

ADAPTACIÓN MACROTIPO
Cuaderno de Actividades
Matemática 3°
Medio

Autores

Robbie Barrera Y.
María Patricia Romante F.
Gladys Osorio R.
Patricio Norambuena M.
Daniela Gaete P.
Patricia Ramírez F.
Yasna Hurtado L.

Editorial SM
Biblioteca Central para ciegos

Santiago Chile 2020

INDICE

Unidad 1

La toma de decisiones en situaciones de incerteza

Lección 1: Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos

Medidas de dispersión.....1

Comparación de conjuntos de datos.....8

Antes de continuar.....17

Lección 2: Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionales

Probabilidad condicionada.....23

Probabilidad total.....30

Antes de continuar.....36

Unidad 2

Modelamiento matemático para describir y predecir

Lección 3: Modelamiento de fenómenos con la función exponencial

Función exponencial.....41

Crecimiento y decrecimiento

exponencial.....52

Antes de continuar60

Lección 4: Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica

Función logarítmica64

Relación entre las funciones

exponencial y logarítmica.....77

Antes de continuar.....83

Unidad 3

Relaciones métricas 3 en la circunferencia

Lección 5: Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia

Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia.....87

Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia.....95

Antes de continuar104

Lección 6: Resolución de problemas con segmentos en la circunferencia

Cuerdas en la circunferencia.....109

Secantes y tangentes en la circunferencia.....117

Antes de continuar123

Unidad 4

Un último peldaño algebraico: los números complejos

Lección 7: El conjunto de los números complejos (\mathbb{C})

Conjuntos de los números complejos.....128

Representación de números complejos.....140

Módulo y conjugado de un número complejo.....148

Antes de continuar158

Lección 8: Resolución de problemas usando la operatoria de números complejos

Adición y sustracción de números complejos.....	164
Multiplicación de números complejos.....	174
División de números complejos.....	184
Antes de continuar.....	193

UNIDAD 1

LA TOMA DE DECISIONES EN SITUACIONES DE INCERTEZA

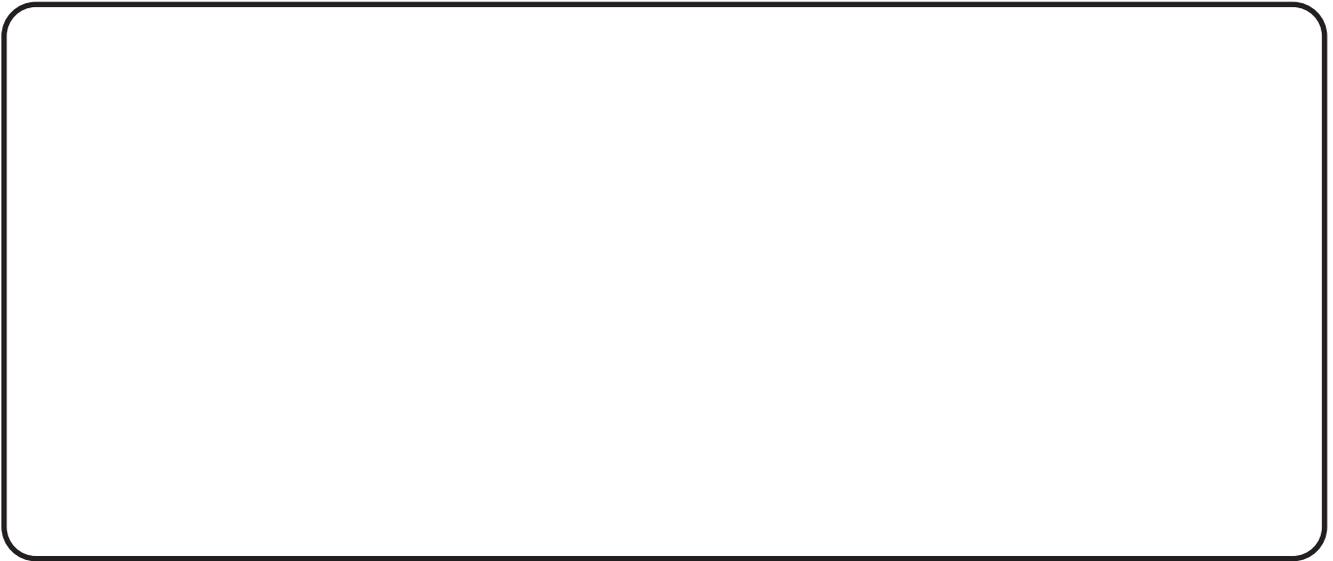
Lección 1: Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos

Medidas de dispersión

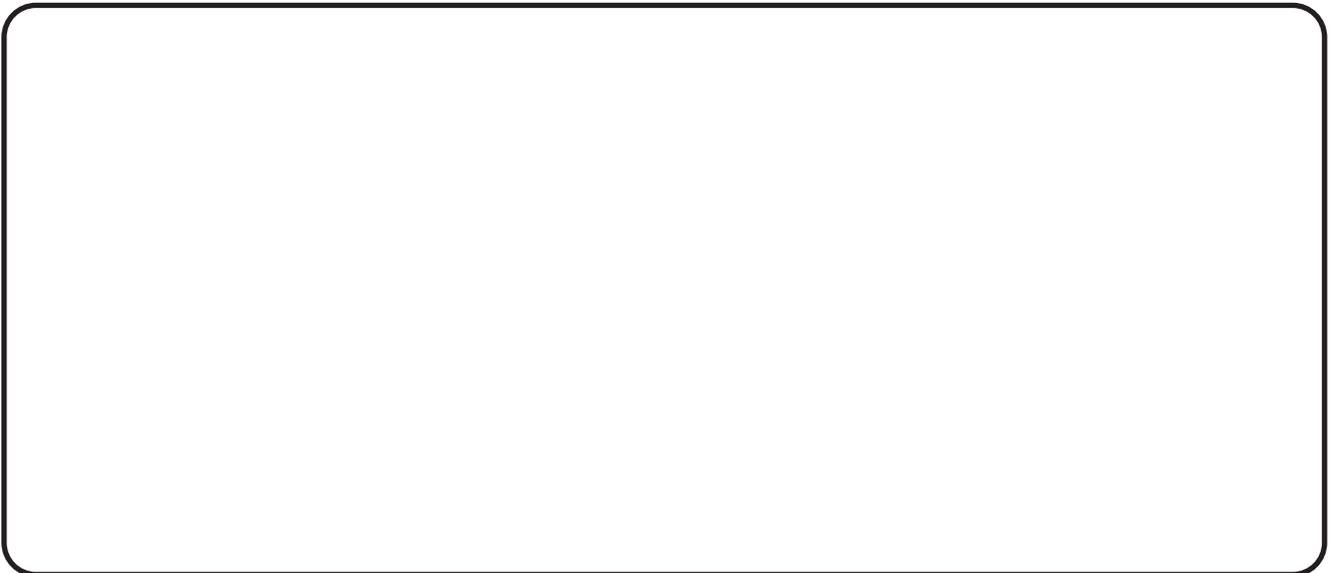
1.Calcula el rango, la varianza y la desviación estándar de los siguientes conjuntos de datos:

2

a. 20, 5, 8, 20, 11



b. 6, 2, 13, 1, 12

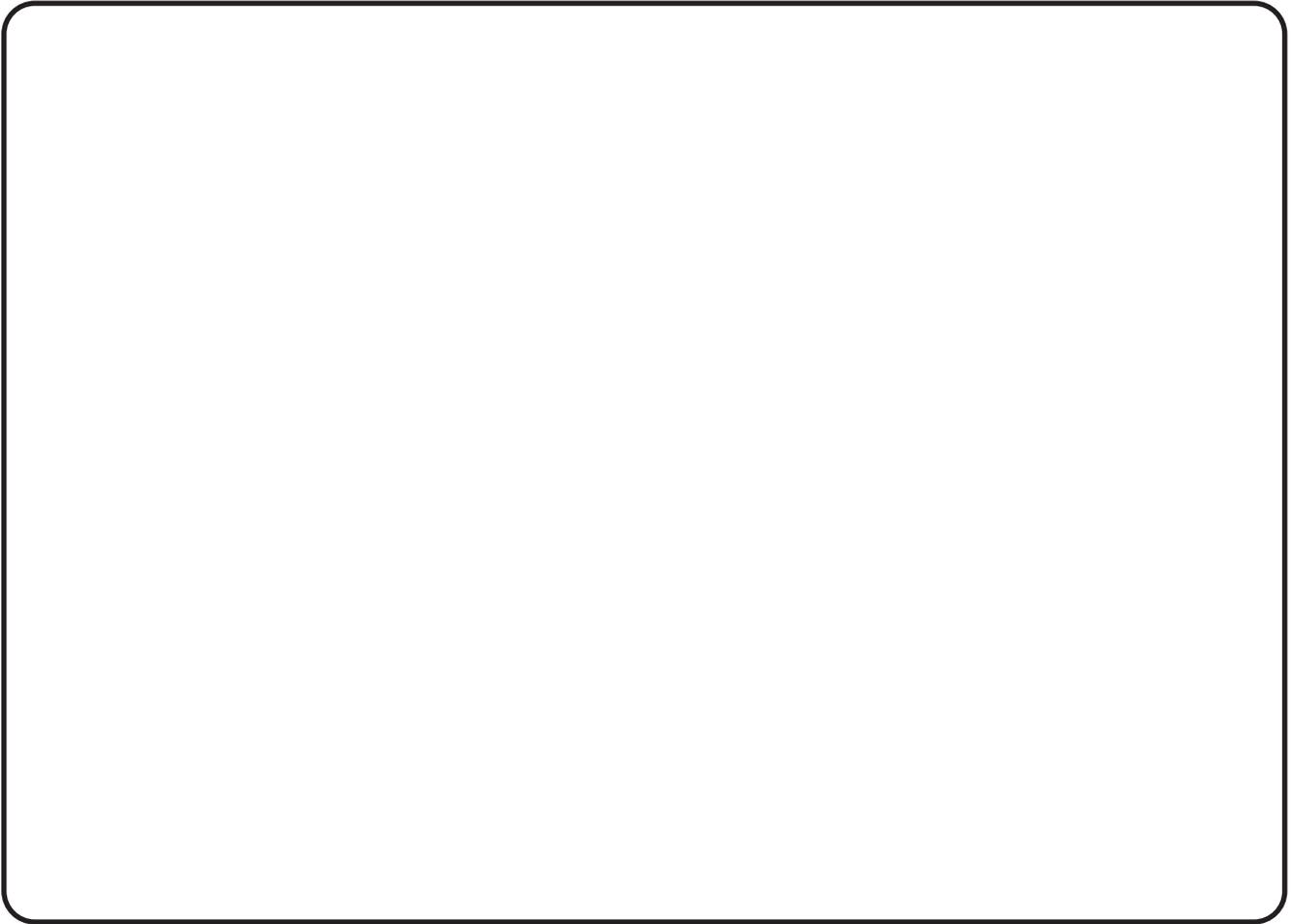


2. David, el profesor de Historia, tiene la siguiente información respecto de las notas de su curso en una prueba.

Notas del Tercero A en una prueba de Historia	
Nota	Frecuencia
$[1,0; 2,0[$	4
$[2,0; 3,0[$	8
$[3,0; 4,0[$	9
$[4,0; 5,0[$	11
$[5,0; 6,0[$	7
$[6,0; 7,0]$	6

4

a. Calcula el promedio y la varianza de los datos.



Medicina

3. El análisis de la sangre de una persona durante 7 semanas arroja las siguientes cantidades de leucocitos:

Semana 1 \longrightarrow 3.500/ m m³

Semana 2 \longrightarrow 12.000/m m³

Semana 3 \longrightarrow 4.800/ m m³

Semana 4 \longrightarrow 4.100/ m m³

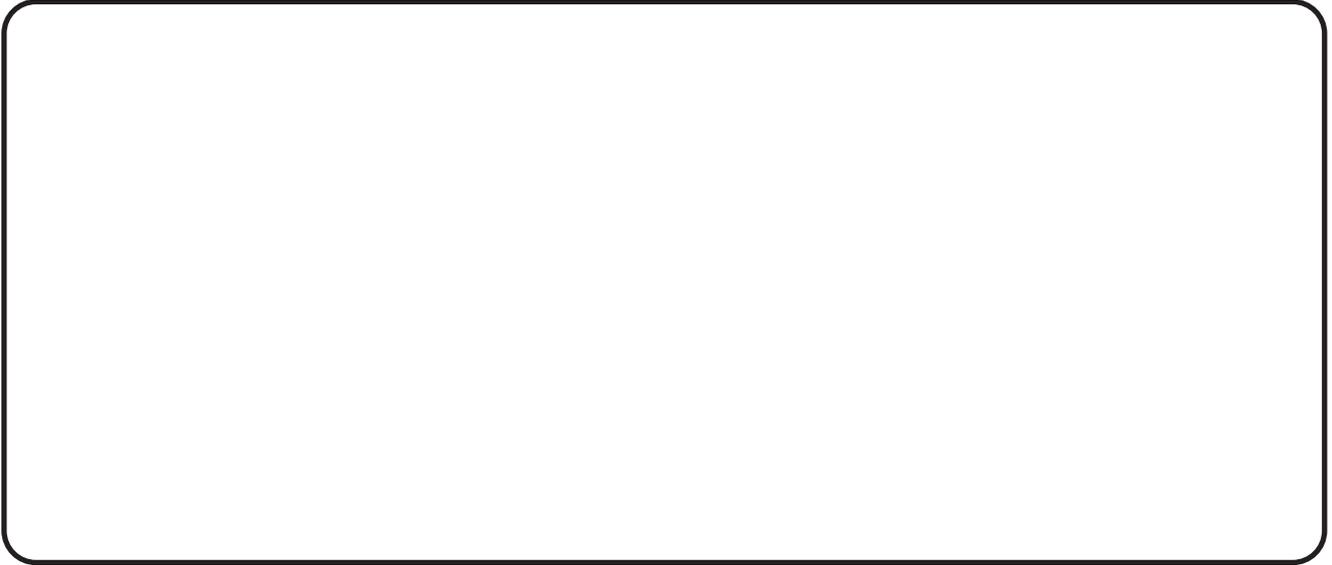
Semana 5 \longrightarrow 3.700/ m m³

Semana 6 \longrightarrow 6.200/ m m³

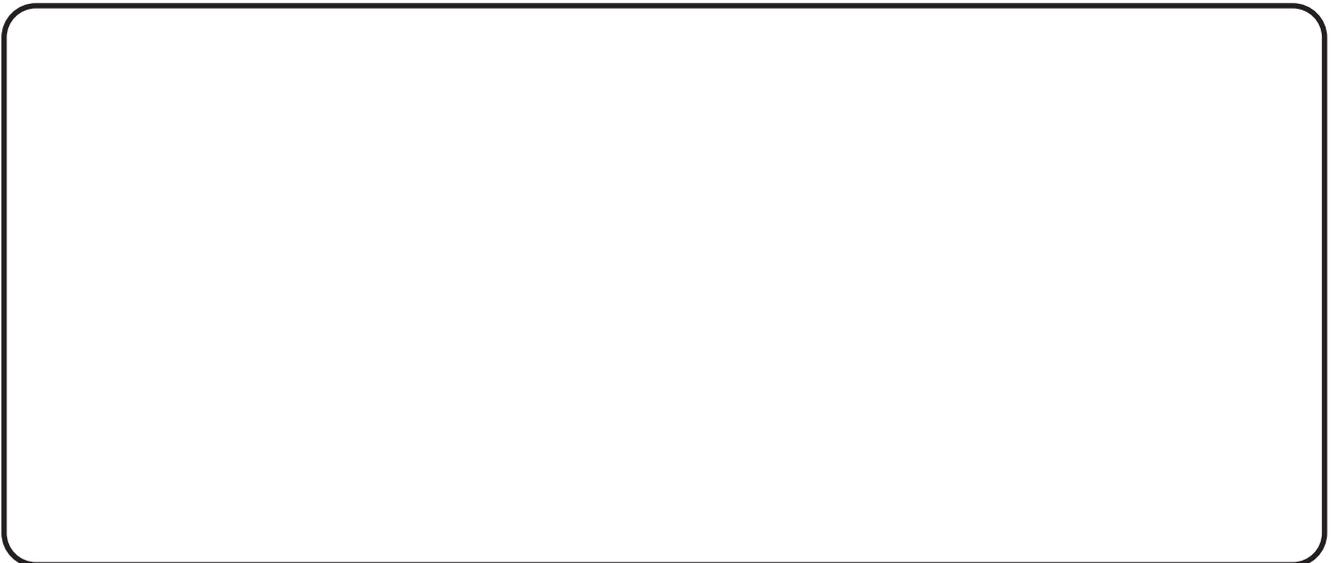
Semana 7 \longrightarrow 3.100/ m m³

6

a. Calcula el rango, la desviación media y la varianza.



b. Calcula la desviación estándar.



c. El médico que trata al paciente de cambiar el tratamiento si el promedio de la cantidad de leucocitos es inferior a $4.500/\text{mm}^3$ y la desviación estándar es inferior a 2.000 mm^3 . ¿Qué decisión tomara el doctor?, ¿por qué?

Comparación de conjuntos de datos

1. En un colegio se aplica una prueba a tres segundos medios. En los 3 cursos hubo estudiantes con la nota máxima (7). Además, se obtuvieron los siguientes datos:

	\bar{x}	σ	$X_{\text{mín}}$	Med	Q_1	Q_3
3° A	5,4	1,6	3,5	5,8	4,5	6,0
3° B	5,5	1,9	2,0	5,9	4,8	6,3
3° C	5,6	2,0	1,8	5,9	5,0	6,0

Evalúa si son verdaderas (V) o falsas (F) las siguientes afirmaciones.

- a.** ____ Un estudiante del 2° A que tiene un 6,5 pertenece al tercer cuartil.
- b.** ____ Las notas son menos dispersas en el 2° medio A que en los otros cursos.
- c.** ____ El mejor rendimiento lo tiene el 2° C, pues el promedio es 5,6.
- d.** ____ El curso con menor dispersión es el 2° A, pues la desviación estándar es 1,6.
- e.** ____ En los tres cursos, el 50 % de los estudiantes obtuvo nota superior a 5,5.

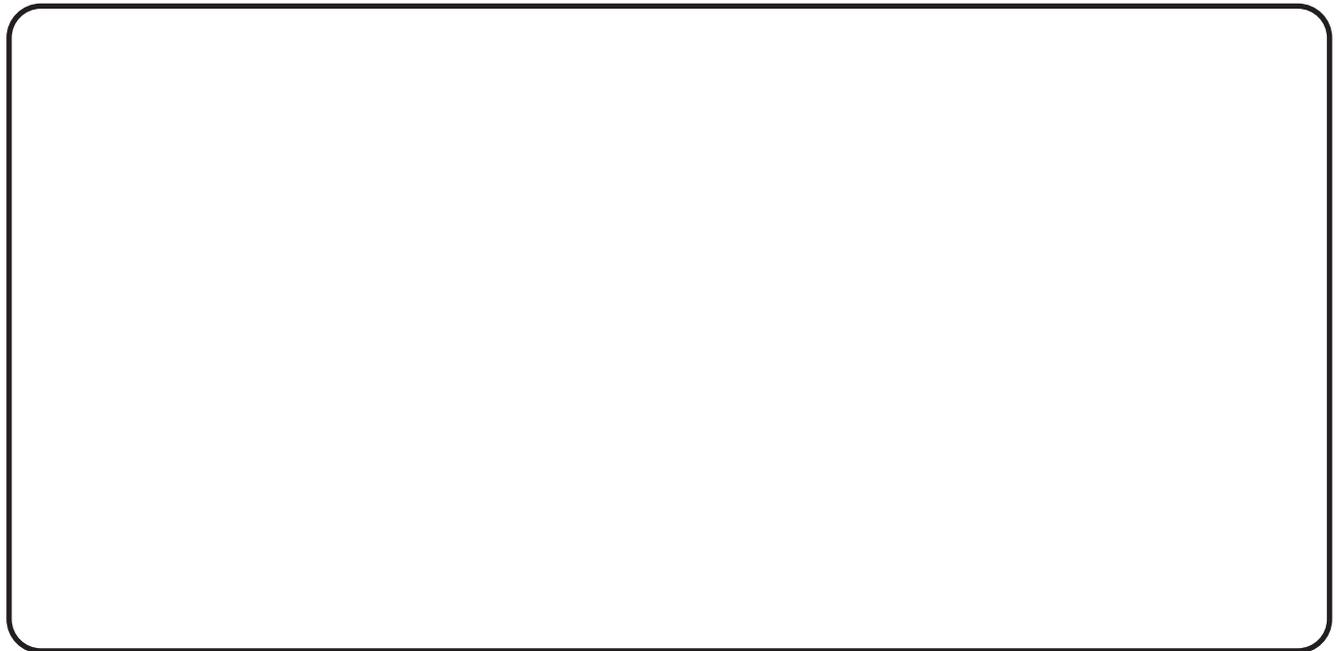
2. Según la situación anterior, ¿qué curso tiene mejor rendimiento? Justifica.

3. Paulina trabaja en una ferretería y ha recibido de una distribuidora dos tipos de muestras; una muestra de 9 clavos (medidos en pulgadas) y de otra, una de 9 varas de madera (medidas en metros).

Clavos	2,0	2,5	3,4	2,6	3,3	3,5	2,1	2,3	2,1
Varas	3,3	3,0	3,5	3,2	3,5	3,6	2,7	3,5	3,5

a. Calcula el coeficiente de variación para cada conjunto de datos.

Utiliza una hoja de cálculo.



"Debo decidir por la distribuidora que envíe la muestra más homogénea de sus productos".

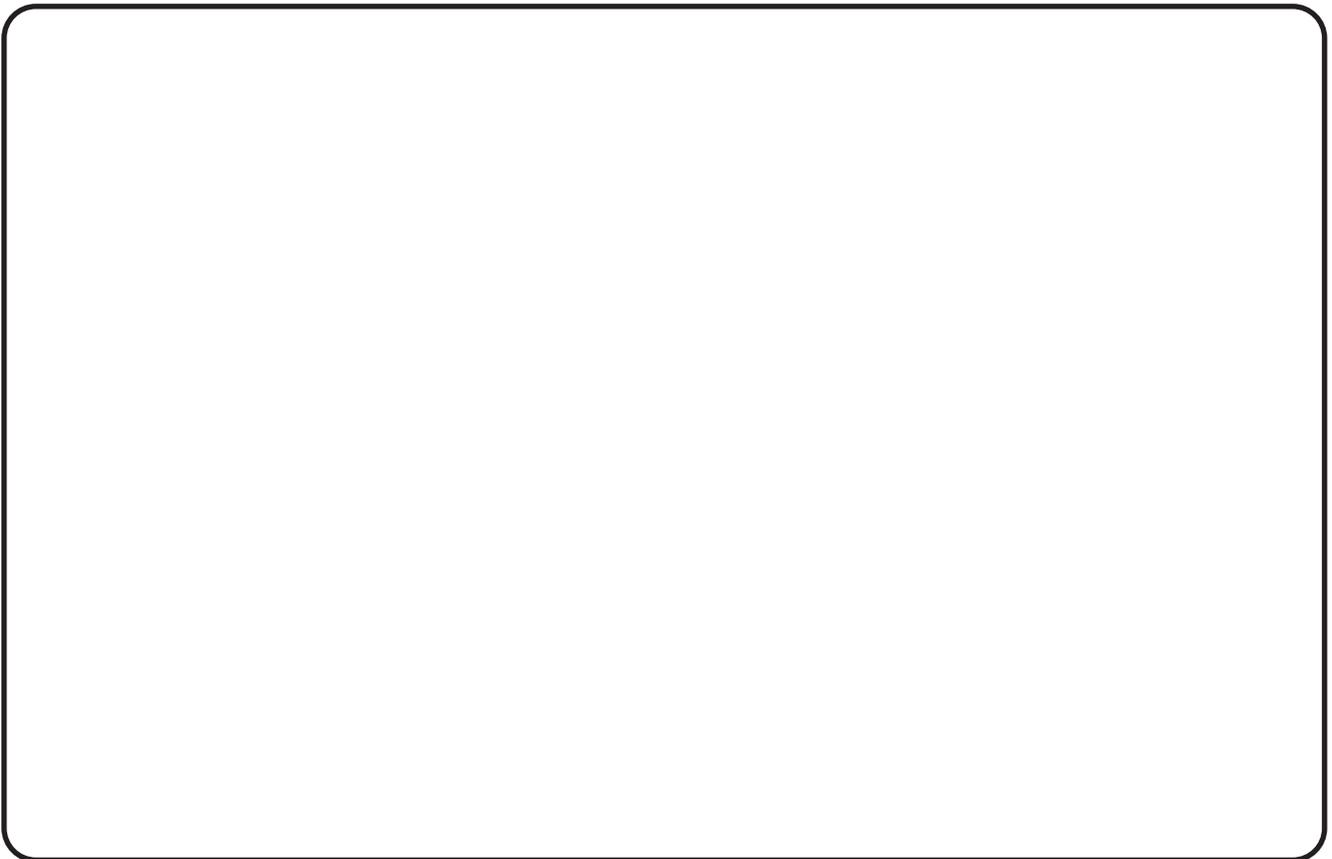
b. ¿Por cuál distribuidora optará Paulina?
Justifica.

4. Dos candidatos, Elvira y Juan, han rendido 7 pruebas de selección para una empresa. Los puntajes que obtuvieron cada uno fueron los siguientes:

Elvira: 80, 40, 62, 72, 46, 80, 40

Juan: 57, 55, 54, 52, 62, 55, 59

Si el director de la empresa debe decidir por aquel que tuvo mejor rendimiento, ¿a quién contratará? Aplica los indicadores de dispersión que resulten más convenientes en este caso.



Actividad de aplicación

Analizando el desempeño futbolístico

Objetivo: Utilizar medidas de dispersión de datos para establecer desempeños en los equipos de futbol.

Planifiquemos y ejecutemos

Paso 1 Organícense en parejas y seleccionen un equipo de fútbol para comparar 2 jugadores del equipo.

Paso 2 Descarguen en su celular la aplicación gratuita "365 scores" para filtrar la información necesaria. Luego, tomen decisiones respecto de:

- ¿Qué equipo de fútbol analizaremos: equipo chileno o extranjero?
- ¿Qué tipo de jugador compararemos: delanteros, centrocampistas, defensas?
- ¿Qué compararemos: cantidad de goles, pases efectivos, faltas leves y/o graves?
- ¿Qué medidas de tendencia central, dispersión y posición utilizarán?

Presentemos

Paso 3 Expongan sus resultados a su curso. Pueden utilizar redes sociales, correo electrónico, un video u otro medio para retroalimentar su trabajo. Luego, respondan:

a. ¿Por qué eligieron ese equipo y esos jugadores?

b. ¿Por qué utilizaron ese parámetro de comparación?

c. Si fueras DT del equipo de fútbol analizado, ¿a cuál de los 2 jugadores pondrías de titular en el próximo partido? Argumenta.

Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. La siguiente tabla muestra el tiempo que se demora un estudiante en resolver distintos ensayos PSU de 40 preguntas.

Corrección de formularios en un mes	
Tiempo (minutos)	Frecuencia
[40, 45[7
[45, 50[10
[50, 55[13
[55, 60[18
[60, 65[0
[65, 70]	21

a. ¿Cuál es el tiempo promedio que se demora el estudiante en resolver los ensayos?

b. Calcula la varianza y la desviación estándar.

c. Si el promedio de los tiempos es superior a 55 minutos y la desviación estándar es superior a 45 minutos, el estudiante deberá realizar cambios en la forma de estudio. ¿Deberá realizar cambios para optimizar sus tiempos de estudio? Fundamenta.

2. A continuación, se presentan las notas que obtuvieron dos cursos en una prueba de Matemática. Dichas notas son determinantes para elegir al curso con mejor rendimiento para representar al colegio en las próximas olimpiadas matemáticas.

3° medio A

3,2 – 4,5 – 6,3 – 7,0 – 3,5 – 6,4

6,8 – 5,1 – 4,4 – 3,9 – 4,0 – 5,2

5,8 – 7,0 – 6,1 – 6,6 – 4,3 – 5,9

3° medio B

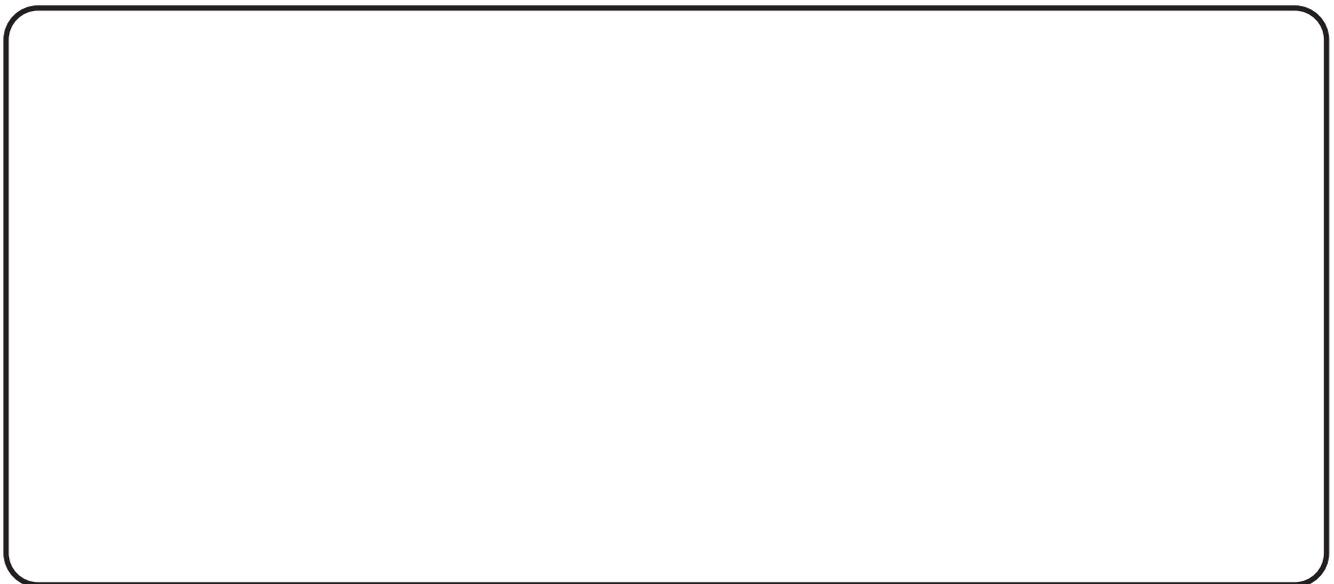
6,0 – 6,5 – 6,7 – 7,0 – 4,3 – 3,9

5,4 – 5,6 – 6,8 – 6,6 – 6,2 – 5,5

3,2 – 4,5 – 3,5 – 5,2 – 4,9 – 5,2

El profesor de la asignatura escogió al 3° A para representar al colegio en las próximas olimpiadas.

a. Aplica las medidas de dispersión que consideres convenientes para comparar el rendimiento en la prueba de ambos cursos. Utiliza una hoja de cálculo para realizar los cálculos.



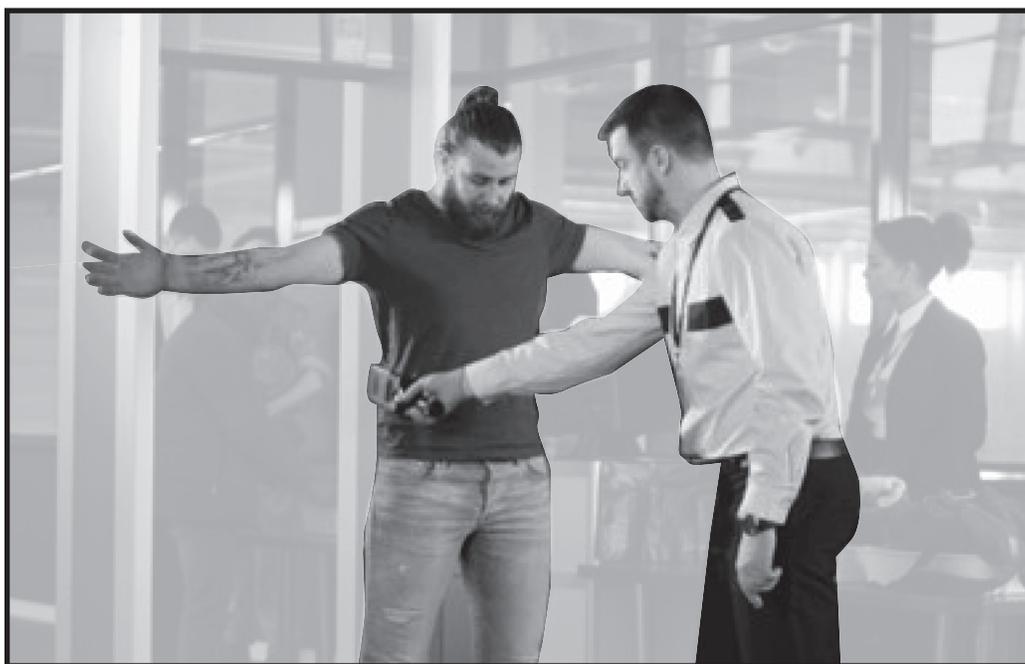
b. ¿Fue correcta la decisión del profesor?
Argumenta tu respuesta.

Lección 2: Toma de decisiones aplicando probabilidades condicionales

Probabilidad condicionada

1. En una sala de clases hay 40 estudiantes, de los cuales 25 son hombres. Además, 6 mujeres y 5 hombres tienen ojos de color café y el resto tiene ojos negros. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga ojos de color café si es hombre? Representa la situación usando un diagrama de árbol de probabilidades.

2. Al control de equipajes de una aduana llega un grupo de italianos, de los cuales 8 llevan consigo accesorios metálicos no permitidos. Si se eligen dos personas al azar para pasar por la puerta detectora de metales, ¿cuál es la probabilidad de que ambos tengan metales no permitidos?



Somos un grupo de 12 italianos.

3. La siguiente tabla muestra las opciones de viaje por género en un concurso que sorteará un viaje a Buenos Aires, Lima o Rapanui.

	Opciones de viaje		
Género	Buenos Aires	Lima	Rapanui
Hombre	70	112	86
Mujer	60	128	94

a. ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea mujer y vaya a Lima?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador vaya a Rapanui?

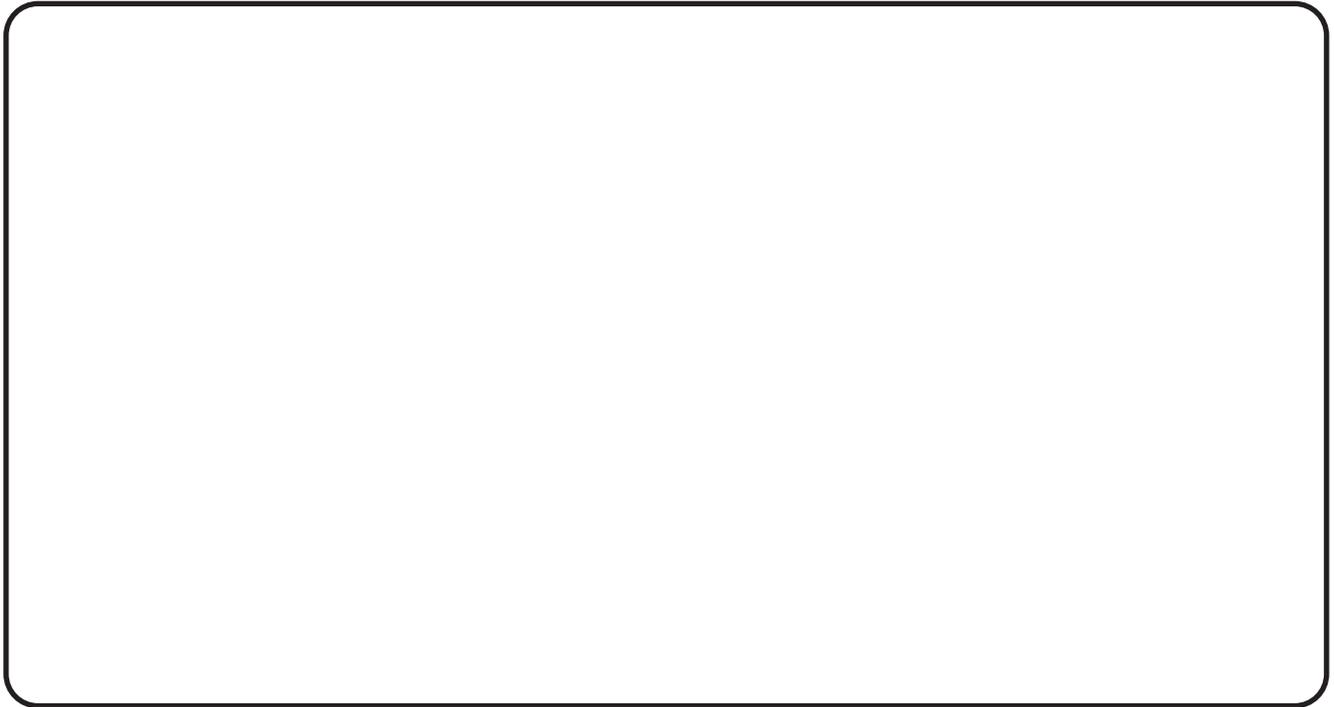
c. ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador sea mujer dado que irá a Buenos Aires?

d. ¿Cuál es la probabilidad de que el ganador vaya a Rapanui si es hombre?

4. Leonor estudia para su examen de Inglés y Jacinta para su examen de Ciencias Naturales. Ambos exámenes consisten en contestar dos temas extraídos al azar. Para aprobar la asignatura, hay que contestar bien los dos temas.



¿Quién tiene mayor probabilidad de aprobar su asignatura?



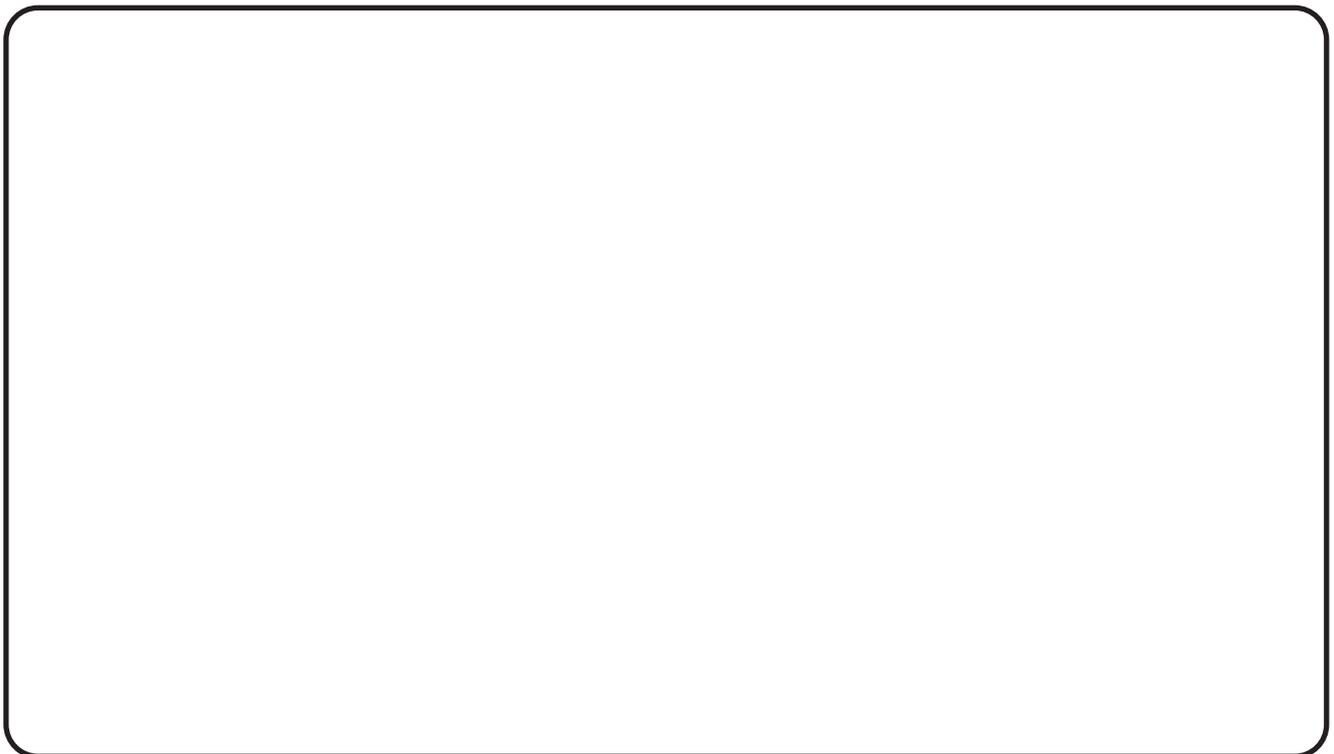
Probabilidad total

1. ¿Cuál de los siguientes sucesos es más probable?

- Obtener 5 al sumar el resultado del lanzamiento de dos dados de 6 caras.
- Obtener dos espadas al extraer sin reposición dos cartas de una baraja española.
- Obtener dos sellos al lanzar dos monedas.



2. En un centro de enseñanza, el 55 % de los estudiantes matriculados son mujeres. Se sabe que el 65 % de las mujeres no han estado enfermas durante el año y que el 25 % de los hombres tampoco. Si se elige un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad que haya estado enfermo durante el año? Resuelve usando un diagrama de árbol.



3. En una oficina se compran tres tipos de ventiladores: de pedestal, USB y de cielo. El 60 % de los ventiladores son USB, el 30 % de pedestal y el resto de cielo. Se sabe que los porcentajes de falla son los siguientes: USB, 15 %, de cielo 7 %, de pedestal, 3 %. Si se elige al azar un ventilador, ¿cuál es la probabilidad de que falle? Representa la situación utilizando un diagrama de árbol.



Deporte

4. Analiza la siguiente situación. Luego, resuelve.



El vencedor será el primero que gane dos de los tres sets de que consta el encuentro.

a. Dibuja un diagrama de árbol con todos los posibles resultados



b. Calcula la probabilidad de que Carlos gane el partido si la probabilidad de que Luis gane un set es de 0,4.



5. De un estuche que contiene 5 lápices azules y 6 negros, se sacan dos de ellos sin mirar. ¿Cuál es la probabilidad de que sean de distinto color?



Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Evalúa si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a. _____ Si A y B son sucesos y $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{2}{3}$ y $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$, entonces $P(A/B) = \frac{1}{2}$.

b. ____ Si se escoge al azar un número entre 30 y 50 inclusive, la probabilidad de que sea impar dado que es mayor que 40 es $\frac{5}{21}$.

c. ____ Siempre se cumple que $P(A/B)$ es equivalente a $P(B/A)$, con A y B sucesos.

d. ____ Si A y B son sucesos, para calcular $P(A/B)$ solo se necesita conocer $P(A)$ y $P(B)$.

2. La siguiente tabla de contingencia muestra el número de personas que padecen o no bronquitis, según sean o no fumadores:

	Fumadores	No fumadores
Con bronquitis	120	15
Sanos	42	65

Si se elige una persona al azar, responde:

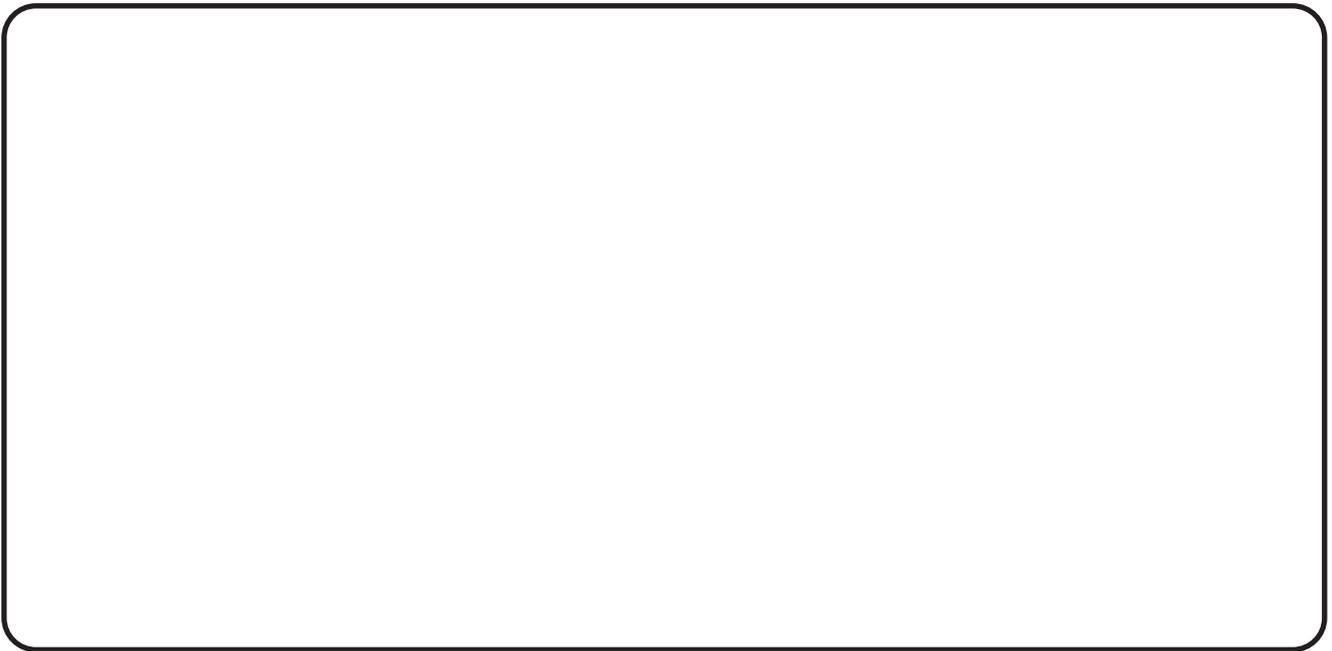
a. ¿Cuál es la probabilidad de que padezca bronquitis?, ¿y cuál es la probabilidad de que esté sana?



b. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana dado que es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté enferma dado que es fumador?



c. ¿Cuál es la probabilidad de estar sano dado que no es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté sana dado que no es fumador?



UNIDAD 2

Lección 3: Modelamiento de fenómenos con la función exponencial.

Función exponencial

1. Identifica las funciones que son exponenciales. Para ello, escribe Sí o No según corresponda.

a. _____ $f(x) = 4x$

b. _____ $g(x) = 6^{-x}$

c. _____ $h(x) = \left(-\frac{1}{8}\right)^x$

d. _____ $i(x) = x^{-5}$

e. _____ $j(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^2$

f. _____ $k(x) = 3^{2-x}$

2. Verifica si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a. ____ Una función exponencial con base mayor que cero y menor que uno es siempre una función decreciente.

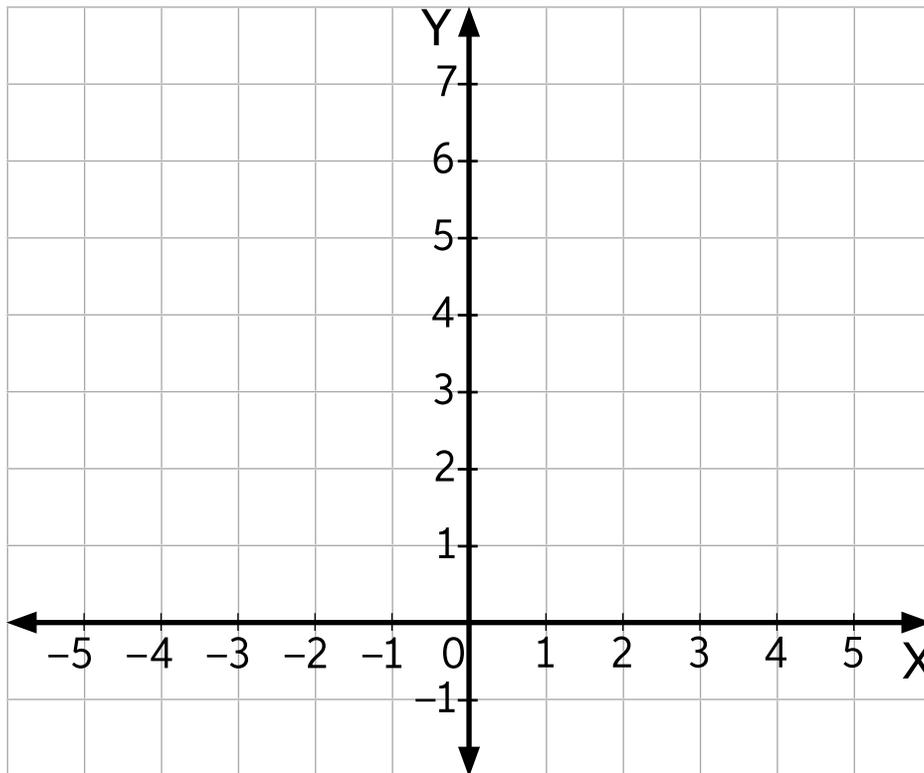
b. ____ Una función exponencial con base fraccionaria siempre es una función decreciente.

c. ____ La gráfica de la función $h(x)=a^x$ con $a>1$, se traslada 5 unidades horizontalmente hacia los positivos si se grafica $h(x-5)$.

3. Representa cada función en el plano cartesiano. Luego, indica si es una función creciente o decreciente.

a. $f(x) = 4^x$

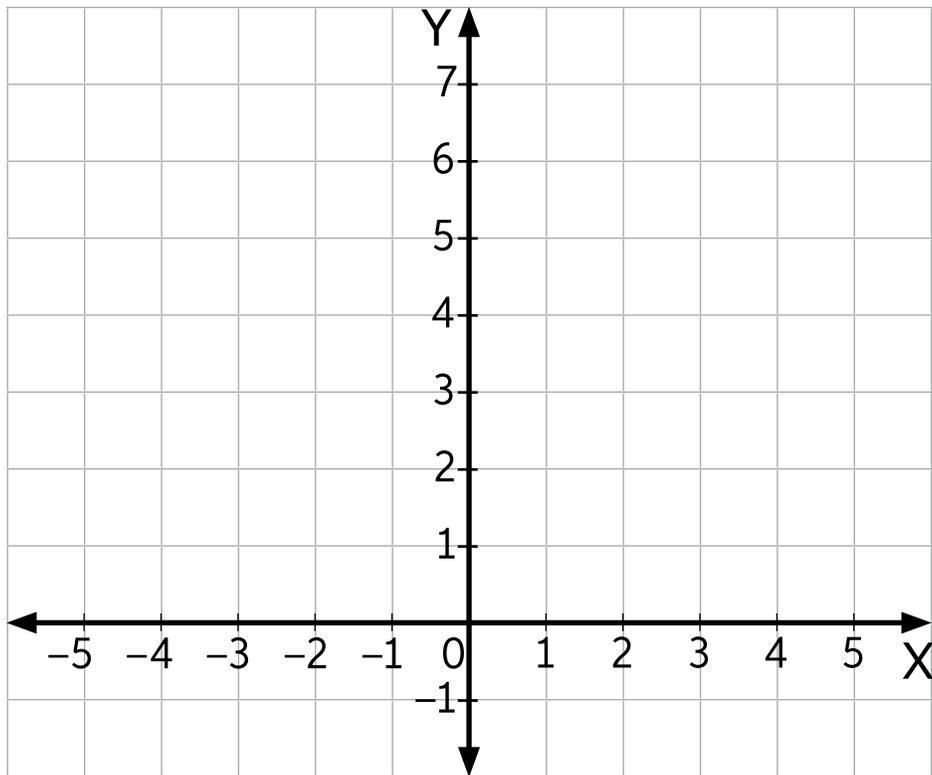
x	-3	-2	-1	0	0,5	1	1,6
$f(x)$							



Función: _____

b. $g(x) = e^{-x}$

x	-3	-2	-1	0	0,5	1	1,6
g(x)							



Función: _____

4. Completa cada casilla con la función correspondiente a su gráfica.

a. _____ = $2^x + 3$

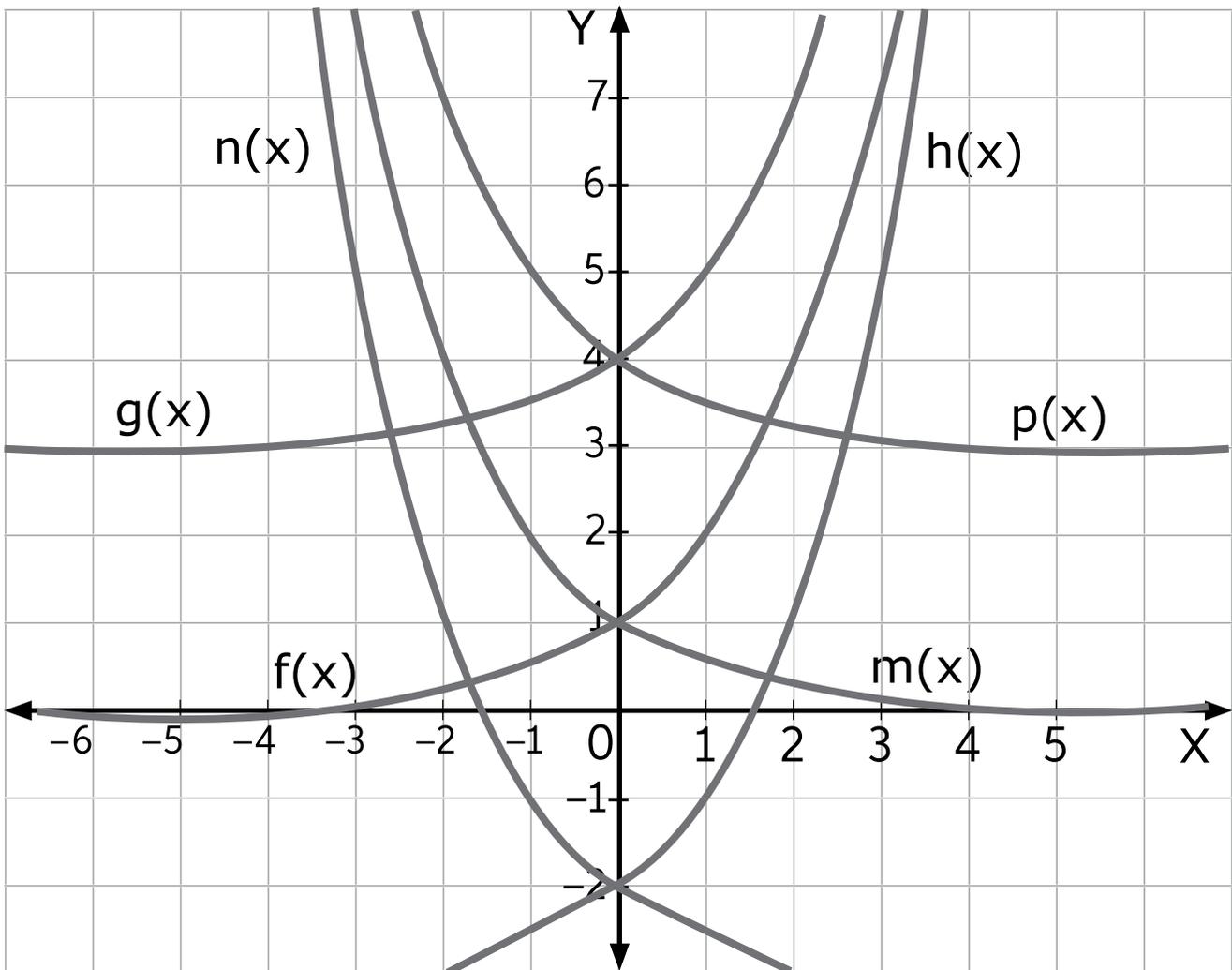
b. _____ = 2^{-x}

c. _____ = $2^{-x} + 3$

d. _____ = $2^{-x} - 3$

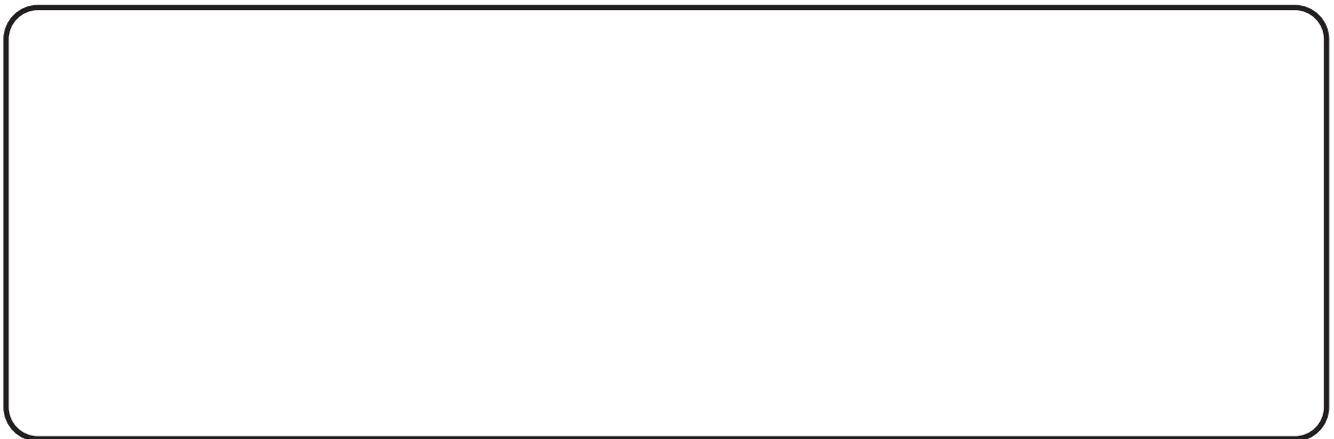
e. _____ = $2^x - 3$

f. _____ = 2^x



5. Sin graficar, determina el dominio, recorrido y las intersecciones con los ejes de las gráficas correspondientes a las siguientes funciones exponenciales.

a. $f(x) = 2^x - 1$



b. $h(x) = 1 - 3^x$



c. $h(x) = 5^x - 2$

6. El área cubierta por un nenúfar en un lago se duplica cada día, creciendo gradualmente durante todo el día. Si al momento de empezar un estudio el nenúfar abarca una extensión de 1,2, ¿qué área ocupará dentro de 8 días?

a. Completa la tabla.

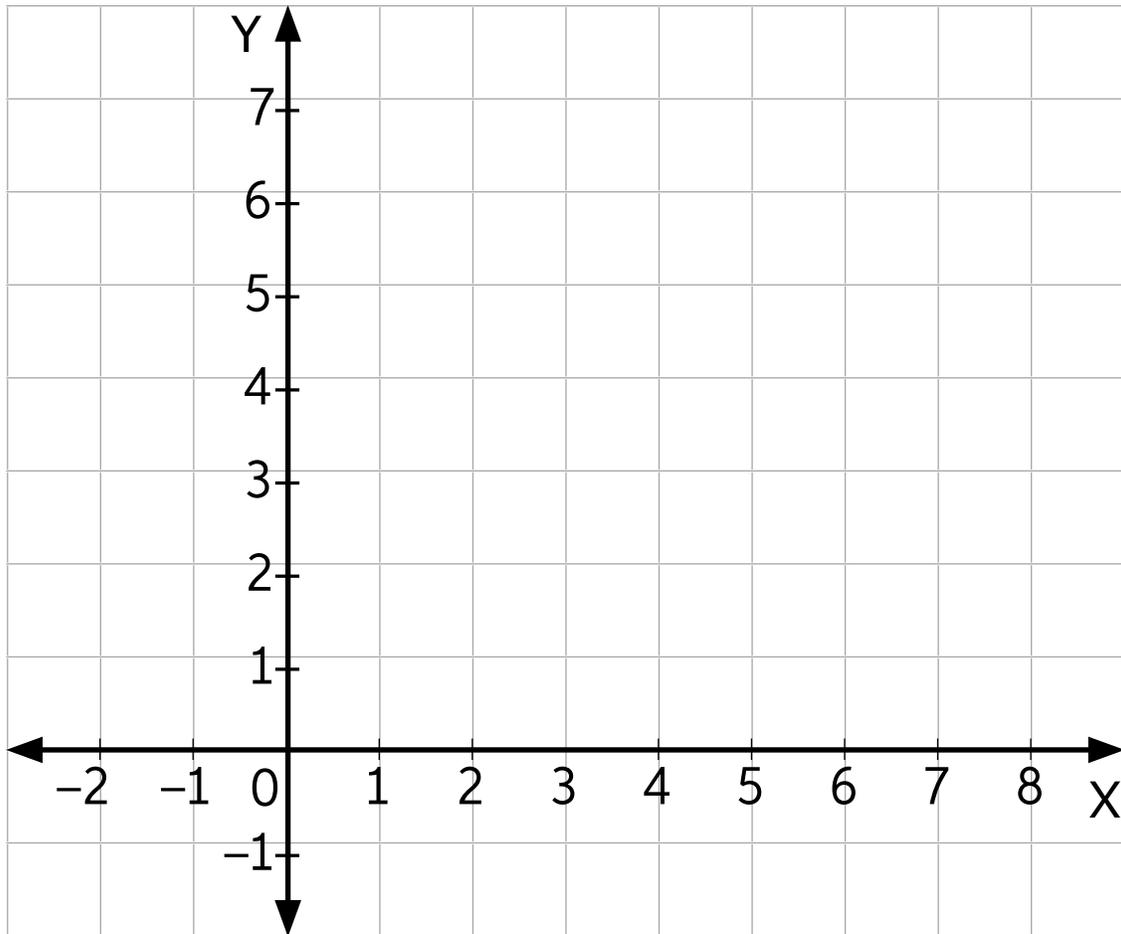
Tiempo (días)	1	2	3	4	5	6	7	8
Área (m ²)	1,2							

b. ¿Qué función relaciona ambas variables? Llámala $A(t)$.



Los nenúfares son plantas acuáticas con flores que crecen en lagos, lagunas, charcas o pantanos y que están usualmente enraizadas en el fondo.

c. Representa la función en el plano cartesiano.



d. ¿Cuáles son el dominio y recorrido de la función?

7. Se sabe que la concentración de anestesia en la sangre humana disminuye exponencialmente según la función

$f(x) = k \cdot 0,95^x$, donde k es la cantidad inicial de anestesia en miligramos y x el tiempo en minutos desde su administración. ¿Cuántos miligramos de anestesia quedan en la sangre del paciente después de hora y media?



Se administraron 60 mg de anestesia a este paciente.

Crecimiento y decrecimiento exponencial

1. Lee la siguiente información. Luego, realiza lo pedido.

En Chile, a partir del 2016 se estableció la Ley Emilia, la que considera que un conductor que tiene más de 0,8 gramos de alcohol por litro de sangre, se encuentra en estado de ebriedad.

Se estima que el riesgo que tiene una persona de sufrir un accidente cuando conduce un vehículo bajo los efectos del alcohol está dado por la expresión:

$$R(x) = 6 \cdot e^{kx},$$

donde $R(x)$ es el riesgo expresado como probabilidad, x es la concentración de alcohol en la sangre y k una constante.

a. Calcula el valor de la constante k sabiendo que una concentración de $0,04$ g/L de alcohol en la sangre ($x = 0,04$) corresponde a un riesgo del 10% ($R = 10$).

b. Una persona que, de acuerdo con la ley chilena, conduce en estado de ebriedad (0,8 g/L de alcohol en la sangre), ¿qué riesgo tiene de sufrir un accidente?



c. Investiga sobre la concentración de alcohol en la sangre para lo cual un conductor se encuentra bajo la influencia del alcohol. ¿Qué riesgo tiene de sufrir un accidente?



Sitio web recomendado:

www.conaset.cl

d. Si una persona presenta el doble de concentración de alcohol que otra, ¿cuánto mayor es su riesgo de accidente?



2. Observa las funciones $p(x)$ que representan el precio del celular transcurridos x años desde la compra.

Celular A

Precio inicial

\$580 000

$$p(x) = p_0 \cdot (0,9)^x$$

Celular B

Precio inicial

\$390 000

$$p(x) = p_0 \cdot (0,75)^x$$

a. Escribe el porcentaje de aumento o disminución anual del precio de cada celular.

b. Estima el tiempo que debe transcurrir para que el precio de cada celular sea la mitad del inicial.

Actividad de aplicación

Método del carbono 14 (C14)

¿Qué haremos?

Investigar acerca del método de datación del carbono 14 para estimar la edad de los fósiles y otras materias orgánicas.

Planifiquemos

Paso 1

En parejas, investiguen sobre la datación del carbono 14 considerando las siguientes interrogantes:

- ¿Qué es la vida media de una sustancia radiactiva?
- ¿Cuál es la vida media aproximada del C14?, ¿qué significa esto?
- ¿El modelo de carbono 14 es una función exponencial crecimiento o decreciente?, ¿por qué?

Ejecutemos

Paso 2

Completen la siguiente tabla con la información encontrada.

Vida media	Tiempo (años)	Fracción de cantidad de C14 que queda en el ser vivo o materia orgánica
0	0	Cantidad inicial de C14
1		Queda
2		Queda
3		Queda

Concluuyamos

Paso 3

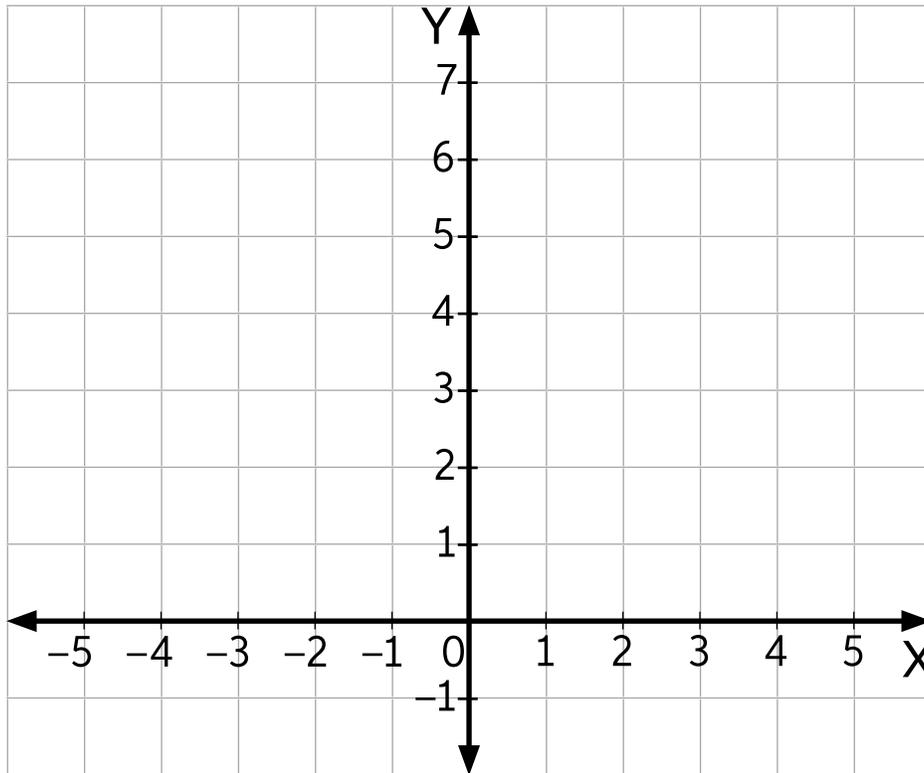
Escriban las conclusiones del trabajo realizado. Luego, compartan y comparen sus resultados con otras parejas.

Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Representa las funciones $f(x) = 2^x$, $g(x) = 10^x$ y $h(x) = e^x$. Luego, responde.



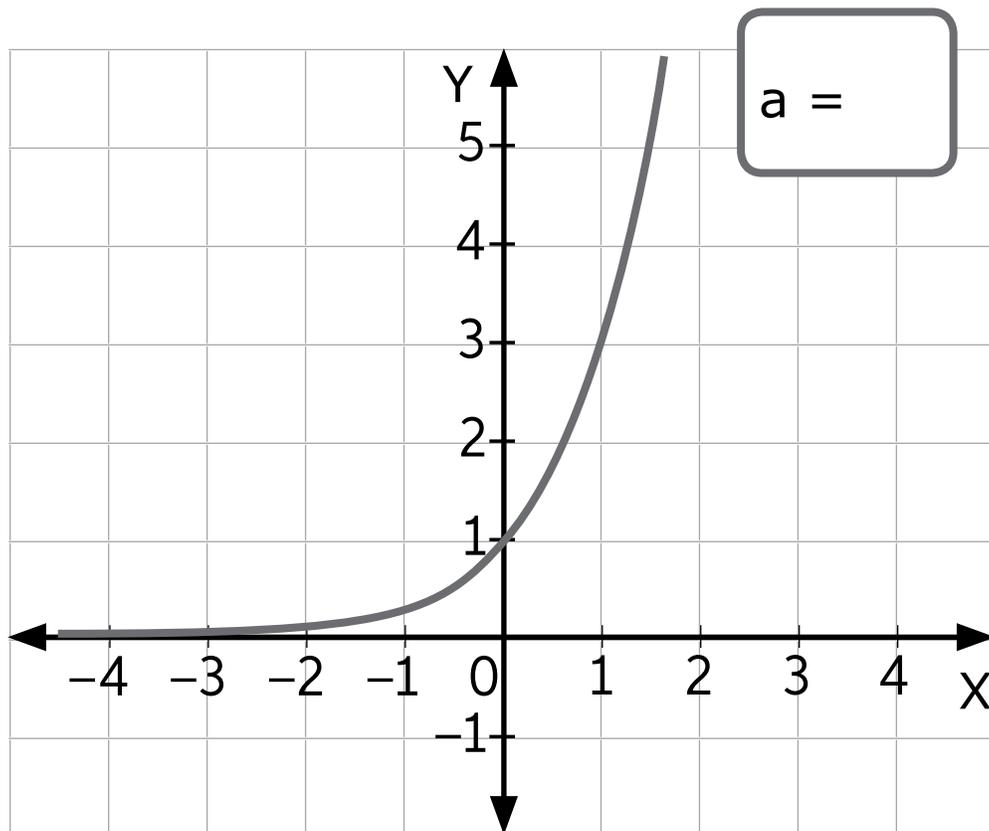
a. ¿Cuál es el dominio de cada función?, ¿cuál es su recorrido?

b. ¿Qué tipo de función es cada una: creciente o decreciente?

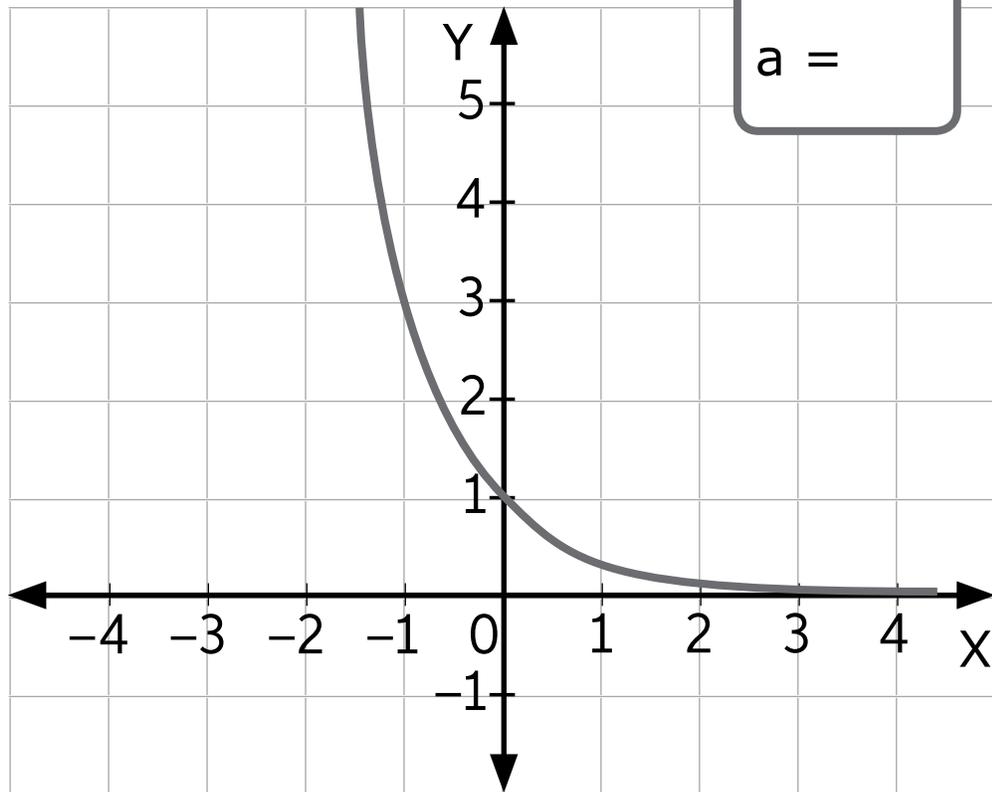
c. ¿Qué diferencias observas entre las funciones g y h respecto de la función f ?

2. Analiza los siguientes gráficos de las funciones de la forma $f(x) = a^x$. Luego, escribe el valor de a correspondiente.

a.



b.



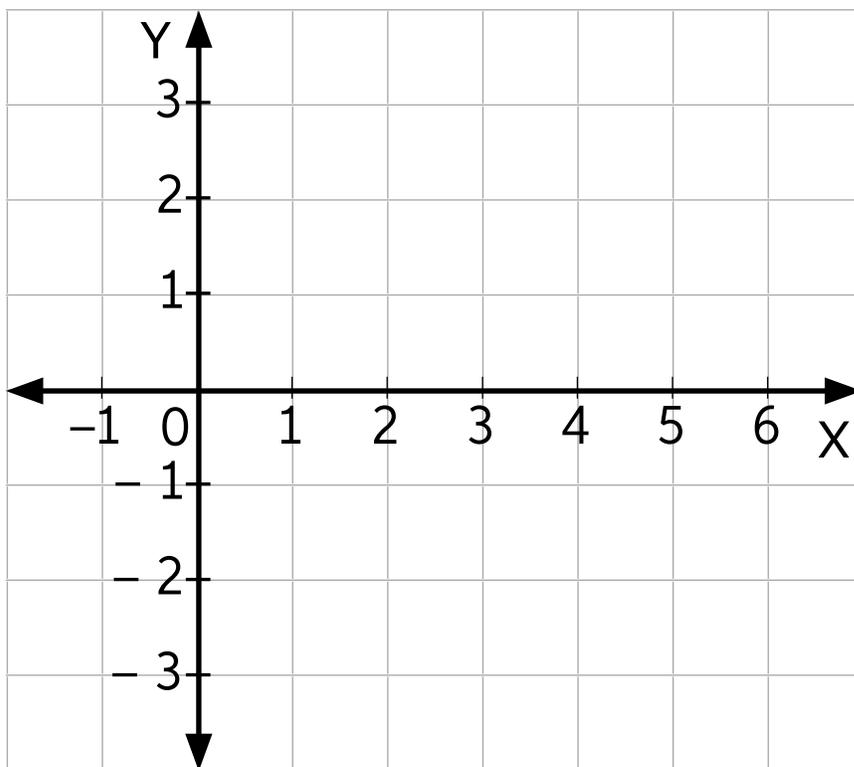
3. La cantidad de microorganismos presentes en un ecosistema crece exponencialmente según la fórmula: $P(t) = 4 \cdot 2^{2t} \cdot 10^3$, donde t representa el tiempo en horas. ¿Al cabo de cuántas horas habrá 64 000 microorganismos?

Lección 4: Modelamiento de fenómenos con la función logarítmica.

Función logarítmica

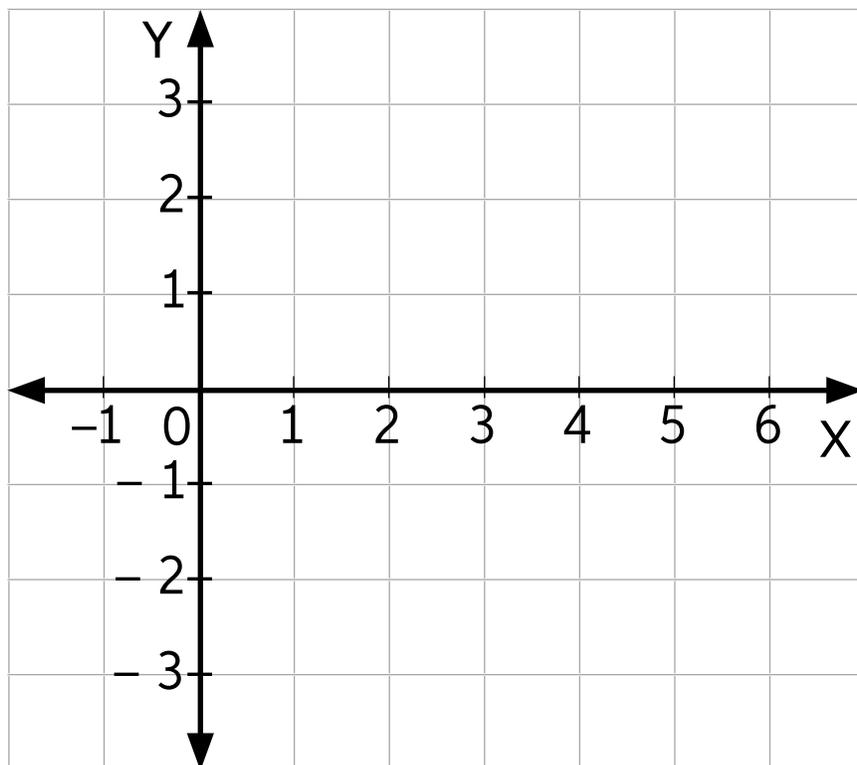
1. Representa en el plano cartesiano las siguientes funciones e indica si son crecientes o decrecientes.

a. $f(x) = \log_3 x$



Función: _____

b. $g(x) = \log_{0,5} x$



Función: _____

2. Determina, sin graficar, el dominio y el recorrido de las siguientes funciones logarítmicas.

a. $f(x) = \log_2 (x + 3)$



b. $f(x) = 2 + \log_2 x$

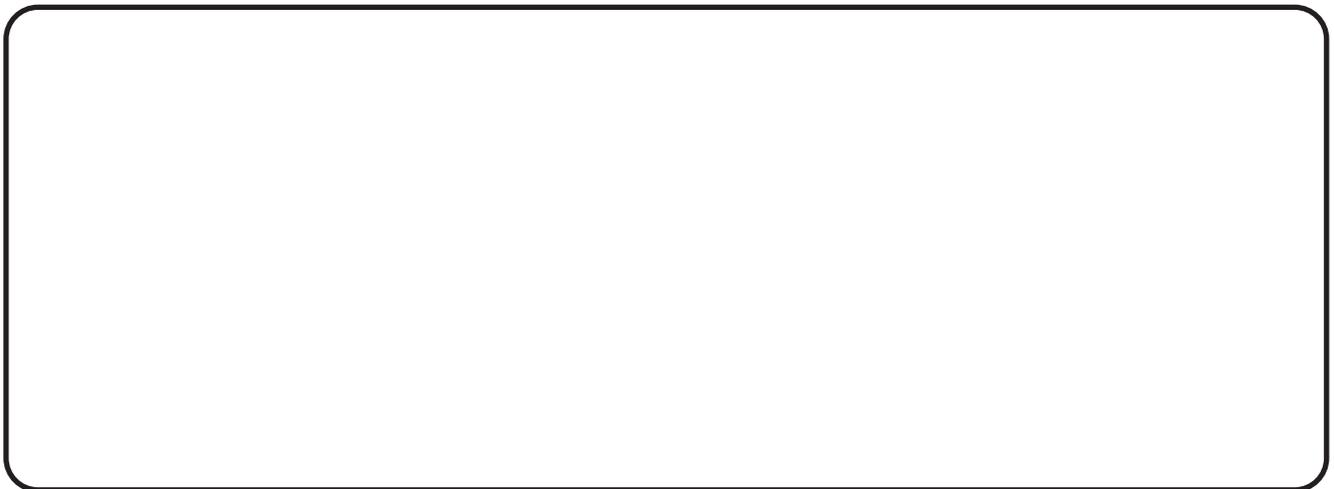


3. Determina los puntos de intersección con los ejes de las siguientes funciones logarítmicas.

a. $f(x) = \log(x + 6)$



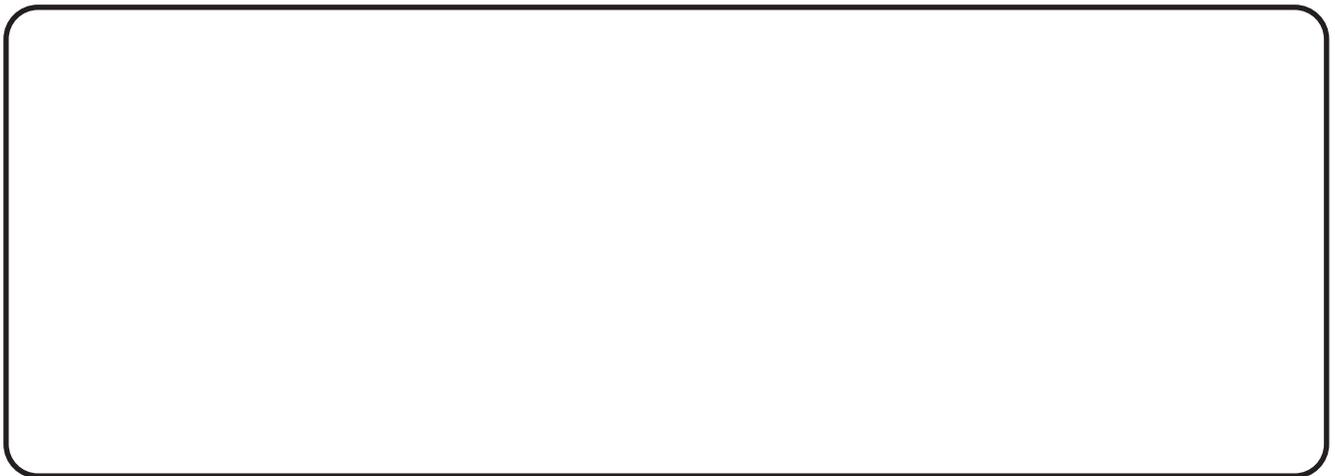
b. $h(x) = \log_3(x+9) - 1$



c. $g(x) = \log(x - 5)$



d. $j(x) = \log_{\frac{1}{4}}(-x+4)$



4. Evalúa si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a. _____ Una función logarítmica f no puede tener valores negativos en su recorrido.

b. _____ Si $a > b$, entonces $\log_a x > \log_b x$.

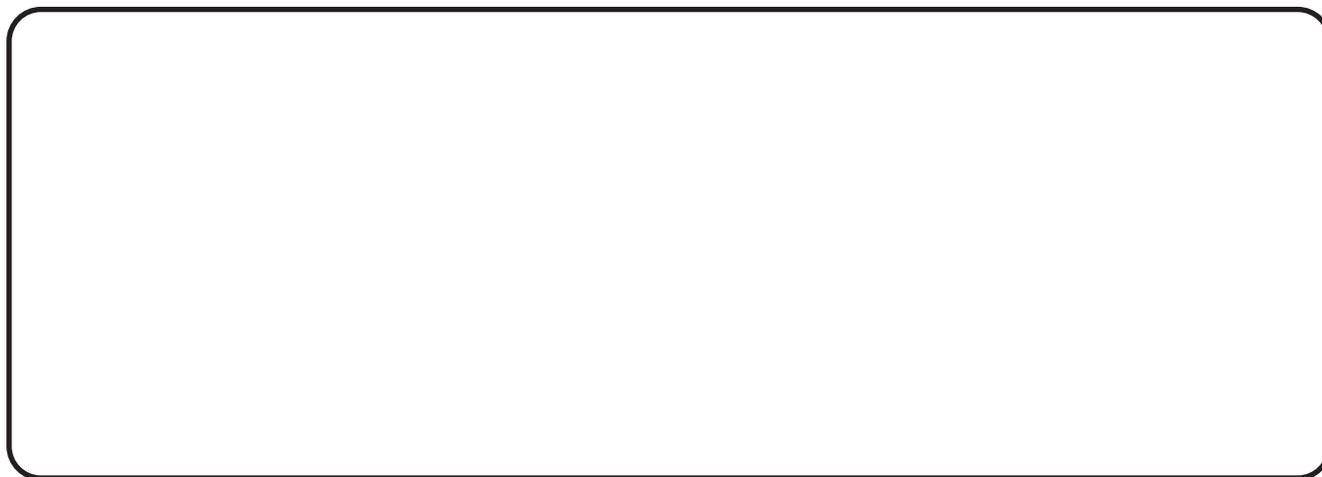
c. _____ El dominio de una función logarítmica es siempre el conjunto de los números reales.

d. ____ Si $f(x) = 1 + \log(x)$, la gráfica de la función $g(x) = \log(x) - 3$ corresponde a la gráfica de $f(x)$ trasladada 4 unidades horizontalmente hacia los negativos.

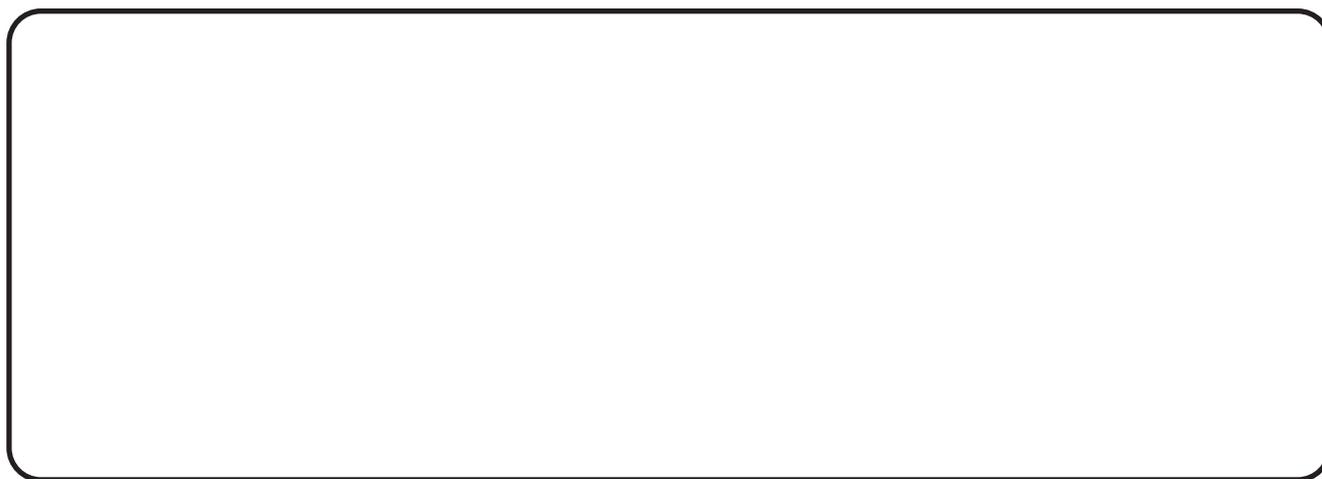
5. Determina qué condición debe cumplir a , en cada caso, para que las siguientes funciones sean decrecientes o crecientes

a. $f(x) = \log_{(a+1)} x$

b. $g(x) = \log_{(6a+5)} x$



c. $h(x) = \log_{(-3a)} x$

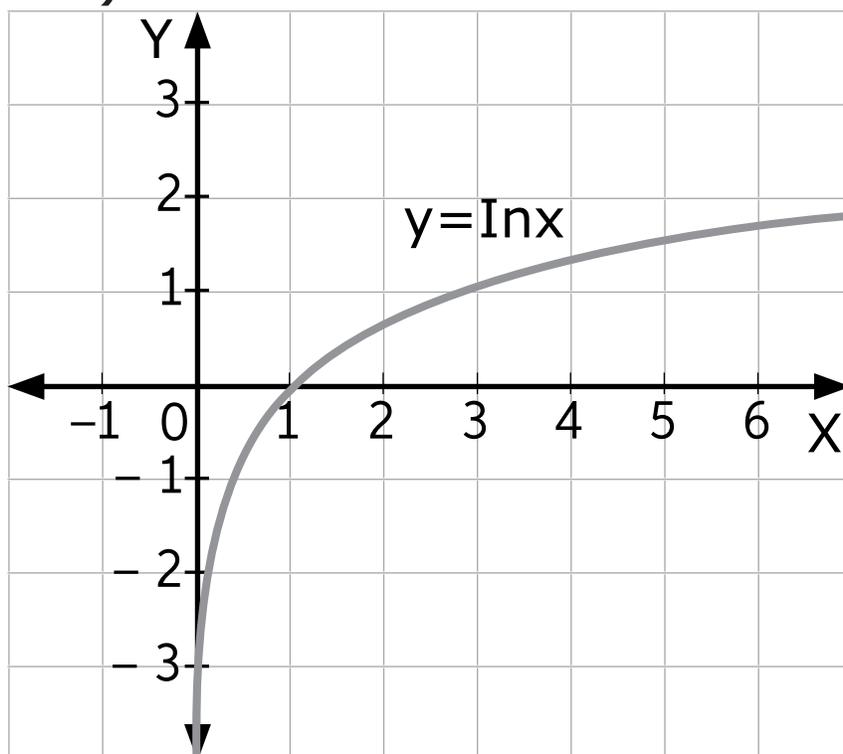


d. $j(x) = \log_{(6-3a)} x$

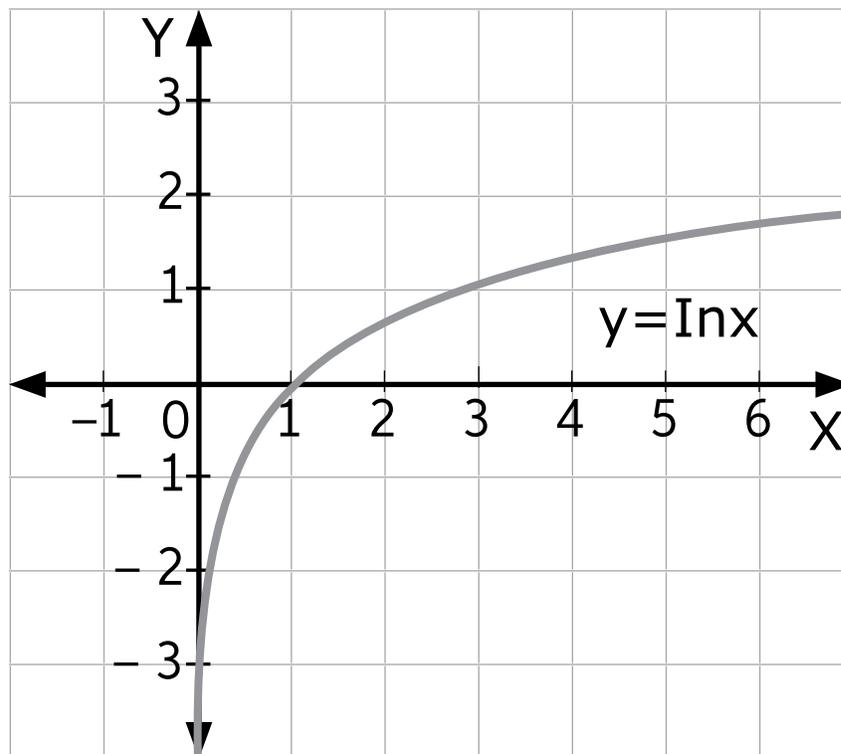


6. Construye la gráfica de las siguientes funciones logarítmicas considerando el gráfico de $y = \ln x$.

a. $f(x) = \ln(x - 2) + 1$



b. $g(x) = -\ln(x) + 1$



Actividad de aplicación

Relación entre el área corporal de una persona, su masa y su estatura

¿Qué haremos?

Aplicar el modelo que relaciona el área de la superficie corporal de una persona, su masa y su estatura.

La relación entre el área de la superficie corporal a (m^2) de una persona, su masa m (kg) y su estatura h (cm) está dada por la expresión:

$$\log(a) = -2,144 + 0,425\log(m) + 0,725\log(h)$$

Planifiquemos

Paso 1 Reúnanse en parejas y consigan una huincha de medir y una balanza digital. Luego, midan la estatura y la masa corporal de 5 compañeros de curso.

Ejecutemos

Paso 2 Registren la información en la siguiente tabla. Mientras uno mide a sus compañeros, el otro escribe en la tabla.

Nombre compañero	Estatura (cm)	Masa corporal (kg)
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		

Paso 3 Apliquen el modelo descrito anteriormente y estimen el área de la superficie corporal de cada uno de ellos. Usen una calculadora.

Paso 4

Elaboren una estrategia para verificar si fue buena la estimación del modelo anterior. Descríbanla.

Presentemos**Paso 5**

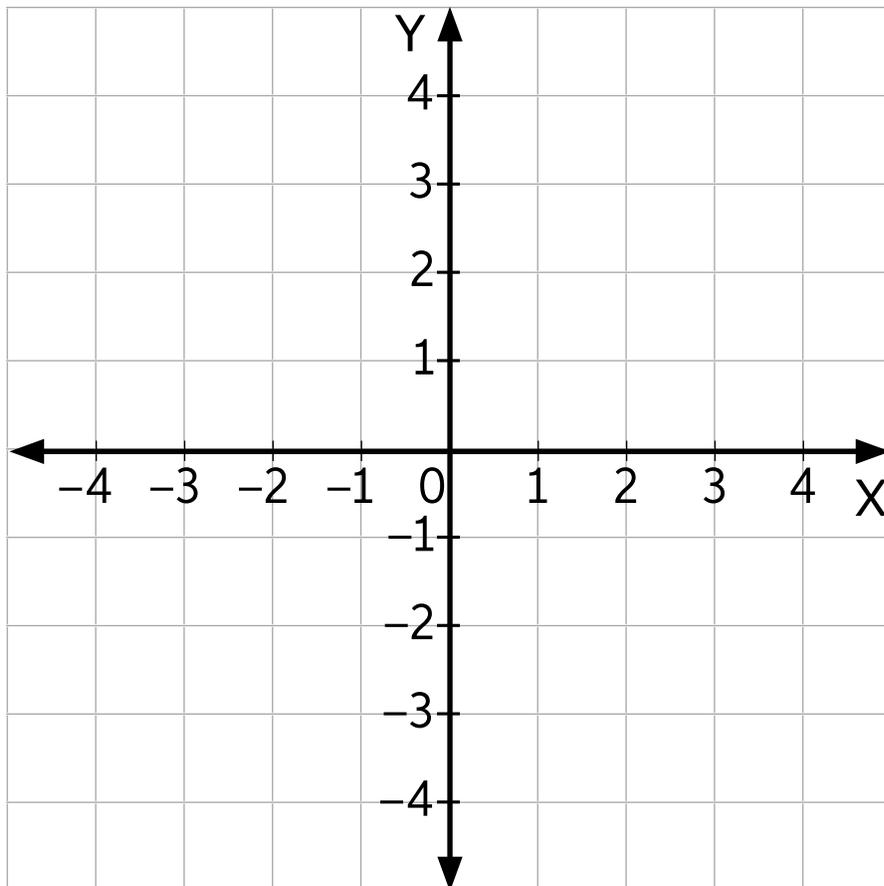
Expongan su trabajo ante el curso y comenten si el resultado de su estrategia se acercó al modelo matemático.

Relación entre las funciones exponencial y logarítmica

1. Representa las siguientes funciones logarítmicas y sus funciones inversas.

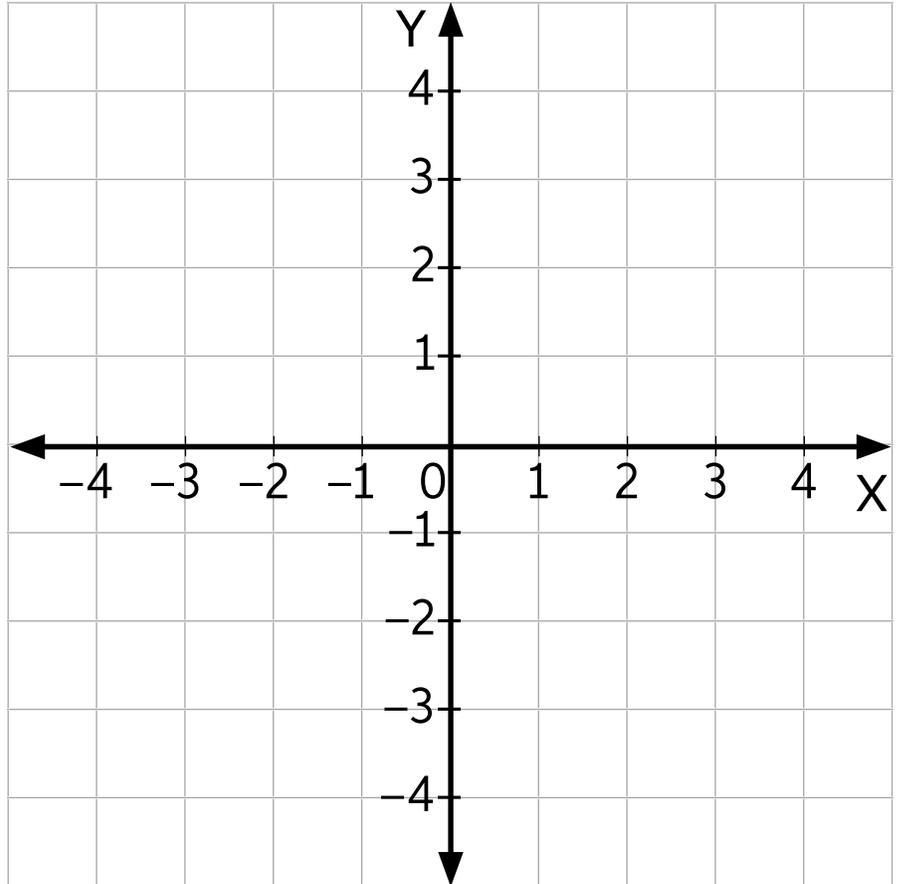
a. $f(x) = \log_3 X \rightarrow f^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

x	$f^{-1}(x)$
-2	
-1	
-0,5	
0	
0,3	
0,5	
1	
2	



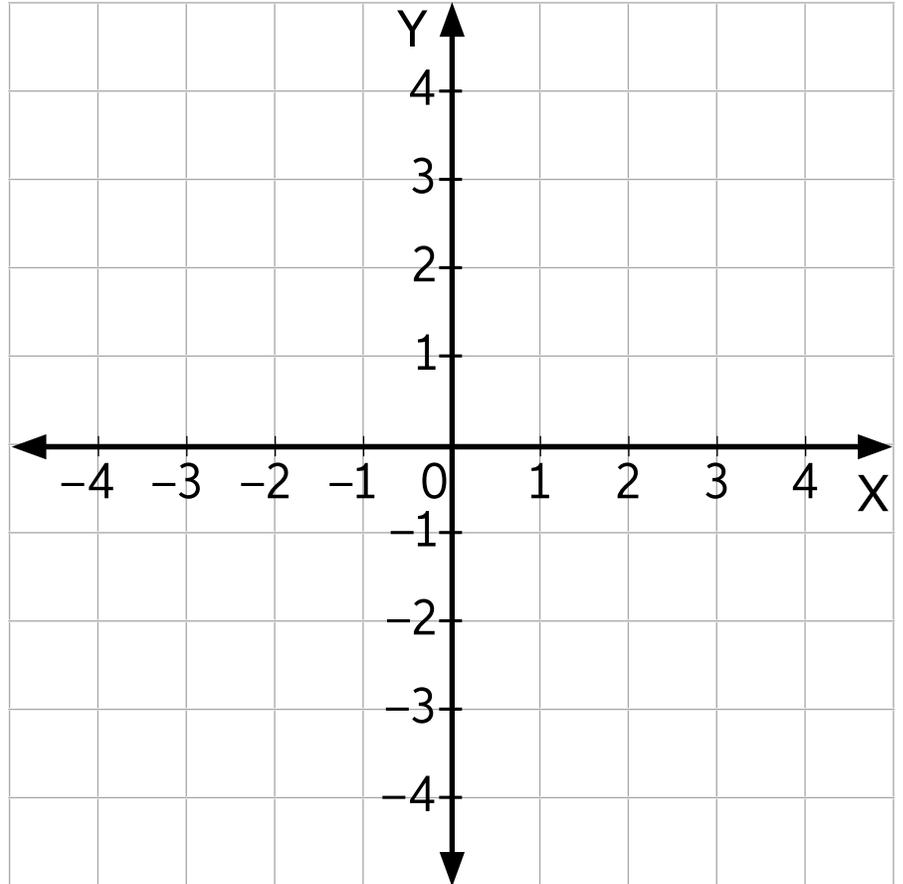
b. $g(x) = \log_{1,4} x \rightarrow g^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

x	$g^{-1}(x)$
-2	
-0,5	
0	
0,3	
0,6	
1	
1,5	
2	



c. $h(x) = \log_{\frac{1}{3}} x \rightarrow h^{-1}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$

x	$h^{-1}(x)$
-2	
-1	
-0,3	
0	
0,5	
1	
2	

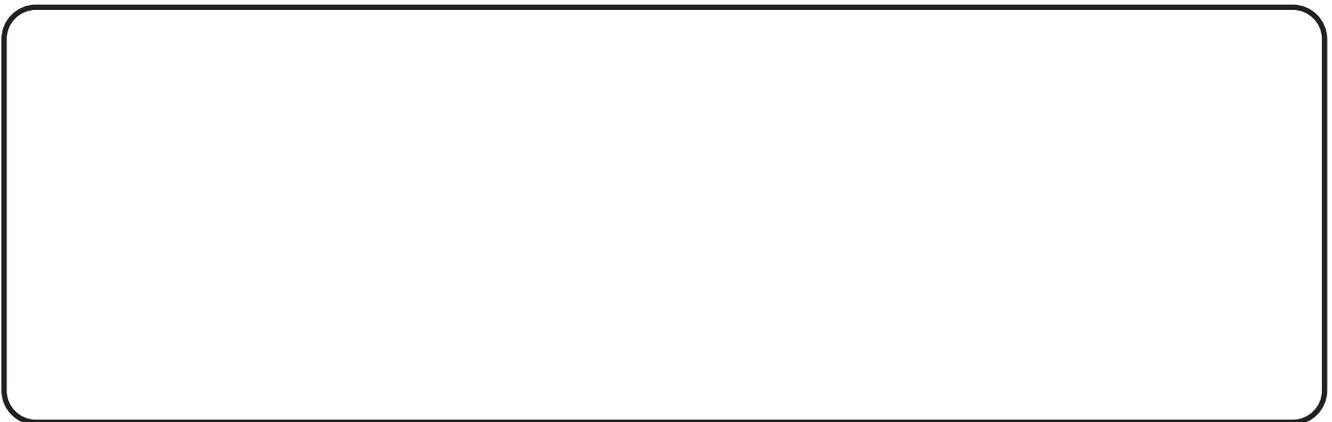


2. Determina algebraicamente la función inversa de las siguientes funciones exponenciales.

a. $f(x) = 4^x$



b. $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$



3. Se sabe que el pH de una solución se calcula mediante la fórmula

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+],$$

donde $[\text{H}^+]$ es la concentración de iones de hidrógeno medida en moles/litro.

a. Describe el procedimiento que usas para determinar los iones de hidrógeno de una sustancia si conoces su pH.

b. Aplica el procedimiento anterior y calcula la concentración de iones de hidrógeno de la sustancia de la imagen.

Jugo de limón: pH aproximado de 1,7.



c. ¿Qué propiedades de los logaritmos usaste en la actividad anterior?

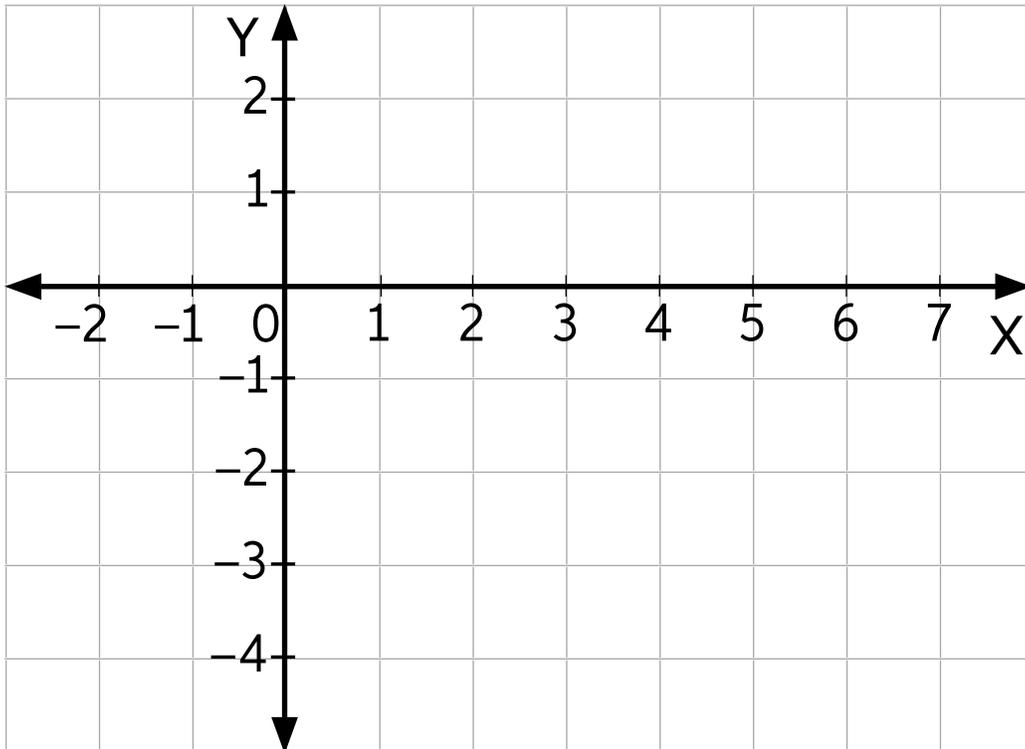
Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Grafica la función

$g(x) = \log(x + 1) - 2$. Luego, responde.



a. ¿Cuál es el dominio y el recorrido?

b. ¿Es una función creciente o decreciente?, ¿por qué?

2. Resuelve los problemas. Utiliza calculadora si es necesario.

a. Al momento de morir, un organismo contiene 50 mg de átomos de carbono 14. La cantidad $C(x)$ de carbono 14 que queda en el organismo x años después se ajusta al modelo: $C(x) = 50 \cdot e^{-0,000119x}$. ¿Después de cuánto tiempo de la fecha de muerte del organismo le quedará 0,8 mg de carbono 14?

b. El número de habitantes en millones de cierta ciudad se puede calcular utilizando la expresión $P(t) = 2^3 \cdot 10^{\frac{2t}{3}}$. Si t representa el tiempo en años, ¿cuánto tiempo aproximado debe transcurrir para que la población de la ciudad sea de 200 millones de habitantes?

c. ¿Cuál es la relación que hay entre los logaritmos y los problemas que resolviste anteriormente? Explica.

UNIDAD 3

Relaciones métricas en la circunferencia

Lección 5: Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia.

Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia

1. Construye una figura que cumpla con todos los elementos que se indican. Luego, calcula el valor de x .

a.

- Circunferencia de centro O .
- Diámetro \overline{AB} .
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle OAC$;
 $m(\sphericalangle OAC) = 50^\circ$.
- Ángulo del centro: $\sphericalangle BOC$;
 $m(\sphericalangle BOC) = x$

Construcción

b.

- Circunferencia de centro O .
- Diámetro \overline{AC} , cuerda \overline{AB} , radio \overline{BO} .
- Ángulo del centro: $\sphericalangle BOC$;
 $m(\sphericalangle COB) = 120^\circ$.
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle CAB$;
- $m(\sphericalangle CAB) = x$

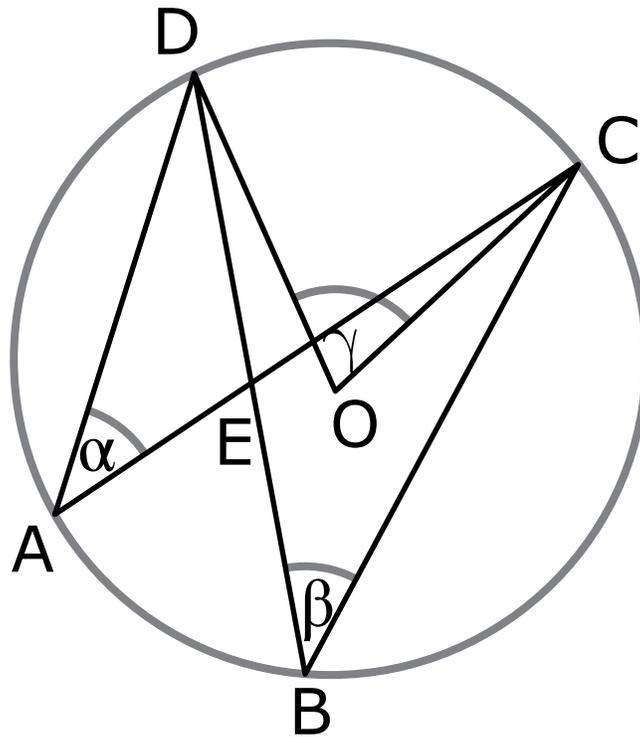
Construcción

c.

- Circunferencia de centro O .
- Puntos A , B y C sobre la circunferencia separados mas de 100° de arco entre si.
- Segmento \overline{OA} y \overline{OB} .
- Cuerda AC y BC
- Ángulo del centro: $\sphericalangle AOB$;
 $m(\sphericalangle AOB) = 150^\circ$.
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle ACB$;
 $m(\sphericalangle ACB) = x$

Construcción

2. En la circunferencia de centro O , $\alpha + \beta = 58^\circ$.



a. ¿Cuál es el valor de γ ? Calcúlalo.

b. Explica el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

3. En parejas, realicen la siguiente actividad:

a. Utilicen Geogebra para demostrar geoméricamente que la medida del ángulo del centro es el doble que la de un ángulo inscrito en el mismo arco.

b. Detallen el procedimiento que utilizaron en su demostración. Impriman la construcción final de su demostración y péguenla.

Procedimiento

Construcción

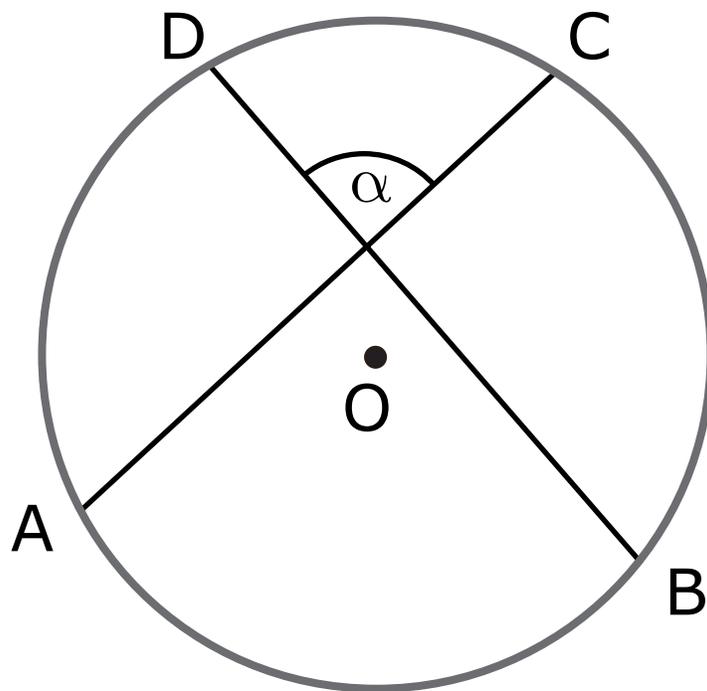
c. Reúnanse con otras parejas y comparen sus construcciones. ¿Qué diferencias hay?

d. ¿Qué otro procedimiento en GeoGebra podrían haber utilizado? Expliquen.

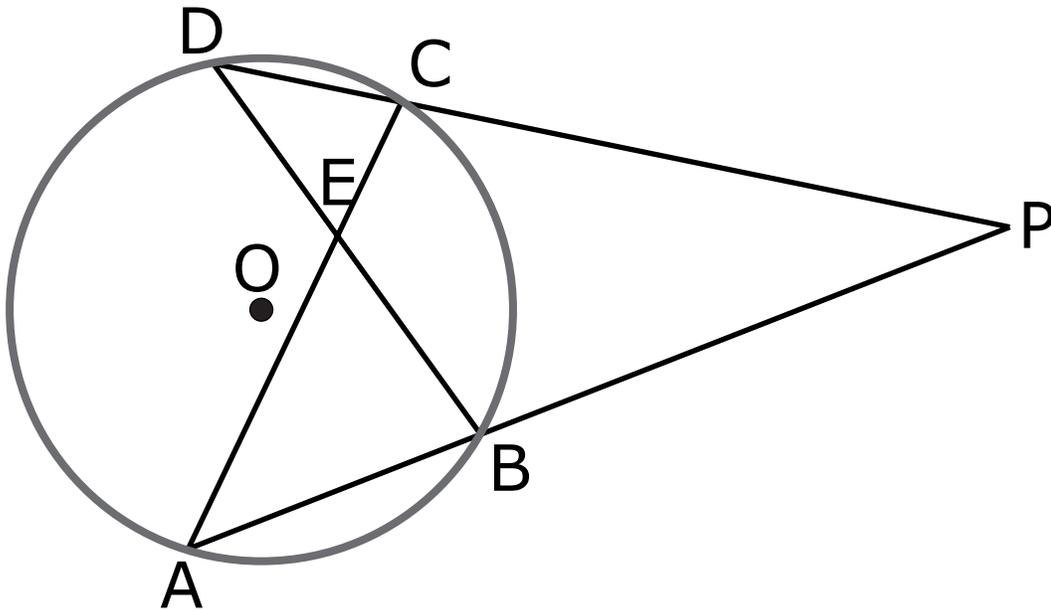
Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia

1. Resuelve.

a. El arco \widehat{DA} mide 80° y el arco \widehat{BC} mide 85° . ¿Cuál es la medida de α ?



b. La medida de $\sphericalangle AED$ es 138° , la medida angular del arco \widehat{BC} es 102° y la de $\sphericalangle APC$ es 36° . ¿Cuál es la medida del arco \widehat{AD} ?, ¿y la del $\sphericalangle AED$?



2. En parejas, realicen la siguiente actividad:

a. Utilicen GeoGebra para demostrar geoméricamente que la medida del ángulo formado en el cruce de dos cuerdas equivale a la semisuma de los arcos subtendidos por la prolongación de los lados de dicho ángulo y su opuesto por el vértice.

b. Detallen el procedimiento que utilizaron en su demostración. Impriman la construcción final de su demostración y péguenla.

Procedimiento

Construcción

c. Reúnanse con otras parejas y comparen sus construcciones. ¿Qué diferencias hay?

d. ¿Qué otro procedimiento en GeoGebra podrían haber utilizado? Expliquen.

Actividad de aplicación

Ángulos interiores y exteriores en una circunferencia a través de un cuento.

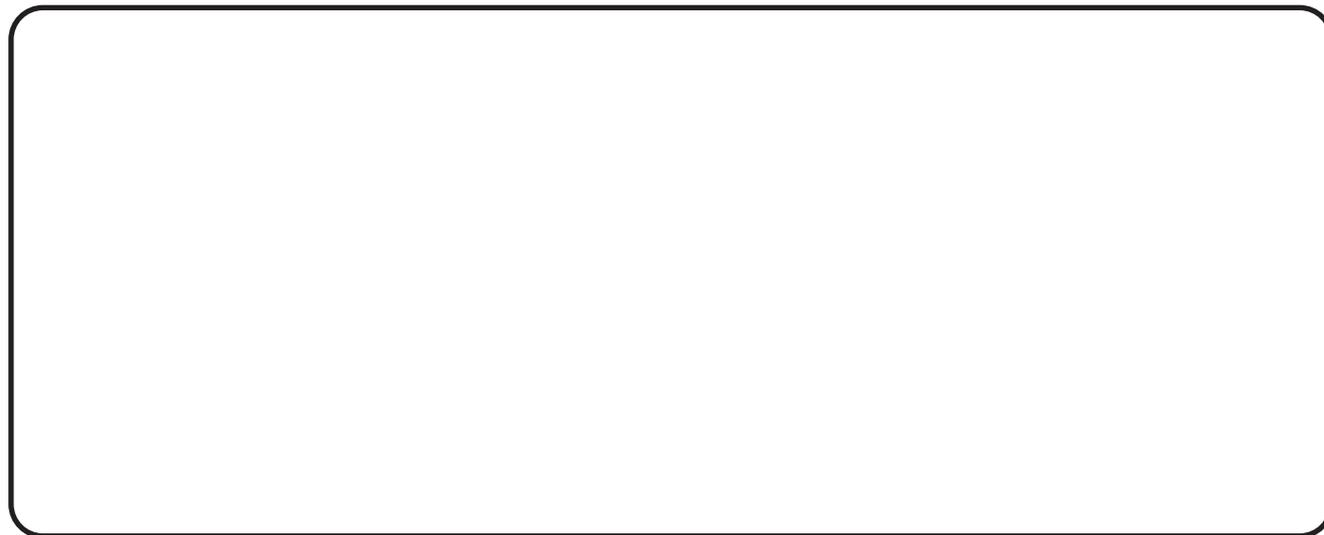
¿Qué haremos?

Crear un cuento que muestre un problema que se resuelva utilizando la relación de ángulos interiores y exteriores en una circunferencia.

Planifiquemos

Paso 1 Reúnanse en grupos de 3 o 4 personas. Realicen un resumen de los teoremas que utilizarán para explicar la

relación entre los ángulos interiores y exteriores en una circunferencia.



Paso 2 Decidan en qué formato entregarán su cuento (digital, impreso, etc.), los recursos y/o materiales que necesitan y el tiempo estimado en su confección.

- Formato:

- Recursos y/o materiales

- Tiempo empleado:

- Tareas de cada integrante:

Ejecutemos

Paso 3

Confeccionen su cuento. Recuerden ser creativos y utilizar un lenguaje claro.

Paso 4

Den a conocer sus cuentos. Si es digital, pueden utilizar sus redes sociales para publicarlos. De lo contrario, intercámbienlos con otros grupos.

Discutamos**Paso 5**

Luego de analizar y leer los demás cuentos, respondan:

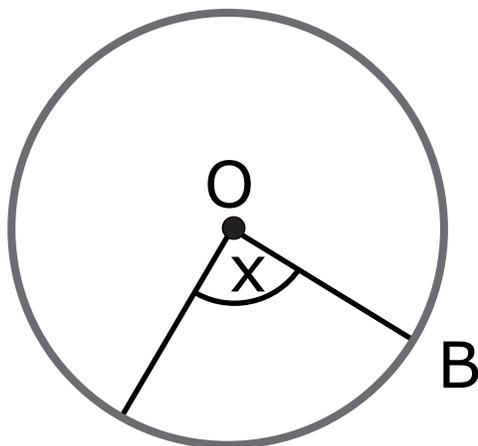
- ¿En qué situaciones específicas de los cuentos se muestra un ejemplo de un ángulo interior en una circunferencia?, ¿y de un ángulo exterior?, ¿cómo lo resolvieron los personajes del cuento? Expliquen.

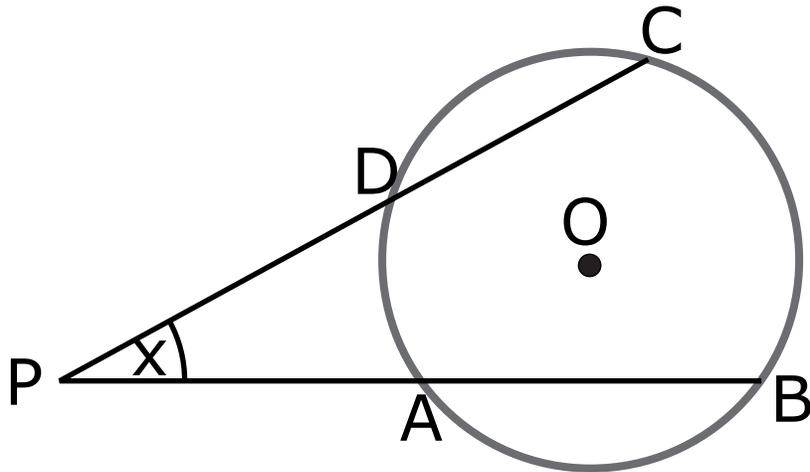
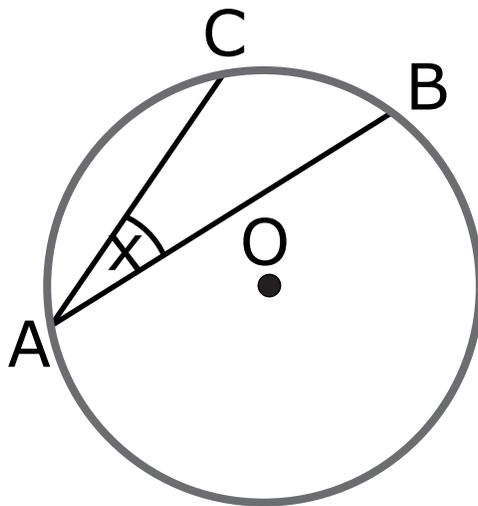
Antes de continuar**Evaluación intermedia**

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Indica el tipo de ángulo que representa x en cada caso.

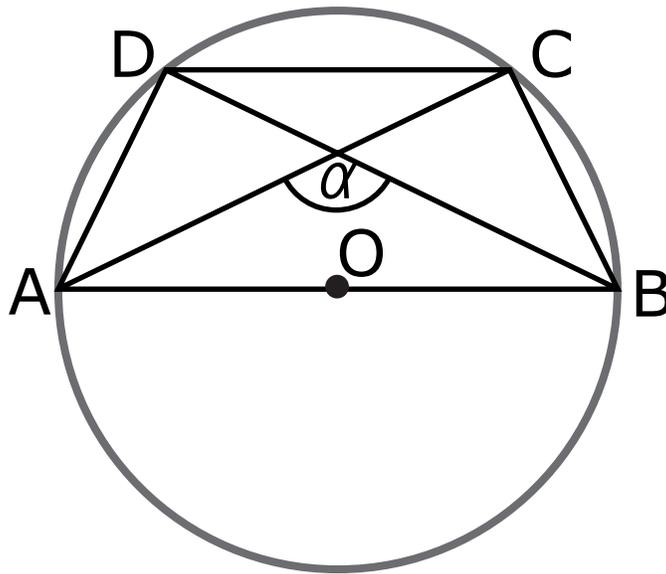
a.



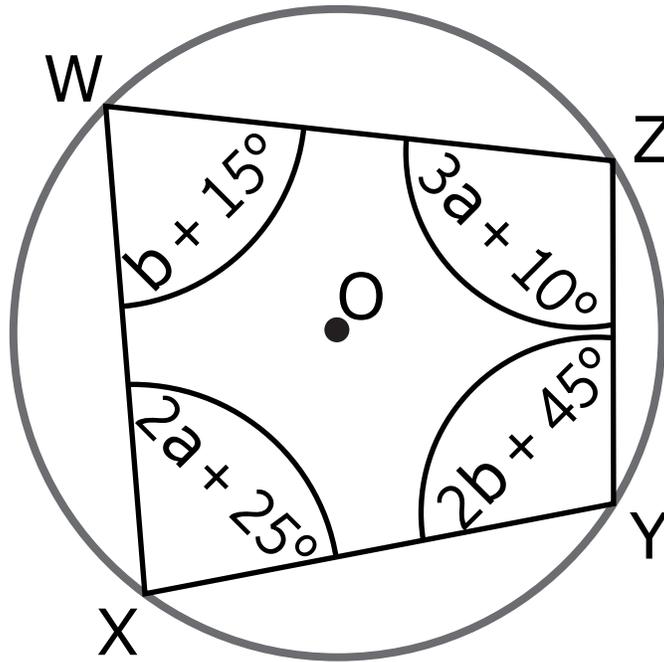
b.**c.**

2. Resuelve. Luego, en parejas, compara el procedimiento utilizado.

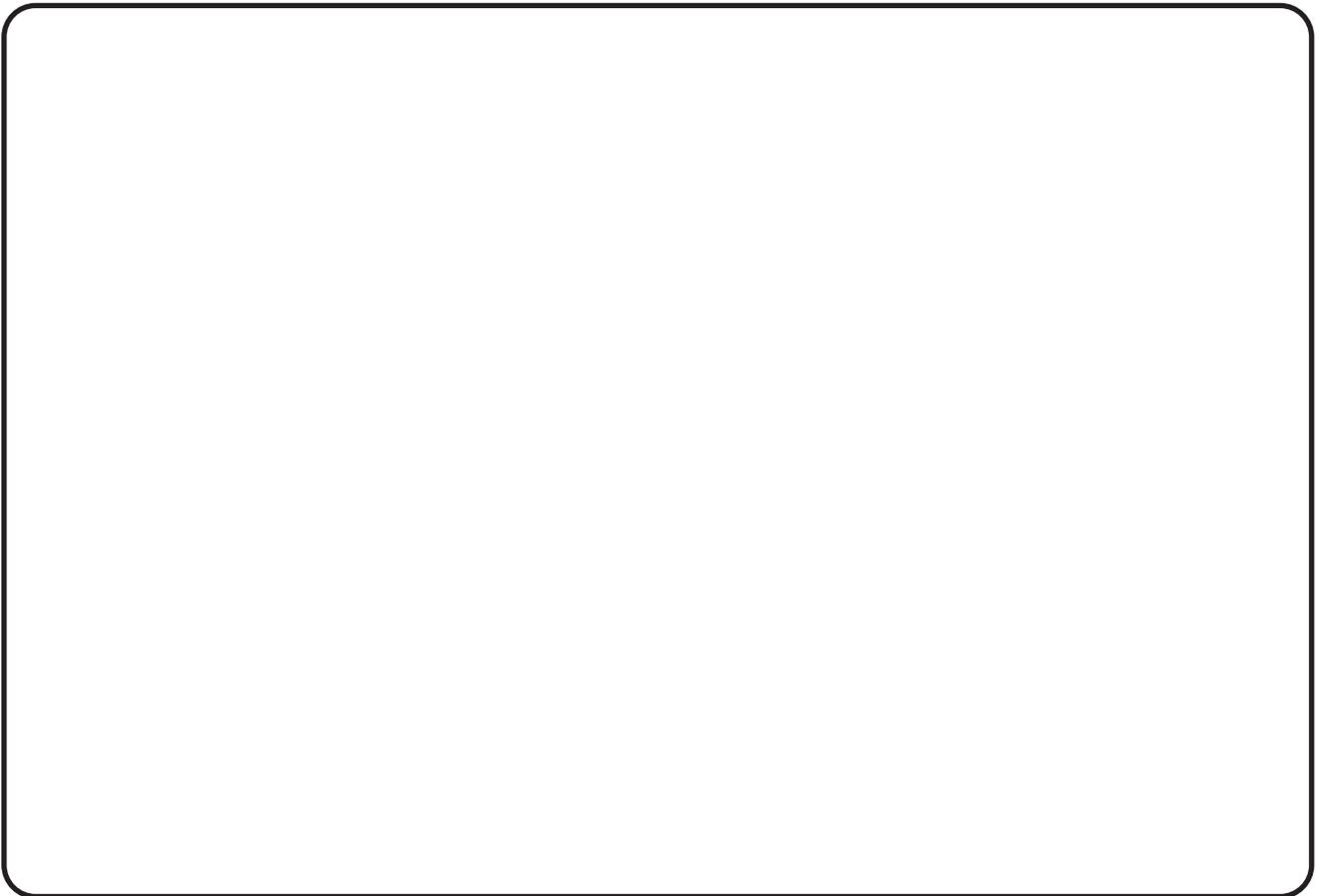
a. Si la medida angular de \widehat{CD} es 70° , ¿cuál es la medida de α ?



b. ¿Cuál es la suma de las medidas de $\angle XWZ$ y $\angle YXW$?



3. Inventa un problema que contenga los diferentes tipos de ángulos vistos en la Lección. Representalo y resuélvelo.



Lección 6: Resolución de problemas con segmentos en la circunferencia

Cuerdas en la circunferencia

1. Analiza las ideas de cada estudiante.

Marcia:

Si dos cuerdas en una circunferencia son congruentes, entonces los ángulos del centro que a ellas subtienden son inversamente proporcionales.

Julián:

Si dos ángulos del centro en una circunferencia son congruentes, entonces las cuerdas que subtienden dichos ángulos son también congruentes.

Camila:

Una cuerda en una circunferencia es un segmento limitado por dos puntos distintos de la circunferencia.

¿Cuál(es) de las afirmaciones es (son) verdadera(s)?, ¿cuál(es) es (son) falsa(s)? Justifica.

2. Representa los problemas y resuélvelo.

a. Dos cuerdas en una circunferencia se intersecan de tal forma que los segmentos que se forman en una de estas miden 4 cm y 6 cm. Si la longitud de uno de los

segmentos formados en la otra cuerda es 3 cm, ¿cuál es la longitud del otro segmento?

Representación

Desarrollo

Procedimiento

b. Dos cuerdas \overline{AB} y \overline{EF} se intersecan en el punto H. Calcula la medida del segmento \overline{EH} , sabiendo que $AB = 146$ cm, $FH = 72$ cm y $AH = 90$ cm.

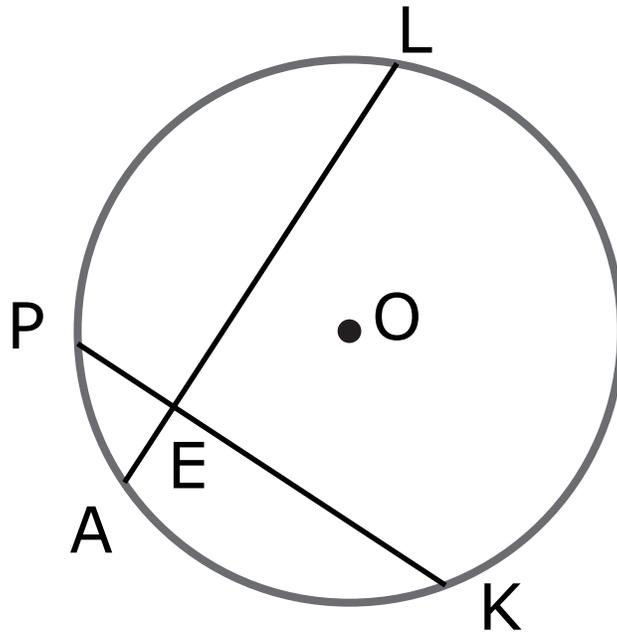
Representación

Desarrollo

Procedimiento:

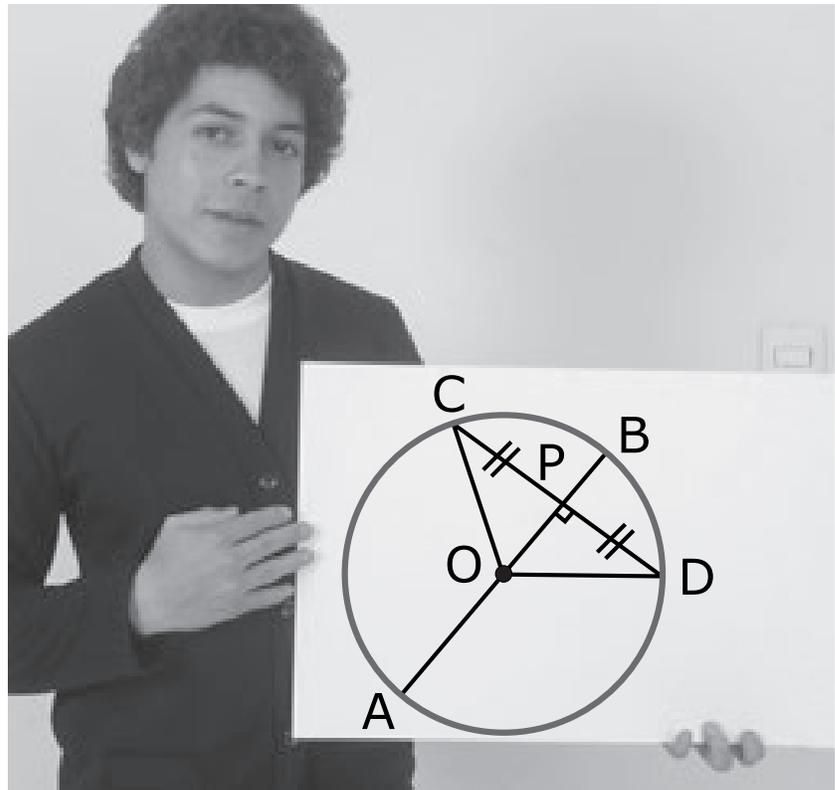
3. Resuelve el problema. Luego, explícale a un compañero la estrategia que utilizaste.

¿Cuál es la longitud de \overline{PK} si $LE = (14 - 2m)$ cm, $AE = (m + 4)$ cm, $EK = (10 - 2m)$ cm y $PE = (m + 5)$ cm?



4. Analiza lo que descubrió Tomás durante la clase de Matemática. Luego, realiza las actividades.

Si un diámetro de la circunferencia interseca perpendicularmente una cuerda, entonces esta se divide en mitades.



a. Construye la figura anterior utilizando GeoGebra. Varía el diámetro de la circunferencia y comprueba que esto se cumple. Anota los datos para 5 diferentes valores de diámetro.

Diámetro	CP	DP

b. ¿Qué pasos utilizaste en tu construcción? Descríbelos.

c. En parejas, comparen el procedimiento de sus construcciones. ¿Utilizaron los mismos pasos? ¿Qué diferencias hay entre sus procedimientos?

Secantes y tangentes en la circunferencia

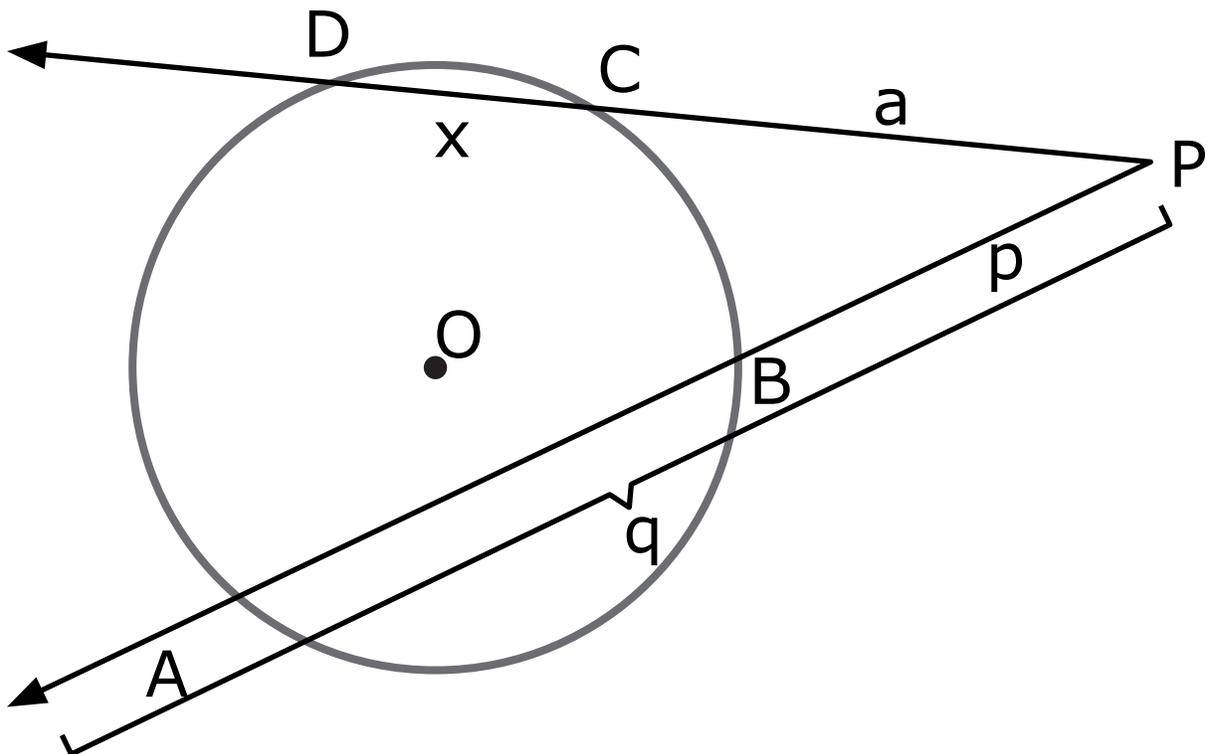
1. Evalúa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Luego, escribe V o F según corresponda.

a. ____ Una recta secante a una circunferencia está limitada por dos puntos de esta.

b. ____ Una recta secante a una circunferencia debe cortar la circunferencia solo en un punto.

c. ____ Dos secantes trazadas desde un punto exterior a una circunferencia son congruentes con los segmentos exteriores a la circunferencia.

2. Analiza la siguiente figura y realiza las actividades.



a. Aplica el teorema de las secantes para establecer la ecuación correspondiente.

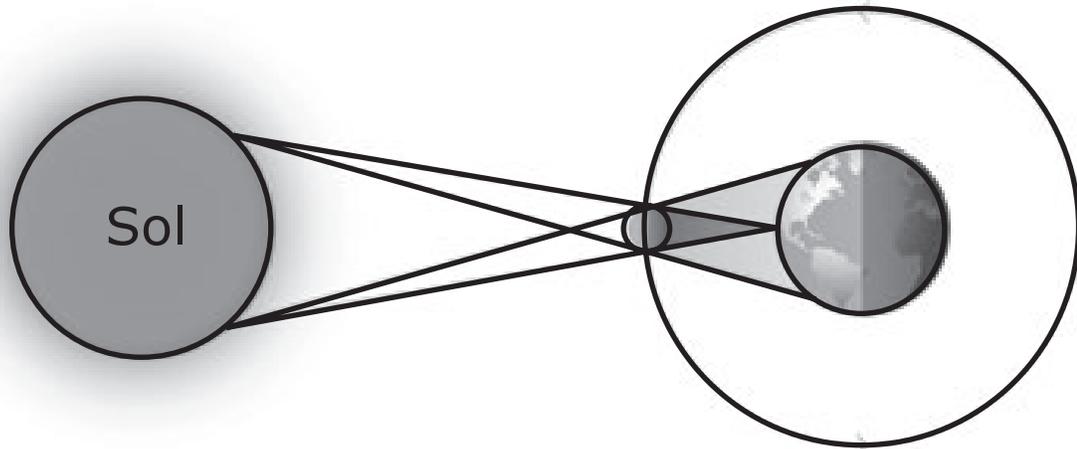


b. A medida que disminuye x , ¿a qué elemento se asemeja la secante \overline{PD} ?

c. Si x toma el valor de 0, ¿qué elemento de la circunferencia sería \overline{PD} ?

d. Reemplaza el valor de $x = 0$ en la ecuación. ¿Qué expresión obtienes? Explica.

3. Analiza el siguiente diagrama. ¿Qué elementos de la circunferencia identificas?



4. Usando las imágenes a continuación, crea un problema en la que se deban utilizar los contenidos trabajados en el tema de la secante y tangentes de la circunferencia. Compártelo con tu compañero y luego resuelve ambos problemas.



Tu problema

Problema de tu compañero

Resolución de tu problema

Resolución del problema de tu compañero

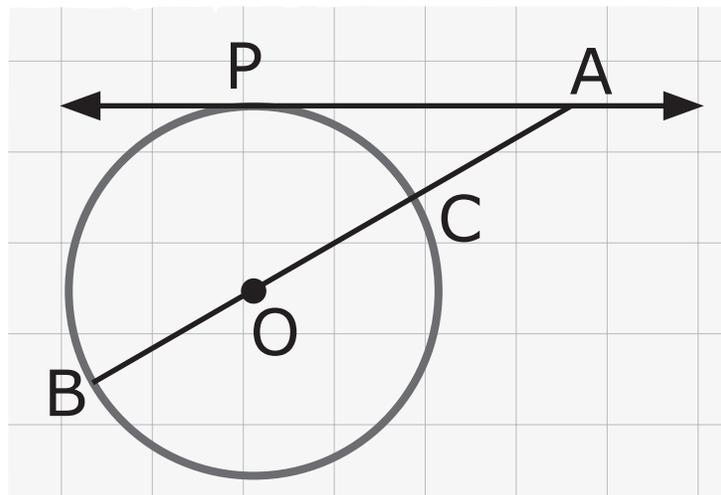
Antes de continuar

Evaluación intermedia

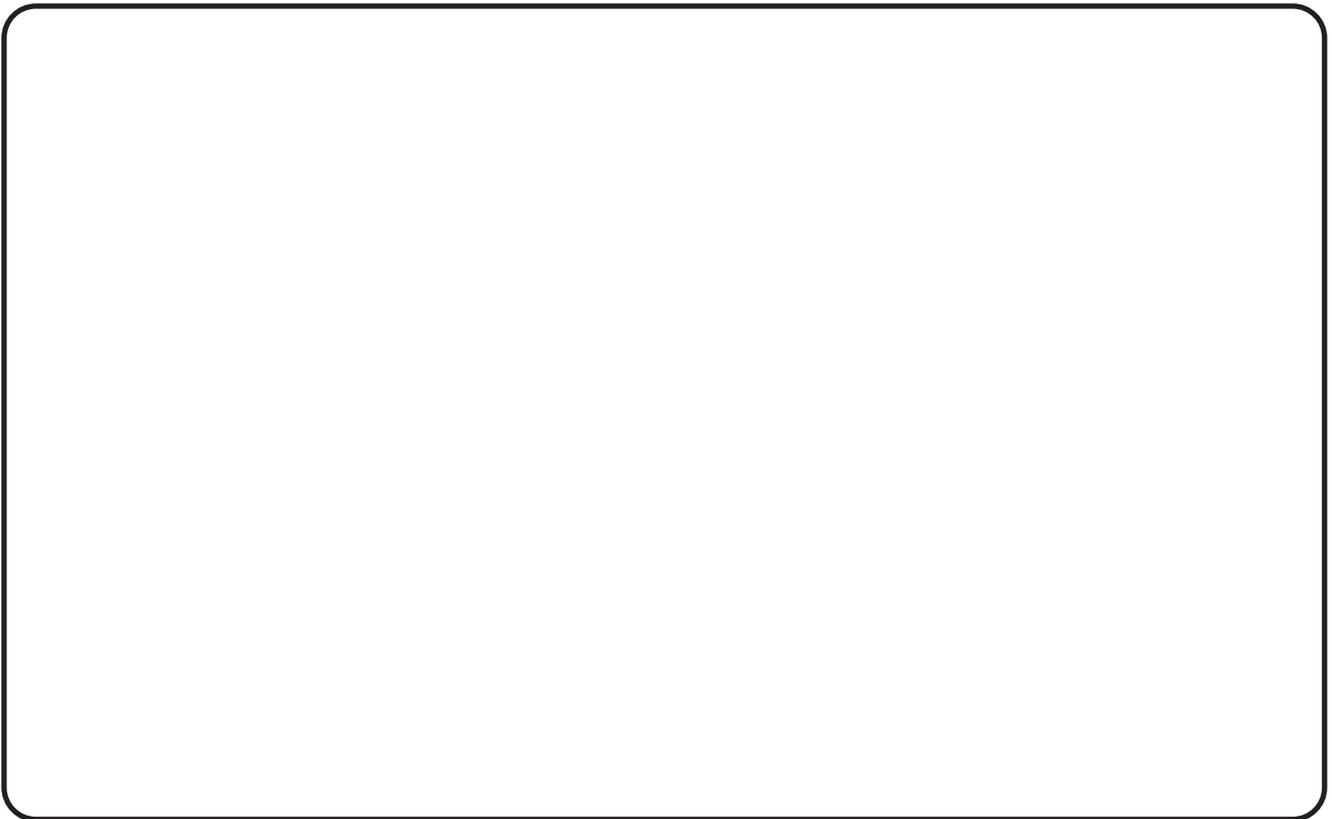
Realiza las siguientes actividades para que revises cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Resuelve el problema.

Constanza dibujó una circunferencia de centro O .

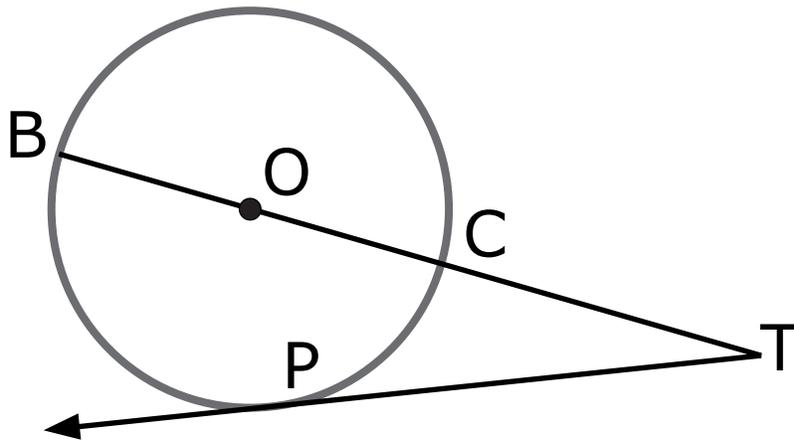


En la figura anterior, \overleftrightarrow{PA} es tangente a la circunferencia en P, $PA = 6$ cm y $AB = 3PA$. ¿Cuál es la medida del diámetro de la circunferencia que dibujó Constanza?

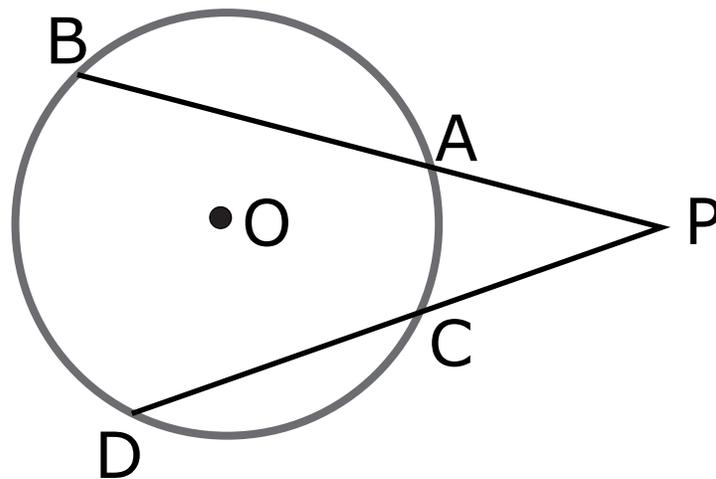


2. Resuelve.

a. \overleftrightarrow{PT} es tangente a la circunferencia en P, \overline{PT} mide 8 cm y \overline{CT} mide 4 cm. ¿Cuál es la medida de \overline{BT} ?



b. La cuerda BC mide 7 cm y su extensión al punto P es de 1 cm. El segmento AP mide 2 cm. ¿Cuál es el doble de la longitud OP ?



3. Inventa un problema que se resuelva utilizando los teoremas vistos en esta Lección y resuélvelo.

Problema

Estrategia, desarrollo y solución

UNIDAD 4

Un último peldaño algebraico:
los números complejos

Lección 7: El conjunto de los números complejos (\mathbb{C})

Conjunto de los números complejos

1. Resuelve las siguientes ecuaciones. Luego, indica todos los conjuntos numéricos a los que pertenezcan sus soluciones.

a. $2x = 5x - (x + 10)$

b. $10x - \frac{15 - x}{2} = 11x$



c. $3 + (x + 2)(x + 1) = x(x - 1)$



d. $3x^2 + 75 = 0$



e. $x^2 - 64 = 0$



f. $x^2 - 3x + 3 = 0$

2. Calcula las siguientes potencias.

a. $(5i^{-3})^5 + (i^{-2})^3 =$ _____

b. $12(i^4)^4 - (2i^3)^2 =$ _____

c. $-5(i^5)^3 - (2i^5)^2 =$ _____

d. $\frac{i^{40}}{i^{12}} \cdot i^{175} =$



3. Completa la tabla con la parte real e imaginaria de cada número complejo.

z	$3 + 8i$	$-4 - 7i$	$12,2 - 0,78i$
$\text{Re}(z)$			
$\text{Im}(z)$			

z	$-5 + \frac{3}{8}i$	$\sqrt{7} - \frac{4}{9}i$	$2\sqrt{7} - 3\frac{\sqrt{5}}{2}i$		
$\operatorname{Re}(z)$					
$\operatorname{Im}(z)$					

4. Calcula para qué valores reales m y n los números complejos z y w son iguales

a. $z = (3 - 4m) + ni$

$$w = 1 + 2i$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

b. $z = 5(1 - n) + 10i$

$w = 1 - 6mi$

$m = \underline{\hspace{2cm}}$

$n = \underline{\hspace{2cm}}$

c. $z = 18ni$

$w = 6m + (1 + n)i$

$m = \underline{\hspace{2cm}}$

$n = \underline{\hspace{2cm}}$

$$\mathbf{d.} \quad z = 14i$$

$$w = 8m + (n^2 + 1)i$$

$$m = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$n = \underline{\hspace{2cm}}$$

5. Resuelve los problemas. Considera que $\mathbf{z = p + qi}$

Si $\mathbf{p = q + 3}$ y $\mathbf{p + q = 6}$,
¿cuál es el número \mathbf{z} ?

Si $p = q - 3$ y $p + 2q = 9$,
¿cuál es el número z ?

Representación de números complejos

1. Representa en el plano de Argand los vectores asociados a cada número complejo.

$$z_1 = (7, 6)$$

$$z_2 = (-5, -1)$$

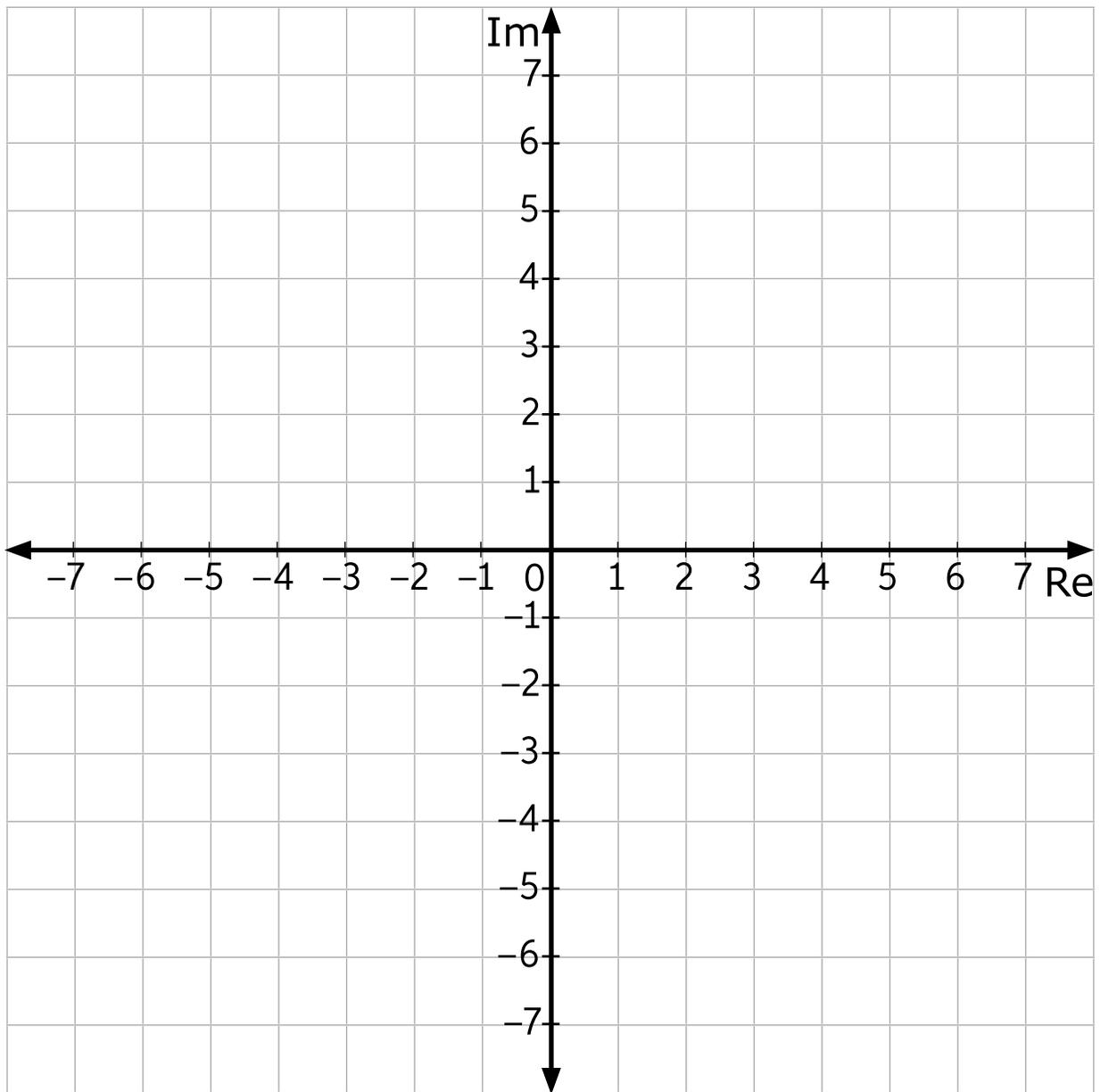
$$z_3 = -2i$$

$$z_4 = 3,5 - 1,5i$$

$$z_5 = \left(7, -\frac{7}{2}\right)$$

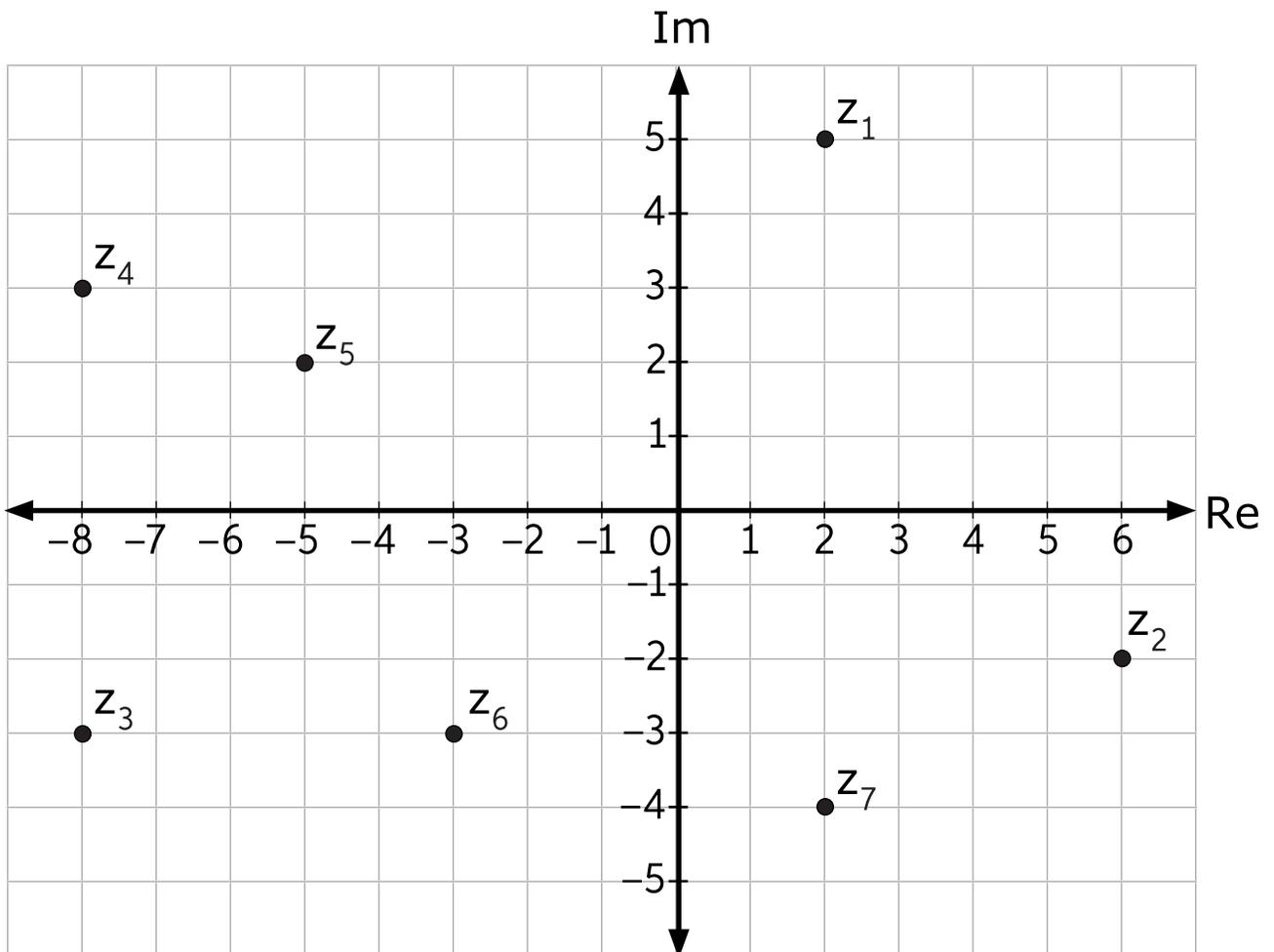
$$z_6 = -7i + 4$$

$$z_7 = \left(-\frac{5}{2}, -6\right)$$



2. Analiza el siguiente plano de Argand. Luego, Escribe V si la afirmación es verdadera o F si es falsa. Compara tus respuestas con un compañero.

- a.** _____ La parte real de z_1 es 5.
- b.** _____ La parte imaginaria de z_2 es -2 .
- c.** _____ La forma binomial de z_3 es $8 - 3i$.
- d.** _____ z_7 escrito como par ordenado es $(-2, -4)$.
- e.** _____ Los números complejos z_3 y z_4 están en el mismo cuadrante.
- f.** _____ La parte real de z_5 es mayor que la parte real de z_6 .



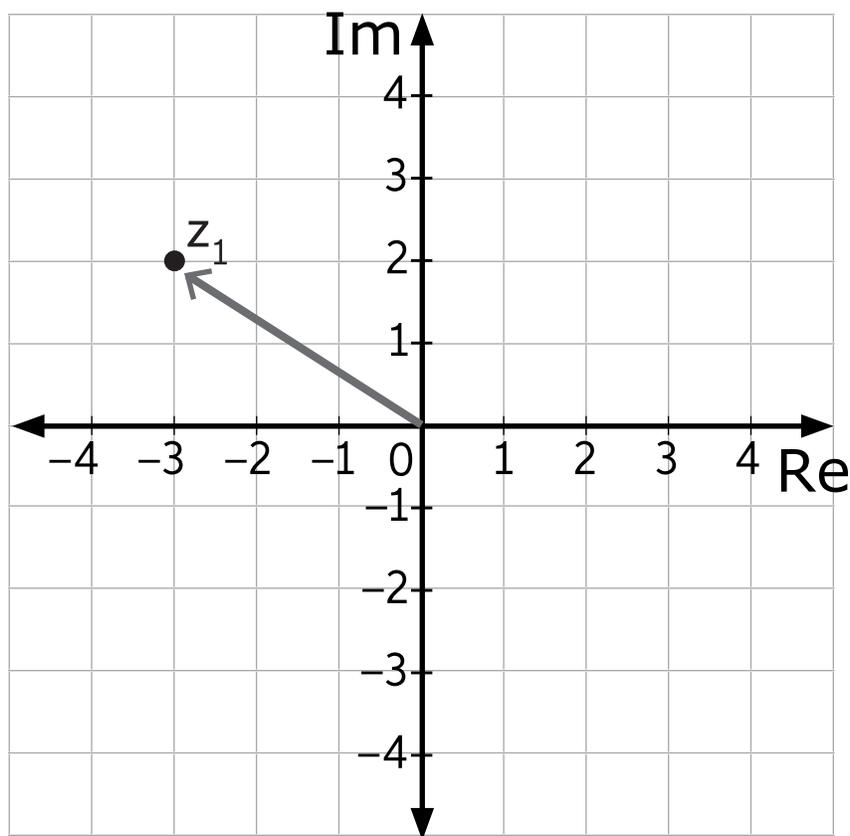
3. Completa la siguiente tabla según la representación de número complejo pedida.

Forma binomial	Par ordenado	Representación gráfica
$z_1 = \frac{1}{2} - 2i$		
	$z_2 = (3, 5)$	

Forma binomial	Par ordenado	Representación gráfica
$z_4 = 3 - i$		

4. Resuelve el problema.

Joaquín debe descubrir los números complejos z_2 y z_3 . Para esto, cuenta con la siguiente información.



- La representación de z_2 equivale a realizar una reflexión de z_1 con respecto al eje imaginario.
- La representación de z_3 equivale a realizar una reflexión de z_2 con respecto al eje real.

a. Representa z_2 y z_3 en el plano anterior.

b. ¿Cuál es la forma binomial de z_2 y z_3 ?
Escríbelas.

$$z_2 = \underline{\hspace{10em}} \quad z_3 = \underline{\hspace{10em}}$$

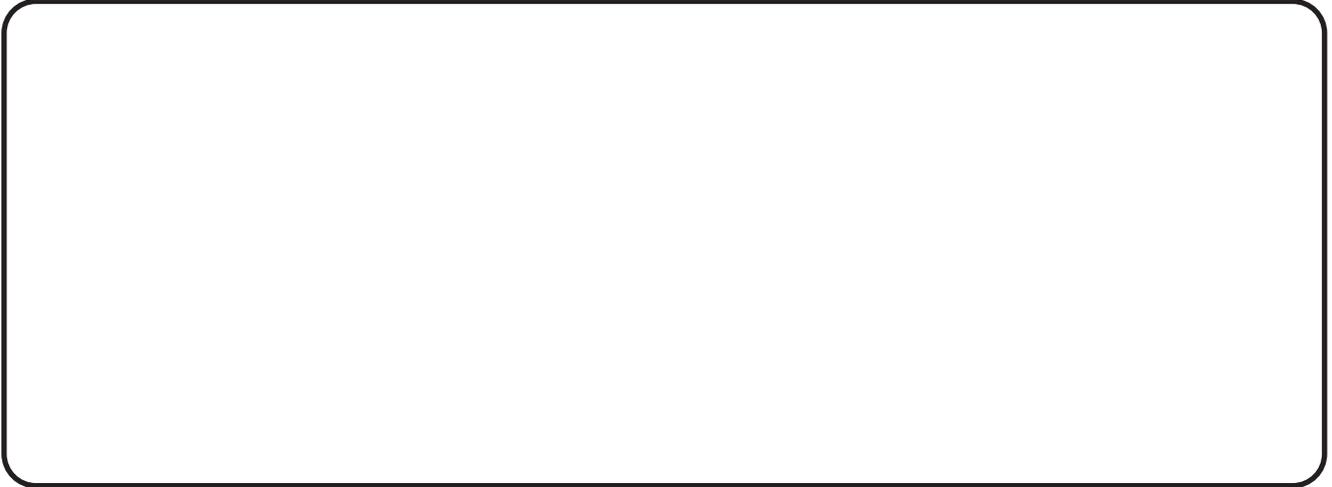
Módulo y conjugado de un número complejo

1. Calcula el módulo de los siguientes números complejos. Luego, ordena sus módulos de menor a mayor.

a. $z_1 = -3 + 4i$



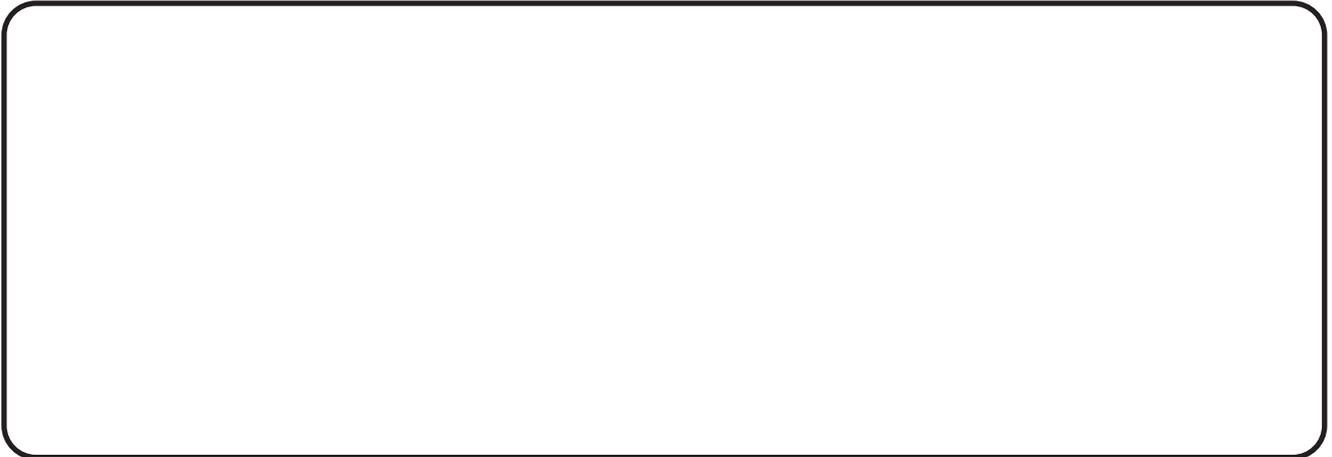
b. $z_2 = (-3, 3)$



c. $z_3 = -1/i$



$$\mathbf{d.} \ z_4 = -\frac{4}{5} + \frac{2}{3}i$$



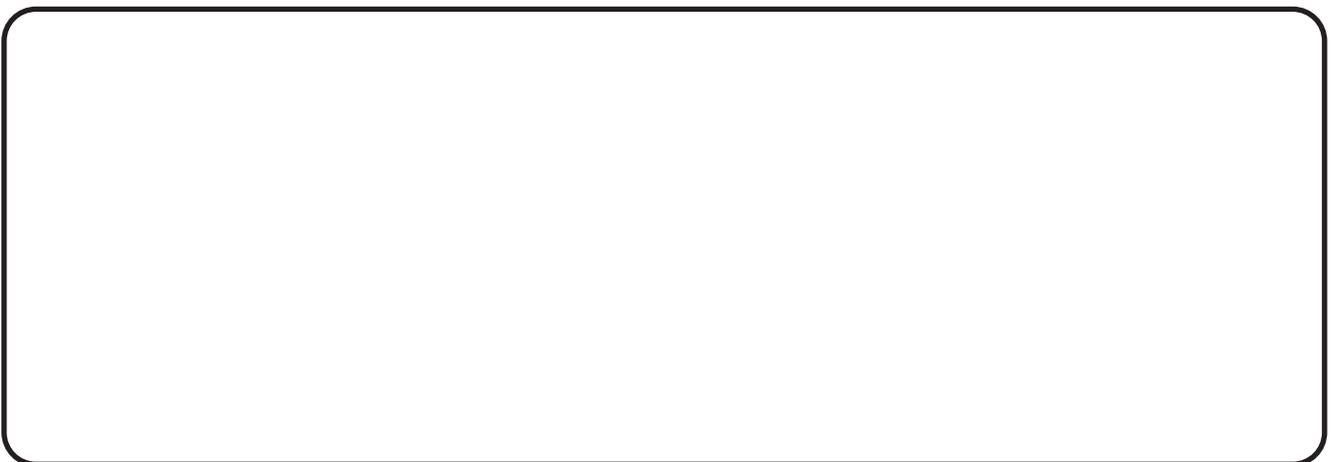
$$\mathbf{e.} \ z_5 = 4\sqrt{3} - 7\sqrt{5}i$$



$$\mathbf{f.} \ z_6 = \frac{1}{2}\sqrt{5} + 4\sqrt{3}i - 7\sqrt{5}i$$



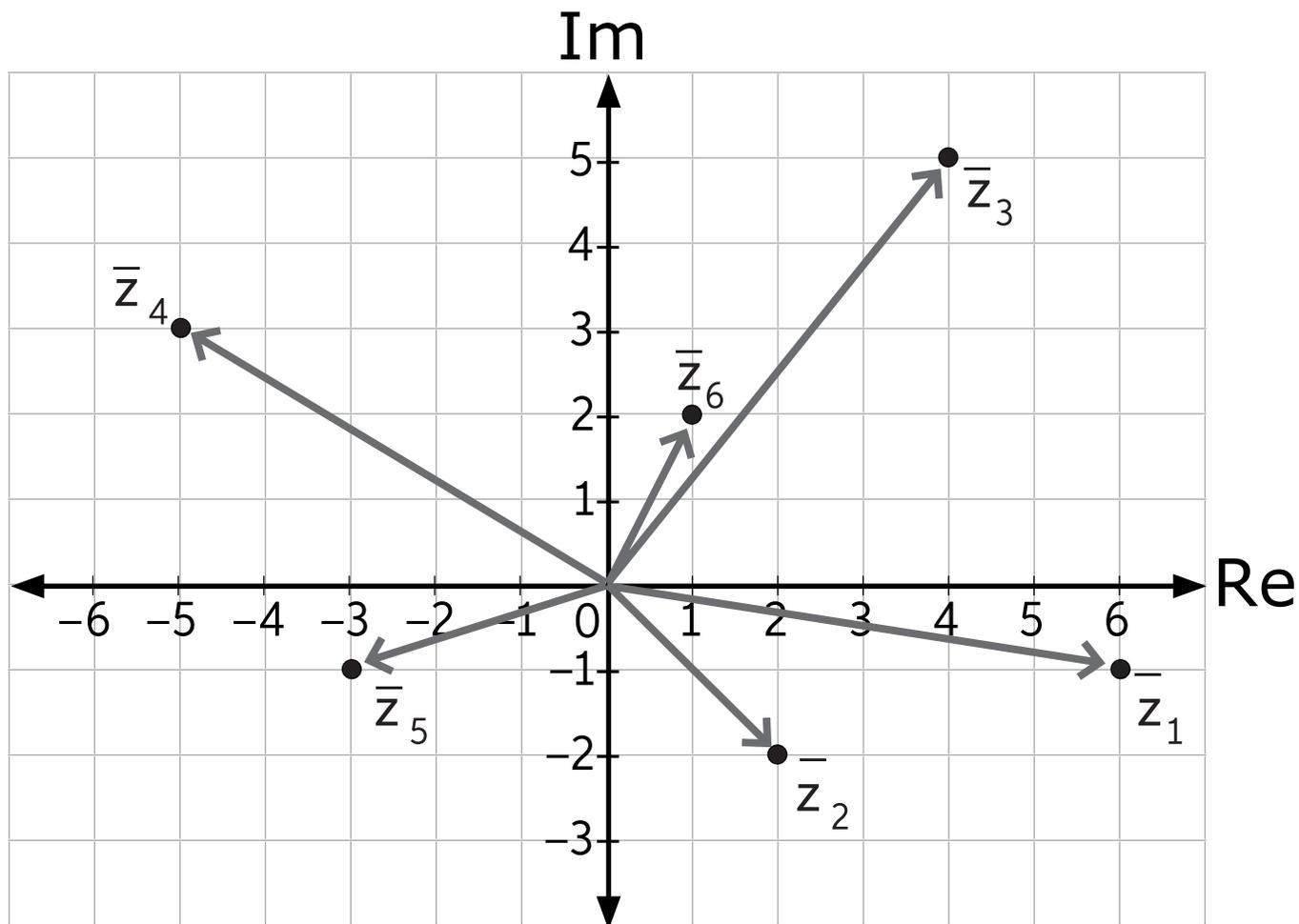
$$\mathbf{g.} \ z_7 = \frac{1}{2}\sqrt{5} + i$$



$$\mathbf{h.} \ z_8 = -\sqrt{3} - \frac{\sqrt{5}}{2} i$$



2. En el plano de Argand se muestran los conjugados de 6 números complejos.



Escribe cada número complejo de forma binomial.

a. $z_1 =$ _____

b. $z_2 =$ _____

c. $z_3 =$ _____

d. $z_4 =$ _____

e. $z_5 =$ _____

f. $z_6 =$ _____

Actividad de aplicación

Juego de tablero con números complejos

¿Qué haremos?

Confeccionar un juego que simule el plano de Argand.

Planifiquemos

En parejas, deben construir lo siguiente:

- 1 tablero cuadrado cuadriculado que represente el plano de Argand.
- 2 dados de 6 caras: una para el eje real y otro para el eje imaginario.
- 1 ficha que contenga signo “+” en una cara y signo “-” en la otra.

Paso 1

Conversen acerca de cómo construirán el tablero. Para esto, anoten los siguientes aspectos:

- Materiales que necesitan para la construcción.

- Tiempo destinado a la confección del tablero.

- Objetos que simularán su ficha (ejemplo: moneda).

- Instrumento para medir el tiempo durante el juego (ejemplo: cronómetro).
-

Paso 2

Detallen en una hoja el procedimiento que utilizarán en la confección del juego.

Juguemos

Paso 3

Establezcan, al reverso de su hoja, las reglas del juego en las que se utilice el cálculo del módulo de un número complejo y/o el conjugado de manera tal que siempre haya un ganador. Luego, comiencen a jugar. Un ejemplo de regla es el siguiente:

“Cada jugador debe lanzar el dado del eje real y la ficha para determinar el valor y el signo del número de la parte real del número complejo. Lo mismo debe realizar para formar la parte imaginaria. Luego, debe marcar el número complejo en el plano Argand, mientras su rival intenta encontrar el módulo de dicho número complejo. Gana quien logre su objetivo en menos tiempo”.

Discutamos

Paso 4

Luego de jugar, discutan de acuerdo a las siguientes preguntas:

- ¿Dónde notaron mayor dificultad en el juego?, ¿por qué?

- ¿Qué estrategia usaron para desarrollar de manera más rápida los cálculos?
- Si tuvieran que agregar alguna regla para aumentar la dificultad, ¿cuál sería?

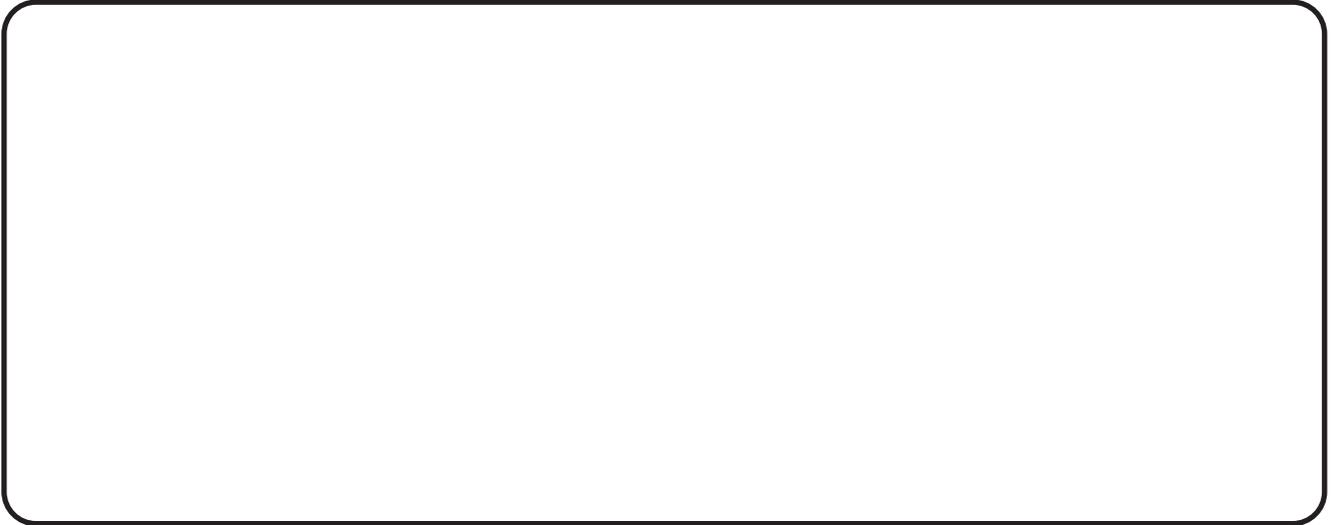
Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Resuelve las ecuaciones e indica a qué conjunto numérico pertenecen sus respectivas soluciones. En caso de que pertenezcan al conjunto de números complejos, indica su parte real e imaginaria.

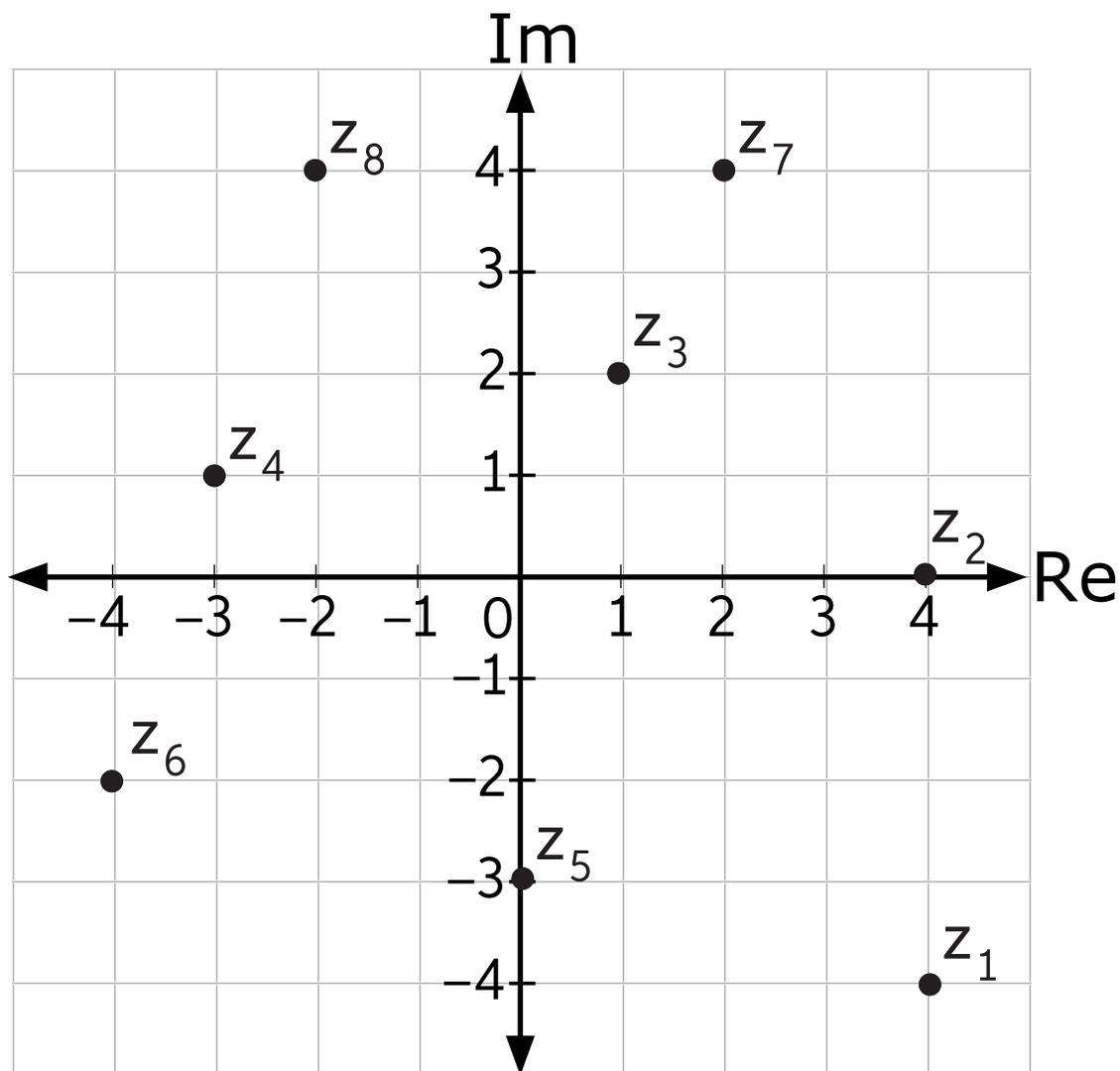
a. $x^2 + 2 = 2x$



b. $2x^2 - x + 15 = 0$



2. Realiza las siguientes actividades utilizando la información del siguiente plano de Argand.



a. Representa en el plano anterior el vector de los conjugados de z_1 , z_3 y z_4 .

b. Escribe en forma binomial z_5 , z_6 , z_7 y z_8 , y como par ordenado a z_1 , z_2 , z_3 y z_4 .

$$z_1 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_5 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_6 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_3 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_7 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_4 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$z_8 = \underline{\hspace{4cm}}$$

c. ¿Cuál es el módulo de z_5 , z_6 , y z_7 ?
Calcúlalos.

$$z_5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$z_6 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$z_7 = \underline{\hspace{2cm}}$$

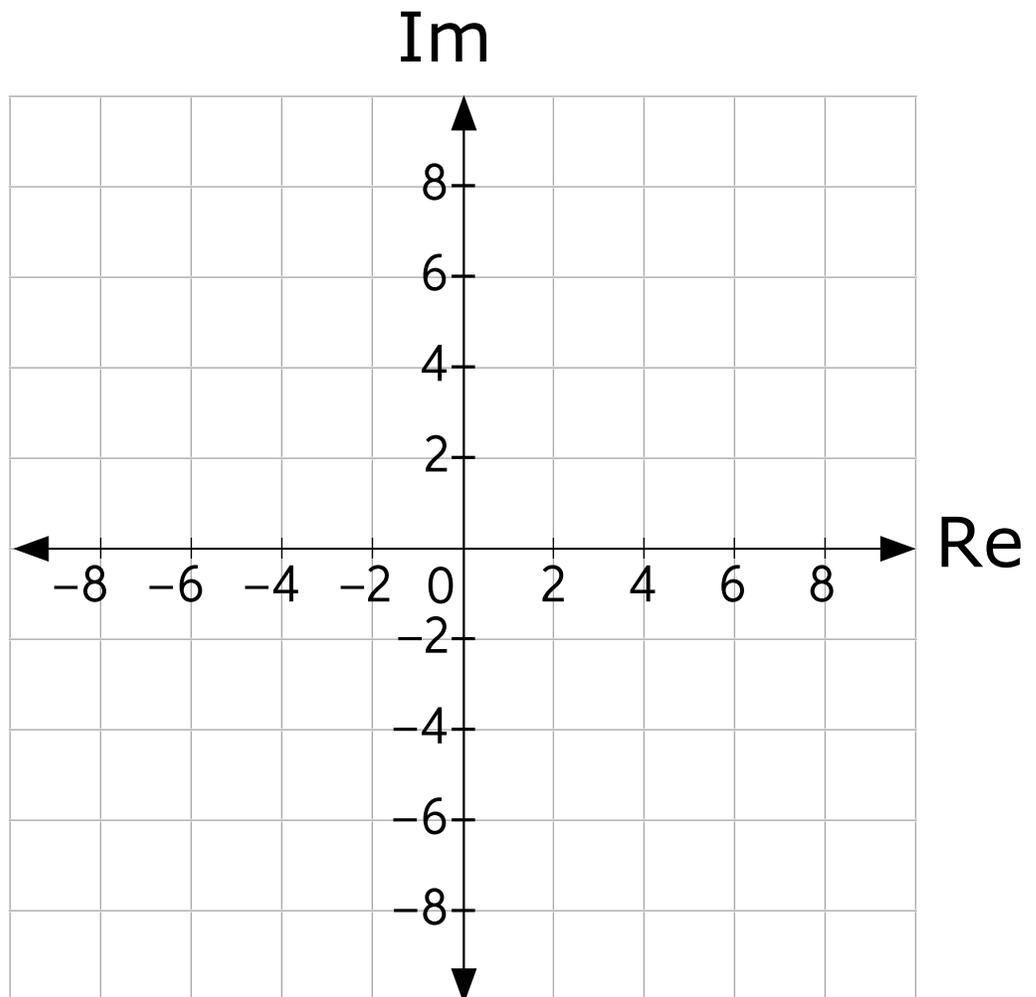
d. Analiza las siguientes afirmaciones. Luego, anota y justifica V o F en cada caso.

- _____ El módulo de z_5 es mayor que el módulo del conjugado de z_7 .
- _____ z_7 es igual al conjugado de z_8 .
- _____ La parte imaginaria de z_6 es mayor que la parte imaginaria de z_4 .

Lección 8: Resolución de problemas usando la operatoria de números complejos

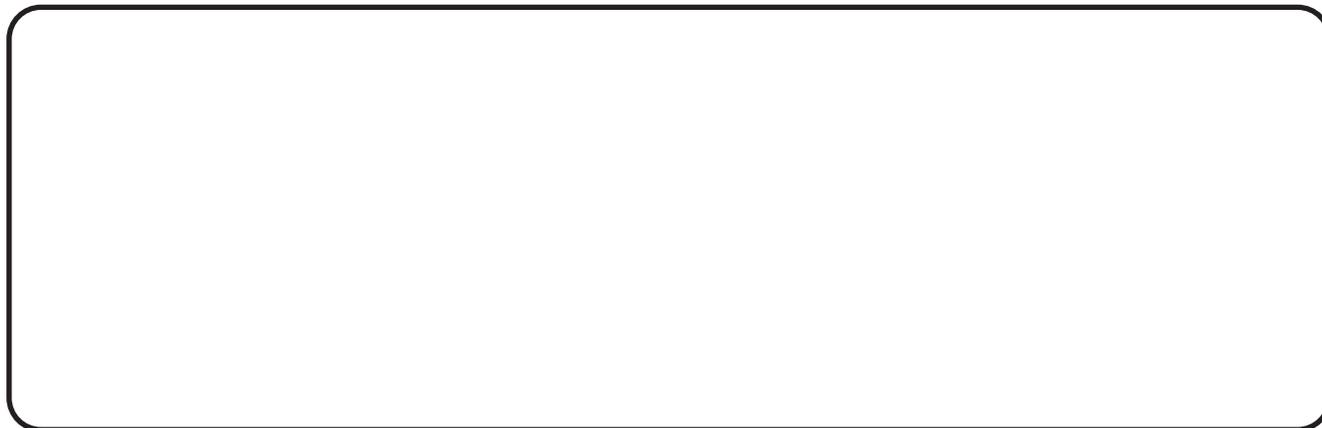
Adición y sustracción de números complejos

1. Representa en el plano de Argand el vector resultante de las siguientes operaciones combinadas:

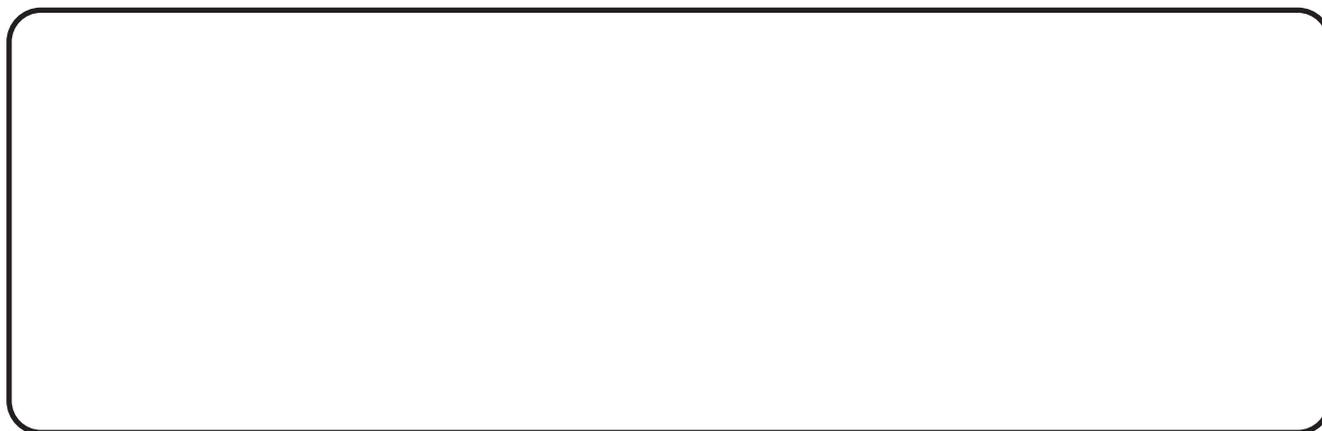


a. $z = (3, 2) - (0, 4) - (5, 5) + (2, 0)$

b. $w = (3 + 4i) + (2 + 3i) - (i - 2)$



c. $u = (-2, 4) + (7, -4) + (-12, 7)$



d. $v = (8i + 3) + (-2 + 2i) - (3 + 4i)$

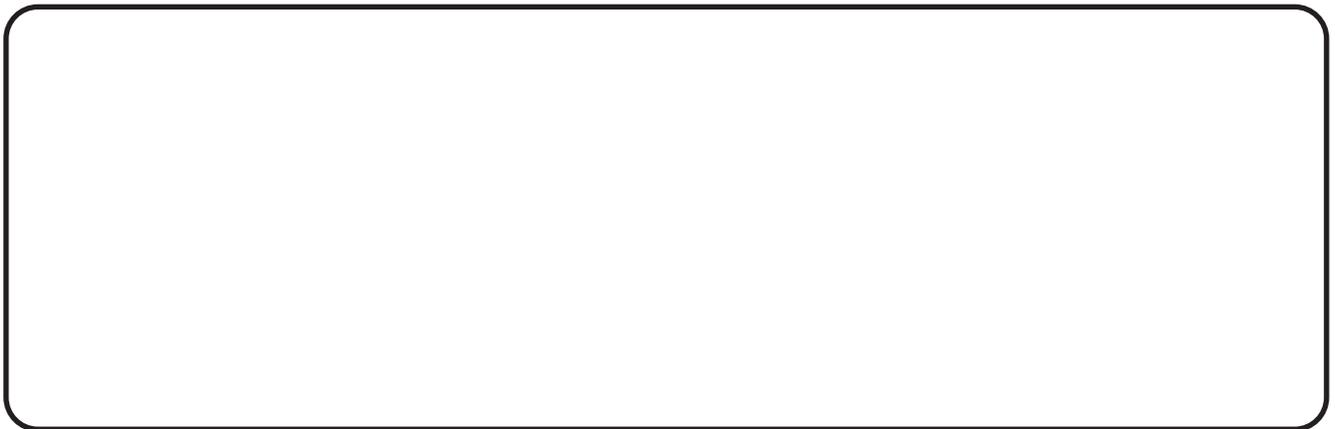
2. Calcula los valores de a y b para que se cumpla la igualdad.

a. $3a + 2 - 4bi - i = 5a - 2i + 5bi - 3$

b. $(2a + 7, 3b - 3) = (-3 - 2a, 7b)$



c. $4i - 5 + 3bi - a = 5ai - 5 + 9bi$



d. $(5b, 4 + 7a) = (2a - 2, -3)$



3. Expresa el resultado de cada operación en la forma de par ordenado y binomial

a. $(18 + 4i) + (-11 + 23i)$



b. $(2, 7) + (-13, 0)$



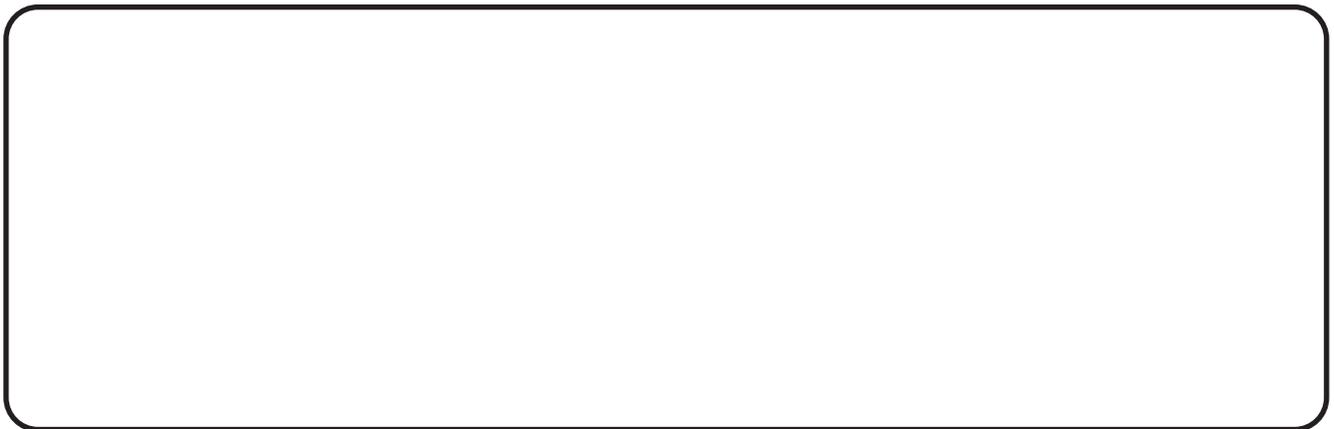
c. $(3i - 4) - (18 + 5i)$



d. $(2,5; 9,3) - (5,6; -4,2) + (7,4; 3)$



e. $(-22, 19) - (32, -16)$



f. $-(3,9 + 2i) + (7,5 - 3,7i) - (2,6 + 4,087i)$



4. Resuelve los problemas.

a. Si $x = 4 - 2i$ e $y = -8 + 5i$, ¿cuál es el valor de $\bar{x} - \bar{y}$?



b. Si $z + \bar{z} = 10$, ¿qué valor podría tener z ?

c. Si $z = \frac{2}{3} - \frac{4}{5}i$, ¿cuál es el valor de $|z - \bar{z}|$?

Multiplicación de números complejos

1. Realiza la ponderación de los siguientes números complejos. Escribe el resultado de forma par ordenado y binomial.

a. $(2,0) \cdot (3,6; 7,2)$



b. $3 \bullet (3,8 - 2,7i)$



c. $(-3, 0) \bullet (-5,2; 0) \bullet (2,7; -3,8)$



d. $4,2 \cdot (7,2 - 0i) \cdot (3,09 - 4,8i)$



2. Multiplica y simplifica los siguientes números complejos:

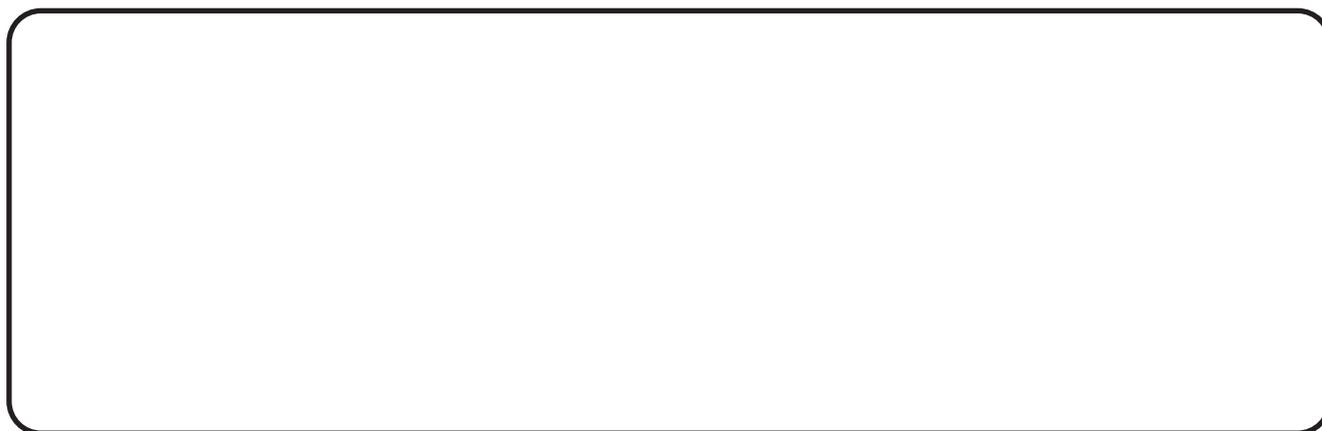
a. $(-4 + 4i) \cdot (3 + 2i)$



b. $(5 + 3i) \cdot (4,5 + 7,8i)$



c. $(3,4; -5,2) \cdot (-2,9; 6,8)$



d. $(5,3; 7,1) \cdot (-4,3; 2,8)$

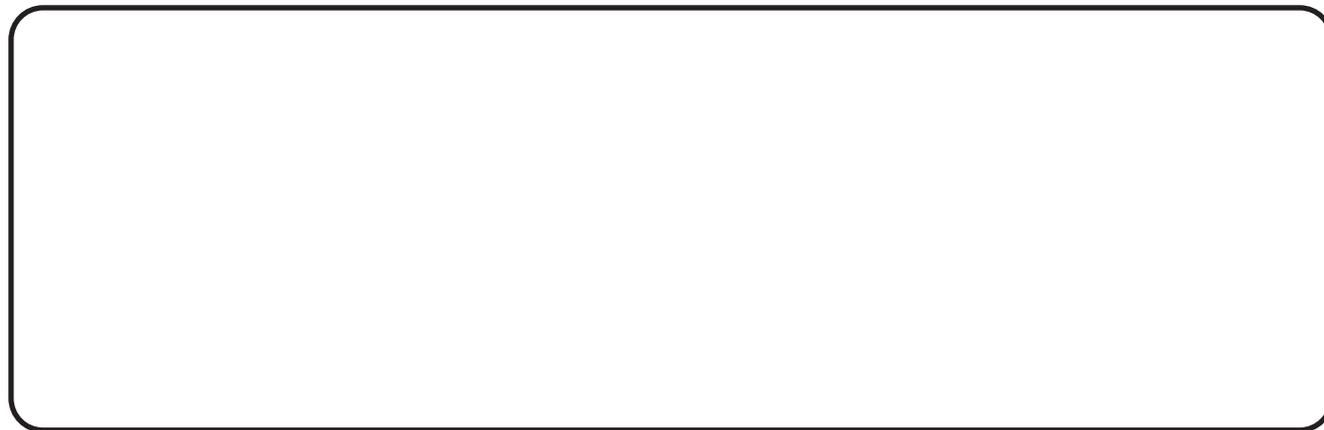


3. Desarrolla las siguientes potencias y calcula el resultado final.

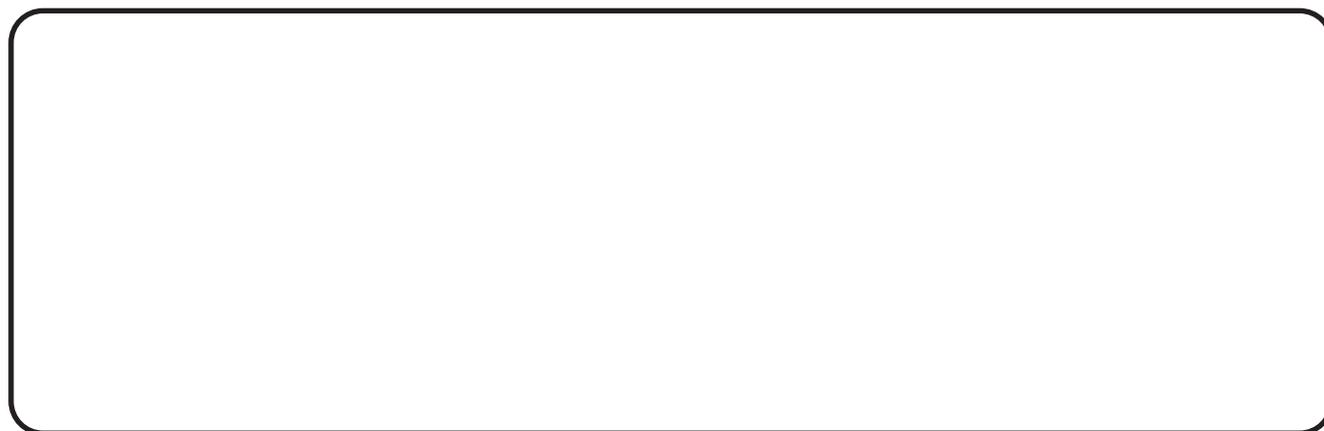
a. $(2 - 3i)^2 - (5 - 2i)^3$



b. $(-5 + 4i)^3 + (2,5 - 3i)^2$



c. $(-3 + 4i)^2 - (7 - 2i)^2$



d. $(6 + 14i)^4 + (7 - 12i)^2$



4. Encuentra el valor de k que pondera a cada número complejo.

a. $k(2, 3) = (10, 15)$



b. $k(7, 8) = (-14, -16)$



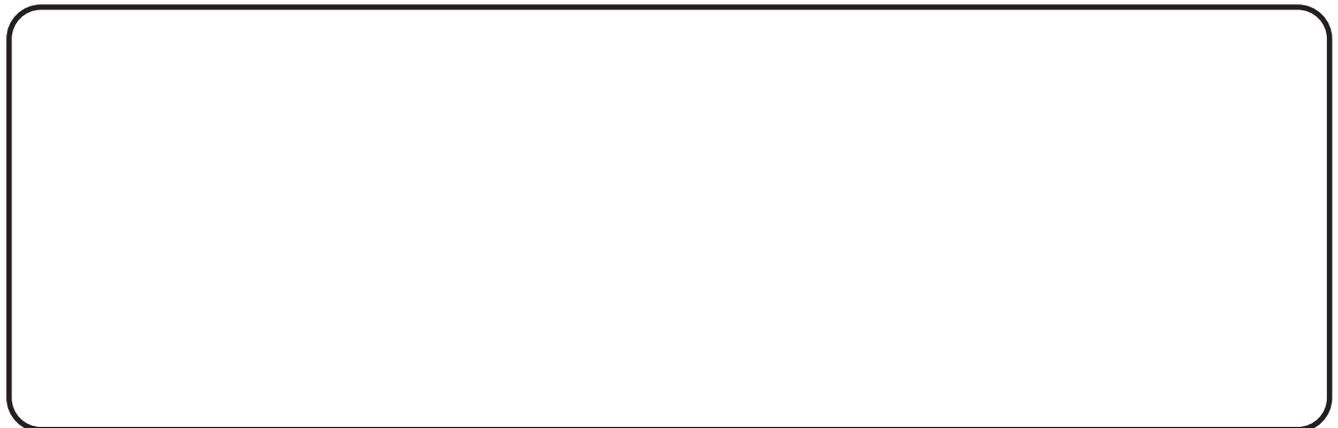
c. $k(-2, 1) = (-12, 6)$



d. $k(-5, -4) = (15, 12)$



e. $k(7, 2) = \left(\frac{7}{2}, 1\right)$



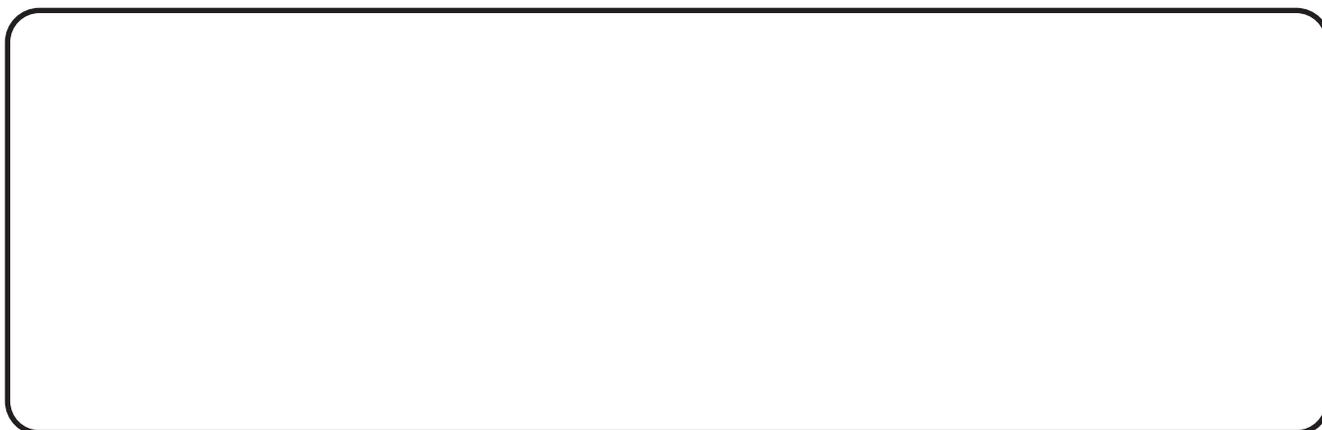
f. $k(-1, -7) = \left(\frac{3}{4}, \frac{21}{4}\right)$

5. Si \mathbf{z} corresponde al resultado de la operación $(3 - i)(4 + 7i)(-8 + 2i)$, ¿cuál es el valor del inverso aditivo de \mathbf{z} ?

División de números complejos

1. Calcula. Luego, escribe el resultado de forma binomial

a. $\frac{3 - 3i}{5 - i}$



b. $\frac{2 + 5i}{6 - 6i}$



c. $\frac{2,5 + 0,9i}{3,6 - 5,6i}$



d. $\frac{-3,7 - 5,9i}{4,2 + 7,4i}$



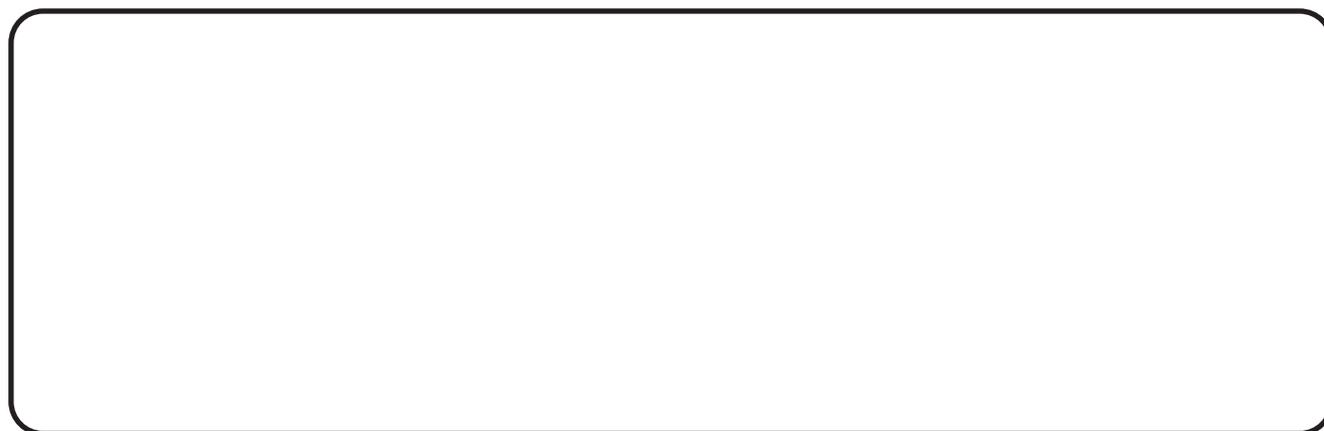
e. $\frac{(3,8)}{(-3, -7)}$



f. $\frac{(12, -7)}{(5, -6)}$



g. $\frac{(4,6 ; 2,6)}{(2,9 ; -4)}$



h. $\frac{(9,2 ; -3,6)}{(7,2 ; -0,4)}$

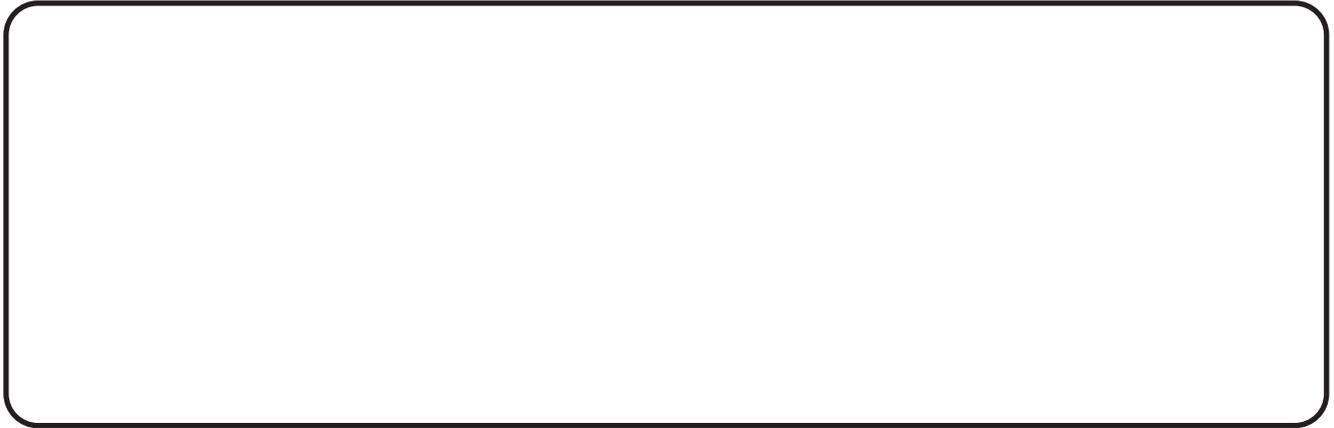


2. Calcula el inverso multiplicativo de los siguientes números complejos.

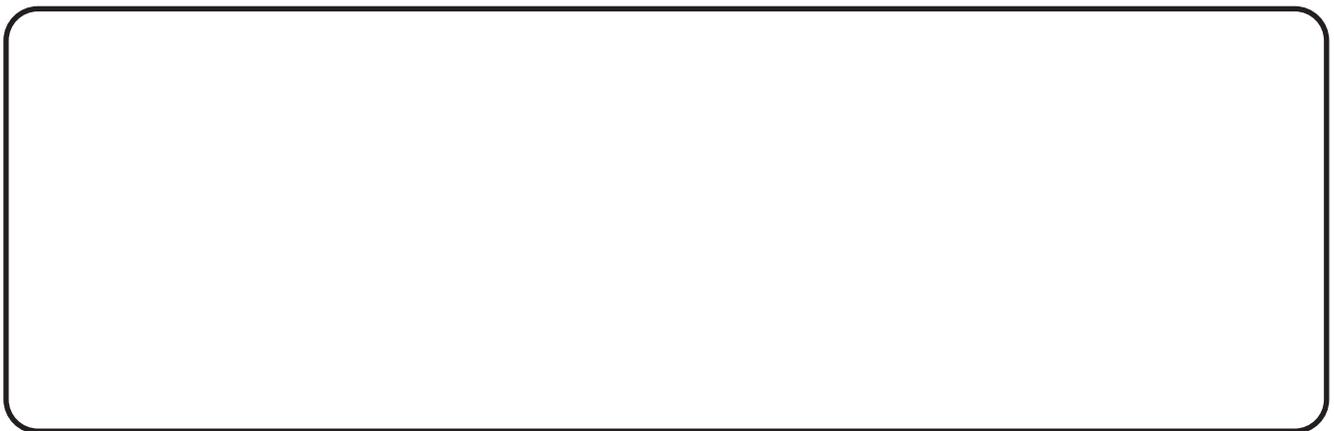
a. $7 + 3i$



b. $6 - 2i$



c. $14 - 1,1i$



d. $0,1 - 10i$



3. Analiza la situación. Luego, responde.

Marcelo anotó el desarrollo de $(5 + 7i):(3 - 4i)$ en su cuaderno. Sin embargo, su profesora notó que era incorrecto:

$$\begin{aligned}\frac{(5 + 7i)(3 - 4i)}{(\sqrt{3^2 + (-4)^2})^2} &= \frac{15 - 20i + 21i - 28i^2}{(\sqrt{9 + 16})^2} \\ &= \frac{15 + i - 28 \cdot -1}{25} = \frac{15 + 28 + i}{25} \\ &= \frac{42}{25} + \frac{1}{25}i\end{aligned}$$

a. ¿Cuál fue el error de Marcelo? Descríbelo.

b. Corrige el desarrollo y calcula el resultado de la operación.

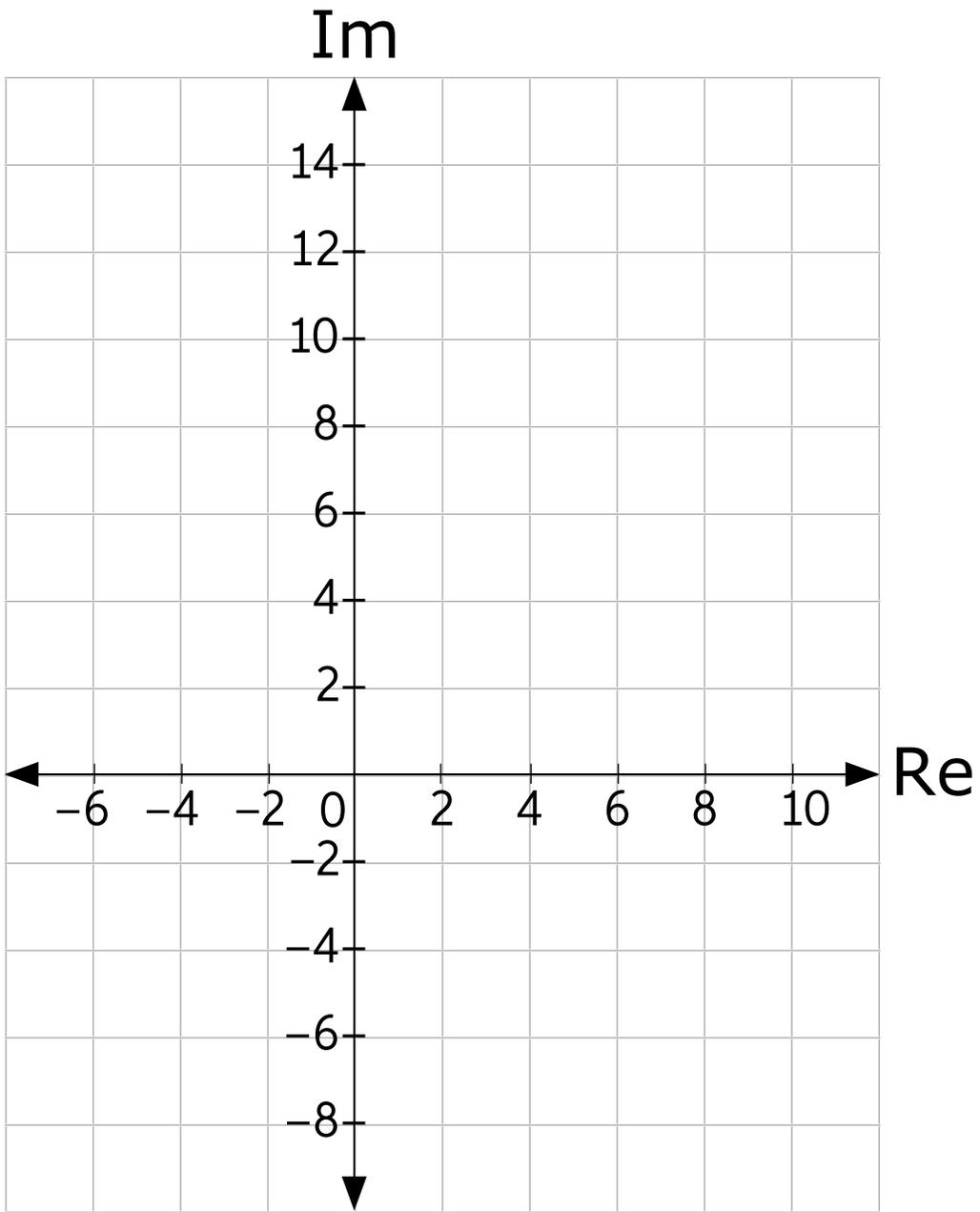


Antes de continuar

Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

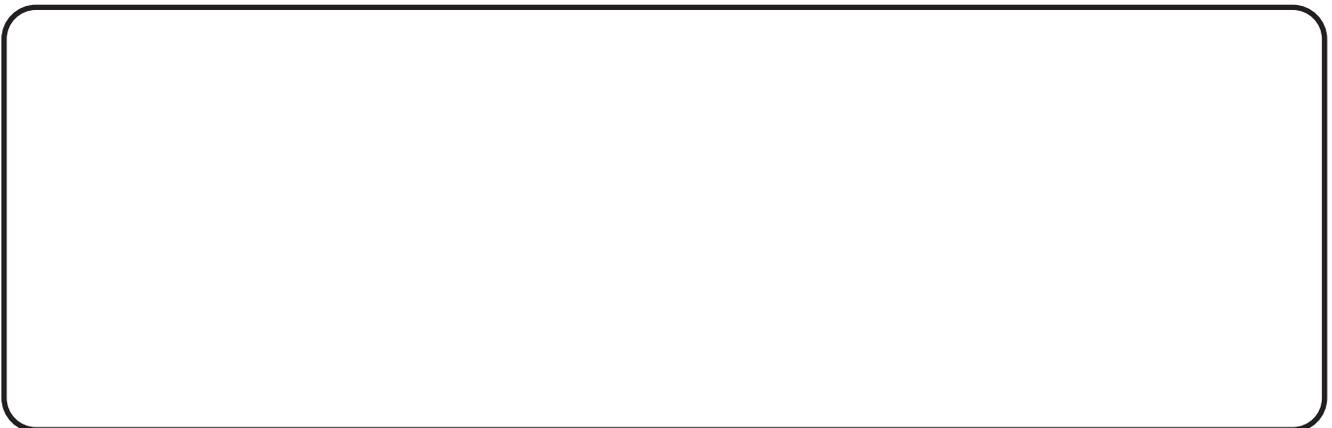
1. Dado el número complejo $z_1 = 2 + 4i$, calcula y representa los siguientes números complejos:



a. $z_2 = 3z_1$



b. $z_3 = -z_1 + \frac{1}{2} z_1$



2. Calcula el inverso aditivo y el inverso multiplicativo de cada número complejo. Completa la tabla.

z	$-z$	z^{-1}
$(0, -3)$		
$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$		

3. Observa la situación.

Matilde y José discuten sobre una propiedad que cumple z , con $z \in \mathbb{C} - \{0\}$.

Matilde: *El módulo del inverso multiplicativo de z es igual al conjugado del inverso multiplicativo del módulo de z*

Jose: *El módulo del inverso multiplicativo de z es igual al inverso multiplicativo del módulo de z .*

Verifica lo que dice cada uno: ¿quién está en lo correcto? Justifica tu respuesta con ejemplos.

