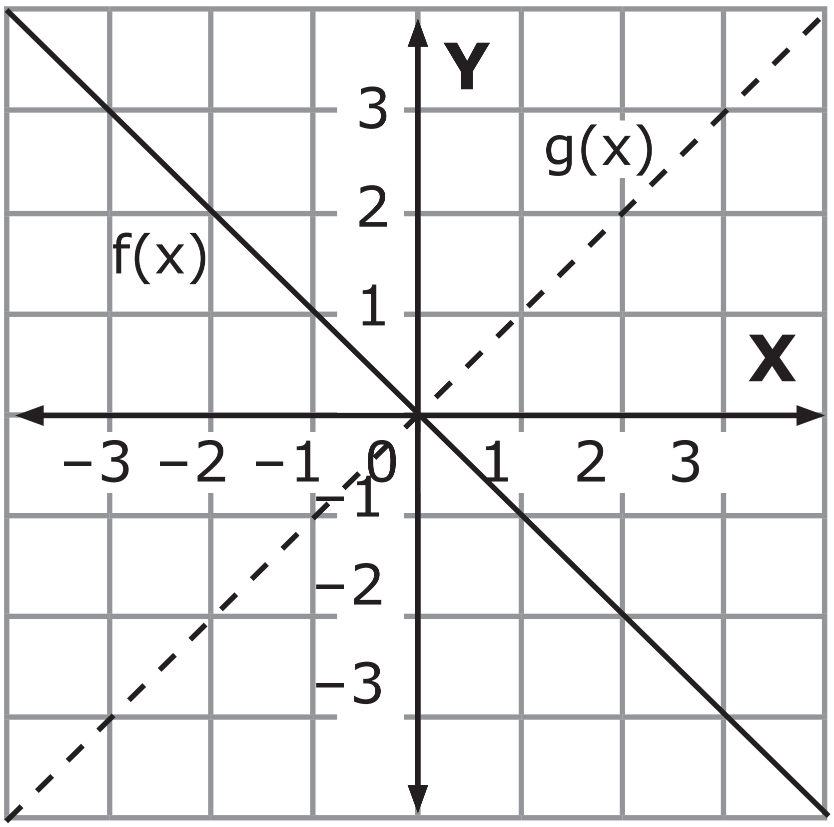
e. ____



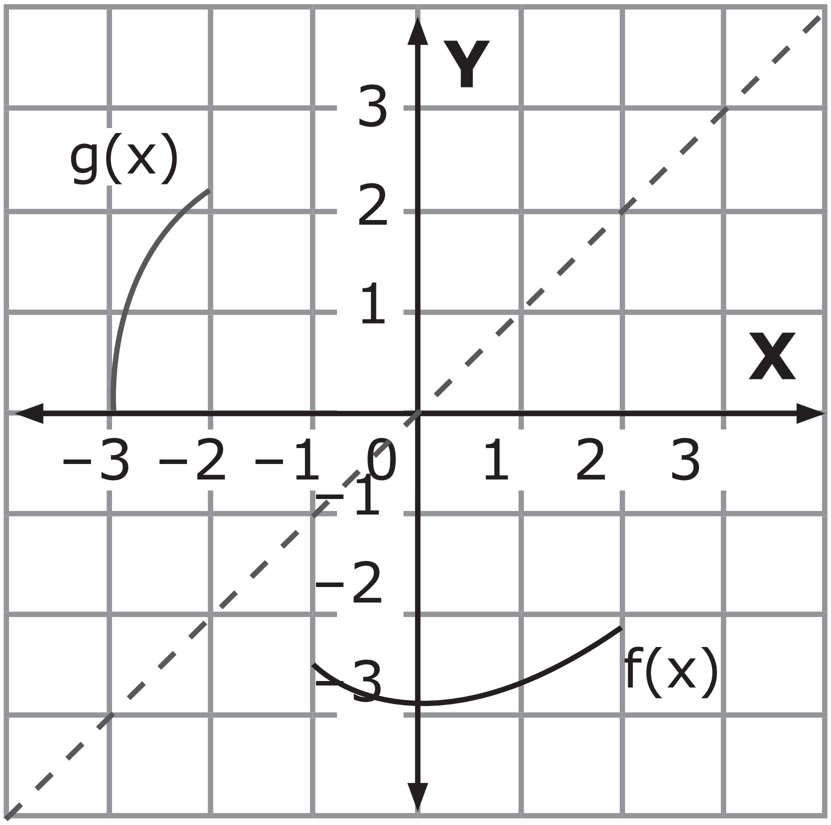
f. ____________________________________



g. ____

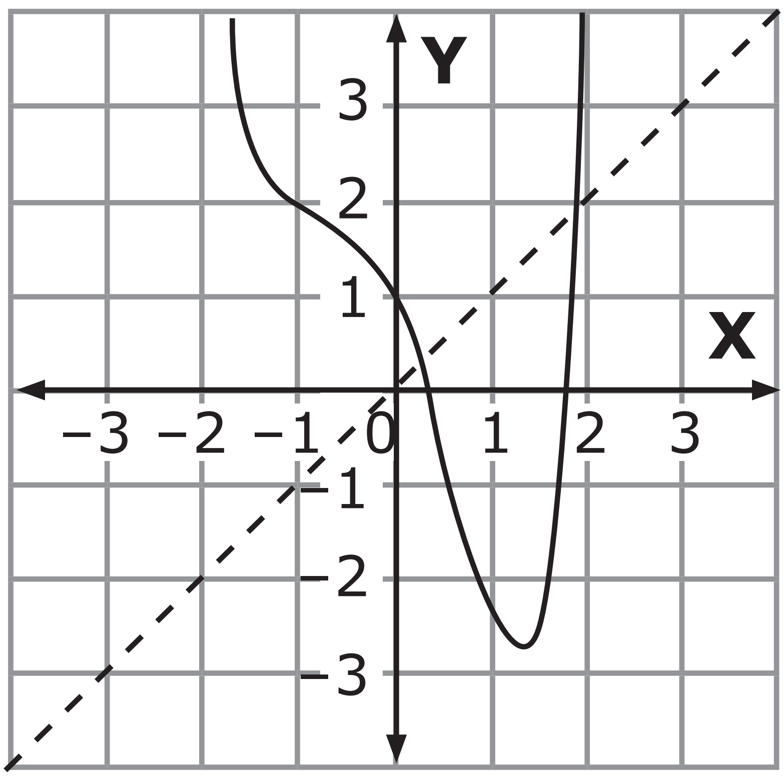


h. ______________________________



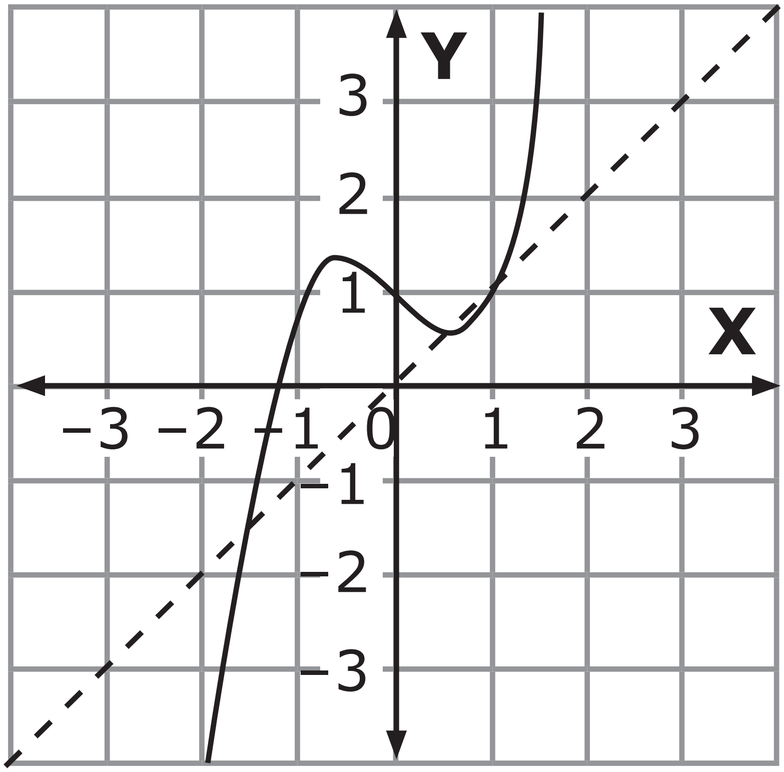
4. Analiza la gráfica de cada función y argumenta si existe o no su función inversa. Si tu respuesta es positiva, construye en el mismo gráfico su función inversa.

a.

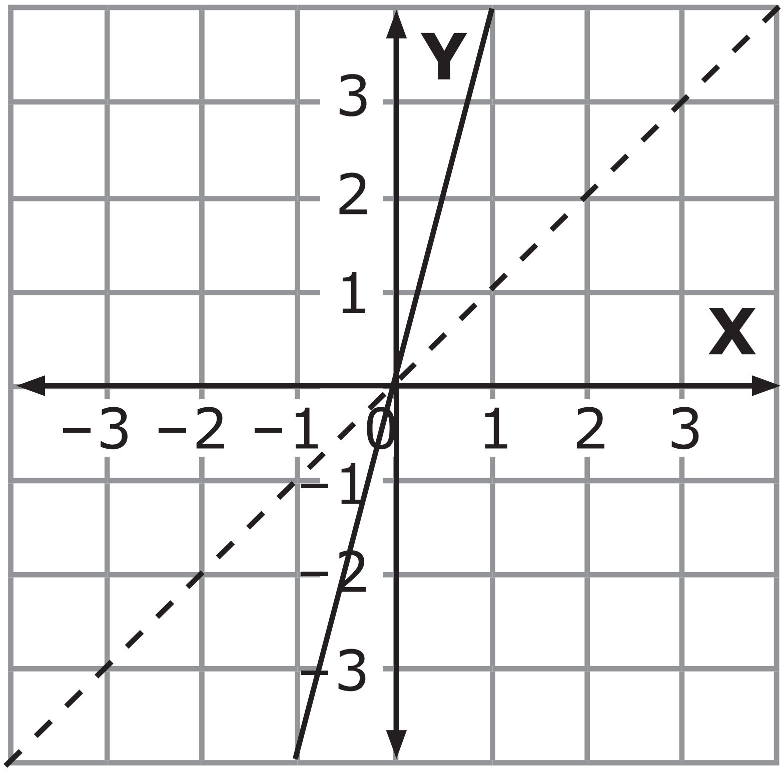


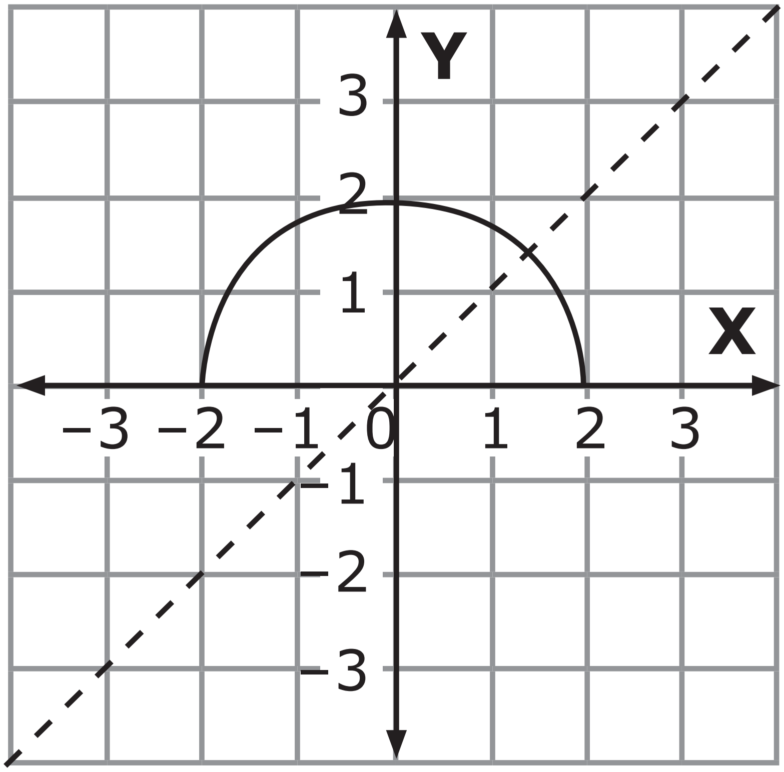
____

b.



c.



d. 

5. Completa tabla de valores para f a partir de la tabla de valores de f^{-1}.

a.

x	$f^{-1}(x)$
1	4
2	8
3	16
4	32

x	f(x)

b.

x	$f^{-1}(x)$
3	1
4	0
5	−1
6	−2

x	f(x)

c.

x	$f^{-1}(x)$
100	2
10	1
1	0
$\frac{1}{10}$	−1

x	$f(x)$

d.

x	$f^{-1}(x)$
4	2
1	1
0	0
1	−1

x	$f(x)$

6. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____La gráfica de f y su inversa siempre son simétricas con respecto al eje X.

____

____

b. _____Si $f(x) = -x$, entonces la gráfica de f y f^{-1} son la misma.

____

____

c. _____Si el punto (a,b) se encuentra en la gráfica de f, entonces el punto (−b,−a) se encuentra en la gráfica de f^{-1}.

____

____

d. _____Si f(x)=x, entonces el gráfico de f y f^{-1} son el mismo.

____

____

e. _____ Si el gráfico de f es una recta paralela a la recta y=x, entonces el gráfico de f^{-1} (x) también será una recta paralela a la recta y=x.

____

____

f. _____Si el gráfico de f es una recta perpendicular a la recta y=x, entonces el gráfico de f^{-1} (x) será una recta paralela a la recta y=x.

____

____

g. _____Los gráficos de f y f^{-1} siempre son simétricos respecto a la recta y=x y por tanto siempre se cortan en algún punto.

____

____

▶ Función inversa de la función lineal y afín

1. Determina la función inversa de las siguientes funciones.

a. $f(x) = 3x$

b. $g(x) = \frac{1}{4}x$

c. $h(x) = \sqrt{7}x$

d. $p(x) = 2^{-3}x$

e. $q(x) = \frac{1}{4}x$

f. $s(x) = 2x + \frac{1}{2}x$

g. $t(x) = 2x - 1$

h. $r(x) = 4 + \frac{x}{2}$

i. $j(x) = 3x - \pi$

j. $b(x) = 10^2 + 3^{-2}x$

k. $k(x) = \sqrt{2}x$

I. $a(x) = x - 2^{-6}$

2. Determina el valor de p y q para que g(x) sea la función inversa de f(x).

a. $f(x) = 3x + 1$

$g(x) = px + q$

b. $f(x) = 2x - 2$

$g(x) = 2px - q$

c. $f(x) = 5x$

$g(x) = 5p - qx$

d. $f(x) = px$

$g(x) = q - 3x$

e. $f(x) = -qx$

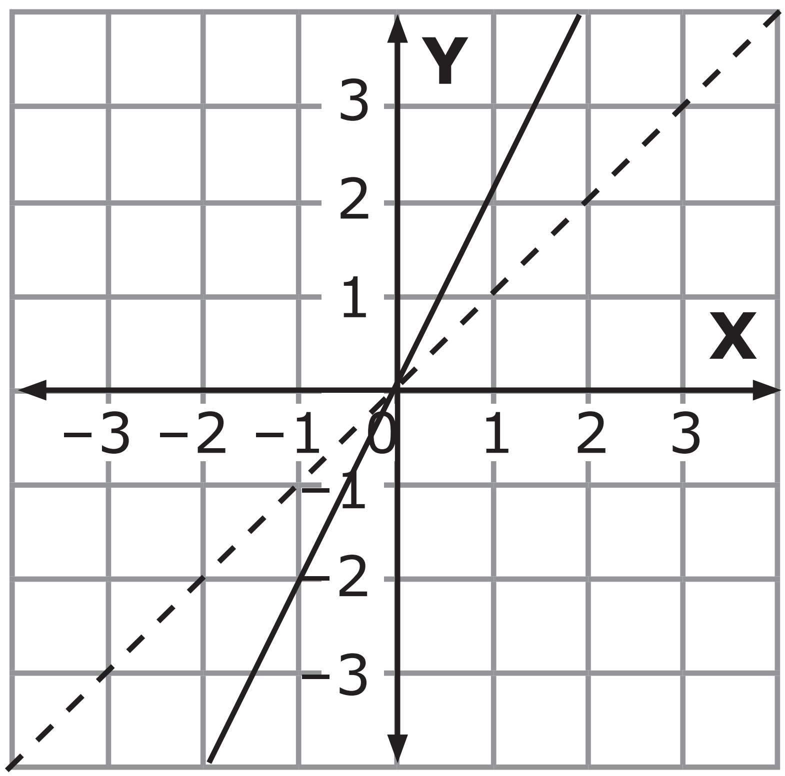
$g(x) = p - x$

f. $f(x) = 3x - p$

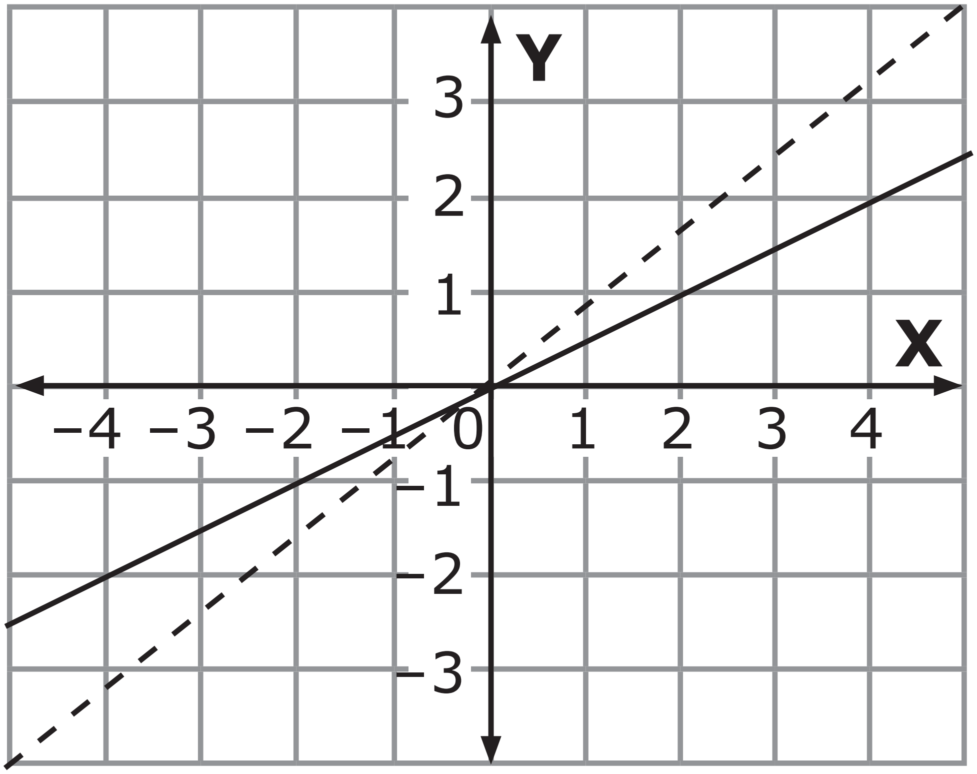
$g(x) = qx - 3$

3. Determina la expresión algebraica de cada función. Luego, grafica su función inversa en el plano cartesiano. Finalmente, determina la expresión algebraica de la función inversa.

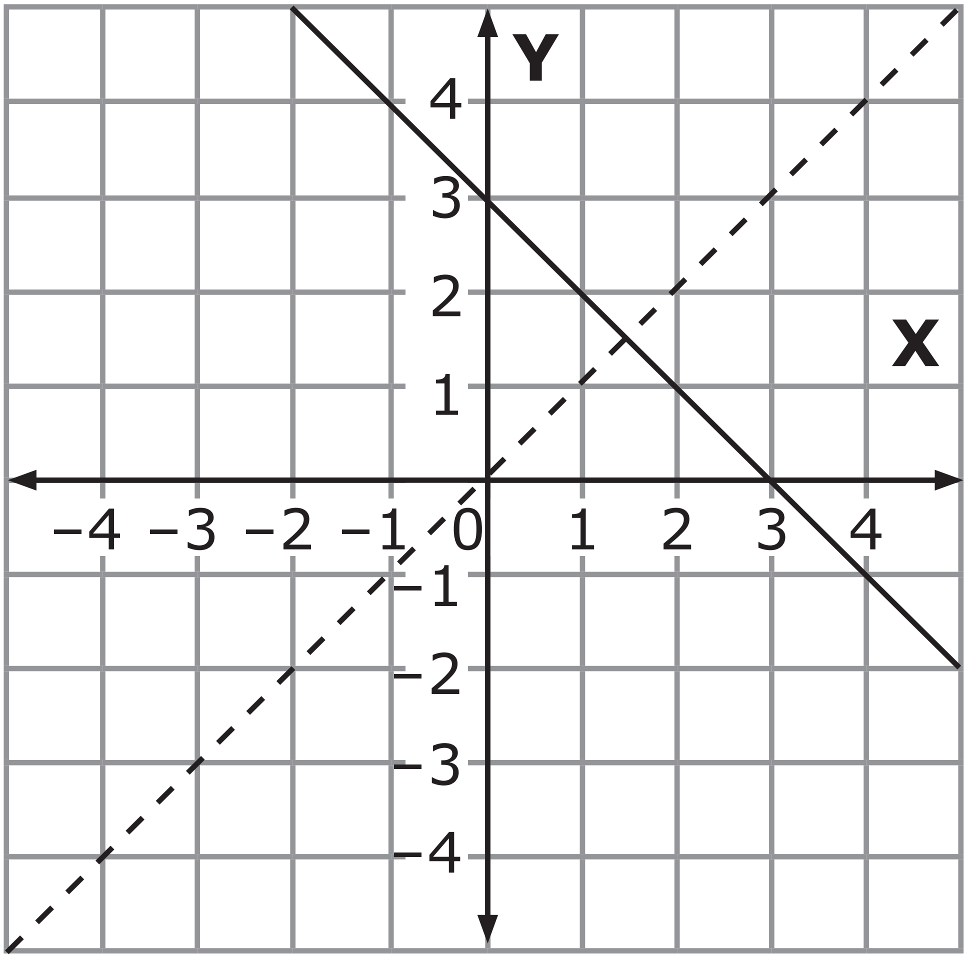
a. f(x)= _____x + ______



b. f(x)= _____x + ______

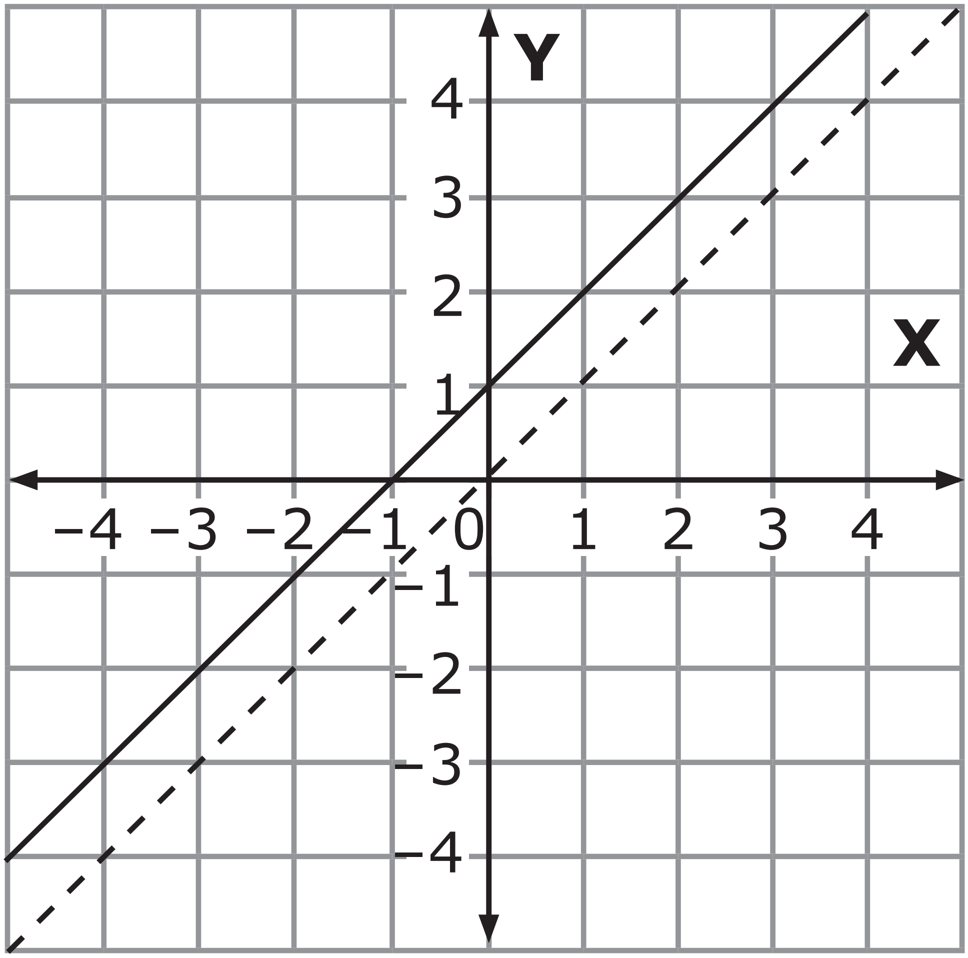


c. $f(x) =$ _____ $x +$ ______

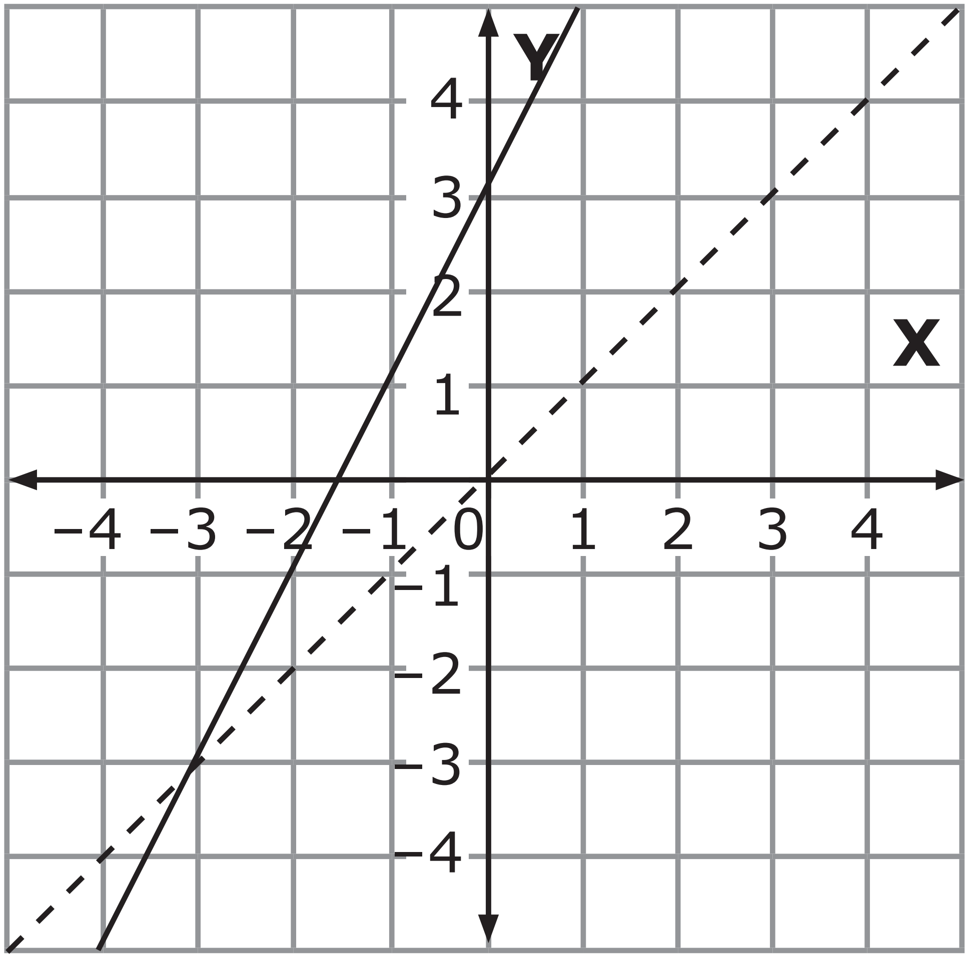


440

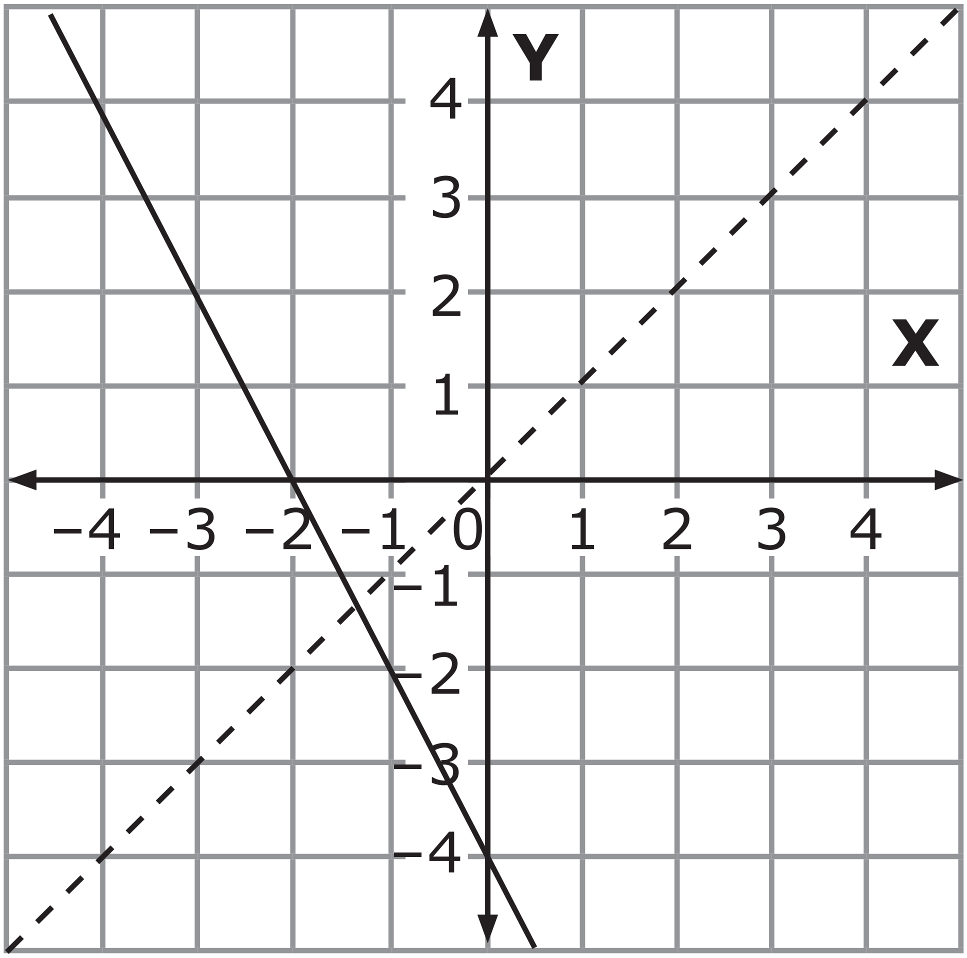
d. f(x)= _____x + ______



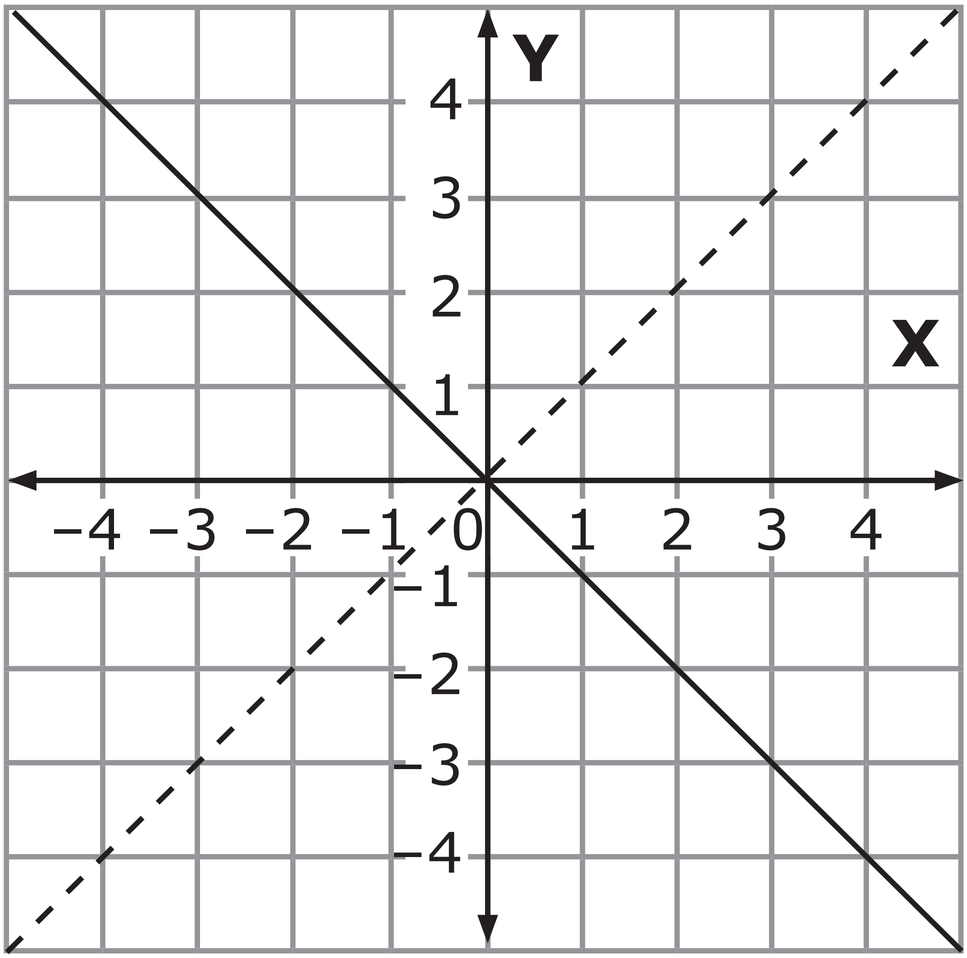
e. f(x)= _____x + ______



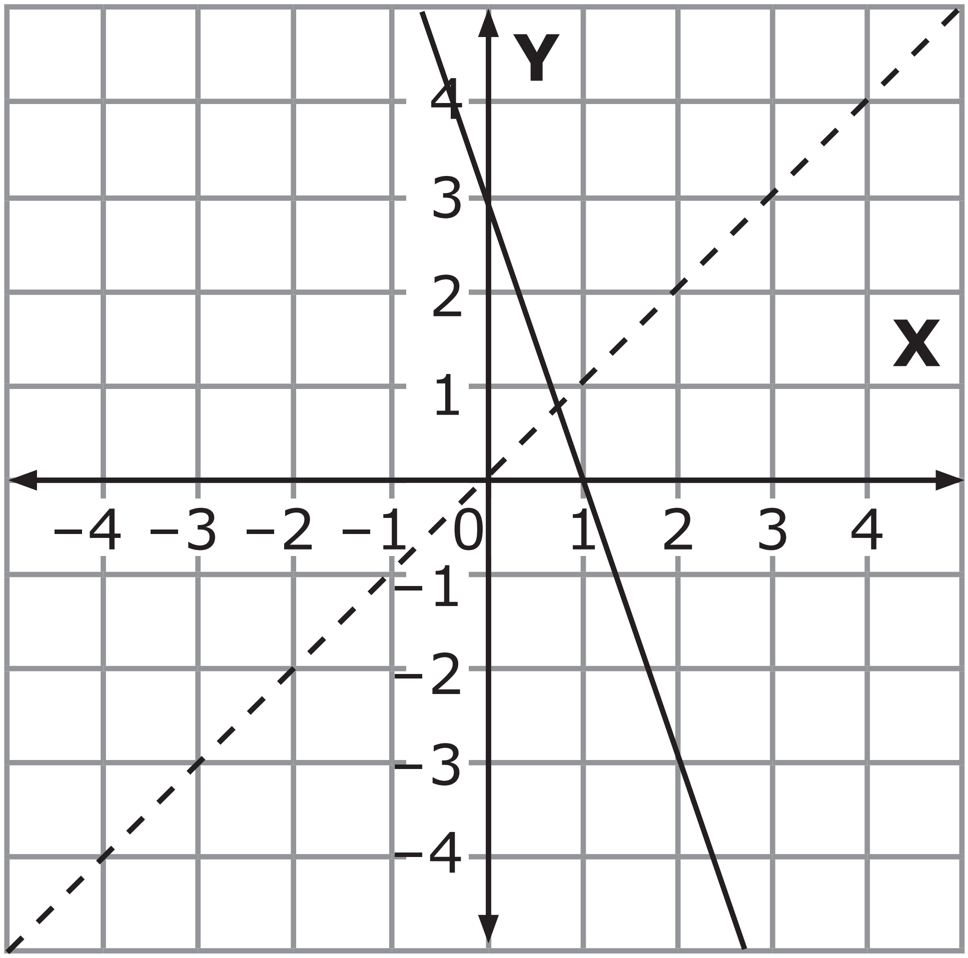
f. f(x)= _____x + ______



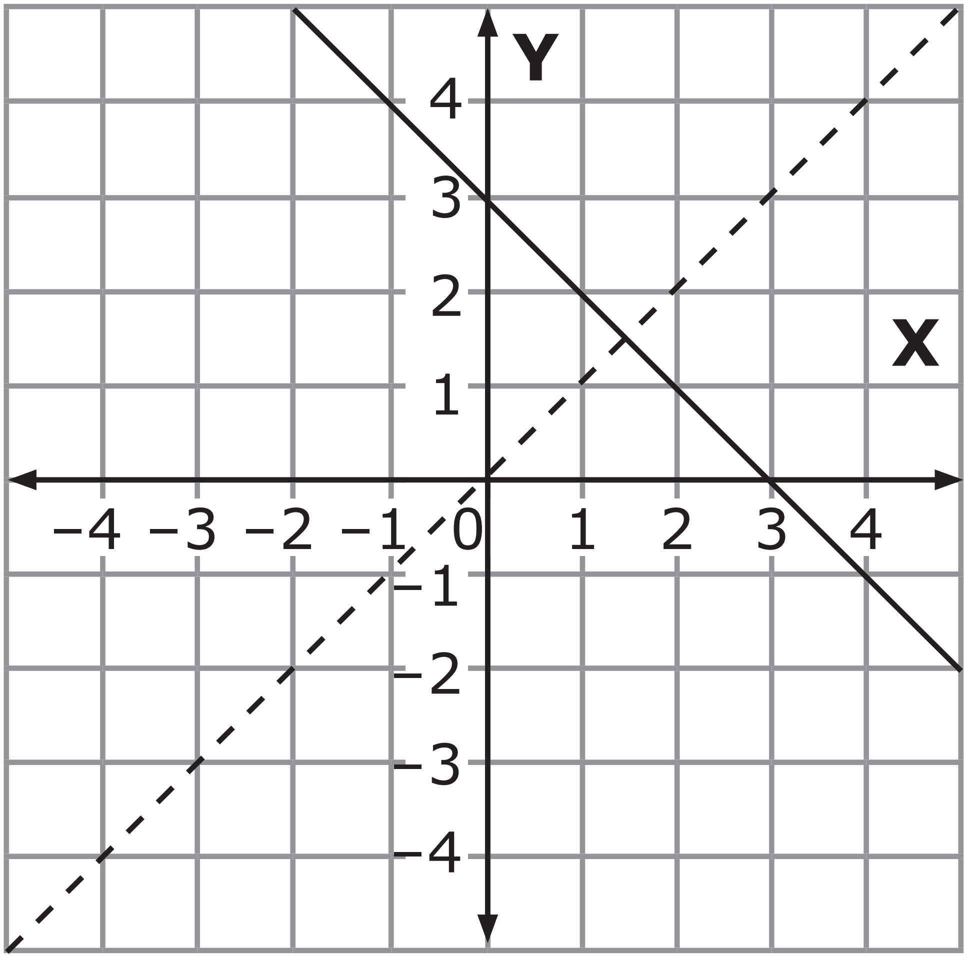
g. f(x)= _____x + ______



h. f(x)= _____x + ______



i. f(x)= _____x + ______



4. Completa la tabla.

Descripción de f	Expresión algebraica de f	Descripción de f^{-1}	Expresión algebraica de f^{-1}
	$f(x) = 3x - 6$		
			$f^{-1}(x) = \frac{x}{2} - 1$
	$f(x) = \sqrt{2}x$		
		Divide un número por π y le suma e .	

Descripción de f	Expresión algebraica de f	Descripción de f^{-1}	Expresión algebraica de f^{-1}
Multiplica un número por 4			
Divide un número por 2 y le suma 1			
		Multiplica un número por 8 y le resta uno	

5. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____Si f es la función inversa de g y f en una función lineal, entonces g también será una función lineal.

____

____

b. _____Si $f(x) = px$, entonces su inversa es $f^{-1}(x) = px$.

____

____

c. _____Si $f(x) = x - q$, entonces $g(x)=-qx$ es su inversa.

____

____

d. _____Si $f(x)= px + 1$ y $g(x)= qx - 1$, es imposible que las funciones sean inversas, independiente del valor de p o q.

____

____

e. _____Si f es una función afín, entonces su función inversa también lo es.

____

____

f. _____Si una función lineal tiene pendiente negativa, entonces su inversa también tiene pendiente negativa.

____

____

6. Si una pulgada equivale a 2,54 cm, determina la función que transforma x pulgadas en cm. Luego, determina su función inversa e interpreta su significado.

▶ Función inversa de la función cuadrática

1. Determina la función inversa de las siguientes funciones cuadráticas.

a. $f(x) = 5x^2$

b. $g(x) = \frac{1}{3}x^2$

c. $h(x) = \sqrt{2}x^2$

d. $p(x) = 5^{-7}\ x^2$

e. $q(x) = 2x^2$

f. $s(x) = 2x^2 - \frac{1}{3}x^2$

g. $t(x) = \sqrt{2x}$

h. $r(x) = \sqrt{3^{-2}x}$

i. $t(x) = \sqrt{3x}$

j. $t(x) = \sqrt{x - 1}$

k. $t(x) = 3\sqrt{x}$

l. $a(x) = \sqrt{x - \frac{1}{2}}$

2. Determina el valor de p y q para que la función g(x) sea inversa a f(x).

a. $f(x) = 3x^2$

$g(x) = \sqrt{px}$

b. $f(x) = 10^2\, x^2$

$g(x) = \sqrt{px}$

c. $f(x) = 2x^2 - 1$

$g(x) = \sqrt{px - q}$

d. $f(x) = \sqrt{x - 1}$

$g(x) = px^2 + q$

e. $f(x) = \sqrt{2x + 3}$

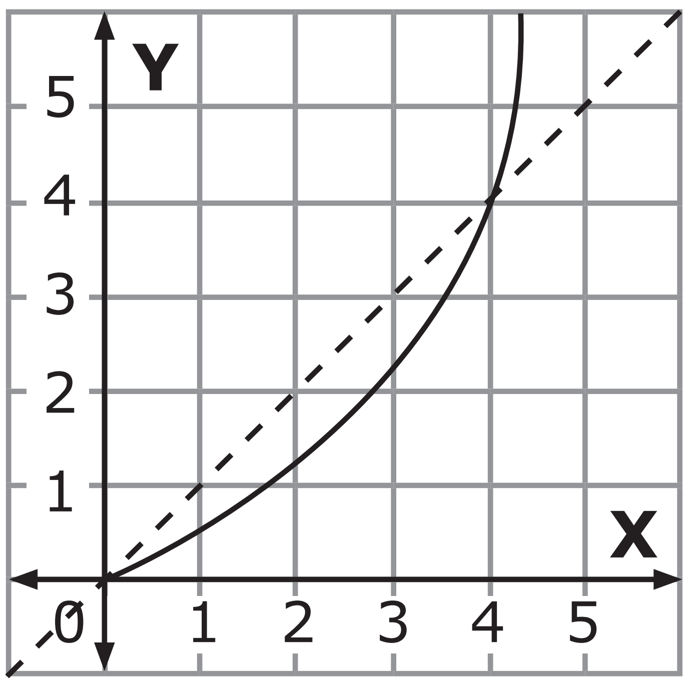
$g(x) = px^2 - q$

f. $f(x) = \sqrt{3x}$

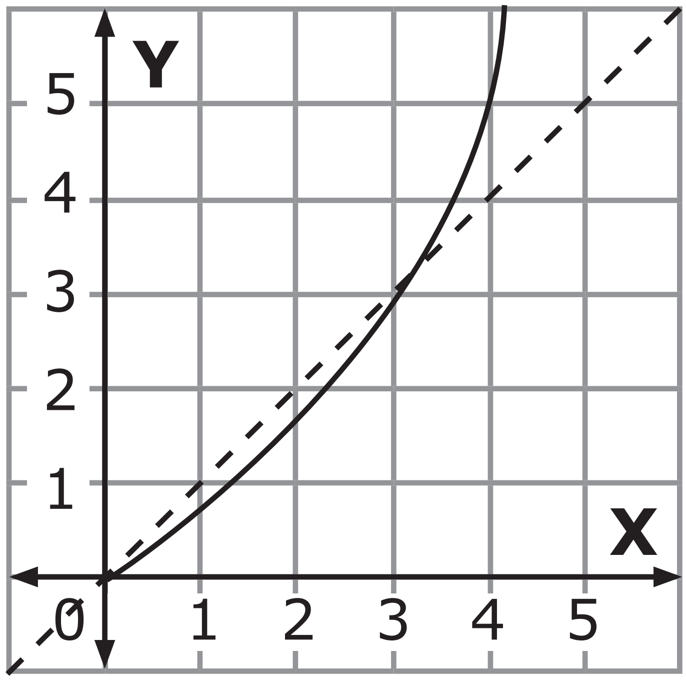
$g(x) = px^2$

3. Determina la expresión algebraica de cada función representada. Luego, grafica su función inversa en el plano cartesiano. Finalmente, determina la expresión algebraica de esta.

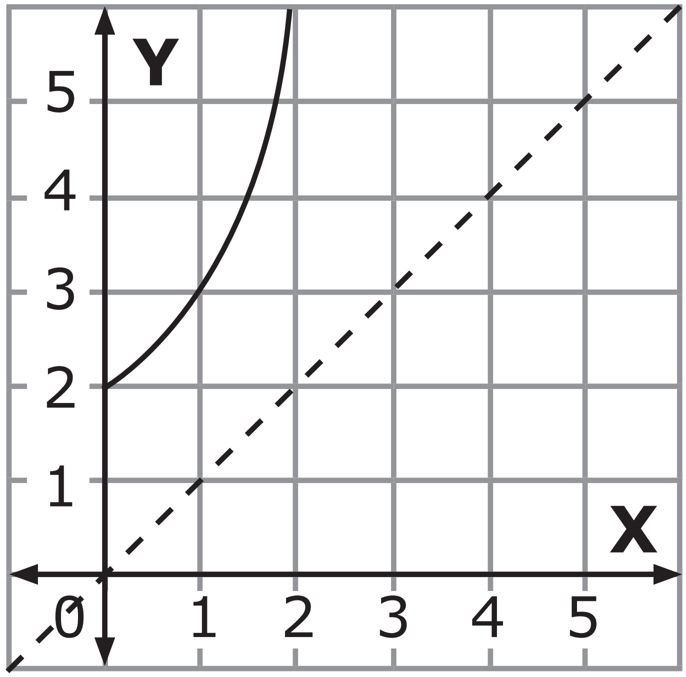
a. $f(x) =$ _____ $x^2 +$ _____



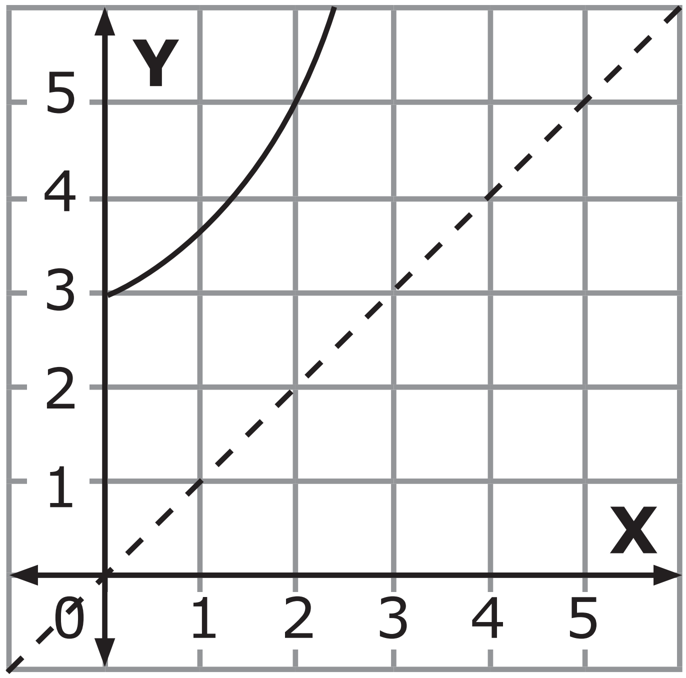
b. $f(x) = \_\_\_\_\_ x^2 + \_\_\_\_\_$



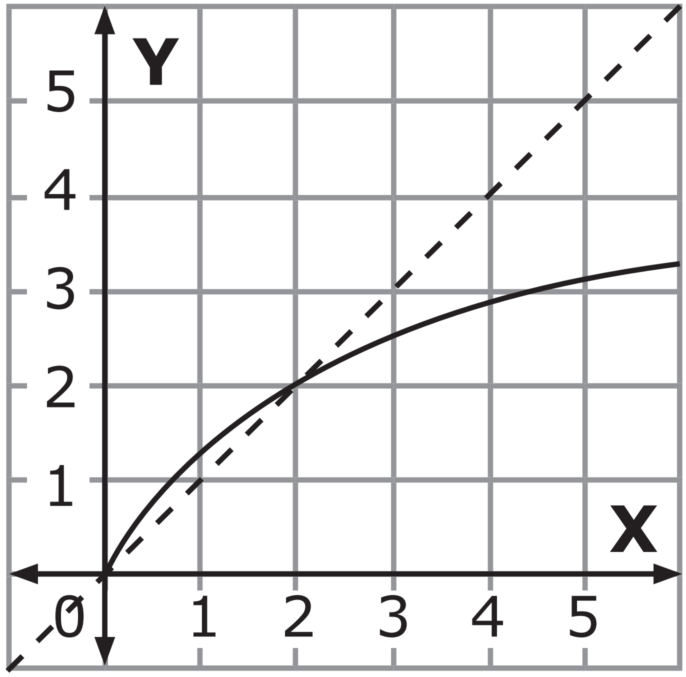
c. $f(x) = \_\_\_\_\_ x^2 + \_\_\_\_\_$



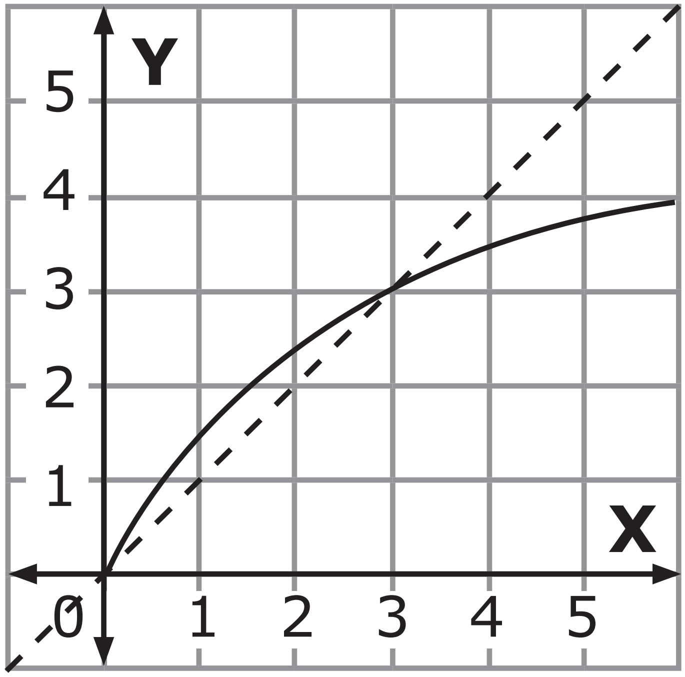
d. f(x) = _____x^2 + _____



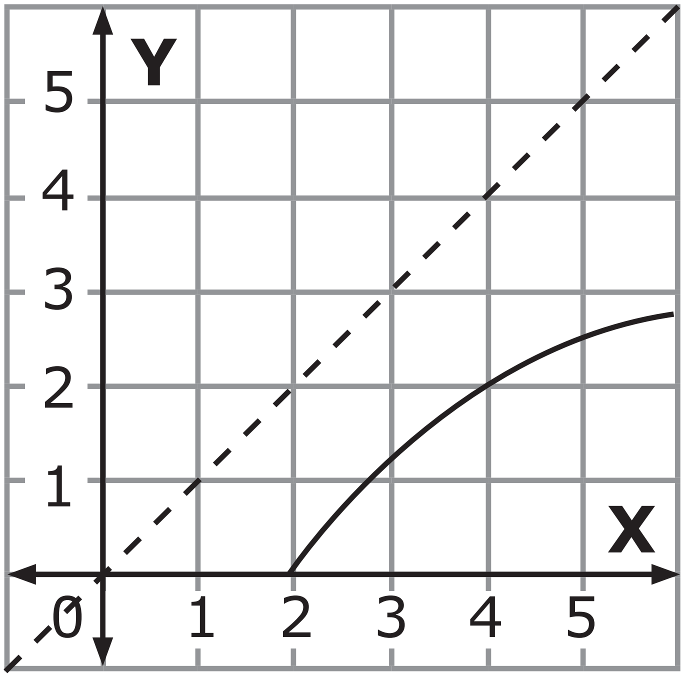
e. f(x) = $\sqrt{\_\_\_\_\_x + \_\_\_\_\_}$



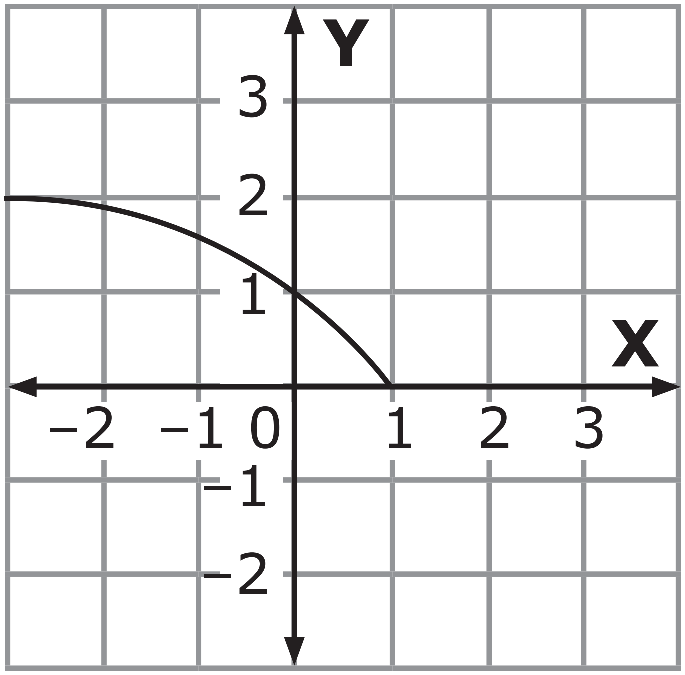
f. $f(x) = \sqrt{\_\_\_\_\_x + \_\_\_\_\_}$



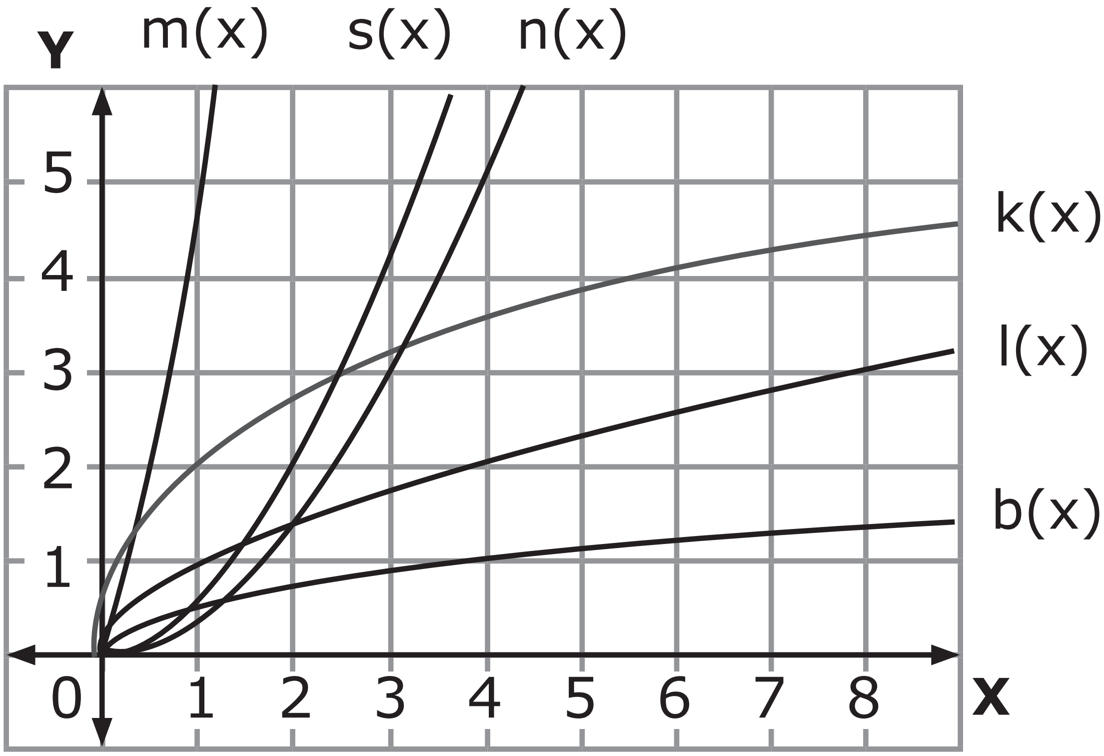
g. $f(x) = \sqrt{\_\_\_\_\_ x + \_\_\_\_\_}$



h. $f(x) = \sqrt{\_\_\_\_\_x + \_\_\_\_\_}$



4. Analiza las funciones graficadas. Determina cuál de ellas corresponde a la función inversa de la lista. ¿Cuál de ellas no se encuentra graficada?



a. $f(x) = x^2$ ______________________

b. $g(x) = 4x^2$ ______________________

c. $h(x) = \frac{1}{2}x^2$ ______________________

d. $t(x) = \frac{1}{3}x^2$ ____________________________

e. $p(x) = \sqrt{2x}$ ____________________________

f. $q(x) = \sqrt{3x}$ ____________________________

g. $r(x) = \sqrt{\frac{1}{5}x}$ ____________________________

5. Analiza cada afirmación y determina si es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. _____ La función inversa de una cuadrática siempre será una función raíz cuadrada.

____

____

b. _____Para definir la inversa de una función cuadrática es necesario restringir su dominio a $\mathbb{R} - \{0\}$.

____

____

c. _____Si la función inversa de una función es $g(x) = \sqrt{px + q}$, entonces la función original es $f(x) = qx^2 - p$.

____

____

Antes de continuar: Evaluación intermedia

Lee atentamente y marca la alternativa correcta.

1. Si $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x - 2$, ¿cuál de las siguientes funciones corresponde a f?

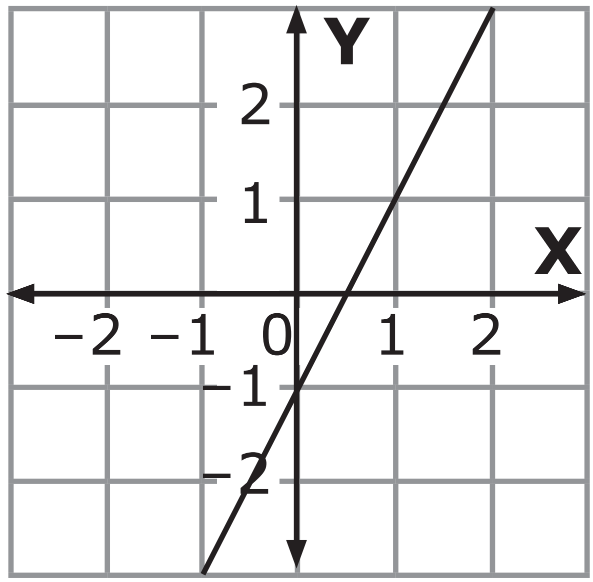
A. $f(x) = 4x + 2$

B. $f(x) = 2x - 4$

C. $f(x) = 4x + 8$

D. $f(x) = 4x - 8$

2. La gráfica de una función es la siguiente:



¿Cuál es su función inversa?

A. $f\ (x) = 2x - 1$

B. $f\ (x) = \frac{x}{2} - 1$

C. $f\ (x) = \frac{x}{2} + 1$

D. $f\ (x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2}$

3. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I. El gráfico de una función y su inversa siempre serán simétricas con respecto a la recta $y = x$.

II. Si f es una función lineal, f^{-1} es una función afín.

III. Si f es una función cuadrática, f^{-1} es una función lineal.

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

4. Si g es una función cuadrática, es correcto afirmar:

I. Si $g(1) = 4$, entonces $g^{-1}(4) = 1$.

II. Para que posea inversa es necesario restringir su dominio a $\mathbb{R}_o^+$.

III. Su inversa también es una función cuadrática.

A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

5. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmaciones es (son) verdadera(s)?

I. Si $f(x)=x$, entonces $f^{-1}(x) = f(x)$.

II. Si $f(x) = x^2$, entonces:

$$f^{-1}(x) = \sqrt{f(x)}.$$

III. Si $f^{-1}(x) = ax$, entonces

$$f(x) = \frac{x}{a^2}\, f^{-1}(x).$$

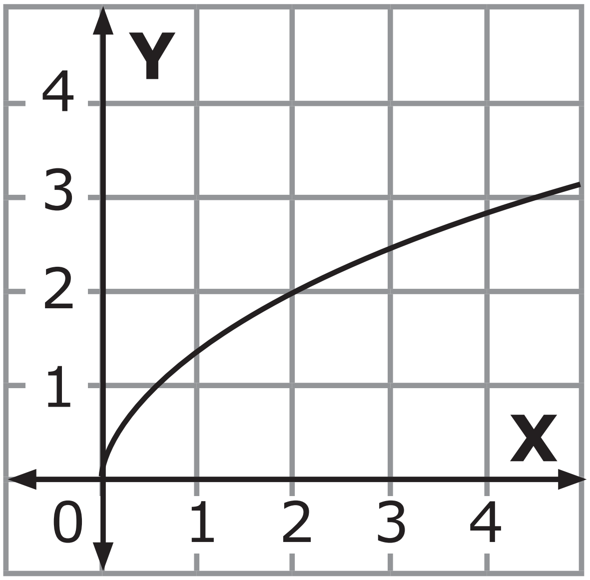
A. Solo I.

B. Solo III.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

6. Si f^{-1} está representada en el gráfico, ¿cuál de las siguientes funciones corresponde a f?



A. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$

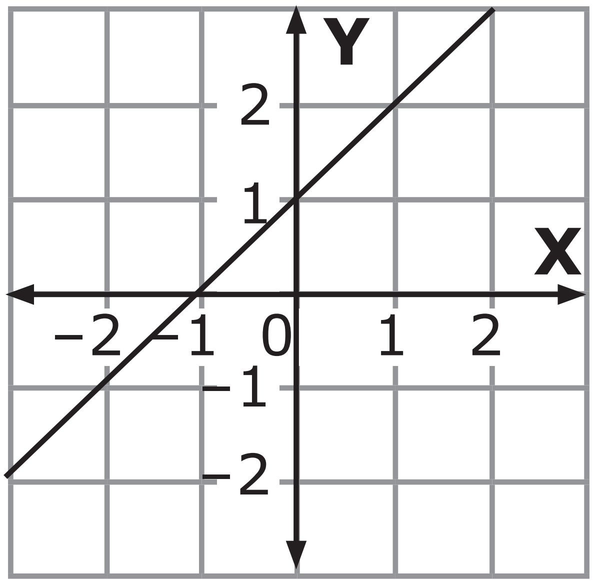
B. $f(x) = \frac{1}{4}x^2$

C. $f(x) = x^2$

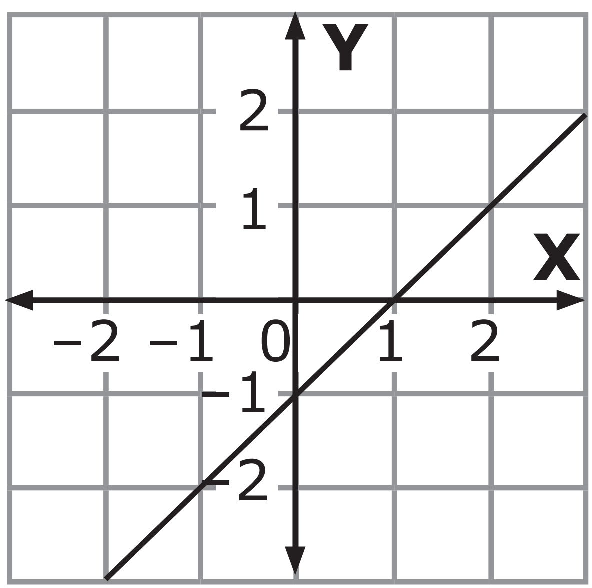
D. $f(x) = 4x$

7. Si $f(x) = x + 1$, ¿cuál de las siguientes gráficas representa f^{-1}?

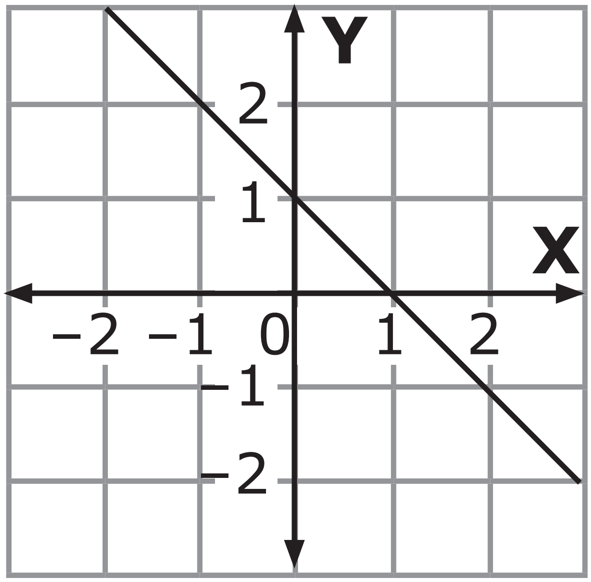
A.



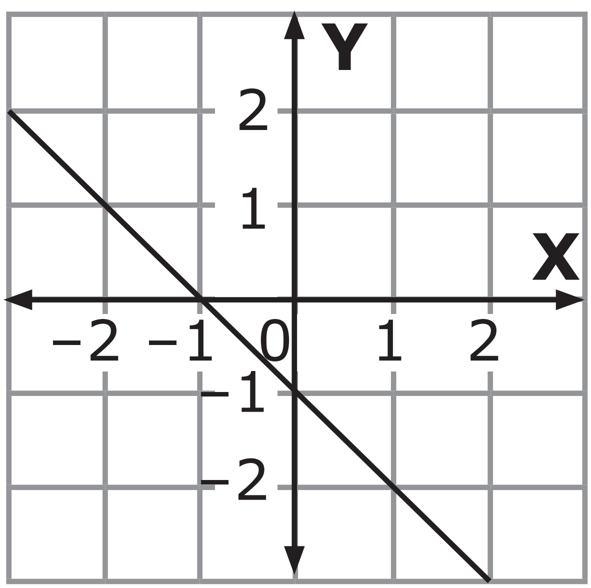
B.



C.



D.



8. Dada la tabla de valores de f, es correcto afirmar que:

x	**f(x)**
2	4
3	9
10	100

I. $f^{-1}(100) = 10$

II. $f^{-1}(3) = 9$

III. $f^{-1}(4) = 2$

A. Solo I.

B. Solo II.

C. Solo I y II.

D. Solo I y III.

9. Si $f(x) = \frac{a}{b}x^2 - c$, ¿cuál de las siguientes funciones es su inversa?

A. $f(x) = \sqrt{\frac{cbx}{a}}$

B. $f(x) = \sqrt{c + \frac{b}{a}x}$

C. $f(x) = \sqrt{bc - \frac{b}{a}x}$

D. $f(x) = \sqrt{\frac{cb}{a} - \frac{b}{a}x}$

10. Si f(x) = ax2, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es falsa?

A. $f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{a}{x}}$

B. $a^2x(f^{-1}(x))^2 = f(x)$

C. $f^{-1}(x)\sqrt{\frac{a}{x}} = f(x)$

D. $\sqrt{x}\,\sqrt{a}\, f^{-1}(x) = x$

11. Si $f(x) = 4x^2$, ¿cuál de las siguientes es su función inversa?

A. $f^{-1}(x) = \sqrt{4x}$

B. $f^{-1}(x) = 4\sqrt{x}$

C. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

D. $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$