

**ADAPTACIÓN A MACROTIPO**  
**Matemática**  
**1° Medio**

**TOMO IV**

**Autores**

Carlos Fresno Ramírez

Claudia Torres Jeldes

Jaime Ávila Hidalgo

**Editorial Santillana**

**Centro de Cartografía Táctil**  
**Universidad Tecnológica Metropolitana**

Dieciocho 414

Teléfono: (562) 2787-7392

Santiago de Chile

Año 2021



# ÍNDICE

## TOMO I

**Pag.**

### **UNIDAD 1**

**Ciencia y tecnología.....1**

Lección 1.....11

Lección 2.....104

Lección 3.....193

Lección 4.....240

### **UNIDAD 2**

**Nuestro entorno.....295**

Lección 5.....304

Lección 6.....381

Lección 7.....424

# TOMO II

**Pag.**

## **UNIDAD 3**

**Medioambiente.....481**

Lección 8.....488

Lección 9.....594

## **UNIDAD 4**

**Los deportes.....674**

Lección 10.....682

Lección 11.....766

Lección 12.....871

# TOMO III

## CUADERNO DE ACTIVIDADES

**Pag.**

**Unidad 1.....999**

Lección 1.....999

Lección 2.....1090

Lección 3.....1154

Lección 4.....1199

**Unidad 2.....1279**

Lección 5.....1279

Lección 6.....1346

Lección 7.....1380

# TOMO IV

**Pag.**

**Unidad 3.....1439**

Lección 8.....1439

Lección 9.....1525

**Unidad 4.....1611**

Lección 10.....1611

Lección 11.....1676

Lección 12.....1751

# UNIDAD 3

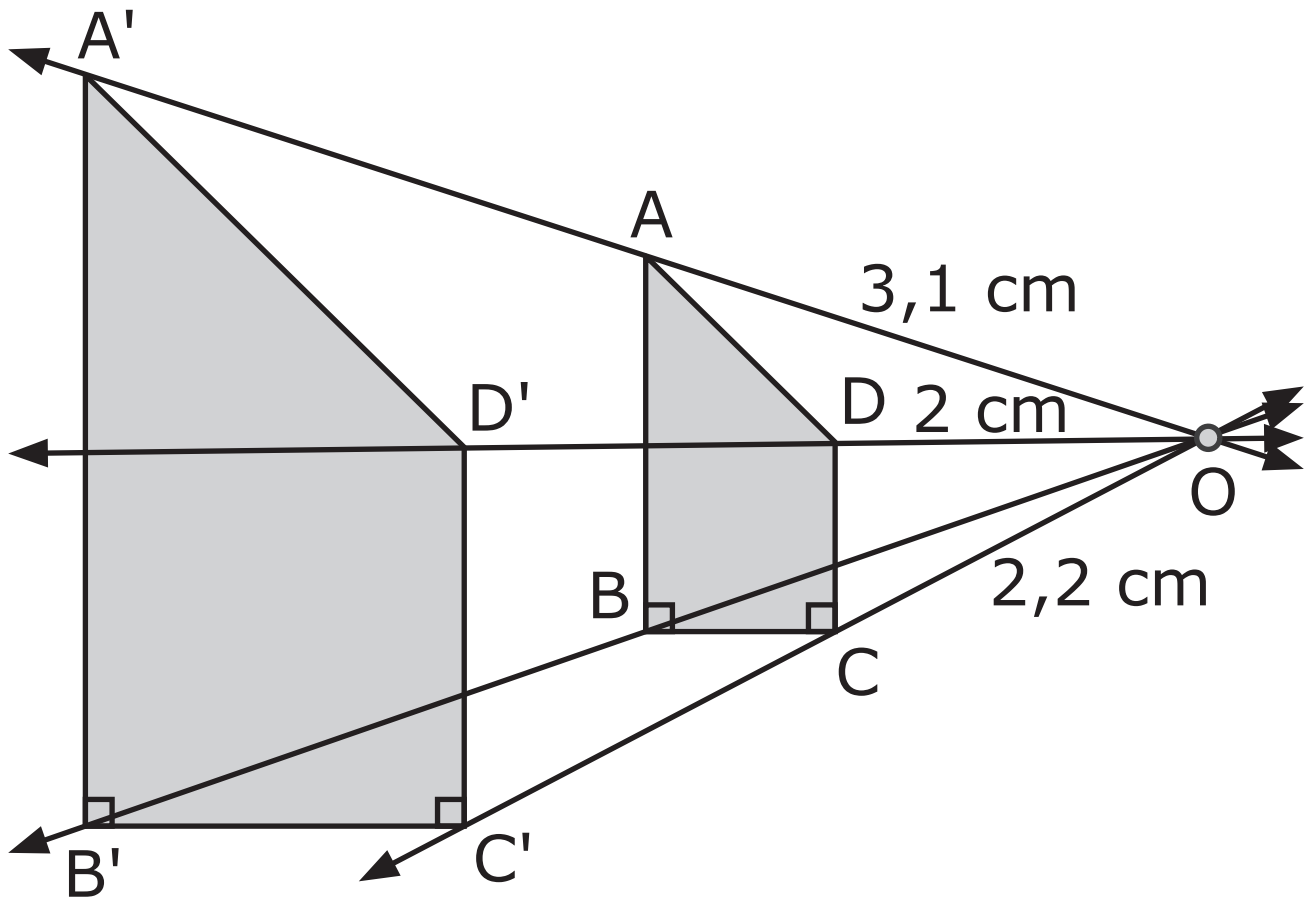
## MEDIOAMBIENTE

### Lección 8

## Homotecia y teorema de Tales

### HOMOTECIA

- 1.** En la figura se tiene una homotecia de centro  $O$  aplicada al cuadrilátero  $ABCD$  con razón de homotecia  $k = 2$ . Determina las siguientes medidas:



a.  $OA' = \underline{\hspace{2cm}}$  cm

b.  $OD' = \underline{\hspace{2cm}}$  cm

c. Si  $\sphericalangle B'A'D' = 45^\circ$ , ¿cuál es la medida del  $\sphericalangle ADC$ ?  $\underline{\hspace{2cm}}$  cm

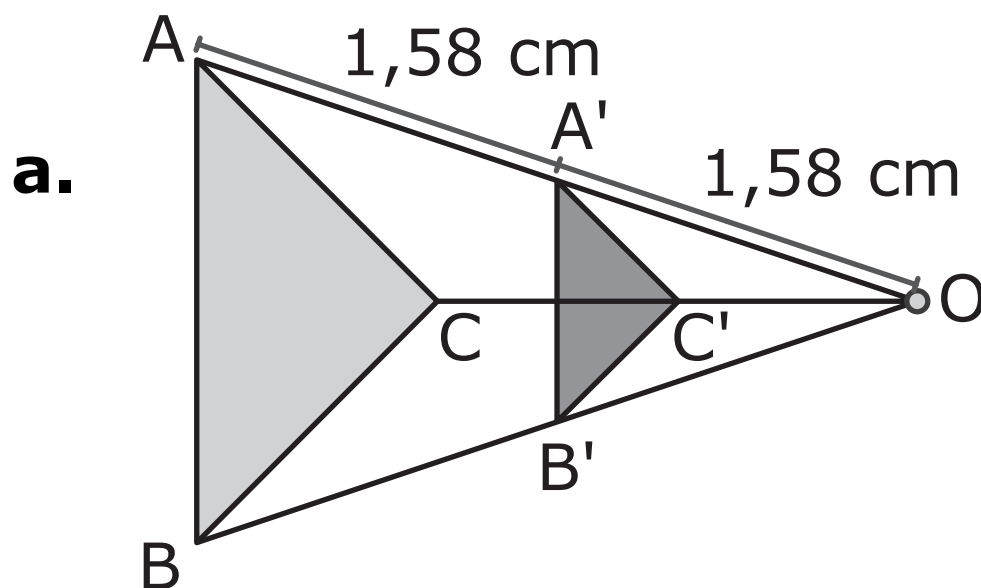


d. Si  $\overline{DC}$  mide 1,5 cm, ¿cuál es la medida de  $\overline{D'C'}$ ? \_\_\_\_\_ cm

e.  $CC' =$  \_\_\_\_\_ cm

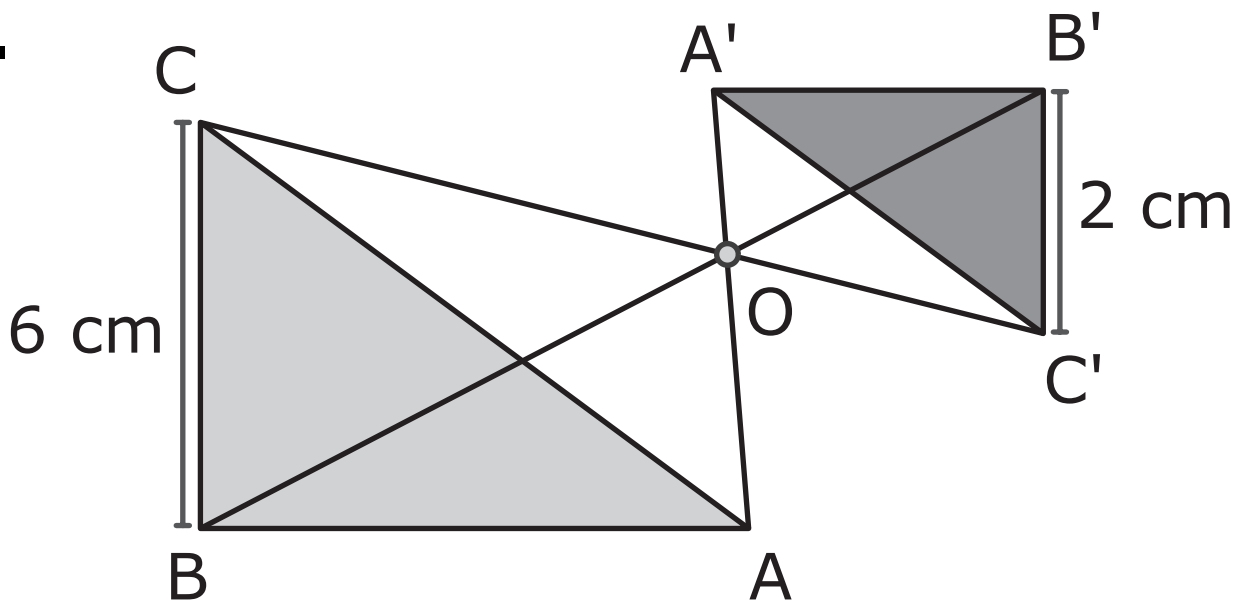
f.  $AA' =$  \_\_\_\_\_ cm

2. Determina el valor de la razón de homotecia  $k$  en las siguientes homotecias de centro  $O$ .

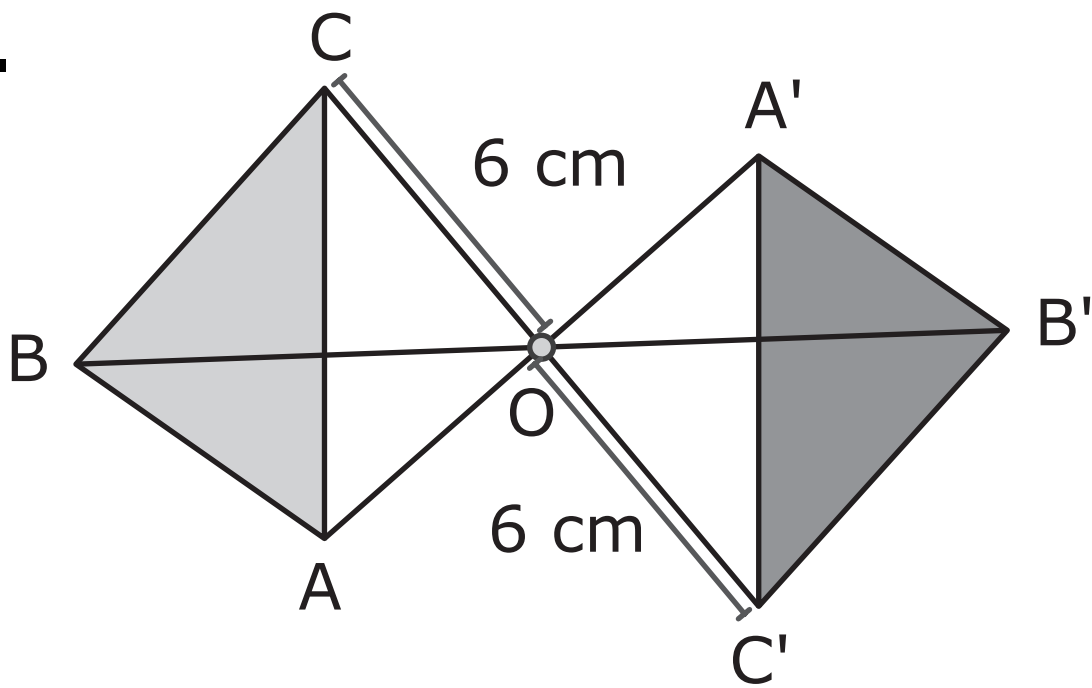




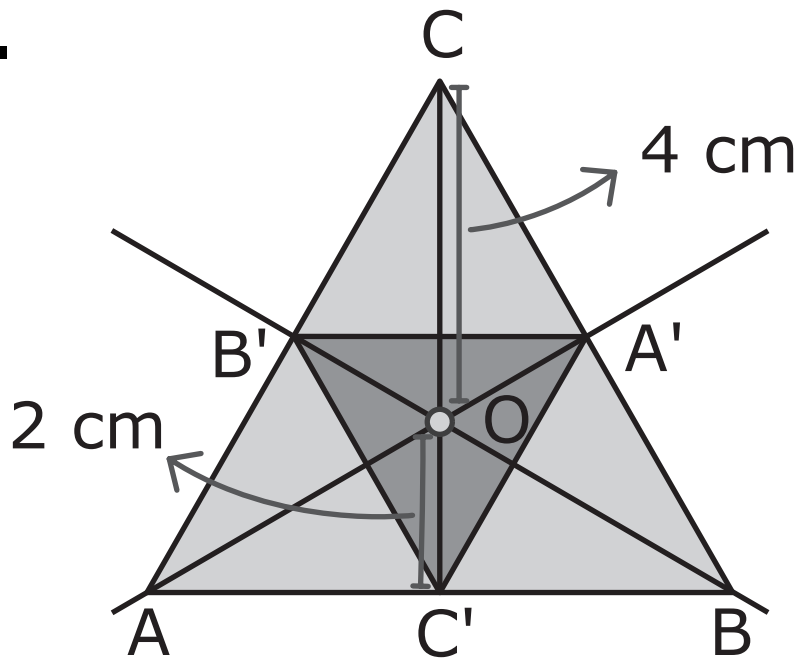
**b.**



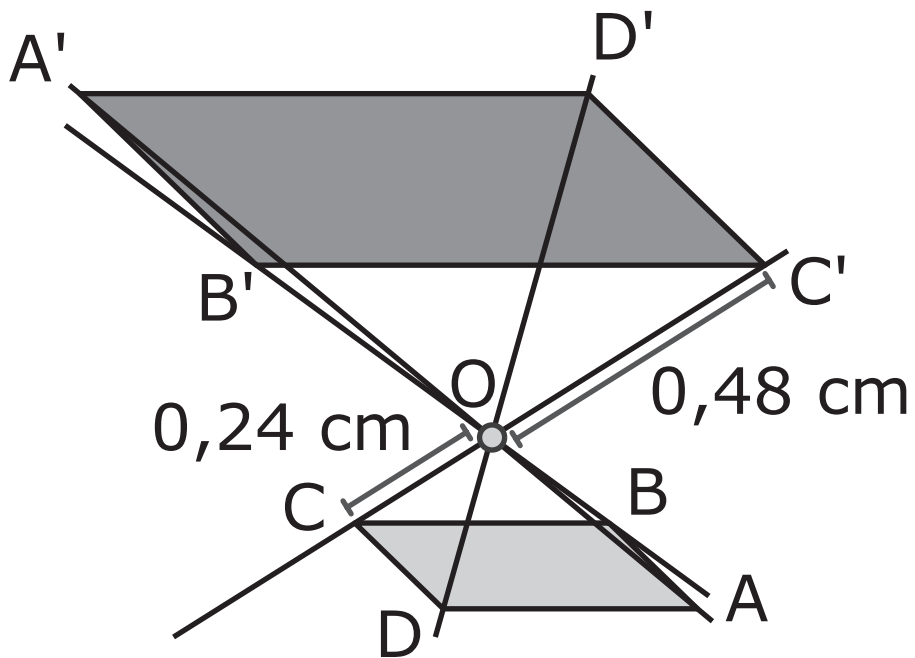
**c.**



d.

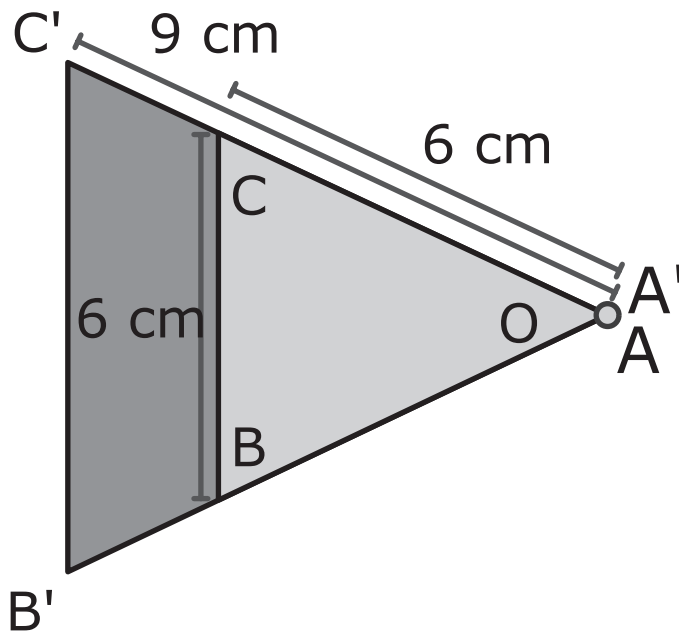


e.

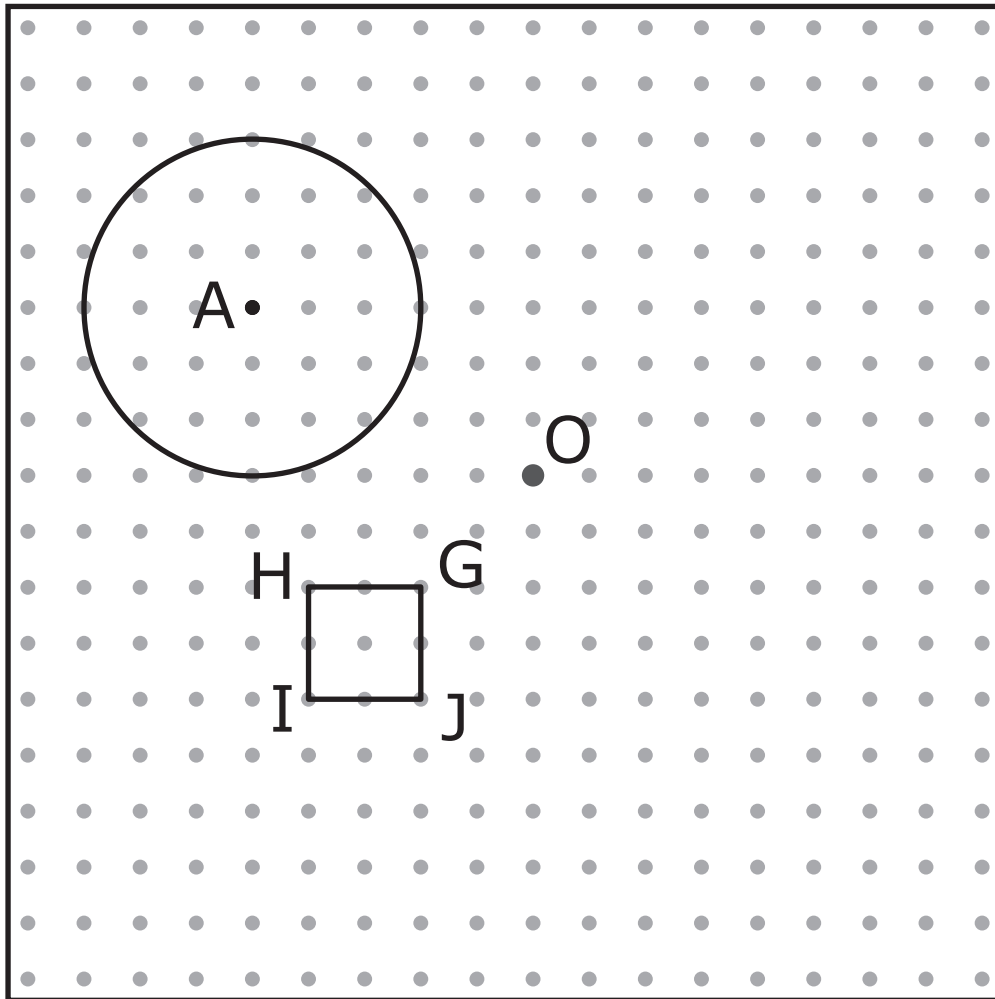




**f.**

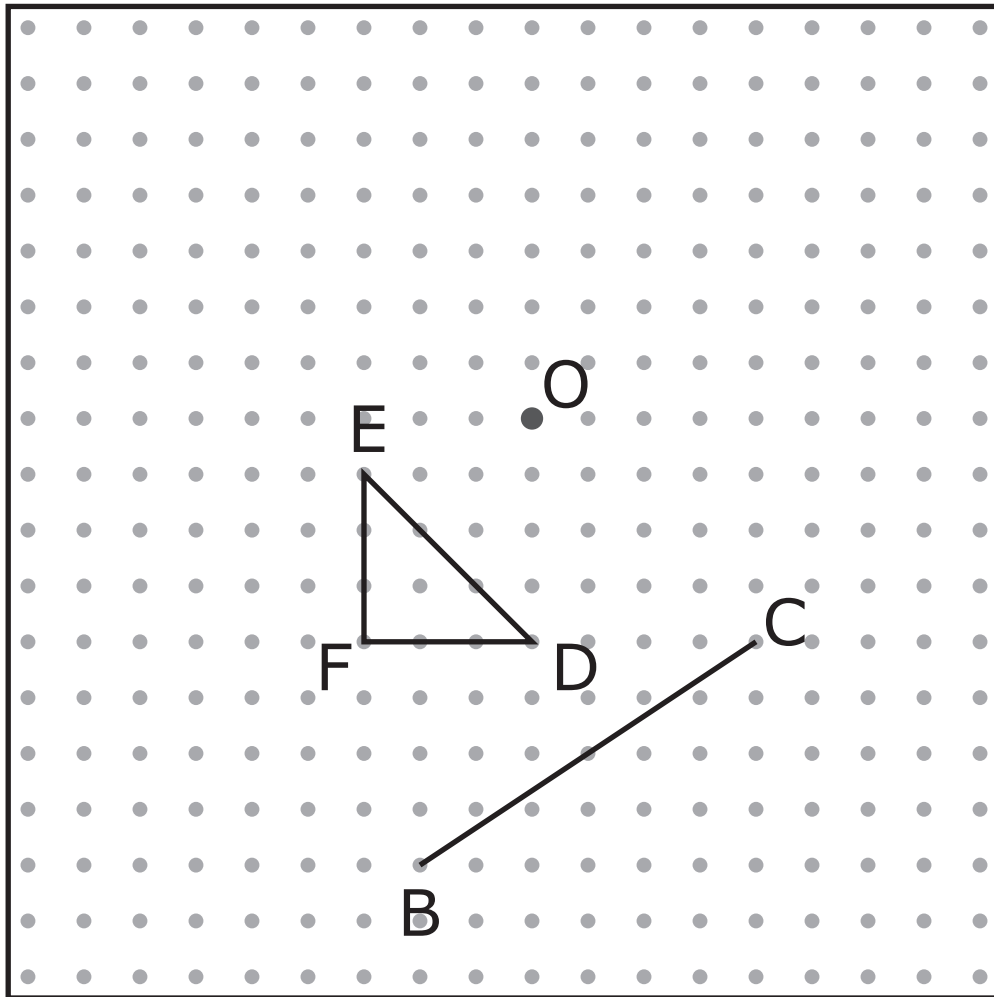


**3.** Traza la imagen que resulta al aplicar una homotecia con centro en  $O$  y razón de homotecia  $k$  de las siguientes figuras. Luego, responde.



**a.** Cuadrado GHIJ, con  $k = \frac{1}{2}$

**b.** Circunferencia de centro A, con  $k = -1$ .



c.  $\overline{BC}$  con  $k = -\frac{1}{2}$

d.  $\Delta DEF$ , con  $k = 2$ .

**e.** ¿Cuál es el valor de la razón de la homotecia que se debe aplicar a cualquiera de las figuras para que su imagen sea congruente y con la misma orientación?

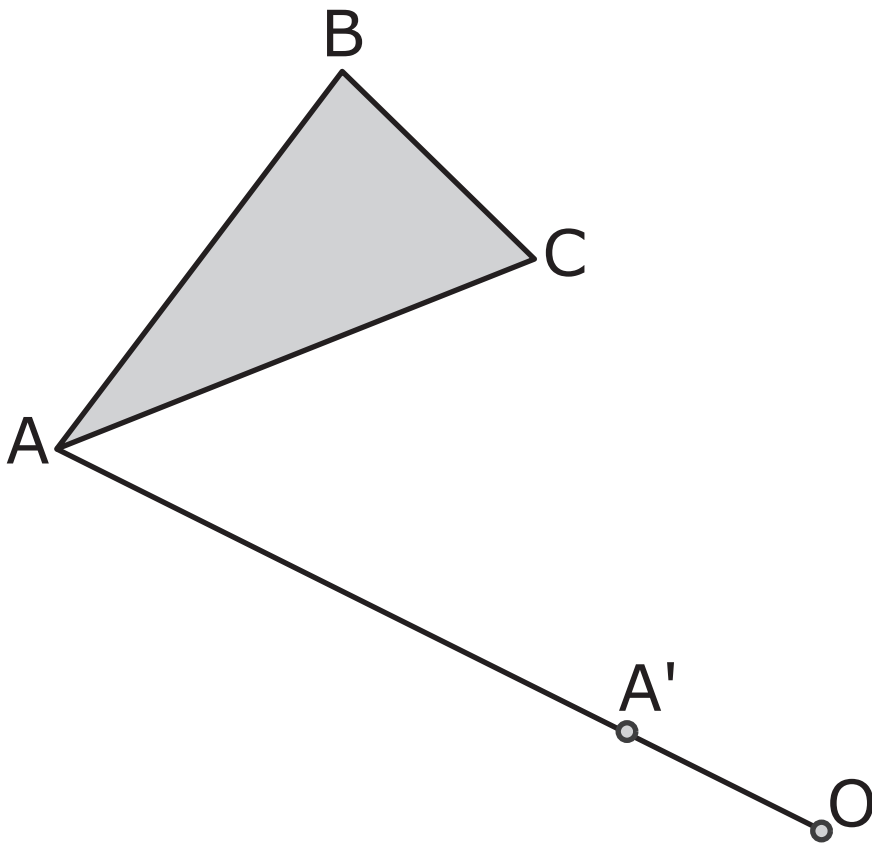
---

---

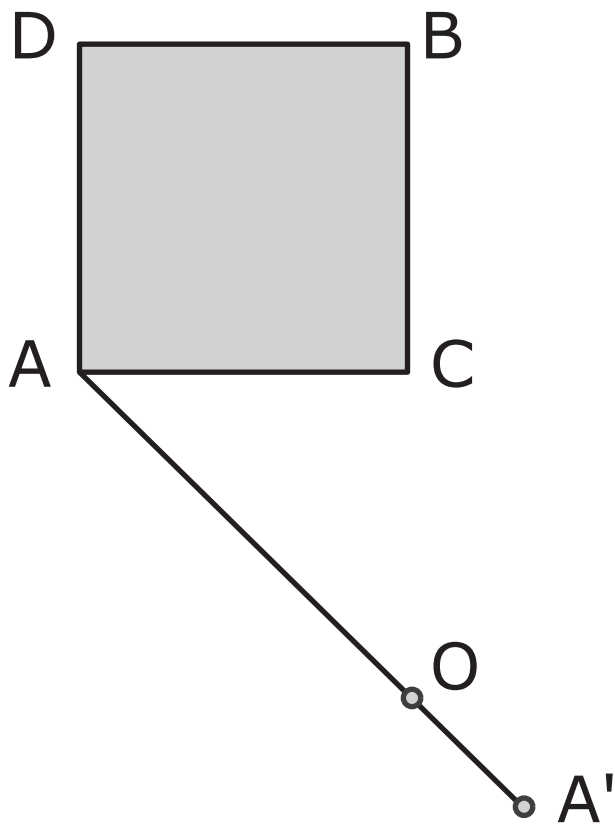
**4.** Determina, utilizando instrumentos geométricos, la imagen homotética en cada figura según la homotecia de centro  $O$  aplicada en los vértices  $A$ .



**a.**



**b.**





**5.** Escribe tres ejemplos o situaciones en las que se observe la aplicación de una homotecia.

**a.** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**b.** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

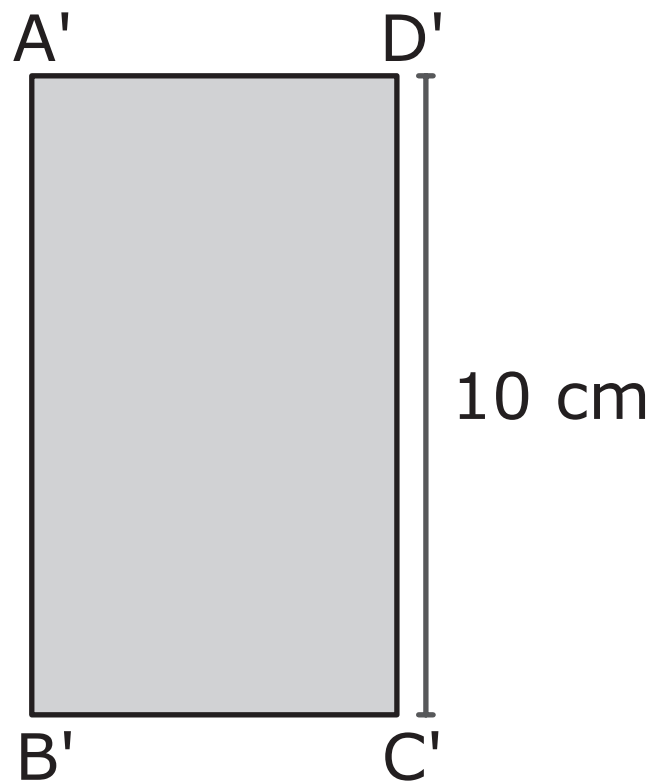
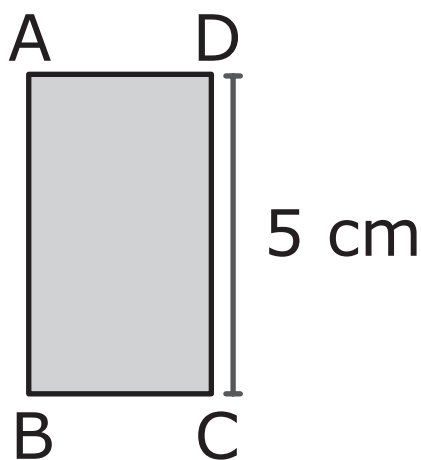
**c.** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

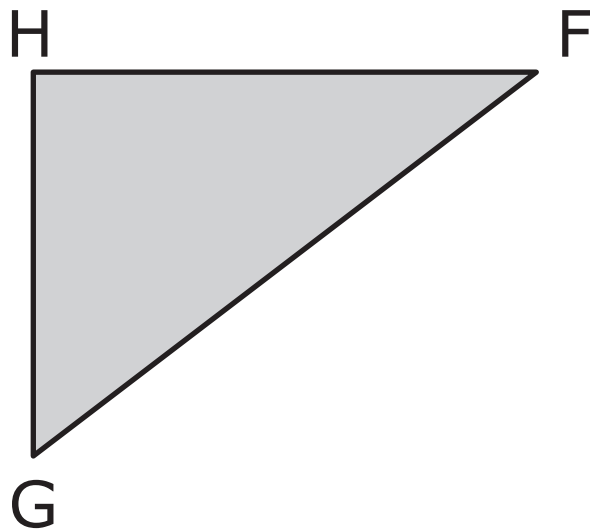


**6.** Considera la siguiente figura, en la que se muestran dos rectángulos homotéticos y un triángulo. Luego, responde.

**a.** ¿Cuál es el valor de la razón de homotecia que se le aplicó al rectángulo  $ABCD$  para obtener el rectángulo  $A'B'C'D'$ ?

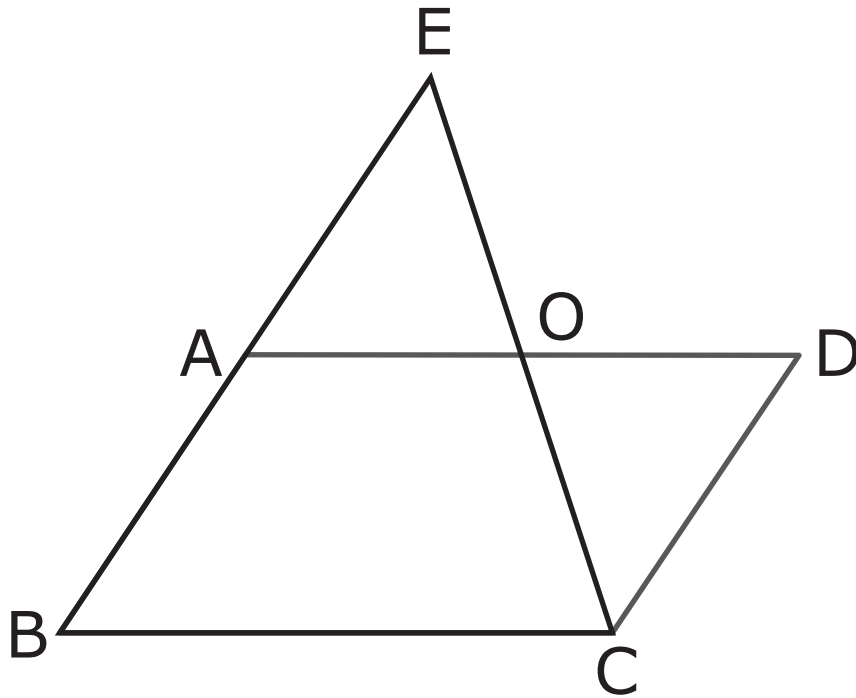


- b.** Describe la figura imagen que se obtiene al aplicar al  $\triangle GFH$  una homotecia con el mismo centro que la homotecia de los rectángulos, pero con razón  $k = -1$ .





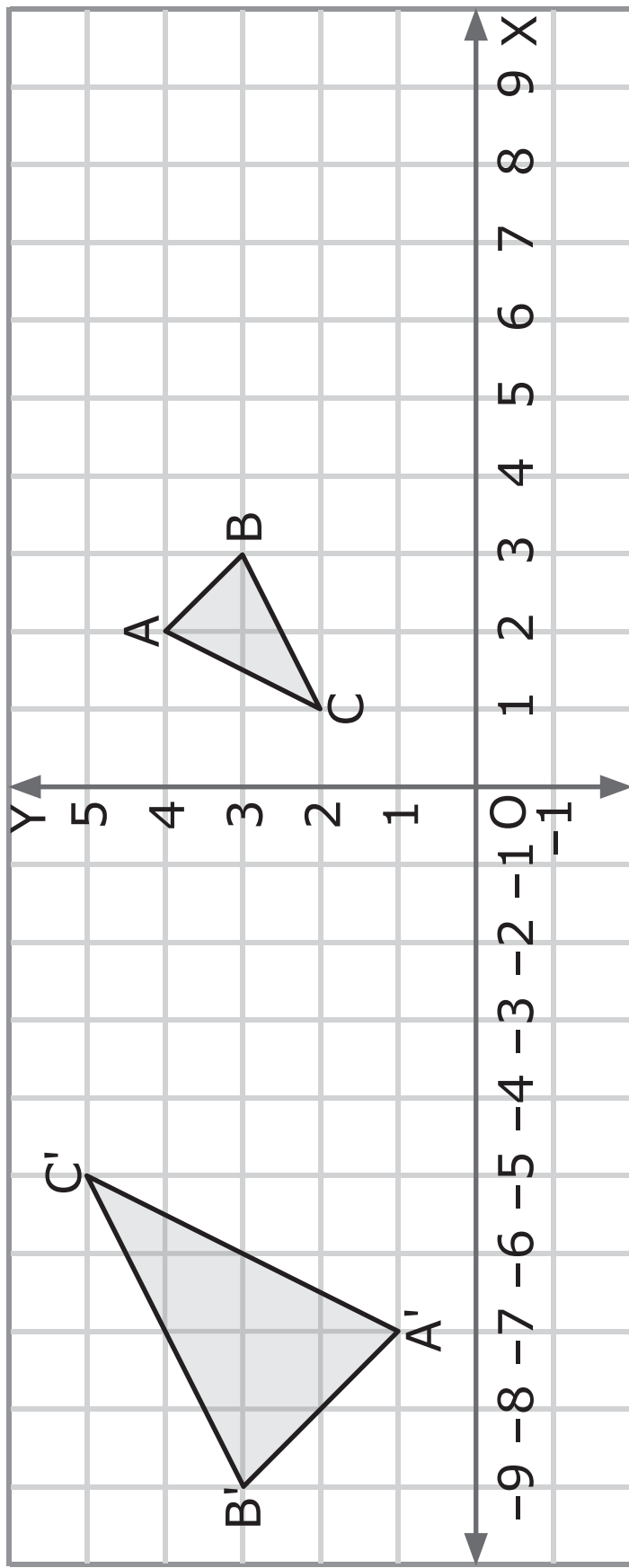
7. Si el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo y O el punto medio de  $\overline{EC}$  y  $\overline{AD}$  ¿cuál es el valor de la razón de homotecia que existe entre el  $\Delta OBD$  y el  $\Delta OAE$ ?



---

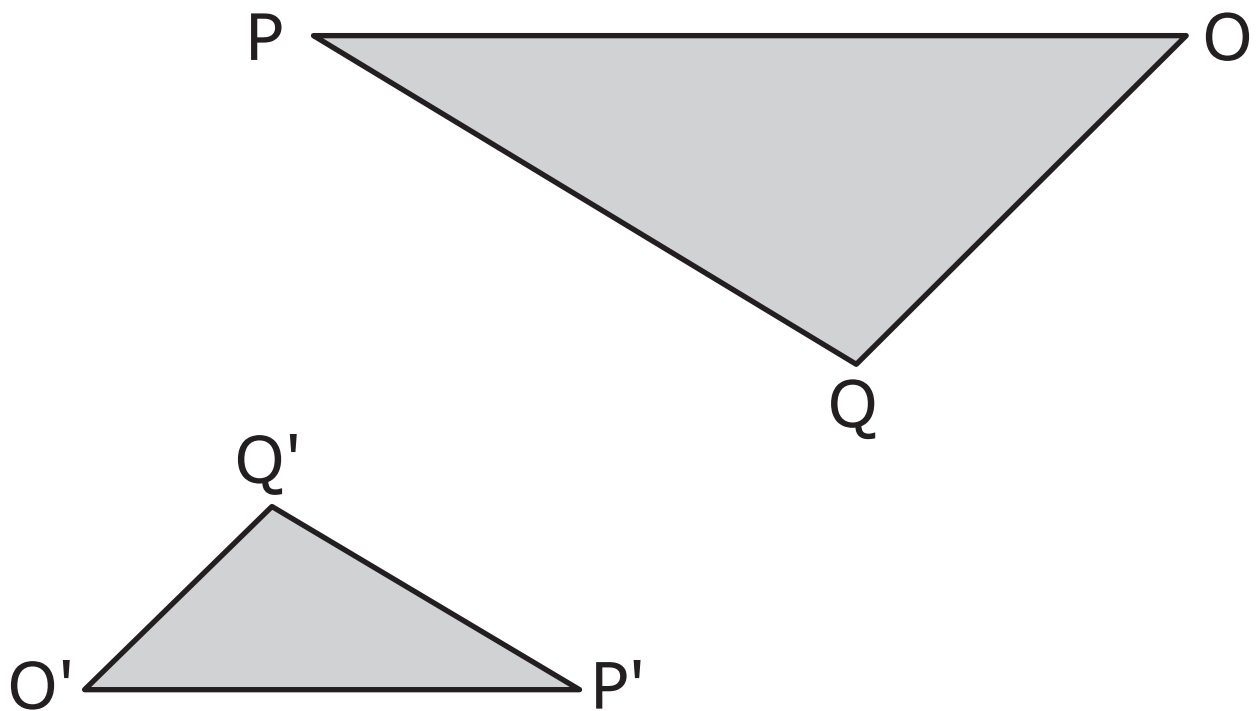
---

**8.** Al triángulo  $ABC$  se le aplicó una homotecia resultando el triángulo  $A'B'C'$ . ¿Cuáles son las coordenadas del centro de homotecia  $O$ ?





9. Al triángulo OPQ de la figura se le aplicó una homotecia tal que se obtuvo el triángulo O'P'Q'. **Evalúa** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).



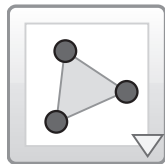
a. \_\_\_ La razón de homotecia es un número negativo.

- b.** Si  $\angle POQ = 60^\circ$ , entonces  $\angle P'O'Q' = 30^\circ$ .
- c.** El centro de homotecia se encuentra entre  $\Delta OPQ$  y  $\Delta O'P'Q'$ .
- d.** El centro de homotecia se encuentra a la izquierda del triángulo  $OPQ$ .
- e.** Si la medida de  $\overline{O'P'}$  es 6 cm, entonces el segmento  $\overline{OP}$  mide 6 cm.

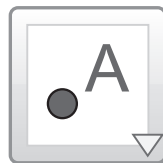


## Proyecto: Homotecia con GeoGebra

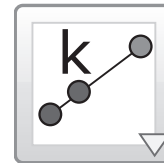
**10.** Sigam las instrucciones y construyan una homotecia en GeoGebra online:



Polígono



Punto

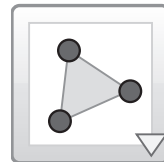


Homotecia

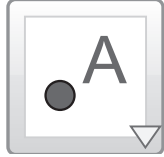
### ► **Recurso Web**

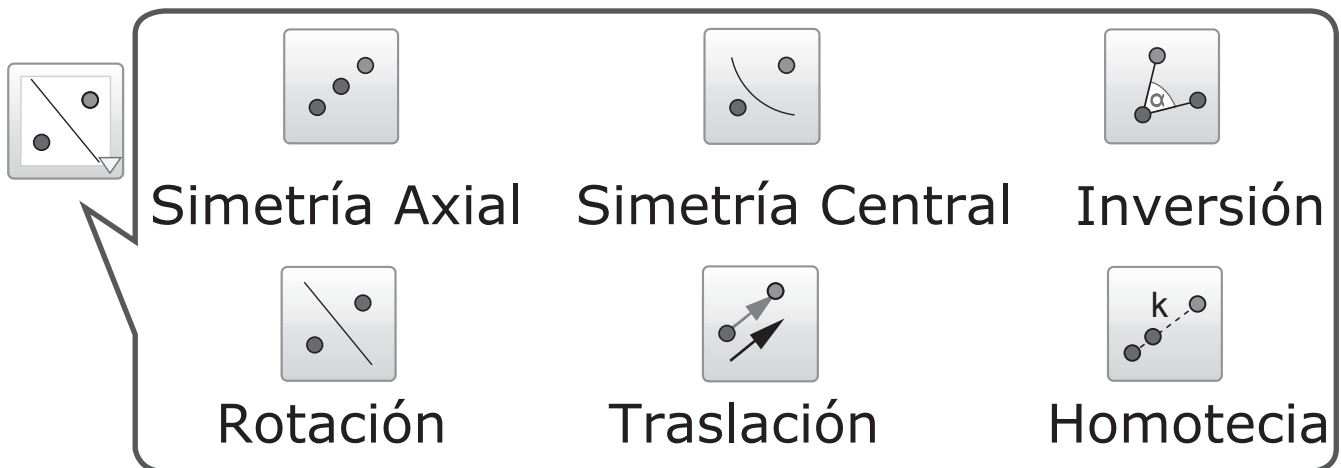
Ingresa al sitio: <https://n9.cl/j8mn>

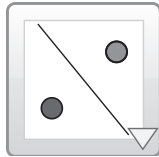
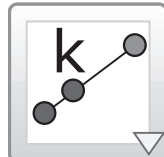
- Construyan un polígono de 4 lados con la herramienta





- Ubiquen en algún punto de la cuadrícula el centro de la homotecia con la herramienta .



- Busquen el recuadro  y en el menú que se despliega marquen la herramienta Homotecia .

- Hagan clic en el polígono y en el punto indicado como el centro de la homotecia.



- En el recuadro que se despliega, indiquen el valor del centro de la homotecia, escriban un número y observen la homotecia que se genera.
- Describan la figura y el resultado obtenido en función del valor  $k$  seleccionado.

**11.** Visiten el recurso web <https://n9.cl/i6yd> y respondan las siguientes preguntas:

**a.** ¿Se modifica el área del  $\Delta A'B'C'$  si se modifica la posición del centro de la homotecia? ¿Por qué?

---

---

**b.** Si se modifica el valor de la razón de homotecia entre  $-5$  y  $5$ :

- ¿Cómo cambia el área del  $\Delta A'B'C'$ ?

---

---

- ¿Qué sucede con las medidas de los lados de la figura resultante respecto de la figura original?

---

---



**12.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

**a.** \_\_\_\_ En las homotecias, si  $k$  es un valor negativo, se invierte la figura con respecto al centro  $O$ .

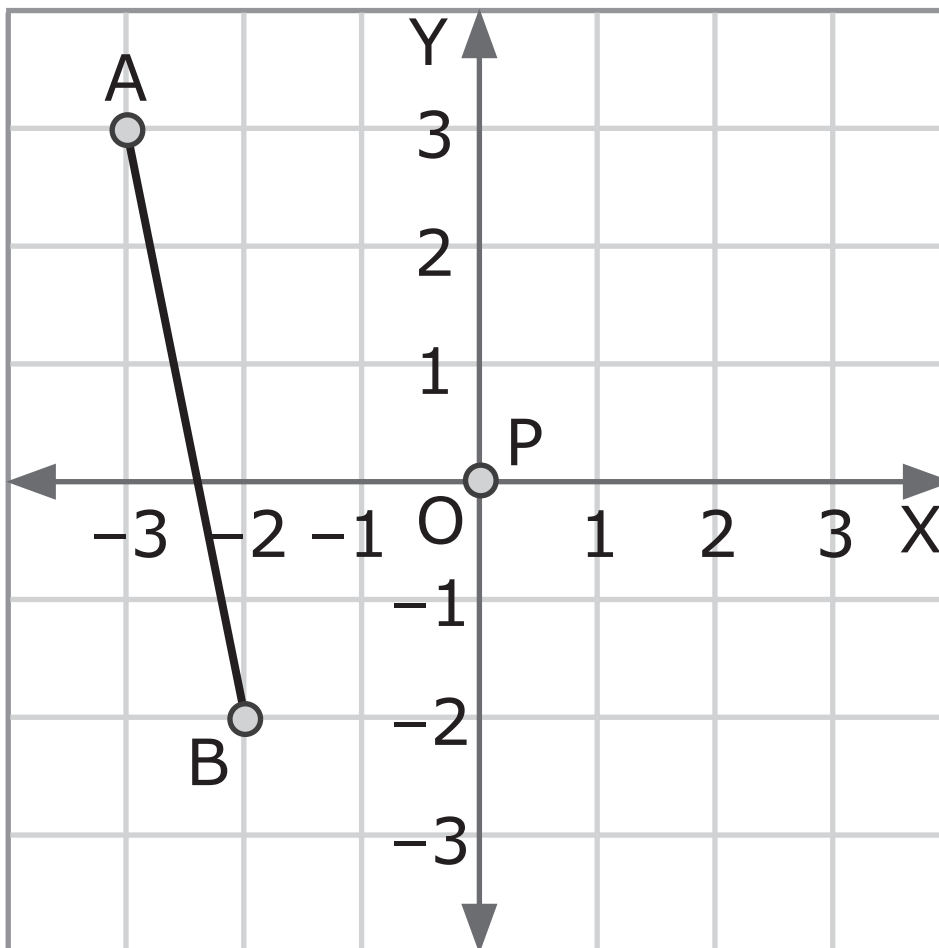
**b.** \_\_\_\_ Las homotecias conservan las medidas angulares de una figura.

**c.** \_\_\_\_ Una homotecia de razón 1 no modifica la posición de la figura.

## HOMOTECIA DE FORMA VECTORIAL

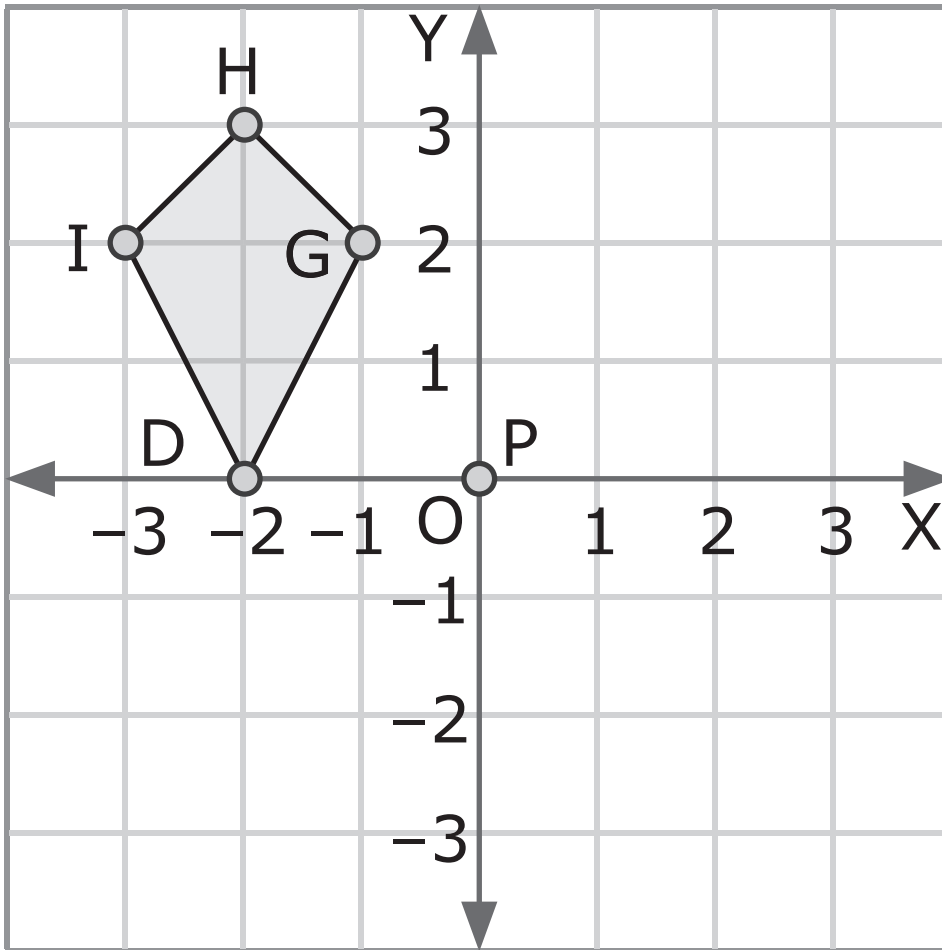
1. Aplica a cada figura la homotecia con centro P y valor de la razón de homotecia k dado.

a.  $k = -1$

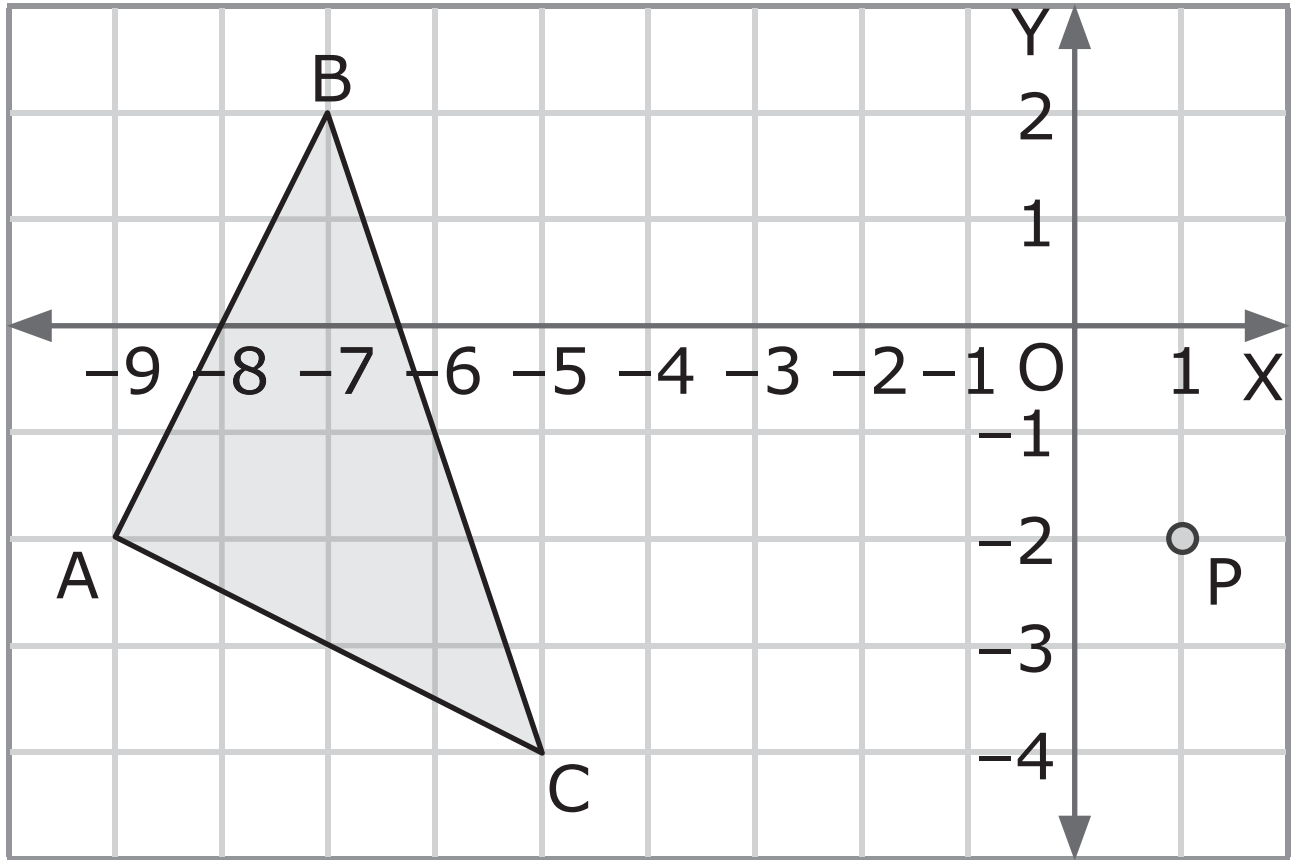




**b.**  $k = -1$

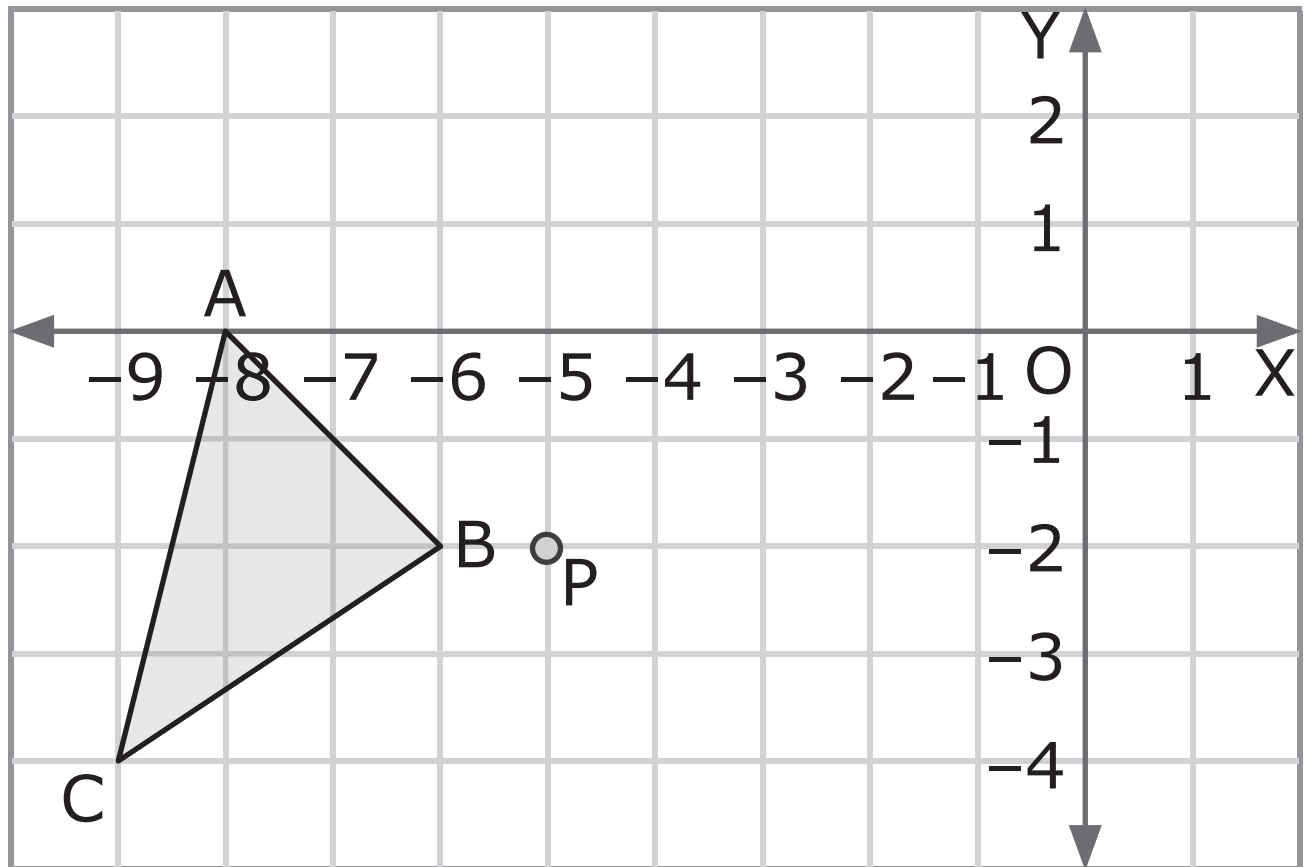


c.  $k = \frac{1}{4}$





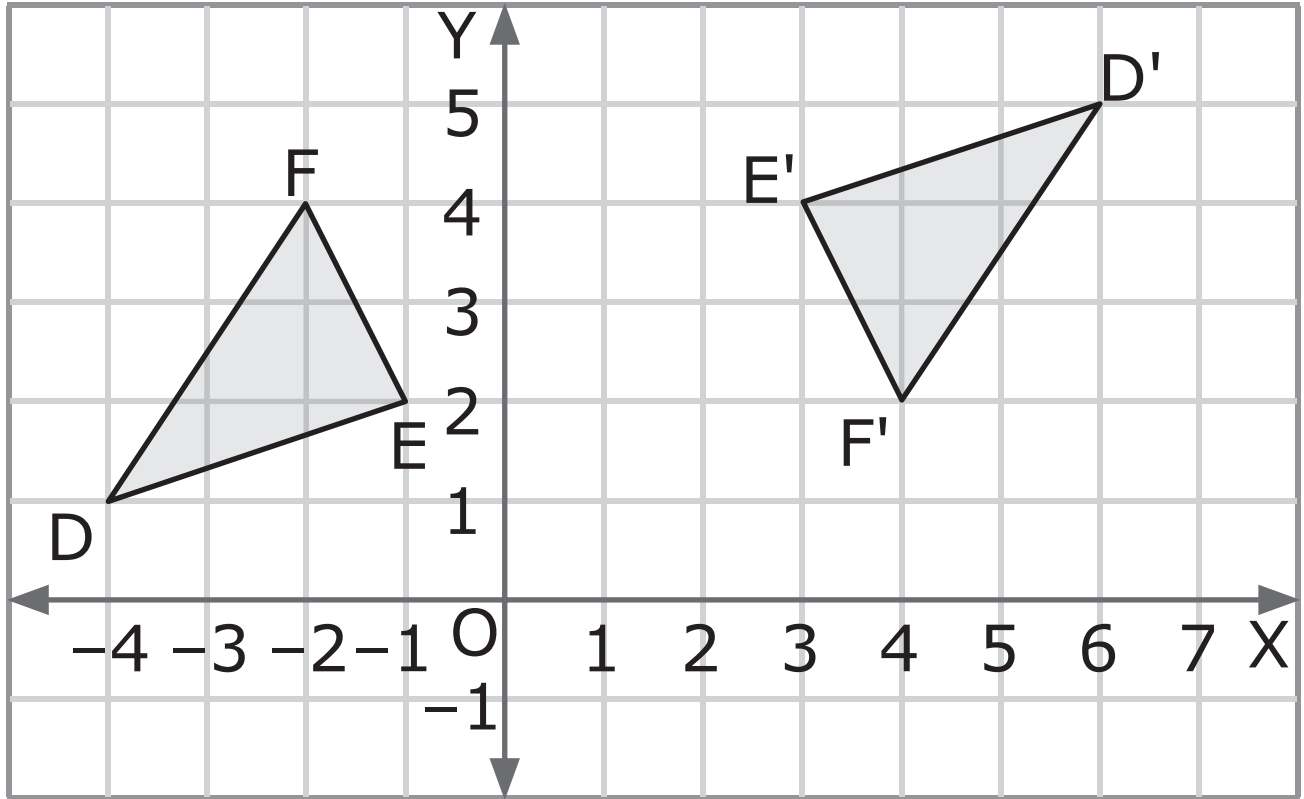
**d.**  $k = -1,5$



**2.** Determina las coordenadas del centro de homotecia  $O$  y el valor de la razón de homotecia  $k$  en cada caso.



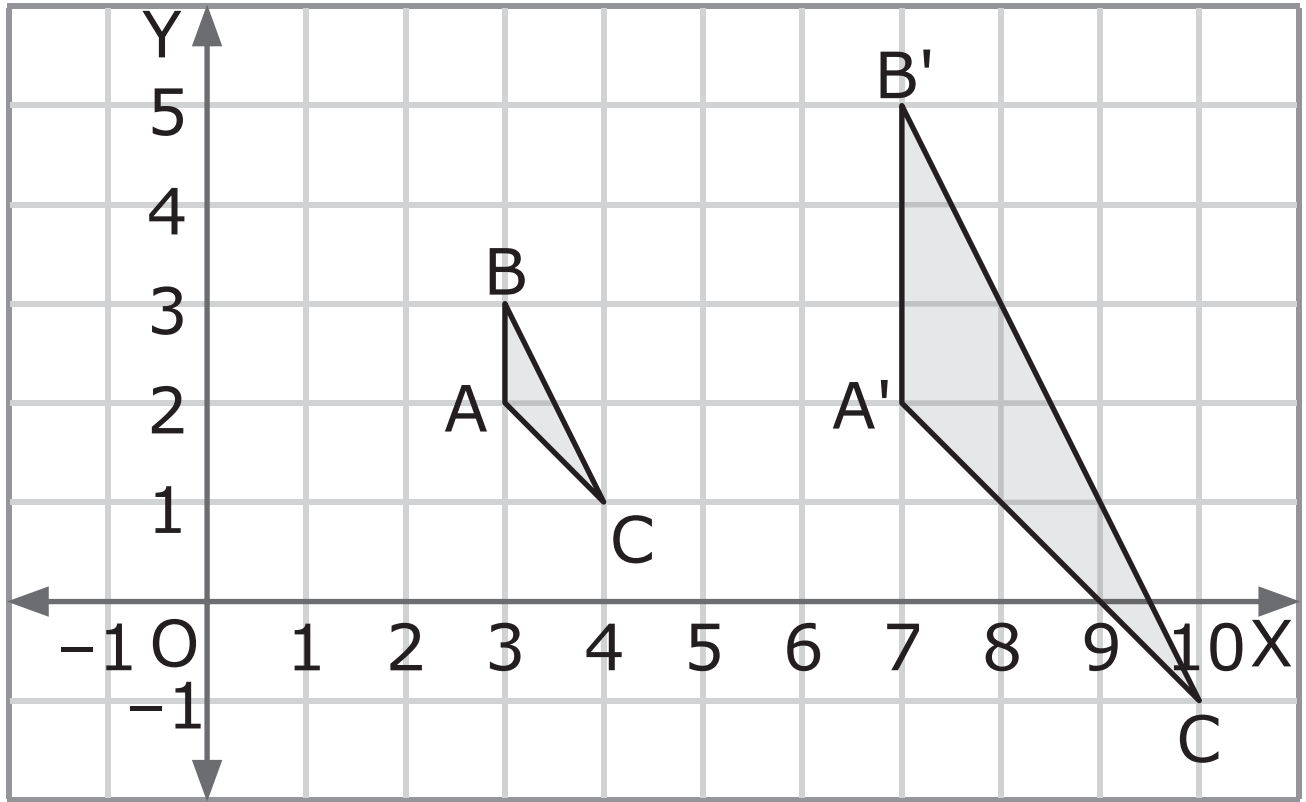
a.



$O = ( \quad )$   $k = \quad$

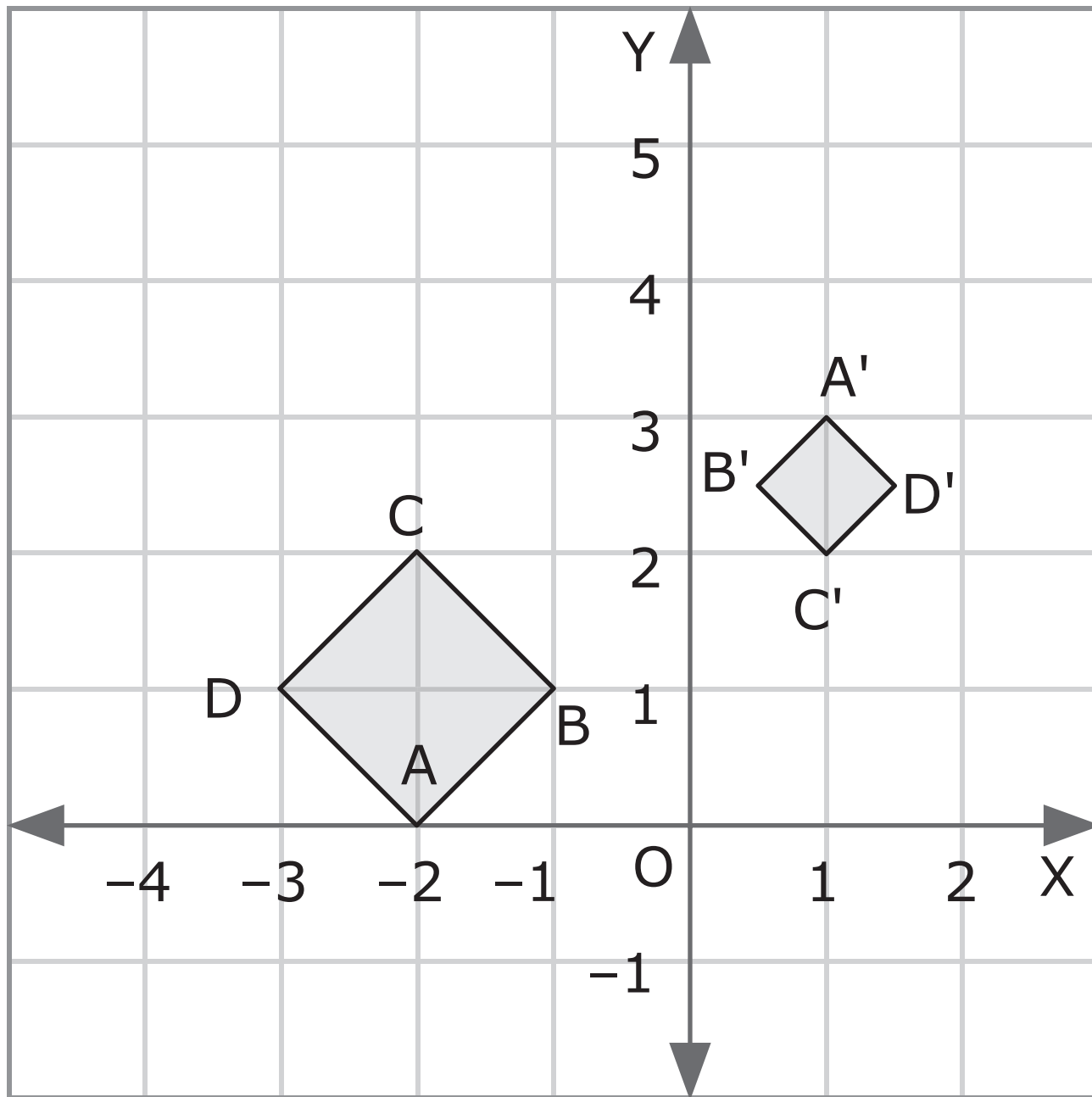


**b.**



$$O = ( \quad ) \quad k = \quad$$

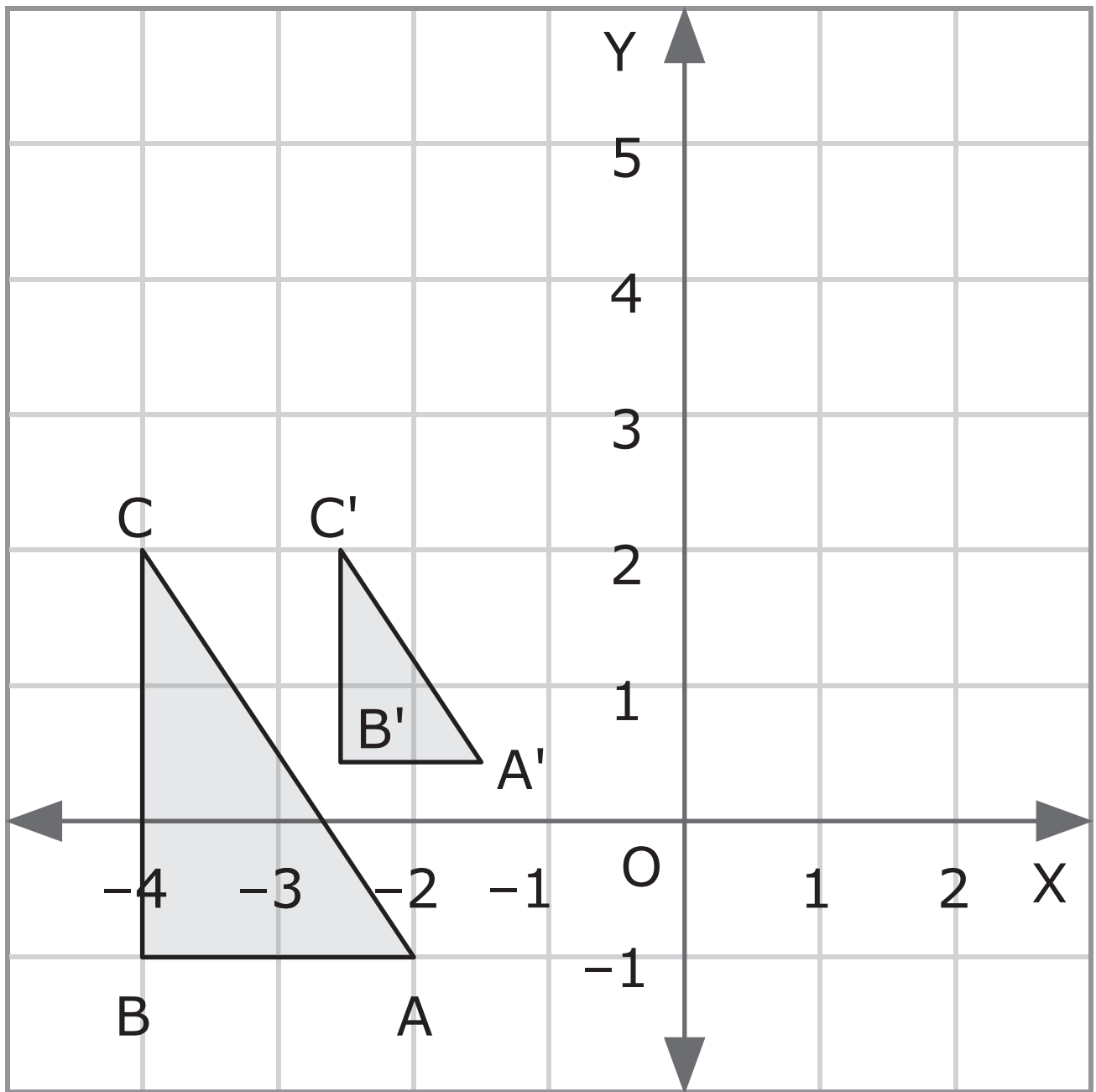
C.



$O = ( \quad ) k = \quad$



d.

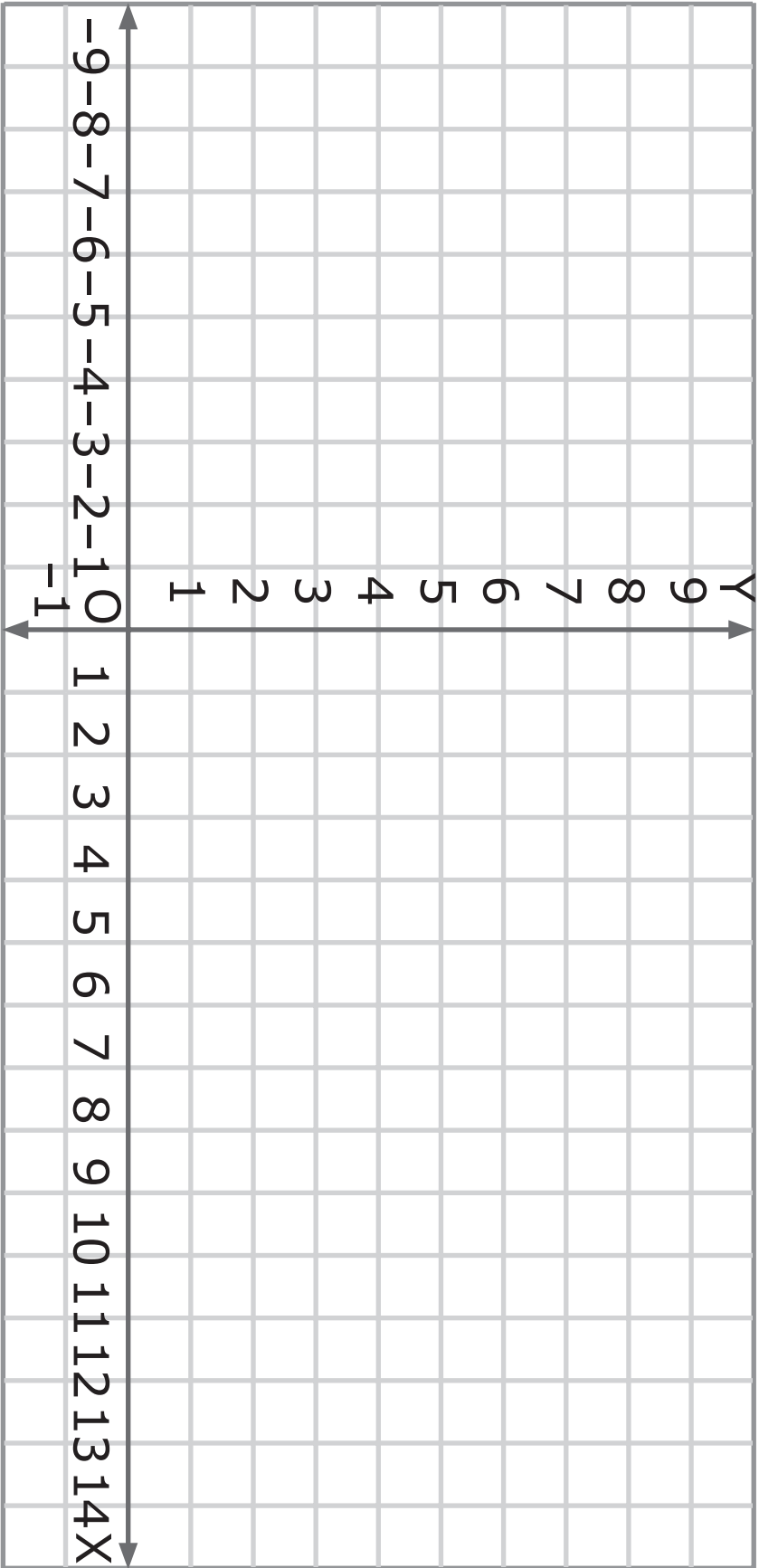


$$O = ( \quad ) \quad k = \quad$$

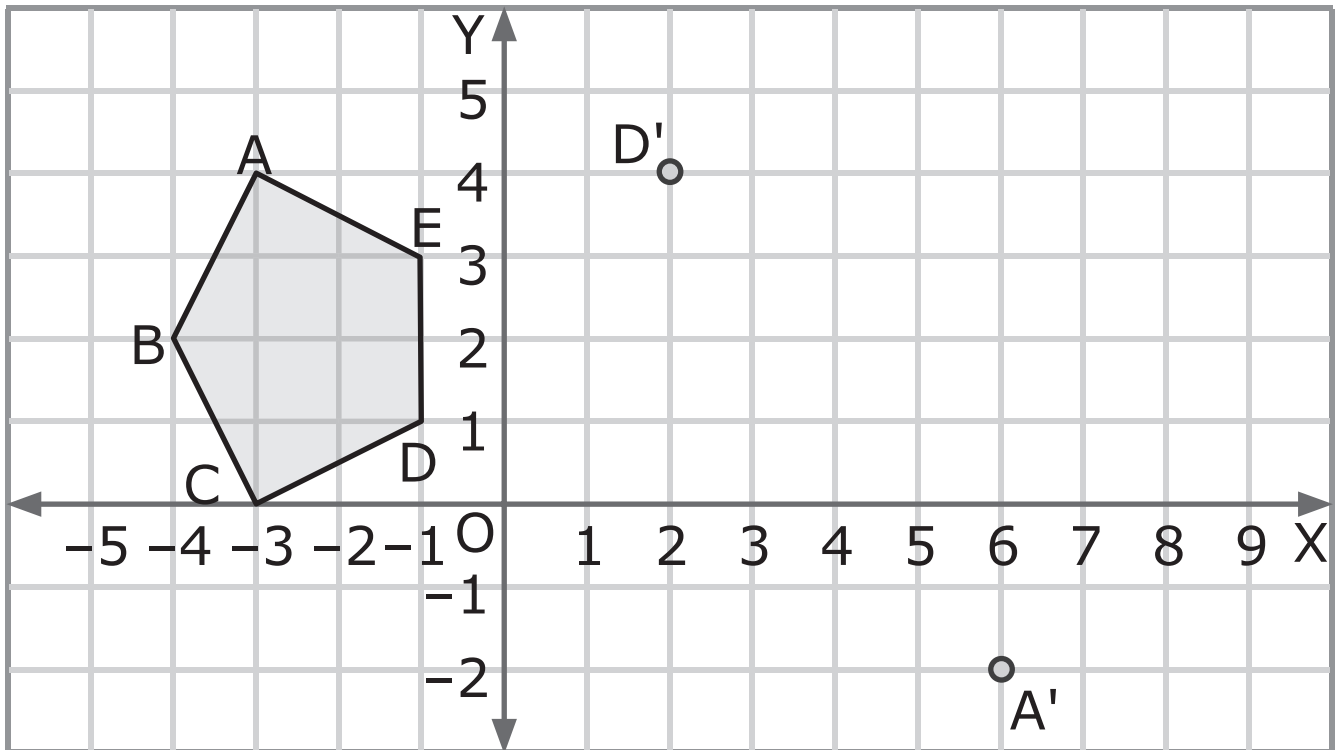
**3.** Ubica en el gráfico las coordenadas de los triángulos homotéticos que se obtienen al aplicar una homotecia con centro  $D$  y razón de homotecia  $k$  al triángulo  $ABC$ , cuyos vértices son  $A(0, 2)$ ;  $B(2, 1)$  y  $C(1, 4)$ , si:

**a.**  $D(4, 4)$  y  $k = -2$ .

**b.**  $D(1, 3)$  y  $k = 2$ .



4. Determina la figura homotética, el centro y la razón de homotecia aplicada al pentágono ABCDE si se conoce la ubicación de los puntos A' y D'.

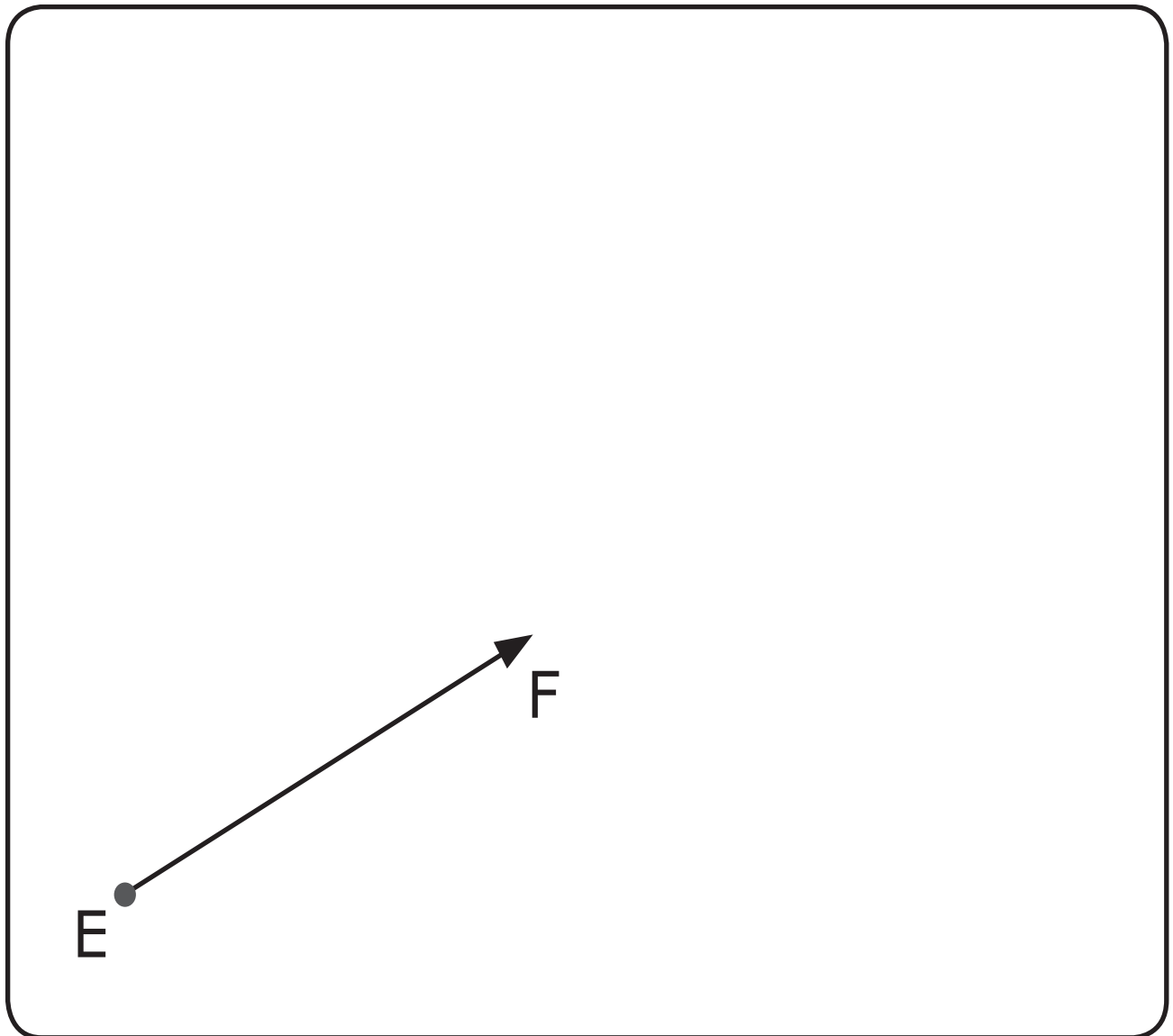


$O = ( \quad ) \quad k = \quad$



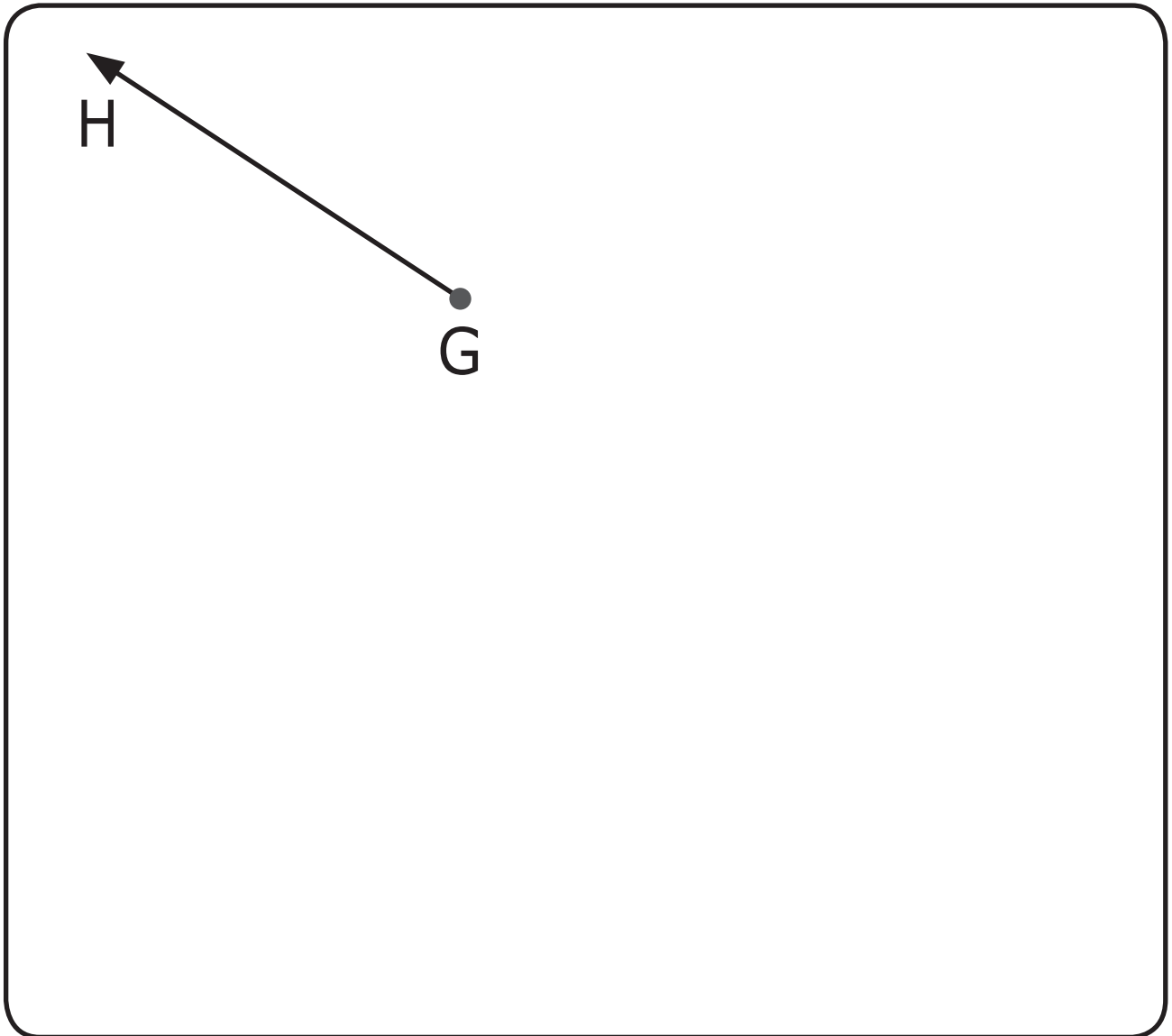
**5.** Construye utilizando regla y compás, sin medir cada vector.

**a.** Se ha representado el vector  $\vec{EF}$ . Construye el vector  $3\vec{EF}$ .





- b. Se ha representado el vector  $\overrightarrow{GH}$ .  
Construye el vector  $-\overrightarrow{GH}$ .





**6. Analiza** si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). En cada caso, describe un ejemplo o un contraejemplo.

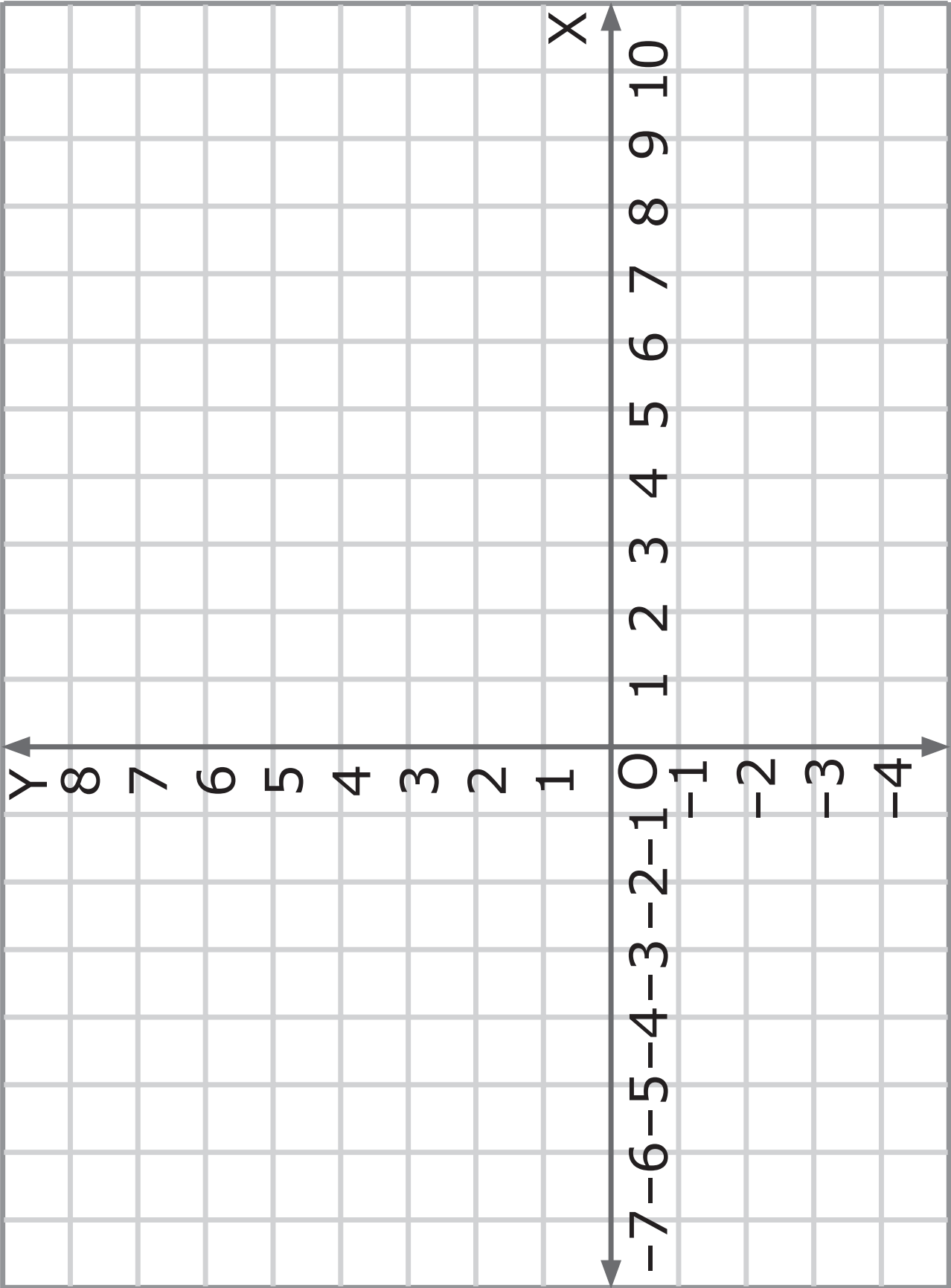
**a.** \_\_\_\_ Si la razón de homotecia es menor que 1, entonces la figura resultante reduce su tamaño respecto de la original.

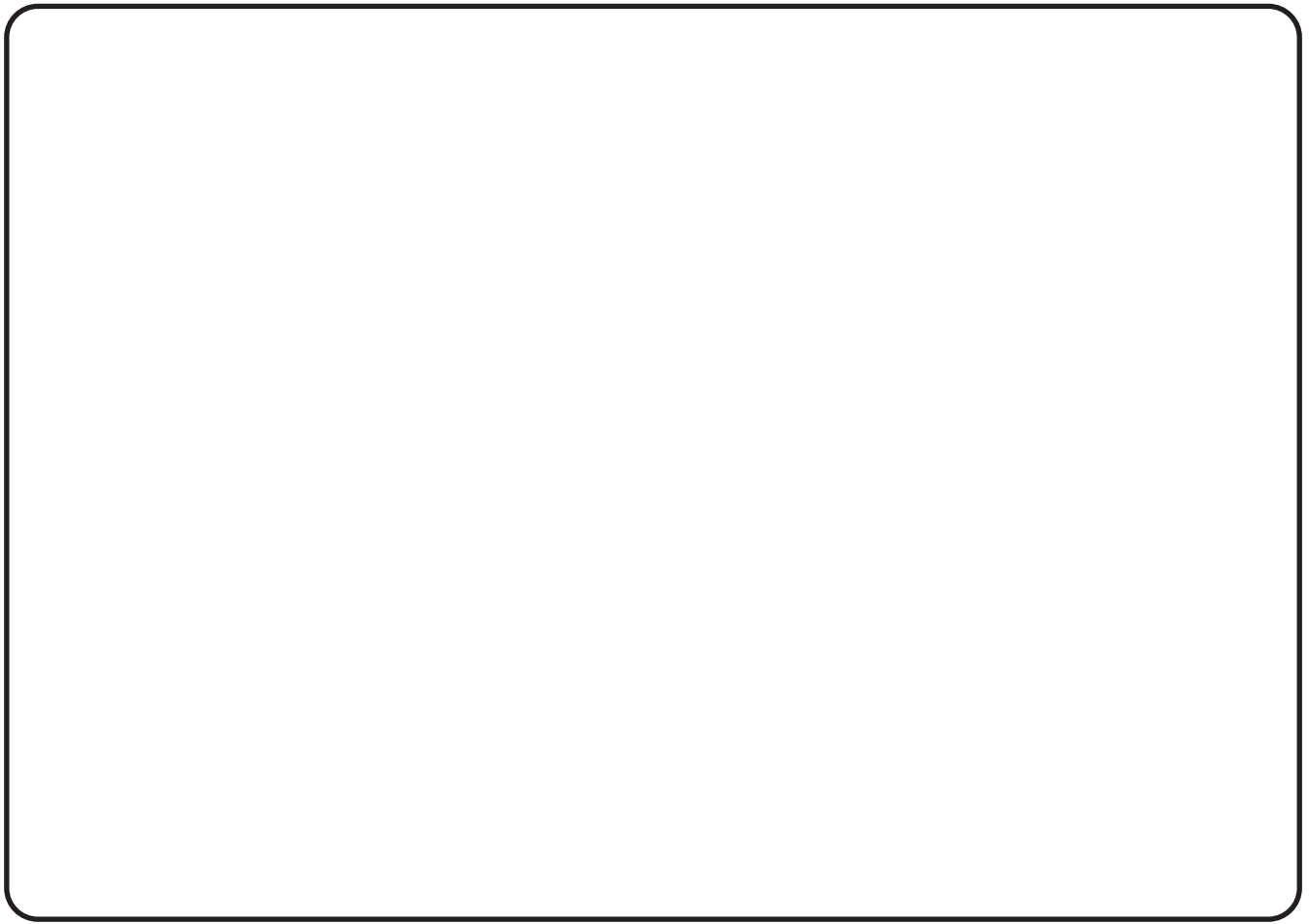
**b.** \_\_\_\_ Si la razón de homotecia es menor que  $-1$ , entonces la figura resultante queda invertida respecto de la original.

- c.** \_\_\_\_ Una homotecia con centro  $O$  y razón de homotecia  $k = 1$  está determinada por una simetría central respecto del centro  $O$  como centro de la rotación.
- d.** \_\_\_\_ Una homotecia con centro  $O$  y razón de homotecia  $k = 1$  está determinada por una rotación en  $180^\circ$  de la figura inicial respecto del centro  $O$  como centro de la rotación.
- e.** \_\_\_\_ Una homotecia con centro  $O$  y razón de homotecia  $k$  determina una nueva figura junto a la original, en la que sus perímetros están en razón  $1 : k$ .

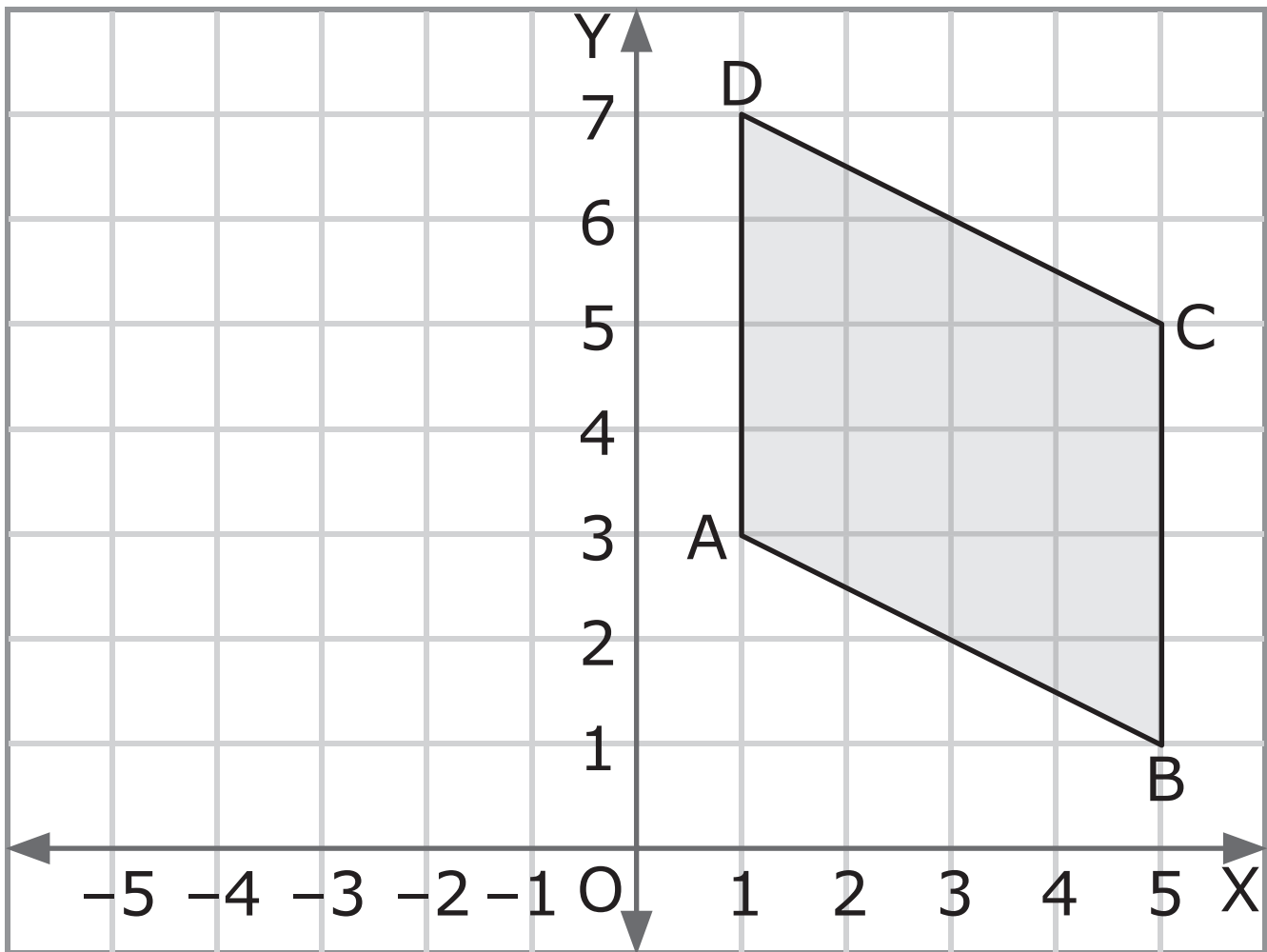


- f.** \_\_\_\_ Una homotecia con centro  $O$  y razón de homotecia  $k$  determina una nueva figura junto a la original, en la que sus áreas están en razón  $1 : k$ .
- 7.** Representa en el plano cartesiano el polígono  $ABCD$ , cuyas coordenadas son  $A (3, 6)$ ,  $B (3, 2)$ ,  $C (9, 2)$  y  $D (7, 6)$ , y  $PQRS$ , de coordenadas  $P (-3, 3)$ ,  $Q (-3, 5)$ ,  $R (-6, 5)$  y  $S (-5, 3)$ . Luego, demuestra que existe una homotecia de razón  $k$  y centro  $O$  aplicada sobre el polígono  $ABCD$ .





- 8.** Construye la homotecia aplicada al cuadrilátero ABCD si el centro de la homotecia es el punto A y la razón de homotecia es  $k = -0,75$ .



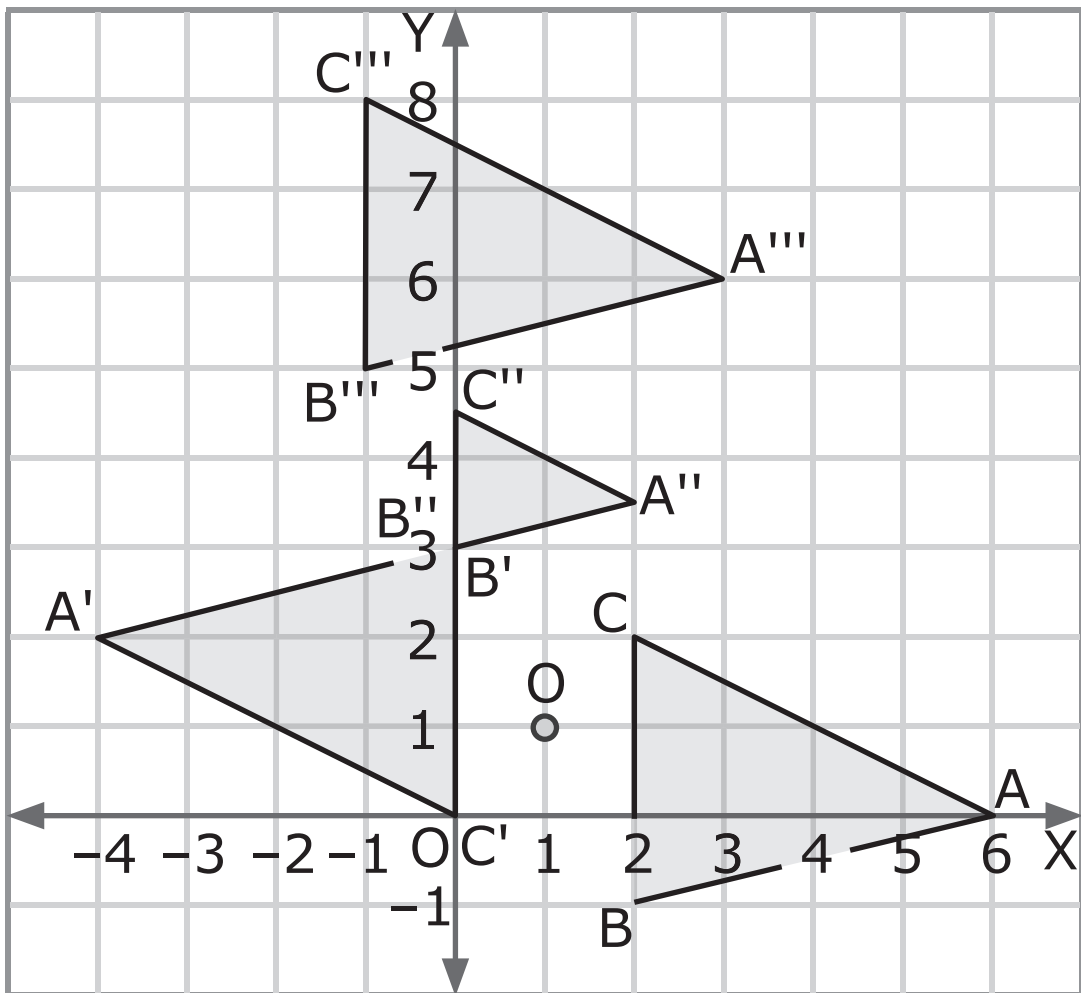


Comprueba la homotecia determinando las coordenadas de los puntos  $B'$ ,  $C'$  y  $D'$ .

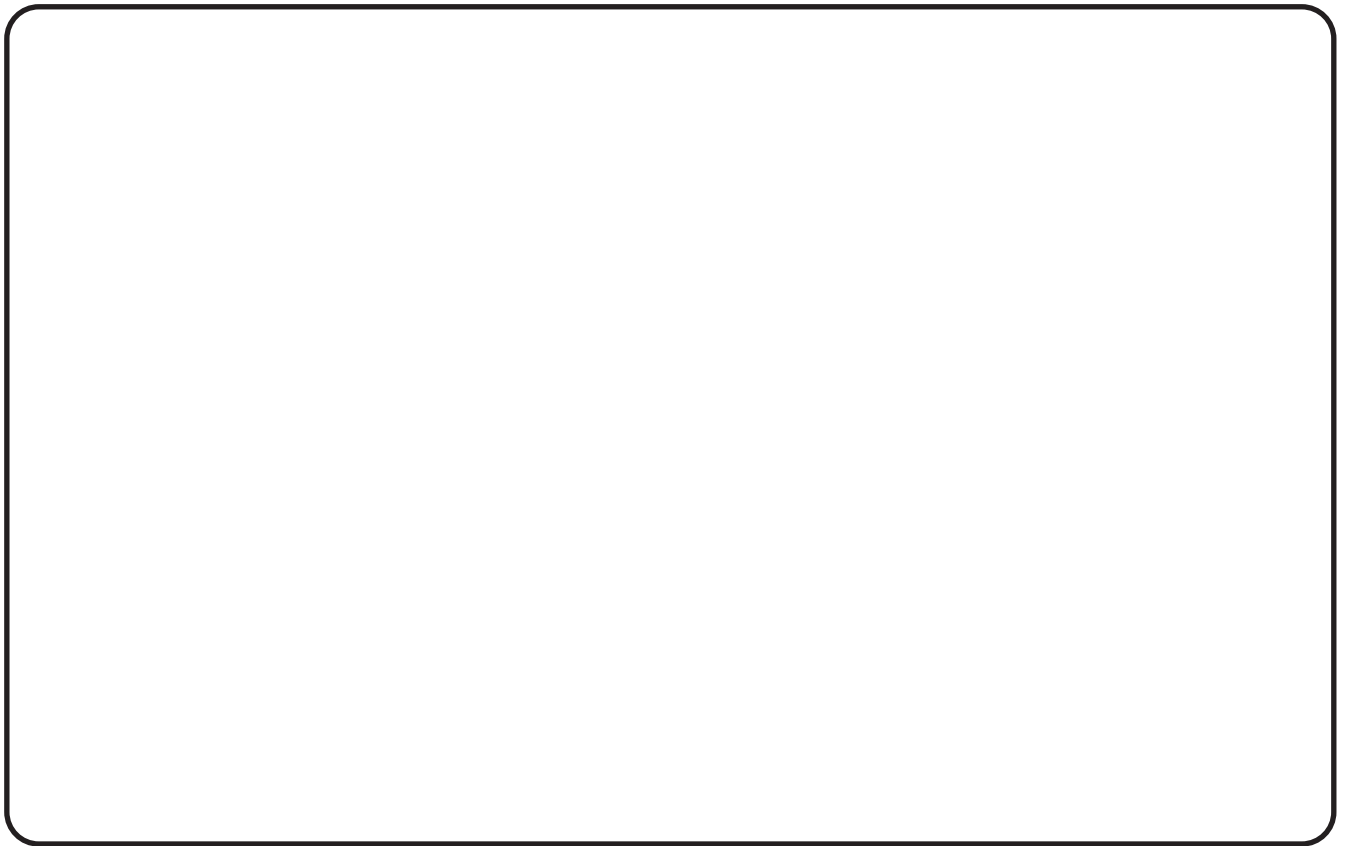
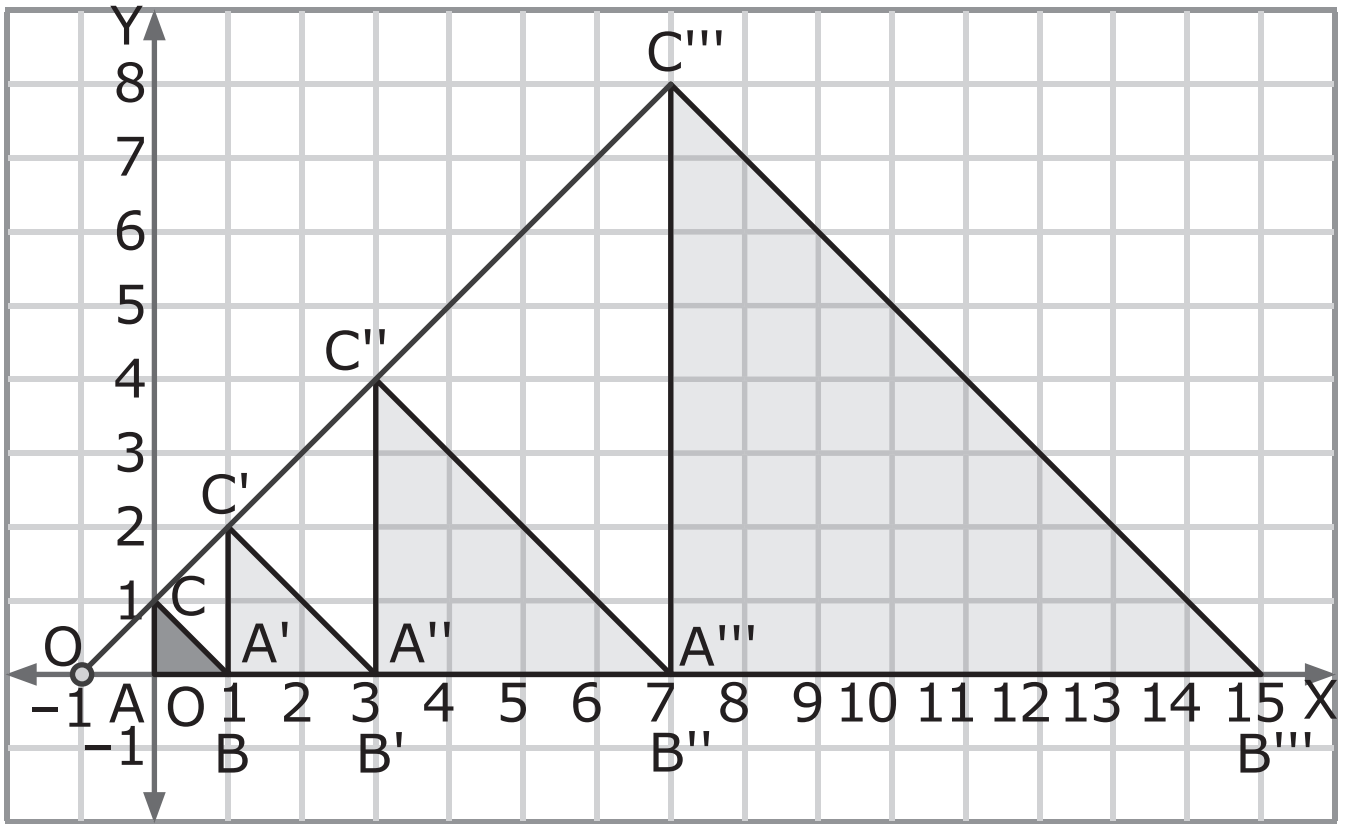
**9. Analicen** los siguientes planteamientos y respondan.



- a.** En el triángulo ABC se aplica una homotecia con centro O y razón  $k$ , luego a la imagen obtenida se le aplica una homotecia con factor  $k = -\frac{1}{2}$  y sobre el resultado se aplica una última homotecia con factor  $k = 2$ , como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el centro O de la homotecia aplicada al triángulo A''B''C''?



- b.** En la imagen se muestra una secuencia de homotecias de factor  $k = 2$  comenzando con el triángulo  $ABC$ . Si todas las homotecias tienen el mismo centro  $O$ , ¿cuáles serán las coordenadas de la figura al aplicar la siguiente homotecia?





## TEOREMA DE TALES

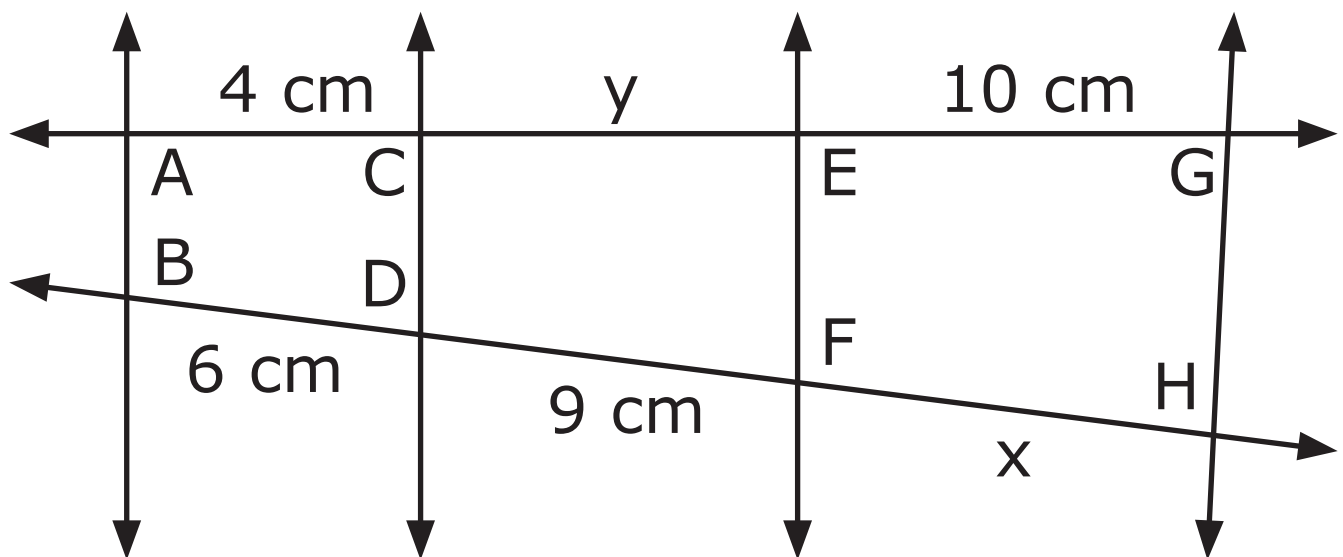
- 1.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).
  - a.** \_\_\_\_ Si varias rectas son cortadas por dos secantes y los segmentos que se determinan sobre las secantes son proporcionales, entonces, las rectas son paralelas.
  - b.** \_\_\_\_ Si una recta corta a dos lados de un triángulo y los divide en segmentos proporcionales, entonces, la recta es perpendicular al tercer lado del triángulo.

- c. \_\_\_\_ Si  $\overline{MT}$ ,  $\overline{UN}$  y  $\overline{SV}$  son paralelas y  $\overline{MT}$  y  $\overline{TV}$  son secantes, entonces,  $UV : TU = NS : MN$ .
- d. \_\_\_\_ Todos los triángulos equiláteros son semejantes entre sí.
- e. \_\_\_\_ Toda recta paralela a un lado del triángulo determina sobre él un triángulo semejante al original.
- f. \_\_\_\_ Si los lados de dos triángulos isósceles están en la razón  $1 : 2$ , entonces, todos sus lados están en la misma razón  $1 : 2$ .



**g.** \_\_\_\_ Si los lados de un ángulo se cortan con varias rectas paralelas, las medidas de los segmentos que se determinan en los lados del ángulo son proporcionales.

**2.** Indica cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (✗). Considera que se cumple que  $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH}$ .



a.  $\frac{AC}{BD} = \frac{DF}{CE}$

b.  $\frac{CE}{EG} = \frac{DF}{FH}$

c.  $\frac{AE}{EF} = \frac{BD}{DH}$

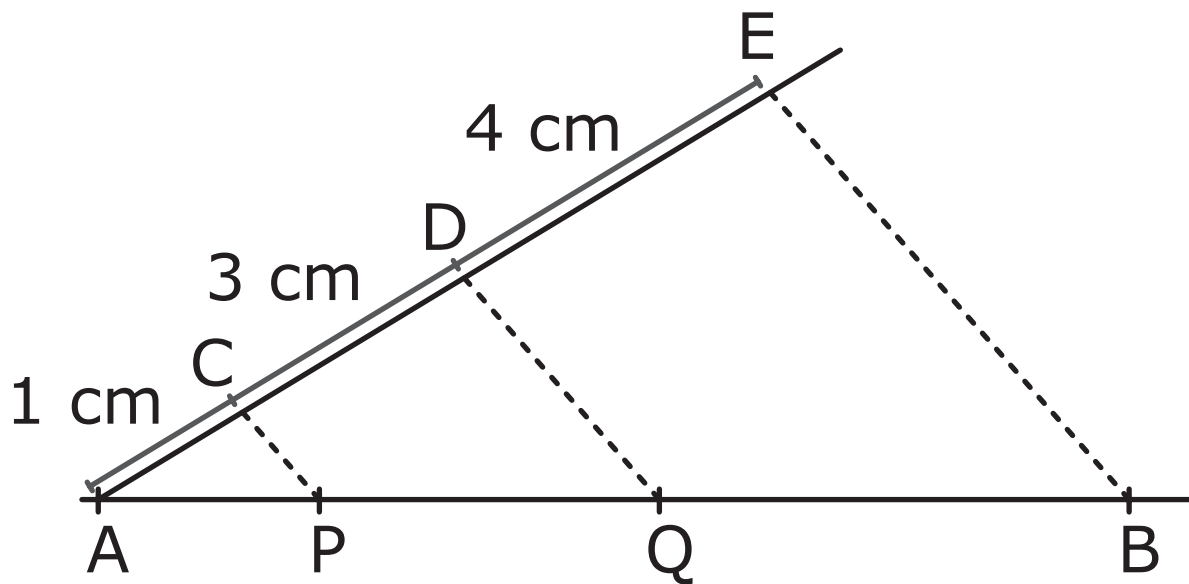
d.  $\frac{AC}{CG} = \frac{BD}{DH}$

e.  $\frac{AC}{AE} = \frac{DF}{DH}$

f.  $\frac{CG}{CE} = \frac{DH}{FH}$



**3.** Calcula la medida de cada uno de los segmentos solicitados. Considera que  $\overline{CP} \parallel \overline{DQ} \parallel \overline{EB}$  y  $\overline{AB}$  mide 12 cm.



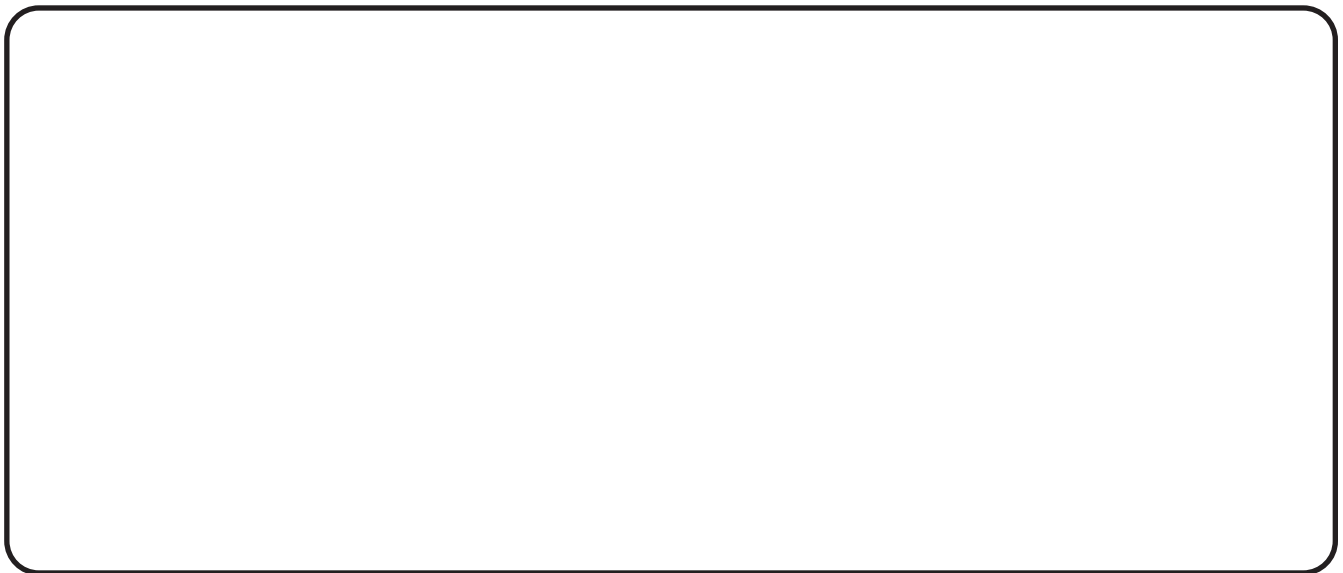
**a.**  $AP =$   cm

**b.**  $AQ =$   cm

**c.**  $BQ =$   cm



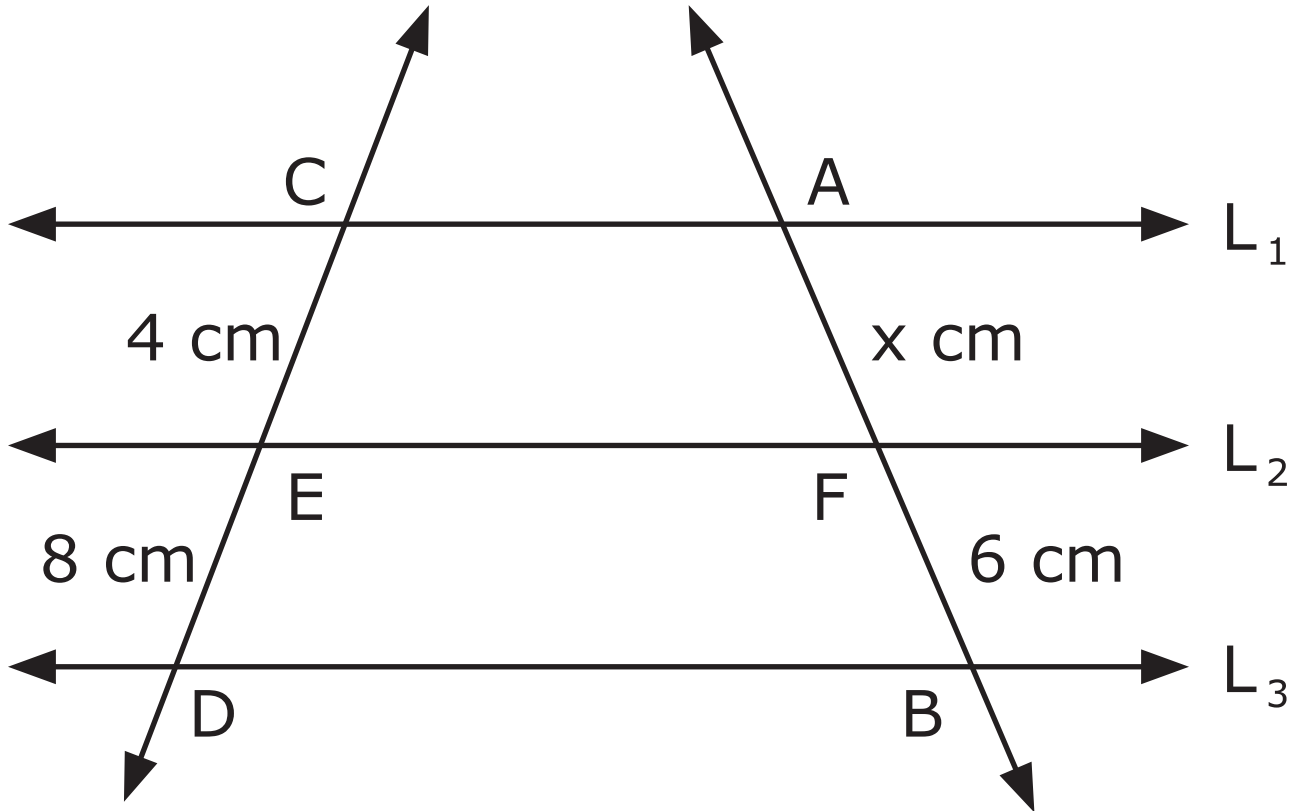
- 4.** Dibuja un segmento de 7 cm de longitud, y luego, usando las relaciones del teorema de Tales, divídelo interiormente en dos segmentos cuyas longitudes estén en la razón 1 : 4.



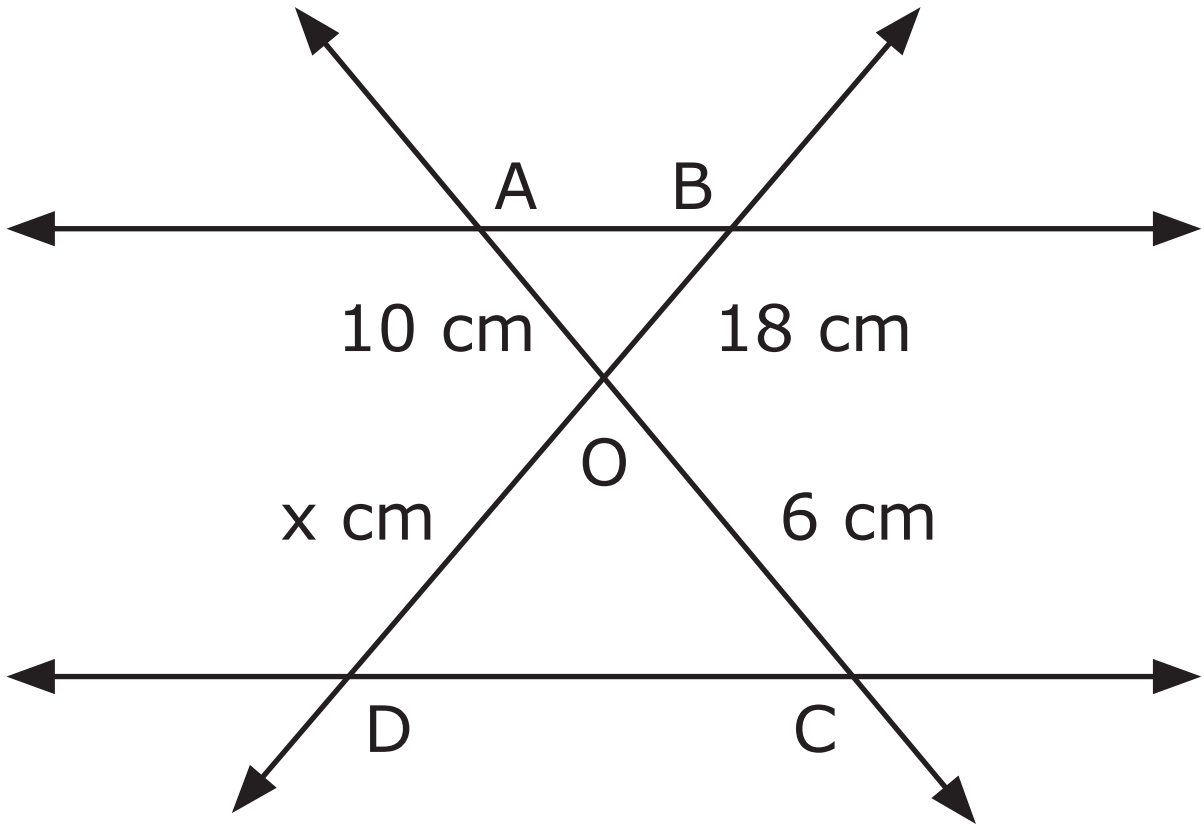
- 5.** Utilicen las relaciones que se desprenden del teorema de Tales para calcular la medida del segmento solicitado en cada caso.



a. La medida de  $\overline{AB}$  si  $L_1 // L_2 // L_3$ .

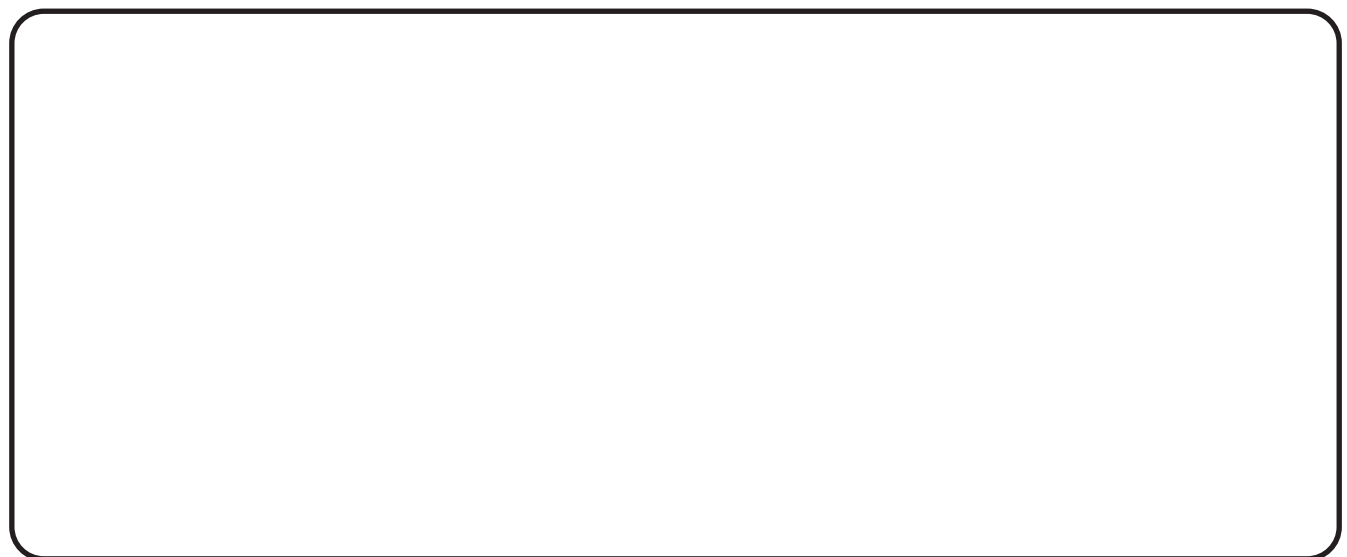
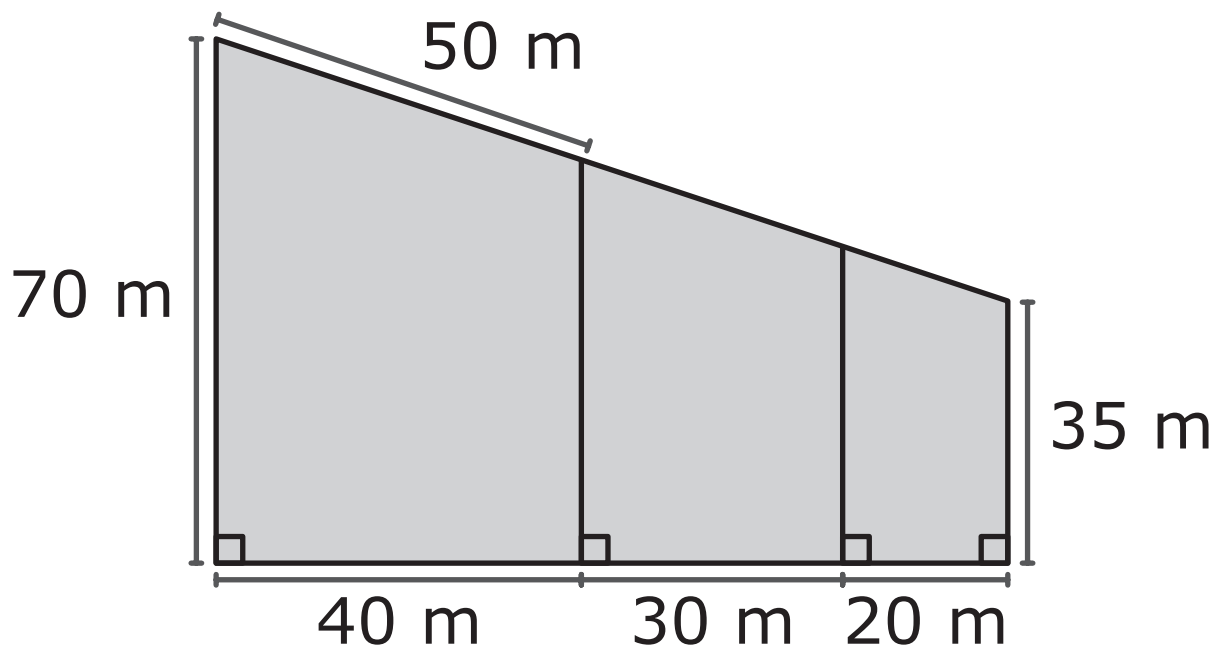


**b.** La medida de  $\overline{BD}$  si  $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ .

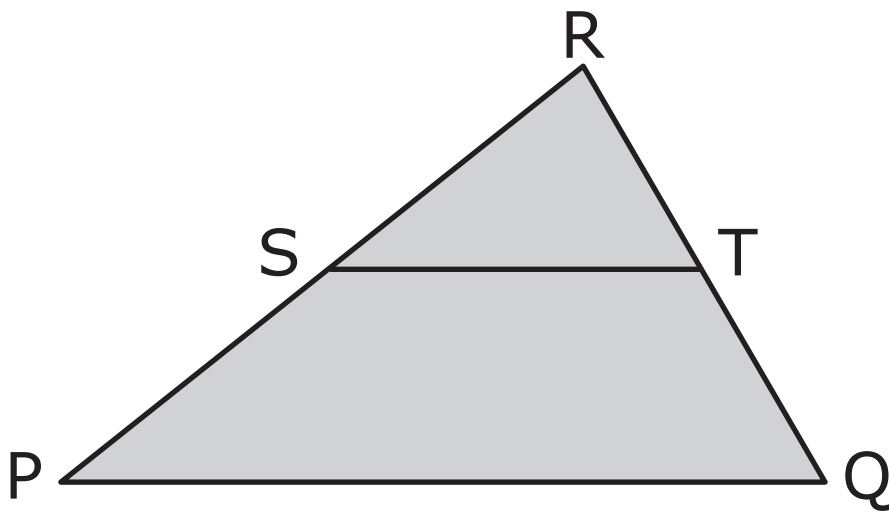




- 6.** Determinen el perímetro del lote representado en la figura si se ha dividido su área en 3 partes por medio de secciones perpendiculares a uno de sus lados.



7. Observa el triángulo y responde considerando las medidas señaladas. ¿Se cumple que  $\overline{ST} \parallel \overline{PQ}$  en el  $\Delta PQR$  en cada uno de los siguientes casos?



- a.  $PR = 9 \text{ cm}$ ,  $SR = 4 \text{ cm}$ ,  $QR = 12 \text{ cm}$ ,  
 $TR = 6 \text{ cm}$ .



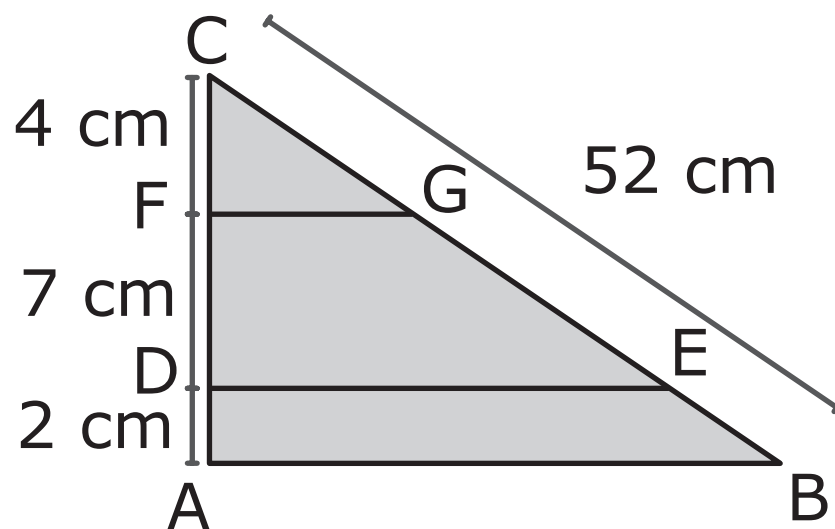
**b.**  $PR = 9 \text{ cm}$ ,  $SR = 4 \text{ cm}$ ,  $QR = 22,5 \text{ cm}$ ,  
 $TR = 10 \text{ cm}$ .

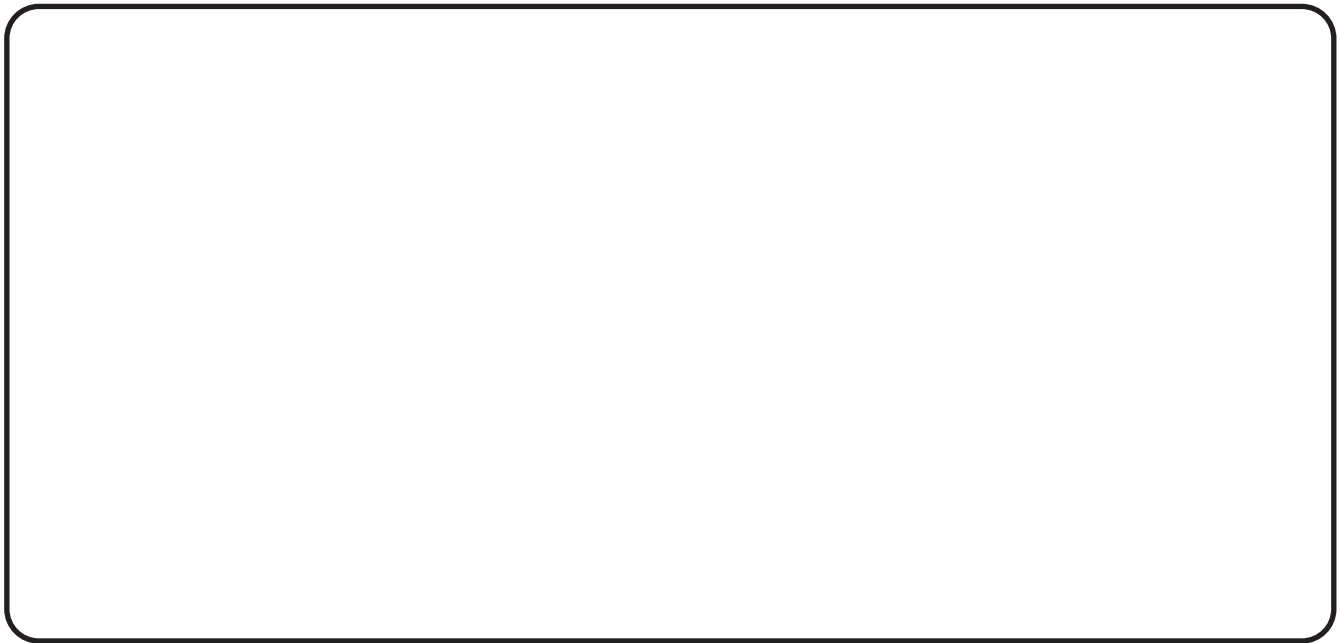
**c.**  $PR = 9 \text{ cm}$ ,  $SR = 4 \text{ cm}$ ,  $QR = 13,5 \text{ cm}$ ,  
 $TR = 6 \text{ cm}$ .

- d.  $PR = 9$  cm,  $SR = 4$  cm,  $QR = 20$  cm,  
 $TR = 10$  cm.

8. Calcula las longitudes solicitadas en cada caso.

- a. En el triángulo ABC se sabe que  $\overline{AB} \parallel \overline{DE} \parallel \overline{FG}$ .





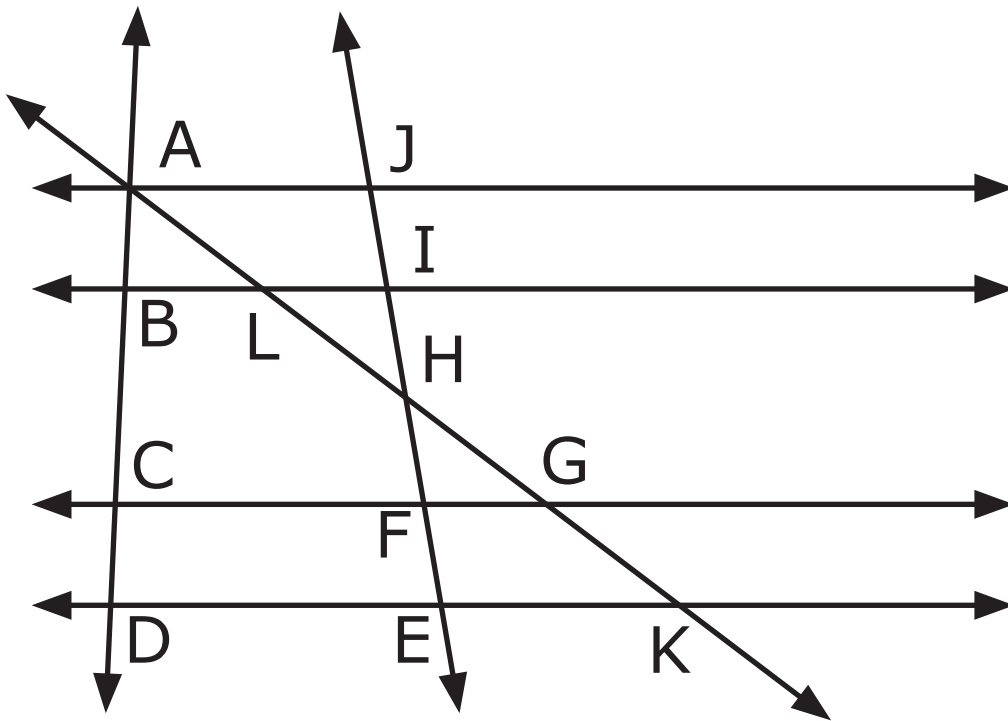
$$CG = \boxed{\phantom{00}} \text{ cm}$$

$$GE = \boxed{\phantom{00}} \text{ cm}$$

$$EB = \boxed{\phantom{00}} \text{ cm}$$

- b.** Se sabe que  $\overline{AJ} \parallel \overline{BI} \parallel \overline{CG} \parallel \overline{DK}$ .  
 $AC = 35 \text{ cm}$ ;  $LG = 26 \text{ cm}$ ;  $IJ = 8 \text{ cm}$ ;  
 $IF = 20 \text{ cm}$  y  $AB = CD$ .





CG =  cm

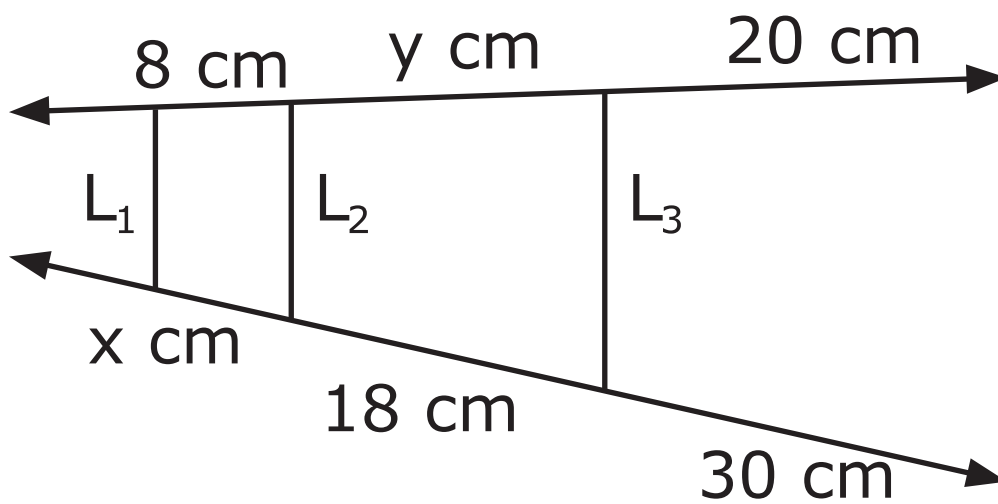
GE =  cm

EB =  cm

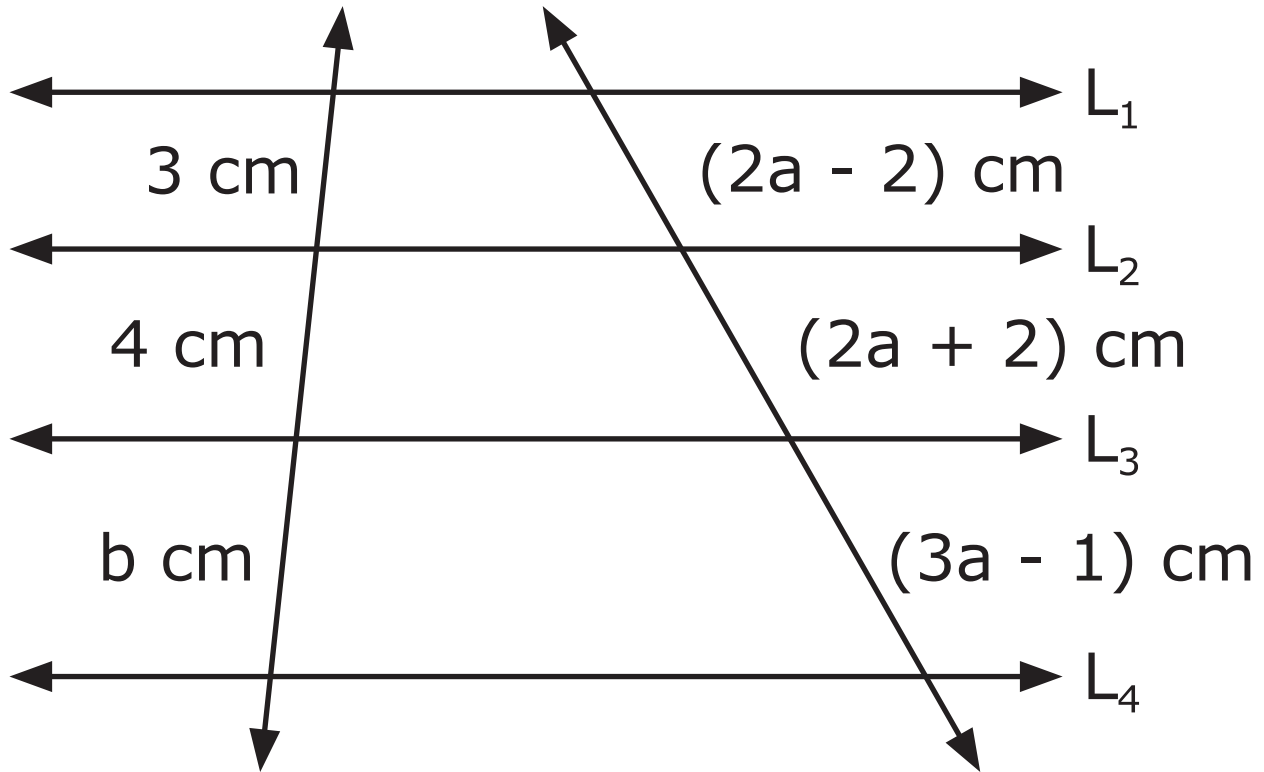


**9. Analicen** cada imagen y respondan.

**a.** ¿Cuál es el valor de la expresión  $x^2 + 2xy + y^2$  si en la figura  $L_1 // L_2 // L_3$ ?

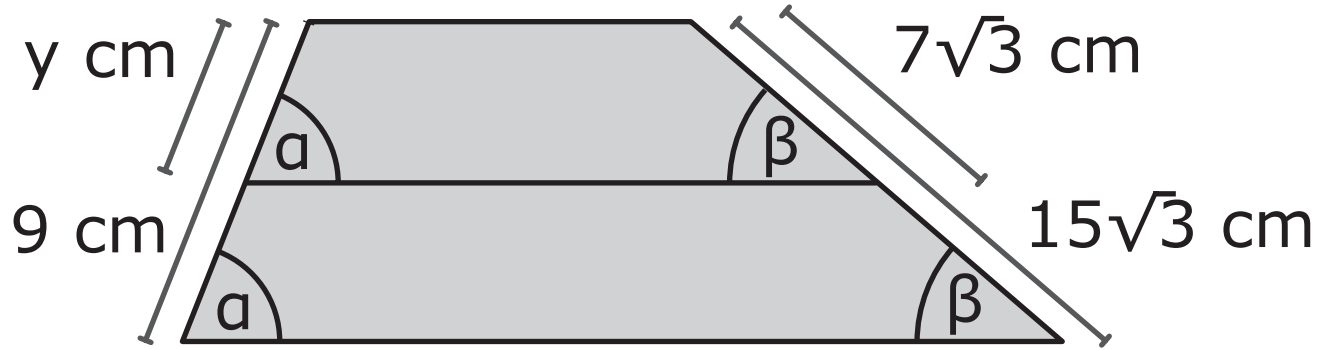


**b.** ¿Cuál es el valor de  $(a + b)$  si  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$ ?

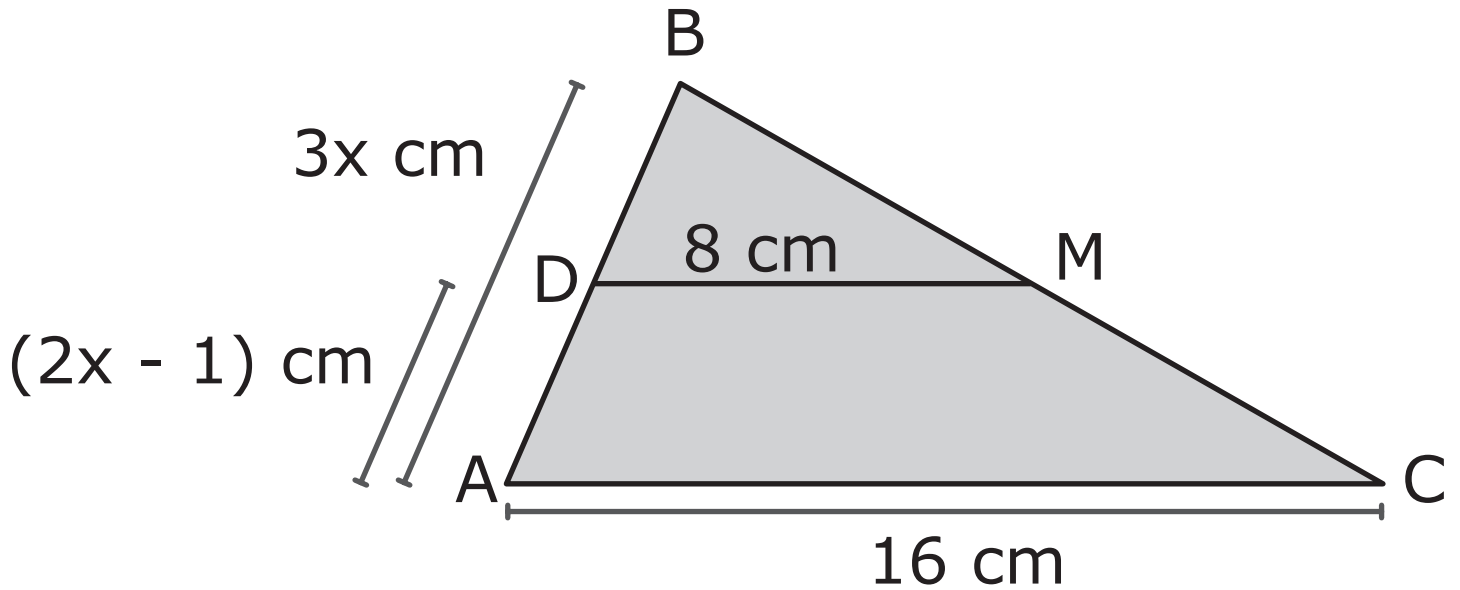




c. ¿Cuál es el valor de  $y$ ?

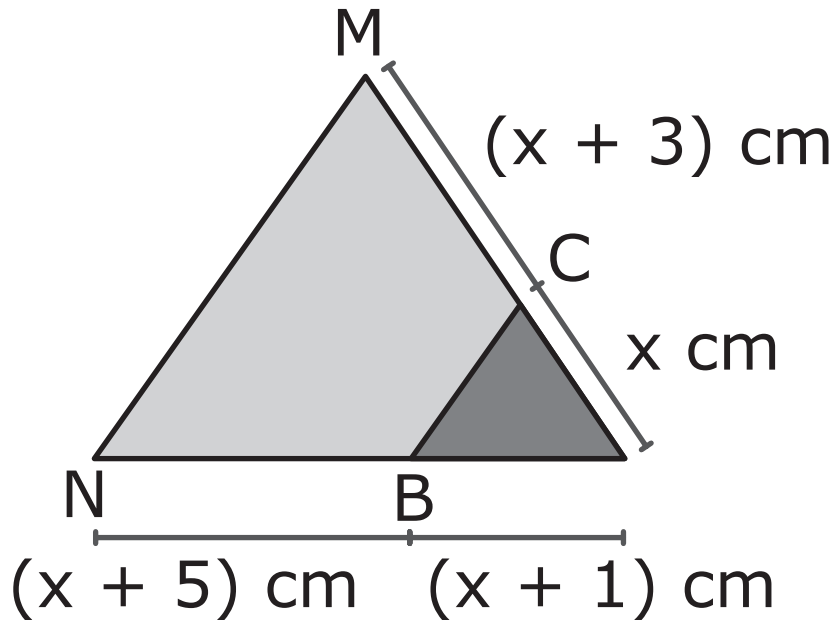


d. ¿Cuál es el valor de  $x$  si  $\overline{AC} \parallel \overline{DM}$ ?





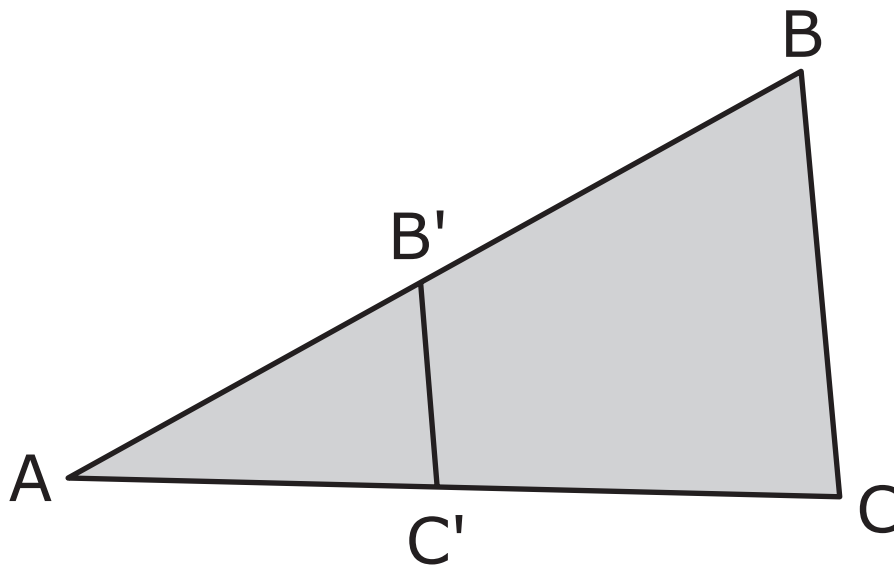
e. ¿Cuál es el valor de  $x$  si  $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$ ?



A large empty rounded rectangular box for the student's answer.

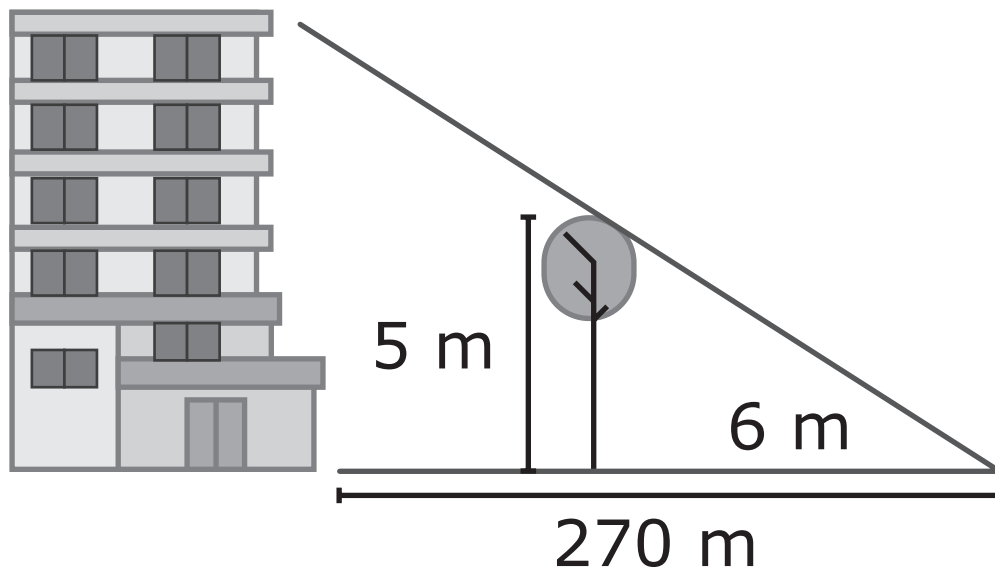
**10.** Resuelvan los siguientes problemas.

- a.** En el triángulo  $ABC$  se traza el segmento  $\overline{B'C'}$  paralelo al lado  $\overline{BC}$ , de manera que  $AB' = 0,25 \cdot AB$ . ¿Cuál es el cociente entre los lados del triángulo original y los lados correspondientes del triángulo  $AB'C'$ ?



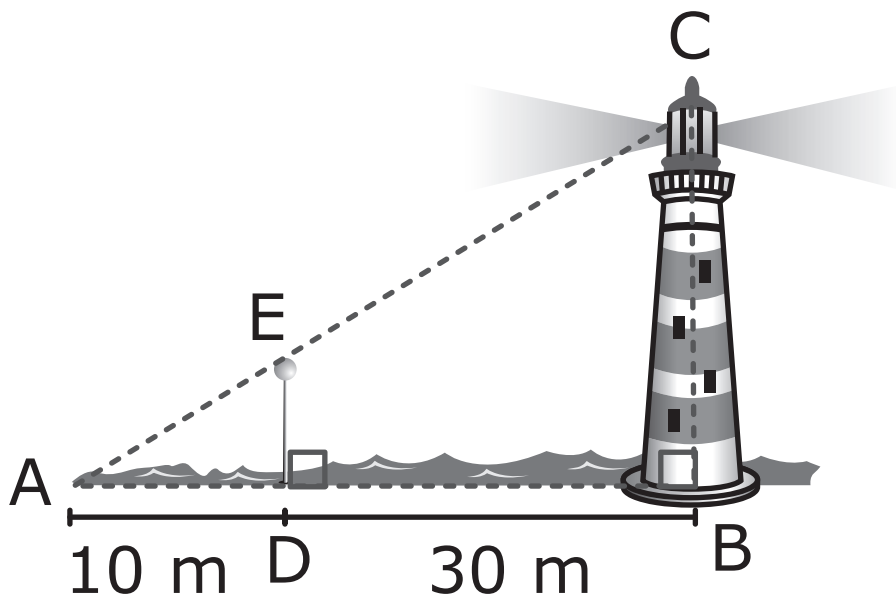


**b.** En la figura se tiene un edificio y un árbol que proyectan una sombra de 270 m y 6 m, respectivamente. Si el árbol tiene una altura de 5 m, ¿cuál es la altura del edificio?



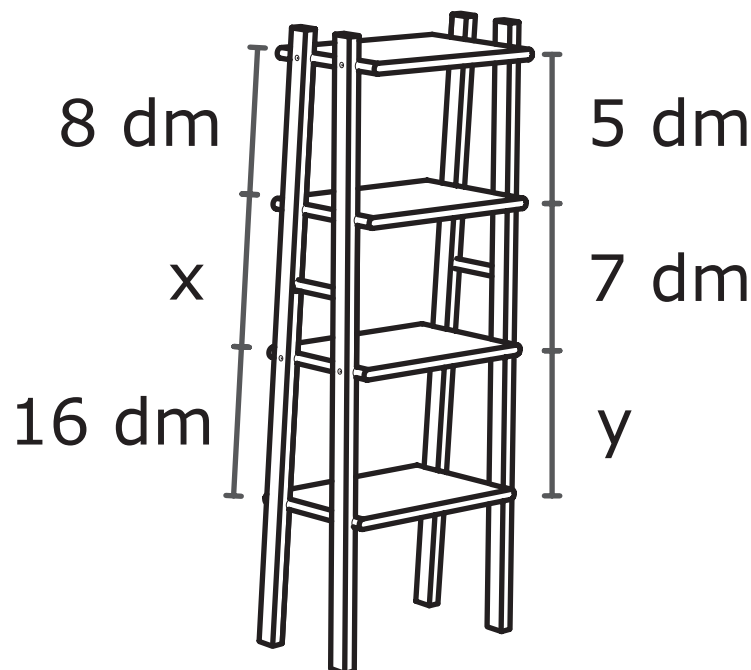


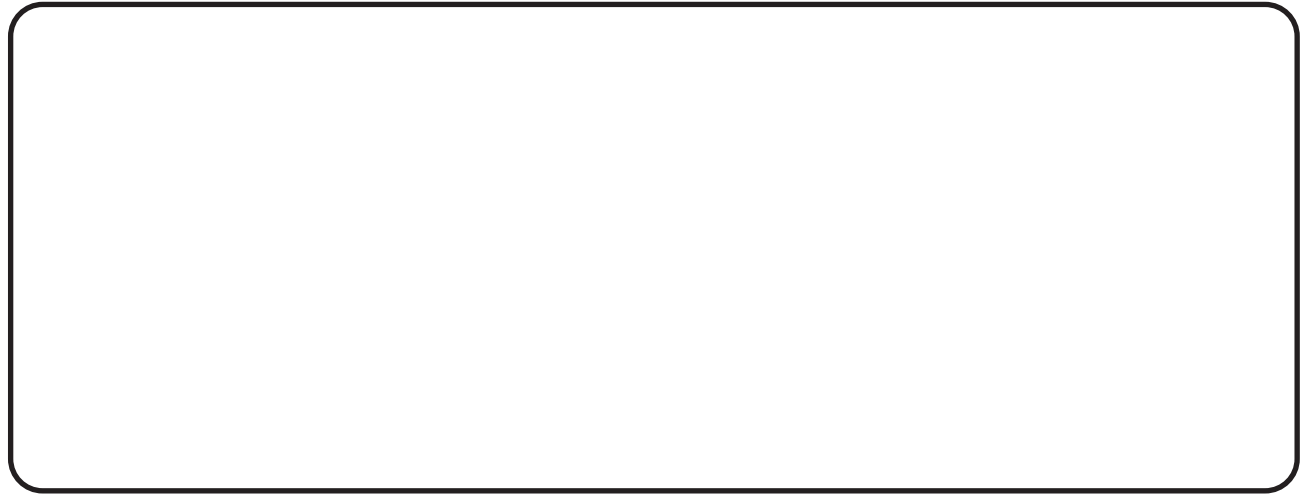
- c. Determina la altura del faro ( $\overline{BC}$ ) si su sombra ( $\overline{AB}$ ) en un determinado momento del día coincide con la sombra del poste de 6 m de alto ( $\overline{DE}$ ).



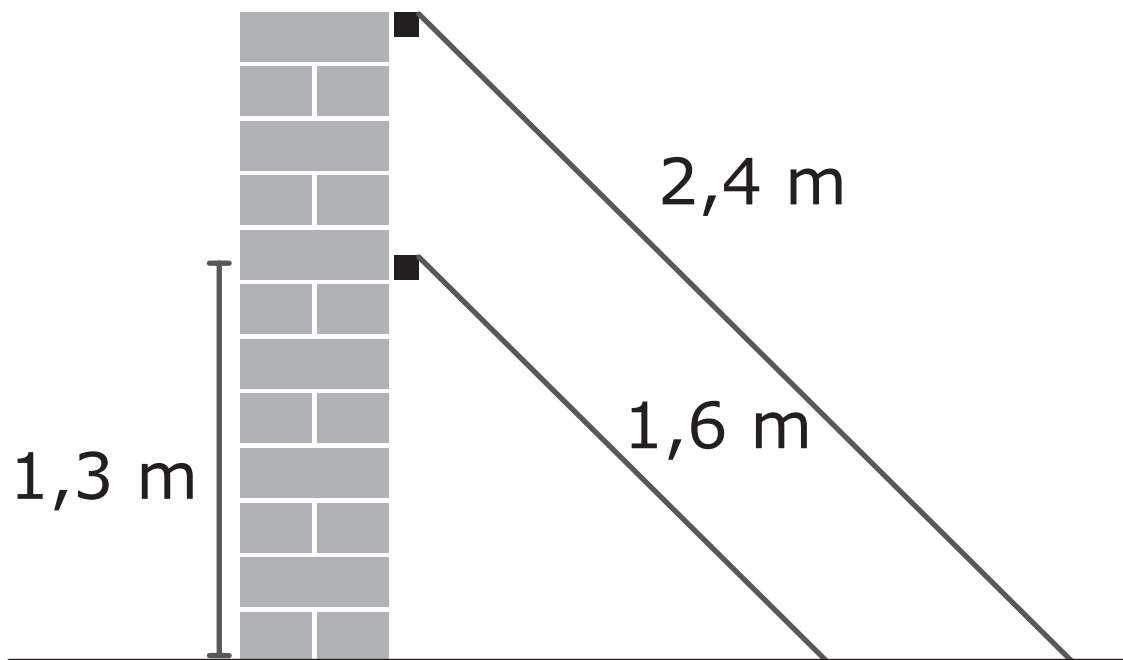


**d.** Se quiere instalar un mueble de decoración con 4 repisas, cuyas superficies son todas paralelas entre sí. ¿Cuál es el valor de las medidas  $x$  e  $y$ ?





- e. Una pared está sostenida por dos vigas paralelas. ¿Cuál es la altura de la pared?





**11. Analiza** las siguientes situaciones y responde las preguntas.

- a. Un segmento  $\overline{AB}$  de 75 cm de longitud está dividido en la razón 1 : 4 por un punto P. ¿Cuál es la diferencia entre las medidas de los segmentos  $\overline{PB}$  y  $\overline{AP}$ ?

- b.** Si un segmento mide 126 cm de longitud y se ha dividido interiormente con un punto Q a razón de 3 : 4, ¿cuál es la medida del trazo de mayor longitud?





**c.** Un segmento  $\overline{QS}$  mide 45 cm. Un punto P lo divide exteriormente en razón de 4 : 9. Determina las medidas de los segmentos  $\overline{QP}$  y  $\overline{SP}$ .

**12.** Junto con un compañero(a), respondan las siguientes preguntas. Justifiquen sus respuestas.

**a.** ¿Es posible que al reducir con una fotocopiadora un triángulo cuyos lados miden 9, 18 y 12 centímetros resulte un triángulo de lados 4, 8 y 6 centímetros, respectivamente?

---

---

**b.** ¿Es posible que al reducir con una fotocopiadora un triángulo cuyos lados miden 15, 21 y 27 centímetros resulte un triángulo de lados 5, 7 y 9 centímetros, respectivamente?

---

---



## Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

### ► Homotecia

1. La transformación de una figura según un factor  $k \neq 0$  y un centro  $O$  se clasifican como homotecia \_\_\_\_\_ cuando  $k > 0$  y como homotecia \_\_\_\_\_ cuando  $k$  \_\_\_\_\_ 0.



## ► Homotecia vectorial

2. Al multiplicar un vector  $\vec{u}$  por un escalar  $a$  se obtiene  $a \cdot \vec{u} = a \cdot (x, y) =$   
(\_\_\_\_) , (\_\_\_\_)

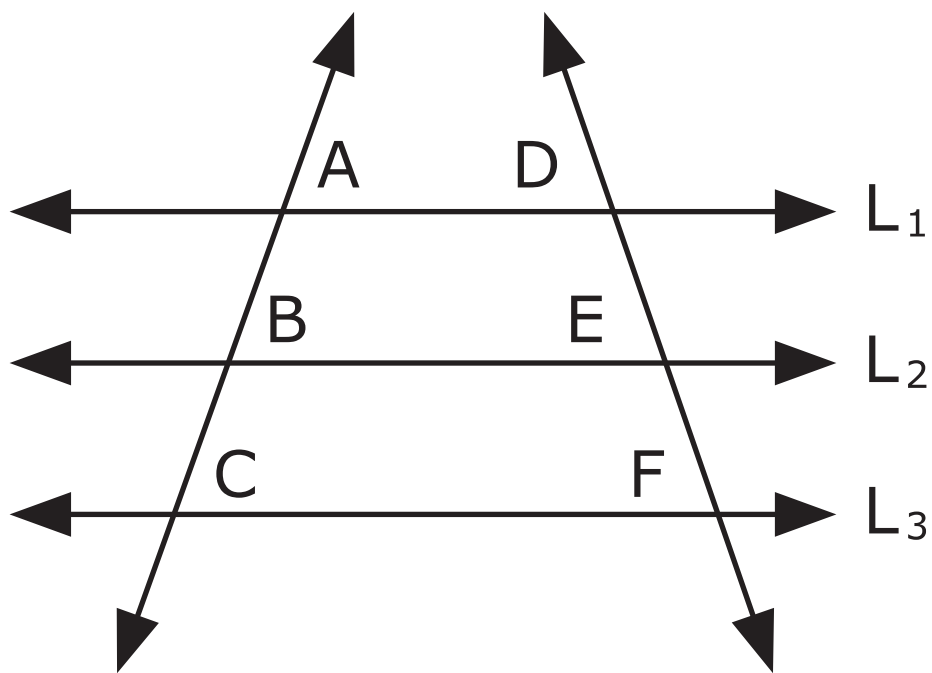
3. Si  $a < 0$ , el vector \_\_\_\_\_ el  
sentido.

4. Si  $a > 0$ , el vector \_\_\_\_\_ el  
sentido.



## ► Teorema de Tales

5. Si  $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ , entonces, se cumple que:



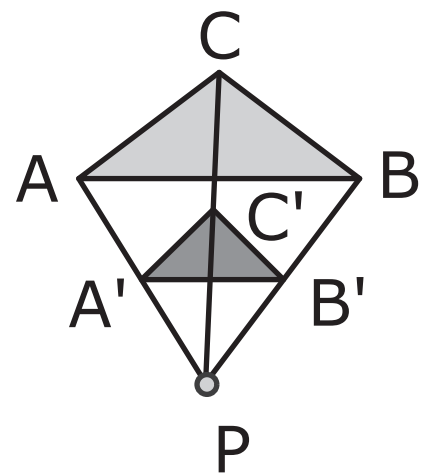
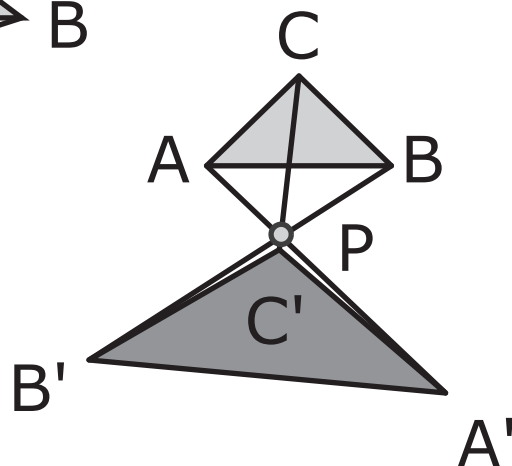
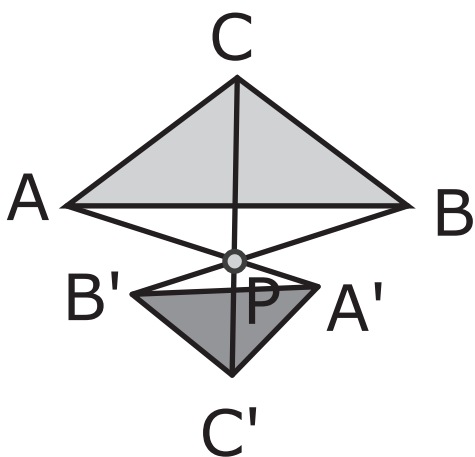
$$\frac{AB}{\square} = \frac{\square}{EF} = \frac{AC}{\square}$$

¿Cómo vas?

### Evaluación Lección 8

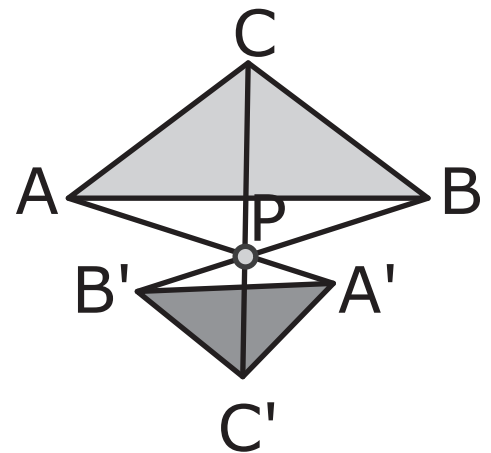
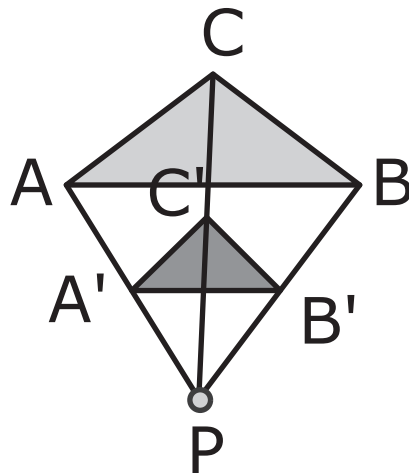
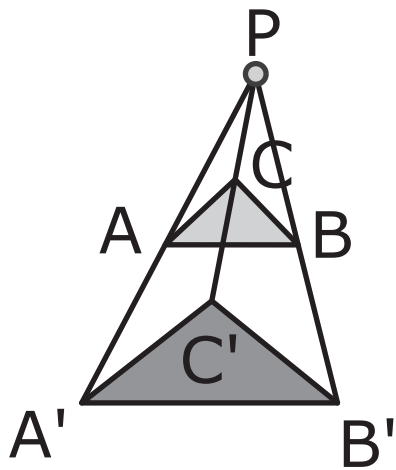
1. Marca con un ✓ la figura solicitada y con una X las que no correspondan.

a. La homotecia aplicada al triángulo ABC con centro P y razón  $k = -\frac{1}{2}$ .

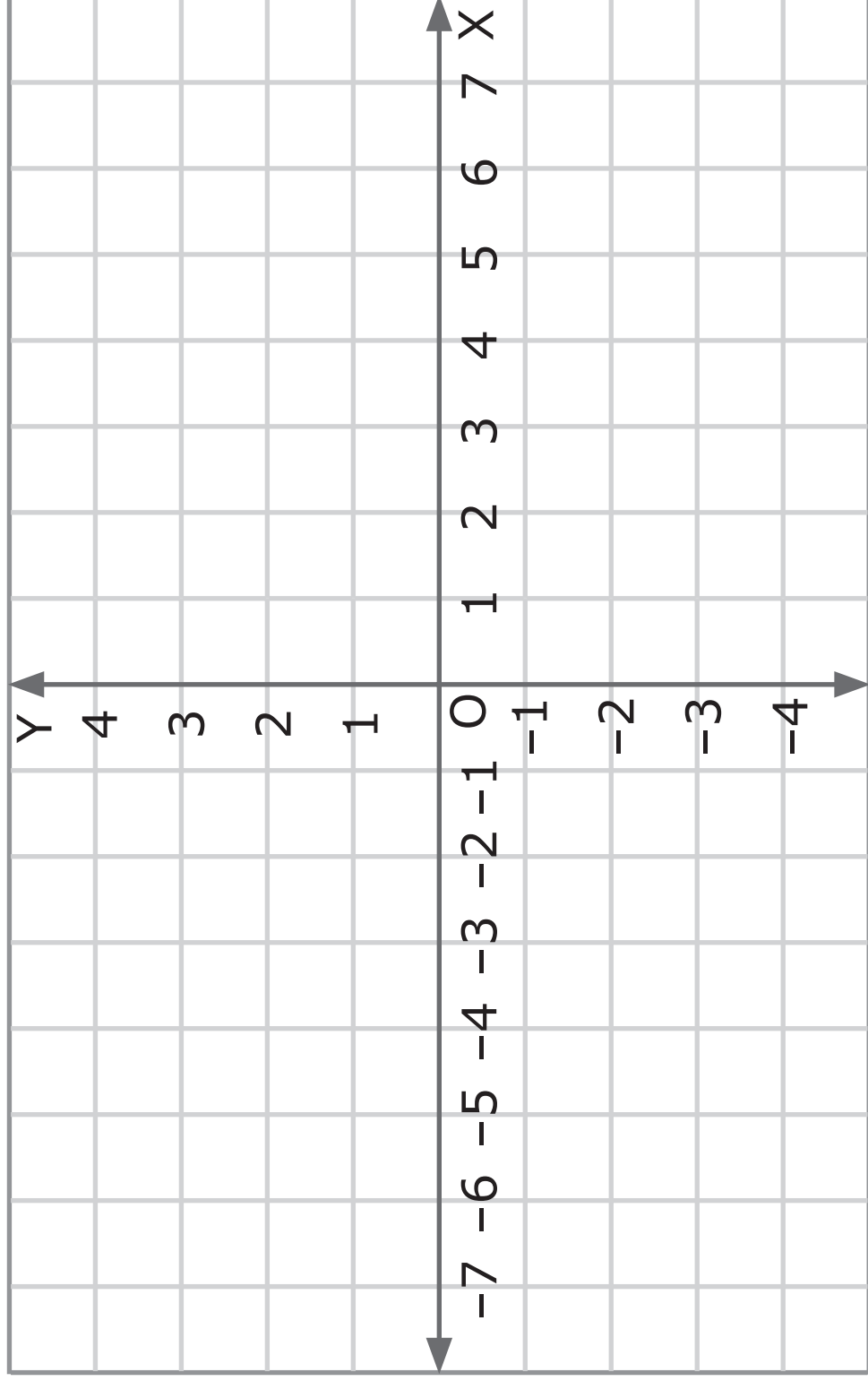




**b.** La homotecia aplicada al triángulo ABC con centro P y razón  $k = \frac{1}{2}$ .

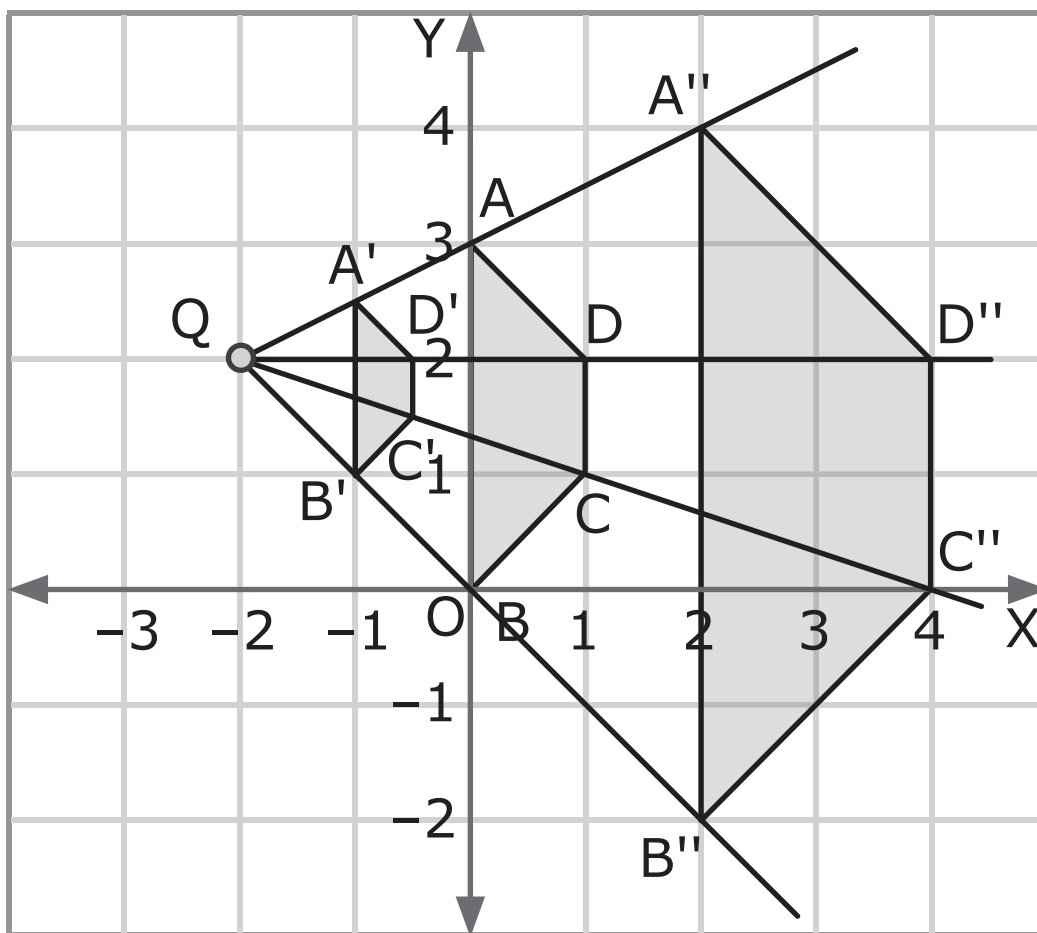


**2.** Dibuja el triángulo de vértices  $A = (2, 1)$ ;  $B = (1, -2)$  y  $C = (3, -1)$ . Luego, representa la homotecia de centro en el origen  $O$  y razón  $k = -2$ .





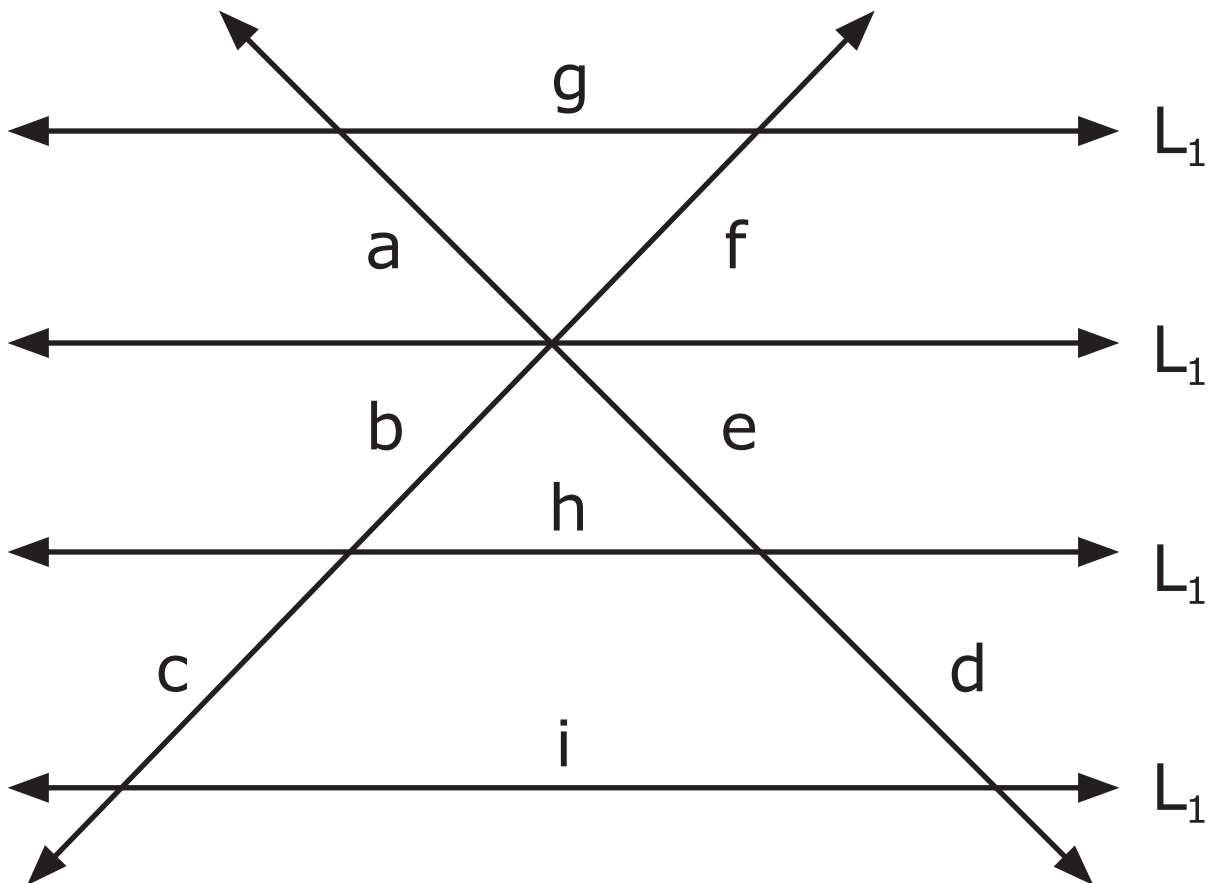
**3. Analicen** la siguiente figura con dos homotecias del trapecio ABCD, de razones  $k = \frac{1}{2}$  y  $k = 2$ , con centro en Q, y determinen si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).



- a. \_\_\_\_ Si  $\overline{BB'}$  mide 3 cm, entonces,  $\overline{BB''}$  mide 6 cm.
- b. \_\_\_\_ Si  $\overline{QA'}$  mide  $x$ ,  $\overline{QA''}$  mide  $3x$ .
- c. \_\_\_\_  $\frac{A'A}{AA''} = \frac{QD'}{D'D}$
- d. \_\_\_\_  $\overline{A'B'}$  es paralela a  $\overline{A''B''}$ .
- e. \_\_\_\_ Las áreas de los trapecios  $A'B'C'D'$  y  $A''B''C''D''$  están en razón 1 : 16.
- f. \_\_\_\_ El perímetro de  $A'B'C'D'$  es al perímetro de  $A''B''C''D''$  como 1 : 4.



**4. Evalúa** cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (X). Considera que  $L_1 // L_2 // L_3 // L_4$



a.  $\frac{a}{b} = \frac{f}{e}$



$$\mathbf{b.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{a}{c} = \frac{f}{d}$$

$$\mathbf{c.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{a}{g} = \frac{e}{h}$$

$$\mathbf{d.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{h} = \frac{b + c}{i}$$

$$\mathbf{e.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{b}{c} = \frac{d}{e}$$

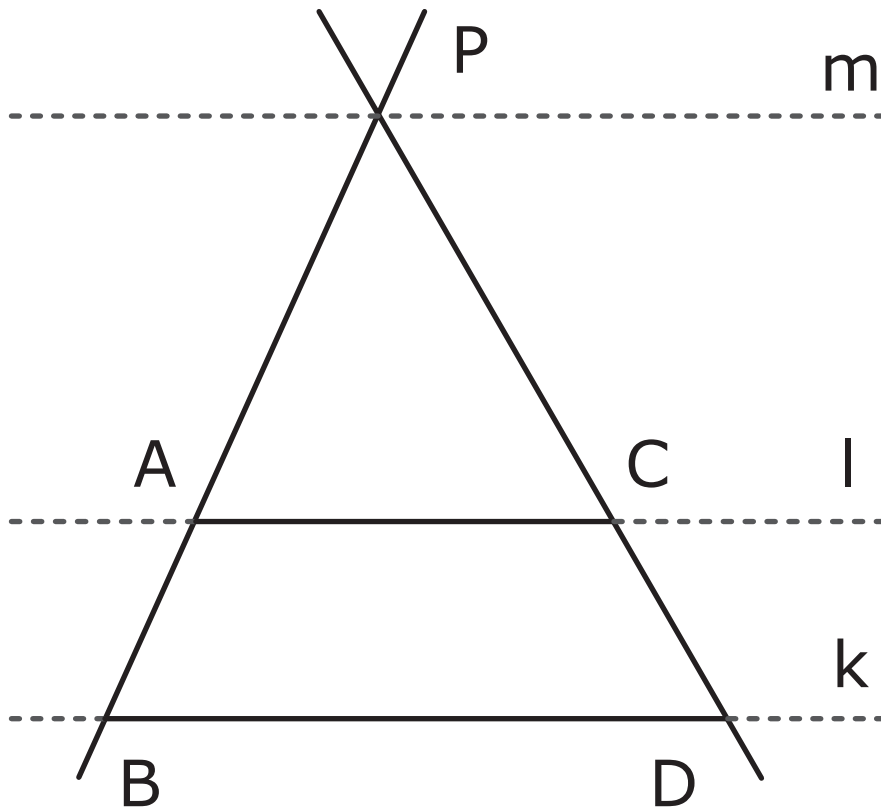
$$\mathbf{f.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{f}{g} = \frac{b}{h}$$

$$\mathbf{g.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{h}{e} = \frac{i}{d}$$

$$\mathbf{h.} \quad \underline{\hspace{2cm}} \frac{a + b}{c} = \frac{f + e}{d}$$



**5. Analicen** la siguiente información, y luego respondan. Al triángulo PDB lo cortan las rectas  $m$ ,  $l$  y  $k$ , paralelas entre sí.



**a.** Si  $PC = 18$  cm,  $BP = 30$  cm y  $PD = 27$  cm, ¿cuál es la medida de  $\overline{AP}$ ?

**b.** Si  $PC = 16$  cm,  $AP = 24$  cm y  $BP = 54$  cm, ¿cuánto mide  $\overline{PD}$ ?



c. Si  $BP = 12$  cm,  $PC = 10$  cm y  $CD = 5$  cm, ¿cuánto mide  $\overline{AB}$ ?

## Lección 9

### Semejanza

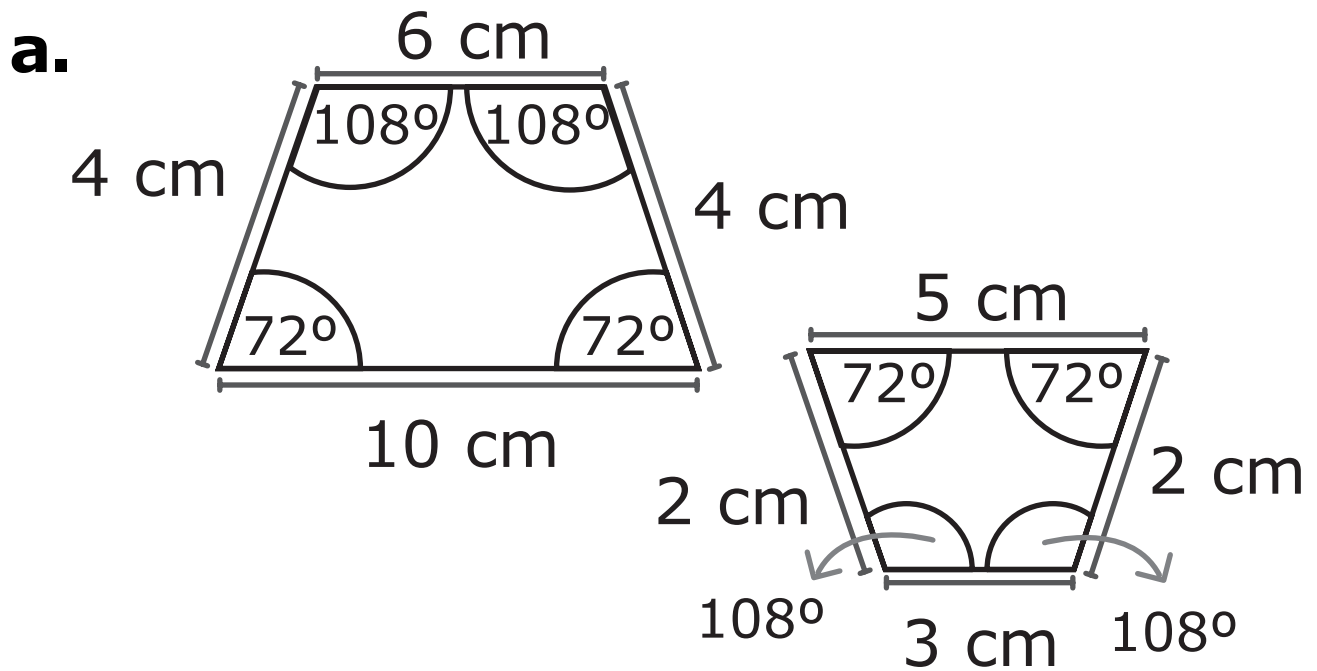
#### SEMEJANZA DE FIGURAS

- 1.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).
  - a.** \_\_\_ Dos triángulos rectángulos siempre son semejantes.
  - b.** \_\_\_ Todos los rectángulos, sin importar sus medidas, son semejantes entre sí.



- c.** \_\_\_\_ Todos los triángulos rectángulos isósceles son semejantes.
- d.** \_\_\_\_ Si dos triángulos son semejantes, entonces dichos triángulos son necesariamente equiláteros.
- e.** \_\_\_\_ Todos los cuadrados, sin importar sus medidas, son semejantes entre sí.
- f.** \_\_\_\_ Dos triángulos semejantes tienen la misma clasificación respecto de sus lados y sus ángulos.

2. Señala si los siguientes polígonos son semejantes o no. Argumenta tu afirmación.



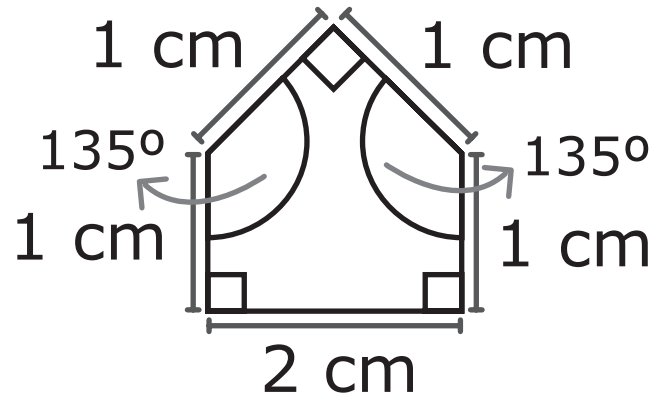
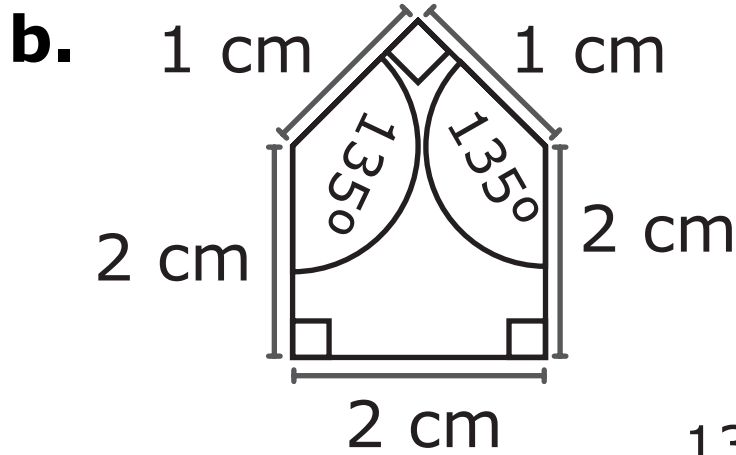

---



---



---



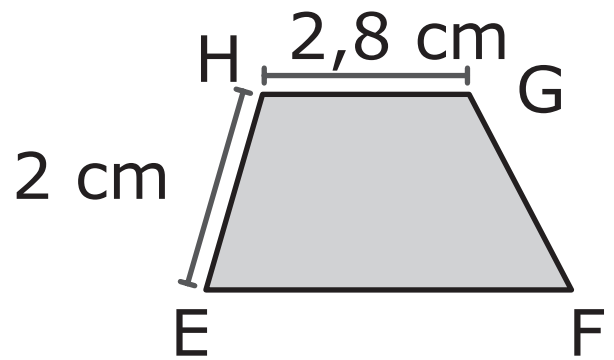
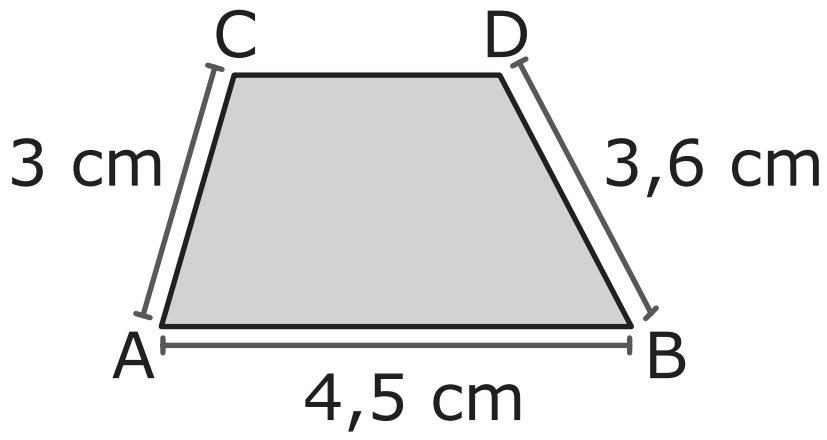
---

---

---

**3.** Calcula la medida de los lados solicitados para que los trapecios ABCD y EFGH sean semejantes.





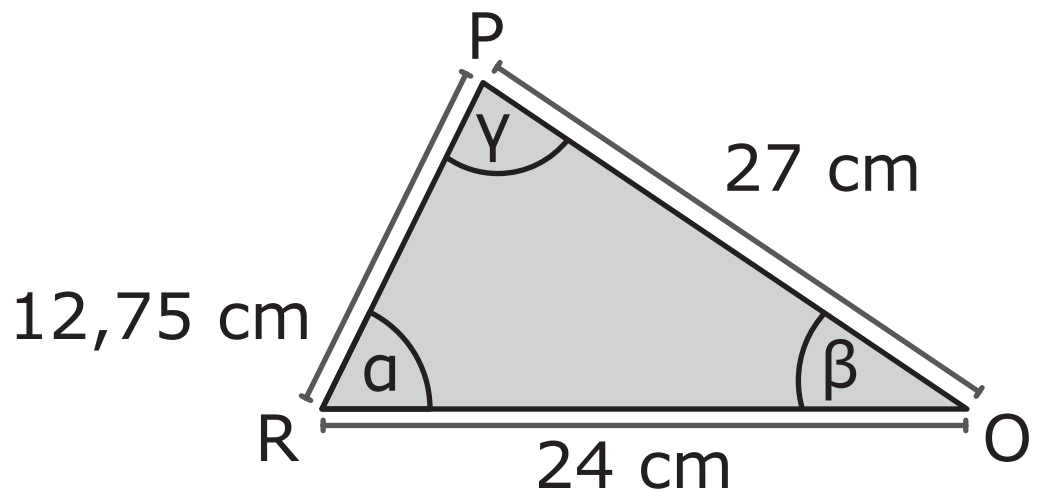
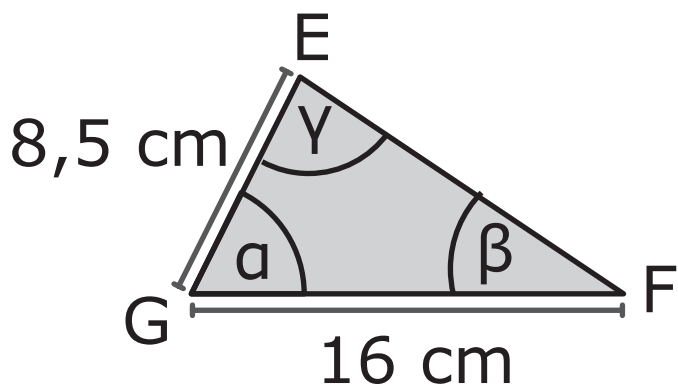


a.  $\overline{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$

b.  $\overline{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$

c.  $\overline{FG} = \underline{\hspace{2cm}}$

**4. Analicen** la siguiente información, y luego respondan.



**a.** ¿Son proporcionales las medidas de los lados de los triángulos? ¿Por qué?

---

---

**b.** ¿Son semejantes los triángulos EGF y PRO? ¿Por qué?

---

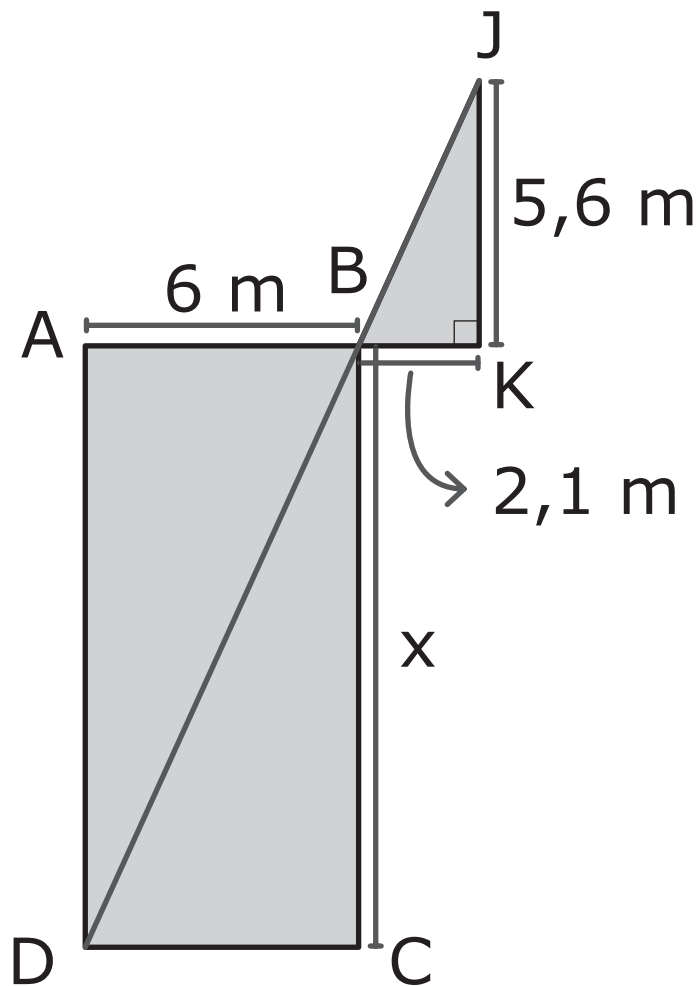
---

**c.** ¿Cuánto mide el lado  $\overline{EF}$ ?



**5. Analicen** las siguientes situaciones y respondan.

**a.** La siguiente figura representa la relación entre un rectángulo y un triángulo rectángulo al trazar una de sus diagonales.



- ¿Por qué el  $\Delta JKB$  y el  $\Delta BCD$  son semejantes?

---

---

- ¿Cuál es la razón de semejanza entre el  $\Delta KJB$  y el  $\Delta ADB$ ?

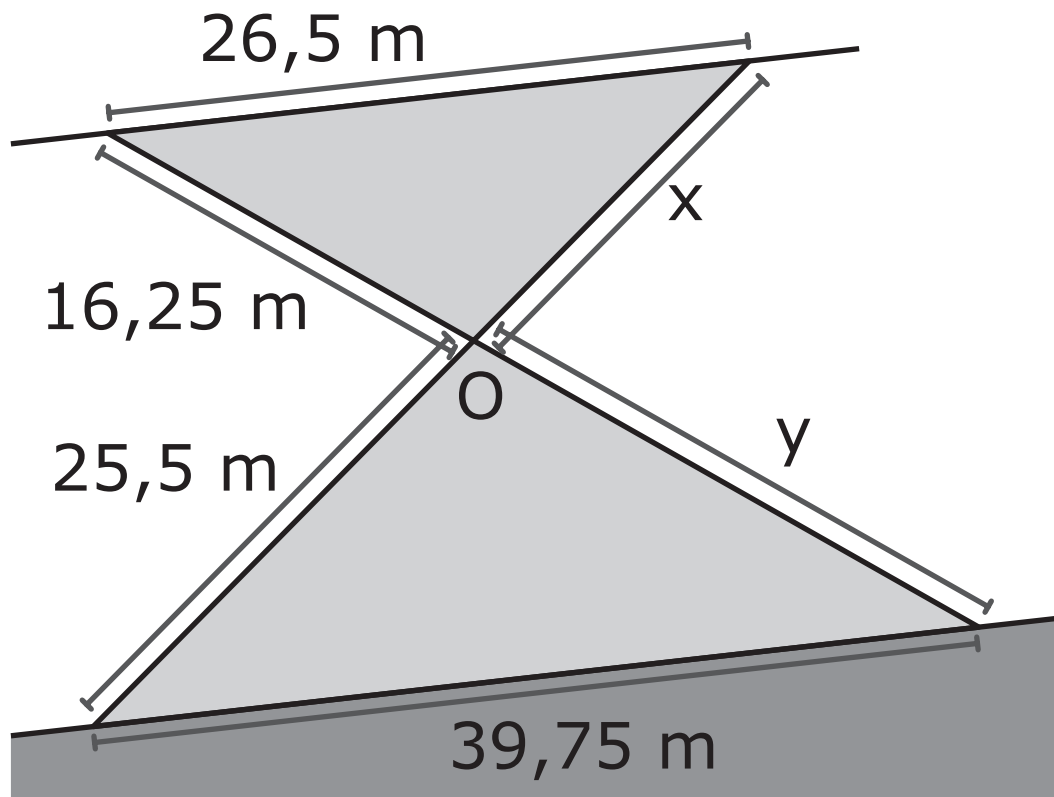
---

---

- Calculen la longitud  $x$  del rectángulo.

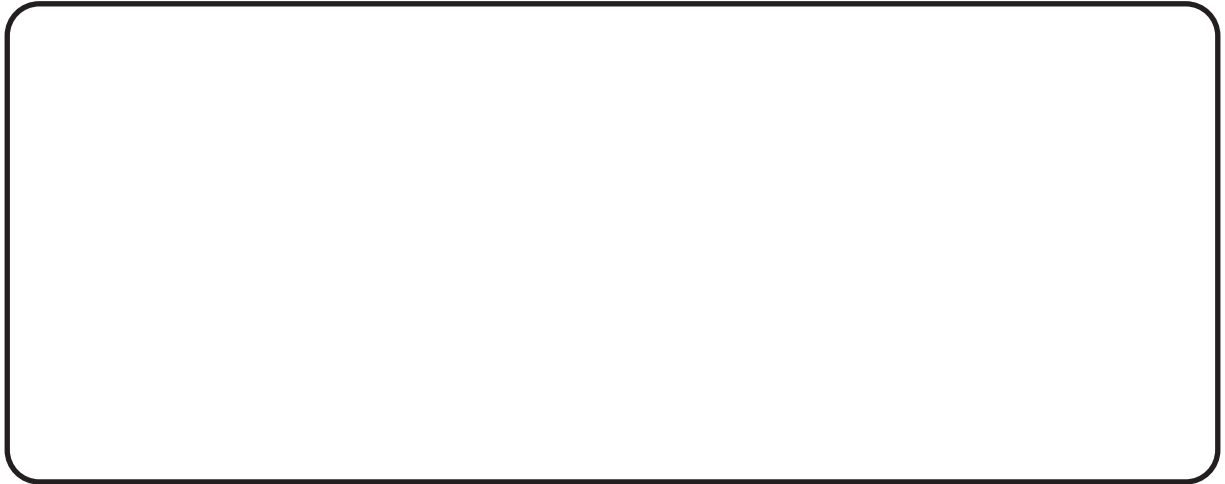


**b.** Dos caminos que son paralelos entre sí se unen por dos puentes que se cruzan en un punto  $O$ , como se muestra en la figura.



- ¿Cuál es la longitud de  $x$  e  $y$ ?

- ¿Cuál es la longitud total de cada puente?

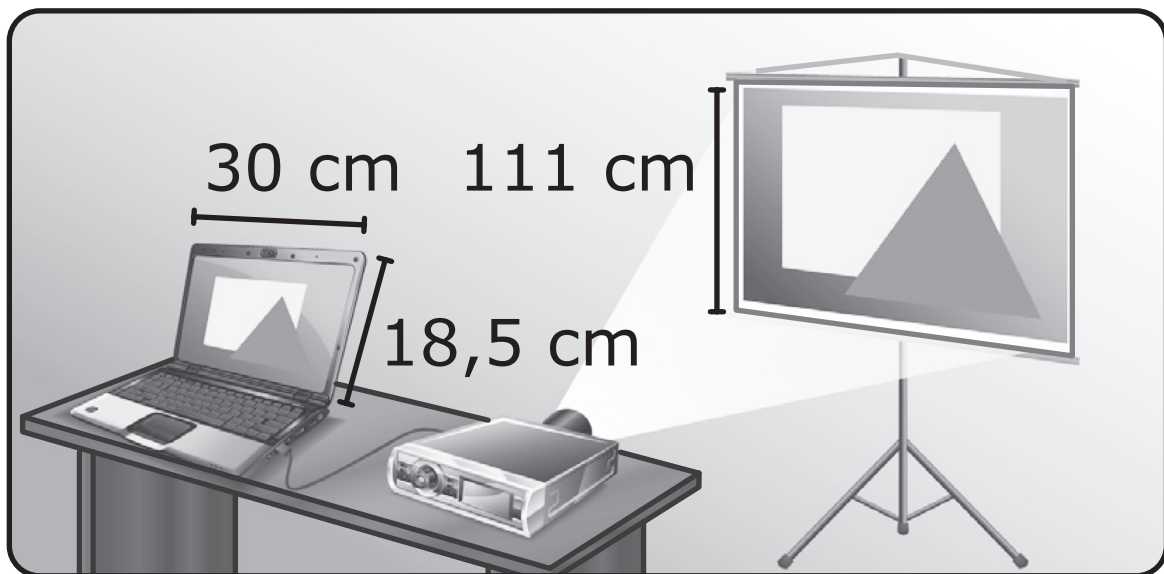


- Comenten en grupo las dificultades o dudas que encontraron y cómo las resolvieron.



## 6. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Se proyecta desde un computador una presentación en la pared, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es la razón de semejanza de la proyección respecto de la pantalla del computador? ¿Cuál es el largo de la imagen proyectada?





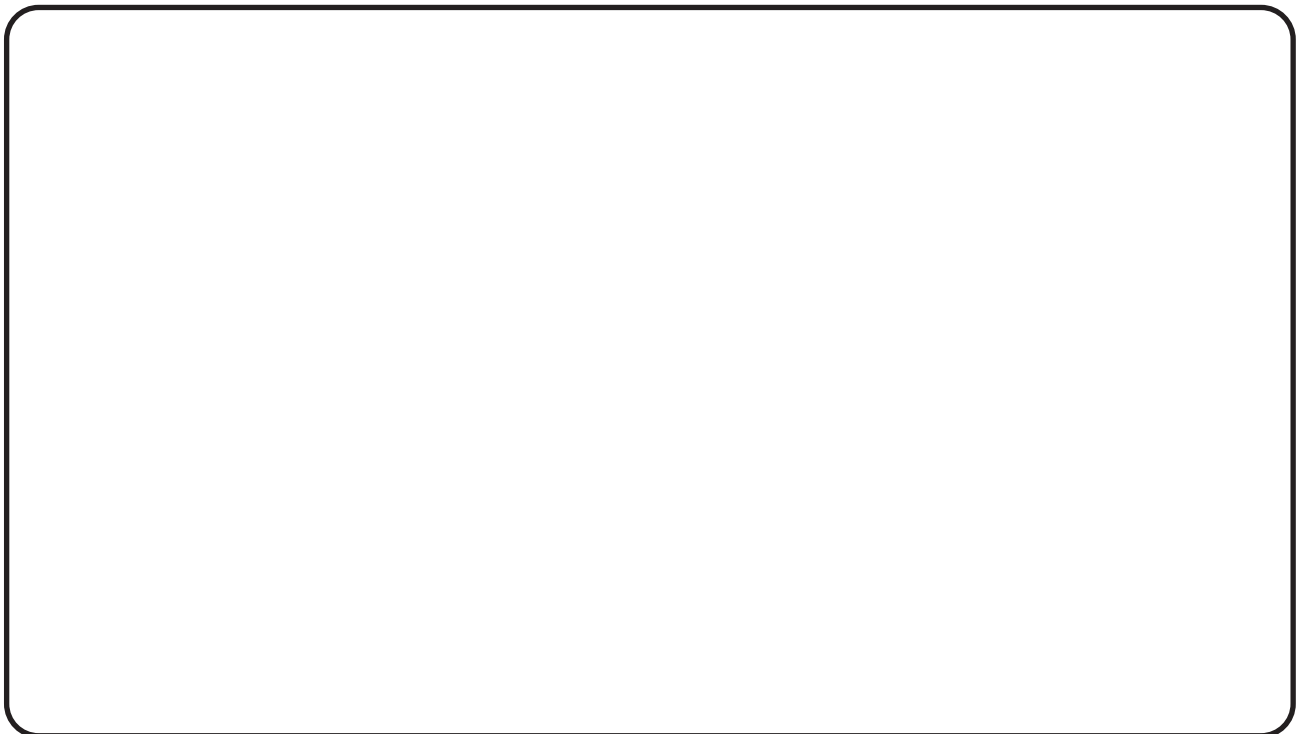
- b.** Camila sacó una fotocopia en ampliación y una en reducción de una bandera triangular cuyos lados miden 8 cm, 9 cm y 12 cm. En la reducción, el lado correspondiente al de 8 cm mide 6 cm, y en la ampliación, esa medida es de 16 cm.



- ¿Cuál es la medida de cada lado en la reducción?

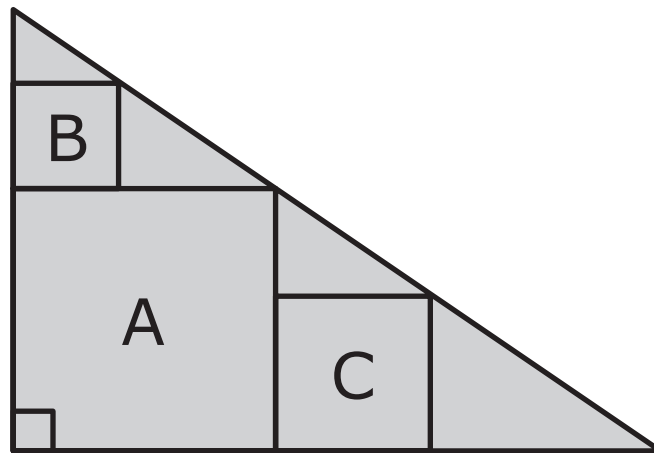
- ¿Cuál es la medida de cada lado en la ampliación?

c. La Gioconda, de Leonardo da Vinci, es una de las pinturas más famosas del mundo. Sus dimensiones son 77 cm de largo y 53 cm de ancho. Si un cartel publicitario tiene dicha pintura ampliada a una razón de semejanza de 5,6, ¿cuál es el área de la reproducción?





**d.** En la figura se tienen tres cuadrados no superpuestos inscritos en un triángulo rectángulo, de modo que los lados de los cuadrados B y C tienen 2 cm y 3 cm de longitud, respectivamente. ¿Cuál es la medida del lado del cuadrado A?



**e. Actividad de profundización.** Un triángulo tiene lados de 20 cm, 26 cm y 30 cm. ¿Cuáles son las medidas de los lados de otro triángulo semejante que tiene 114 cm de perímetro?



**7. Evalúa** las siguientes imágenes y responde.

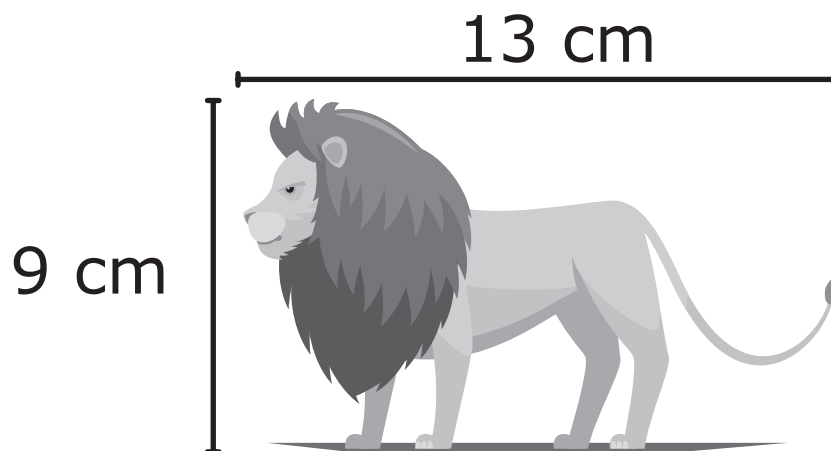
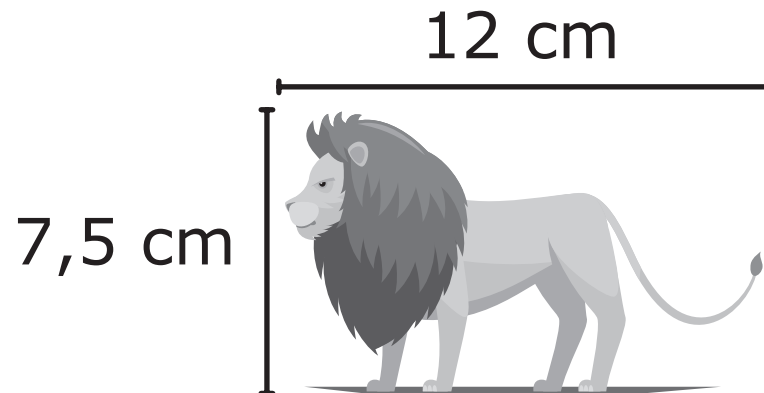
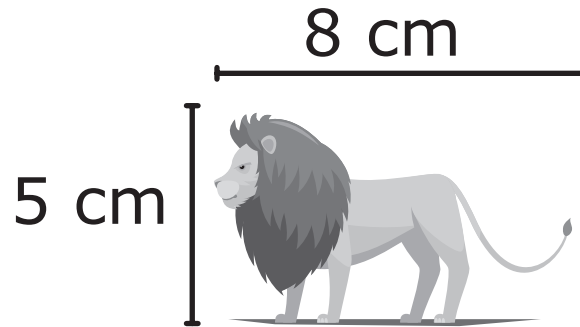


a. ¿Cuál es la altura y el ancho de la ventana si la estatura real de la persona es 1,75 m?



A large, empty rounded rectangular box intended for the student's answer.

**b.** ¿Cuáles de las siguientes fotografías son semejantes entre sí? Demuestra con tus cálculos.





A y B

A y C

B y C



## Proyecto:

### ¿Cuánto mide tu compañero?

Materiales:

- cinta o huincha de medir.

**8.** Junto con dos compañeros, realiza los siguientes pasos:





- 1 Ubíquense en un lugar desde el cual se proyecte la sombra de dos de los integrantes del grupo, uno al lado del otro, como se muestra en la imagen.
- 2 Soliciten al otro integrante que mida la longitud de ambas sombras y la estatura del primer integrante y las anote.

Sombra 1

Sombra 2

Estatura estudiante 1

- 3 Calculen la razón de semejanza entre la altura del compañero(a) que se midió y la longitud de su sombra.

- 4 Calculen la altura del otro compañero(a) usando la longitud de su sombra y la razón de semejanza calculada en el paso 3.



Comprueben el resultado midiendo con la huincha al segundo integrante. ¿La altura medida y la calculada son iguales? ¿Por qué?

---

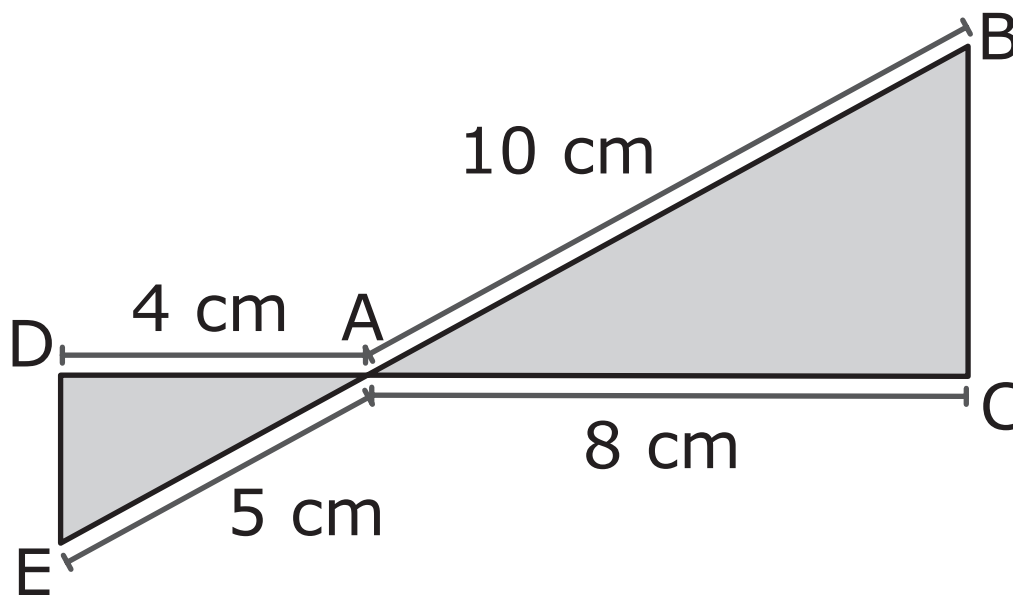
---

---

## CRITERIOS DE SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

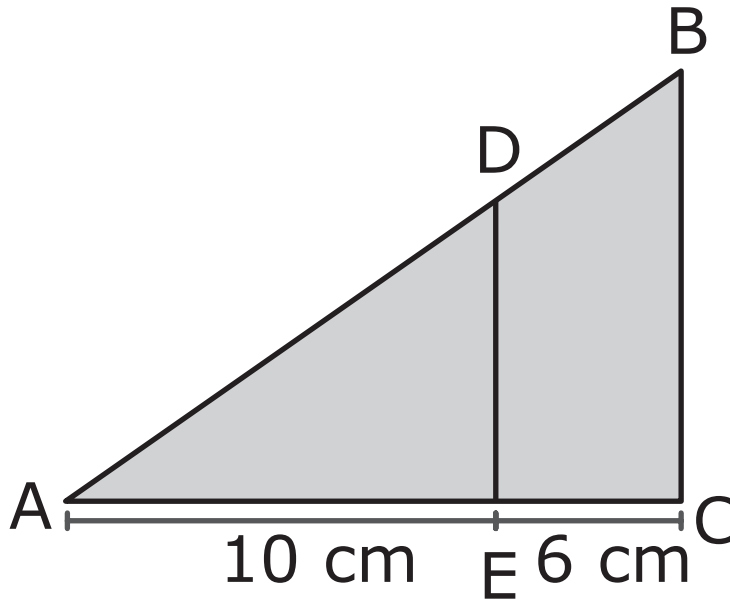
- 1.** Determina cuál o cuáles criterios (AA, LLL o LAL) permiten demostrar la semejanza entre cada par de triángulos.

**a.**  $\triangle AED \approx \triangle ABC$

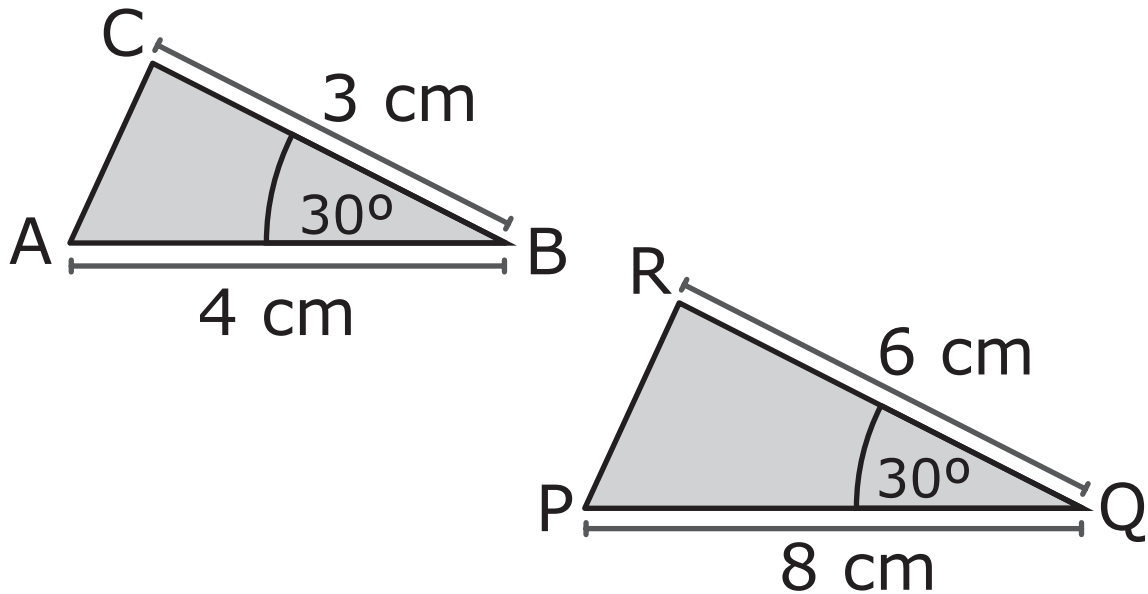




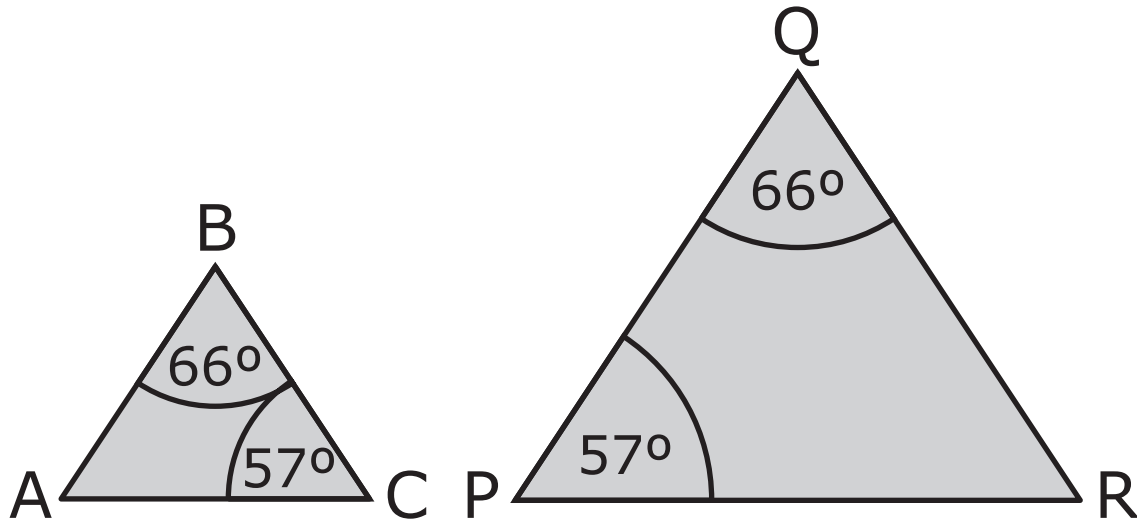
**b.**  $\triangle ABC \approx \triangle ADE$ , con  $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ .



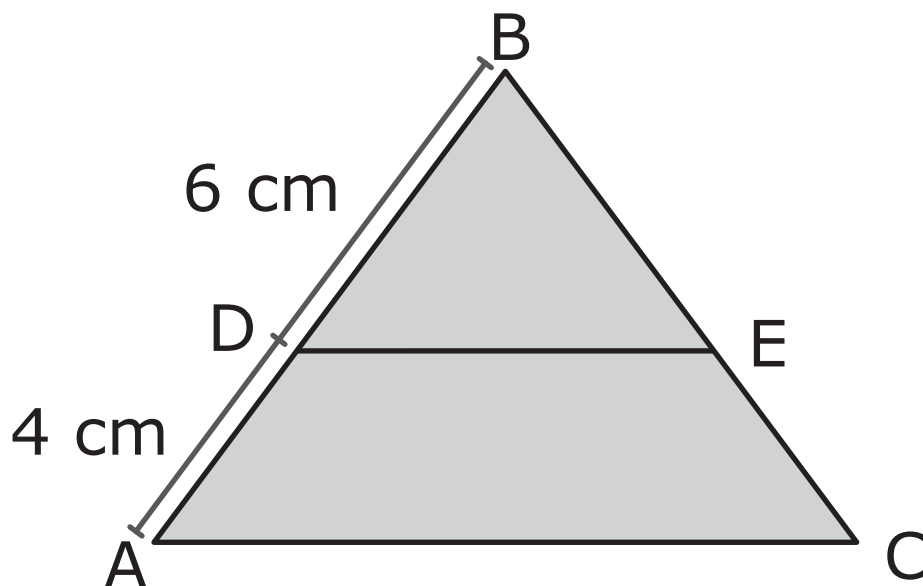
**c.**  $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



d.  $\triangle ABC \approx \triangle PQR$

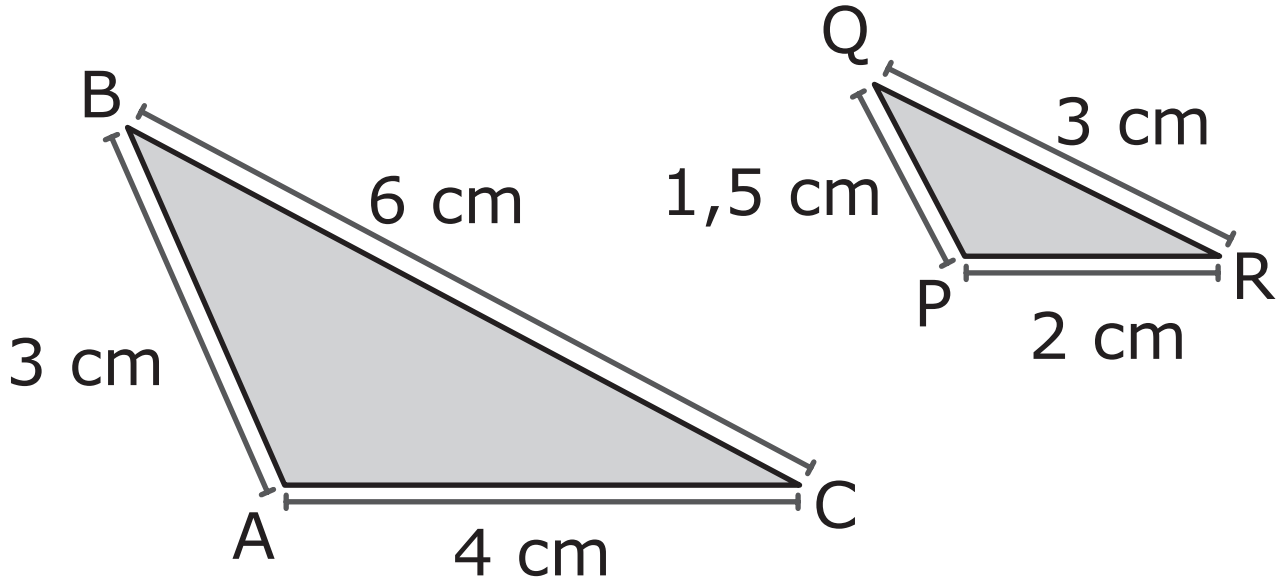


e.  $\triangle ABC \approx \triangle DBE$ , con  $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ .





f.  $\triangle ABC \approx \triangle PQR$



**2. Argumenta.** ¿Por qué los triángulos equiláteros son semejantes?

---

---

---

---

---

---



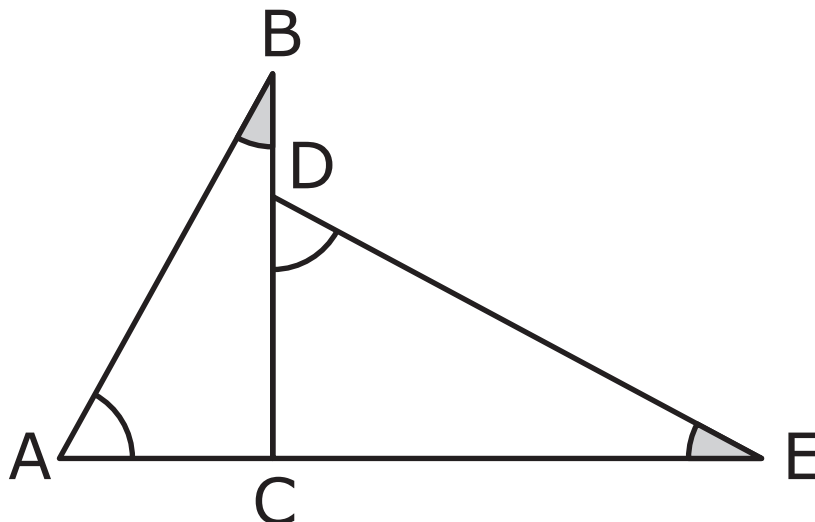
- 3.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).
- a.** \_\_\_\_ Si dos triángulos rectángulos tienen uno de sus ángulos agudos congruentes, entonces son semejantes por criterio AA.
- b.** \_\_\_\_ Para que dos triángulos sean semejantes según el criterio LLL, debe cumplirse que las medidas de sus lados correspondientes siempre sean iguales.
- c.** \_\_\_\_ Todos los triángulos equiláteros son semejantes.



- d.** \_\_\_\_ Un triángulo rectángulo que tiene un ángulo interior de  $30^\circ$  siempre es semejante con otro triángulo rectángulo con un ángulo interior de  $60^\circ$ .
- e.** \_\_\_\_ Todos los triángulos rectángulos son semejantes.
- f.** \_\_\_\_ Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes iguales.
- g.** \_\_\_\_ Si dos triángulos tienen dos ángulos iguales y sus tamaños son diferentes, el criterio que lo justifica es LAL.

- h. \_\_\_ Dos triángulos isósceles siempre son semejantes.
- i. \_\_\_ Si dos triángulos son semejantes y uno de ellos es rectángulo, entonces el otro triángulo también es rectángulo.

**4. Evalúa** cuáles de las siguientes igualdades o congruencias son correctas (✓) y cuáles no lo son (X). Considera que  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ .





a. \_\_\_\_\_  $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DC}$

b. \_\_\_\_\_  $\frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC}$

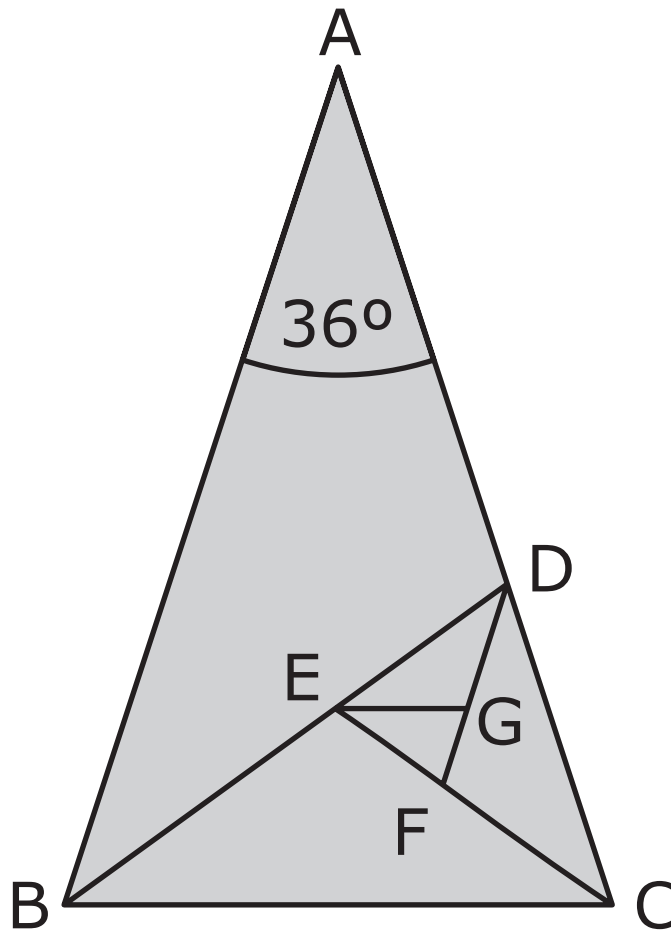
c. \_\_\_\_\_  $\frac{AB}{DC} = \frac{BC}{DE}$

d. \_\_\_\_\_  $\triangle ABC \cong \triangle CDE$

e. \_\_\_\_\_  $\triangle ABC \cong \triangle DEC$

f. \_\_\_\_\_  $\triangle BCA \cong \triangle ECD$

**5. Analiza** la siguiente información, y luego responde. Considera que los triángulos CAB y CEB son isósceles.  $\overline{CE}$  es bisectriz del  $\sphericalangle ACB$ , y  $\overline{DF}$ ,  $\overline{EG}$  y  $\overline{BD}$  son bisectrices de  $\sphericalangle EDC$ ,  $\sphericalangle FED$  y  $\sphericalangle CBA$ , respectivamente.





**a.** ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo CAB? ¿Por qué?

---

---

---

**b.** ¿Cuáles triángulos son semejantes al triángulo CEB? ¿Por qué?

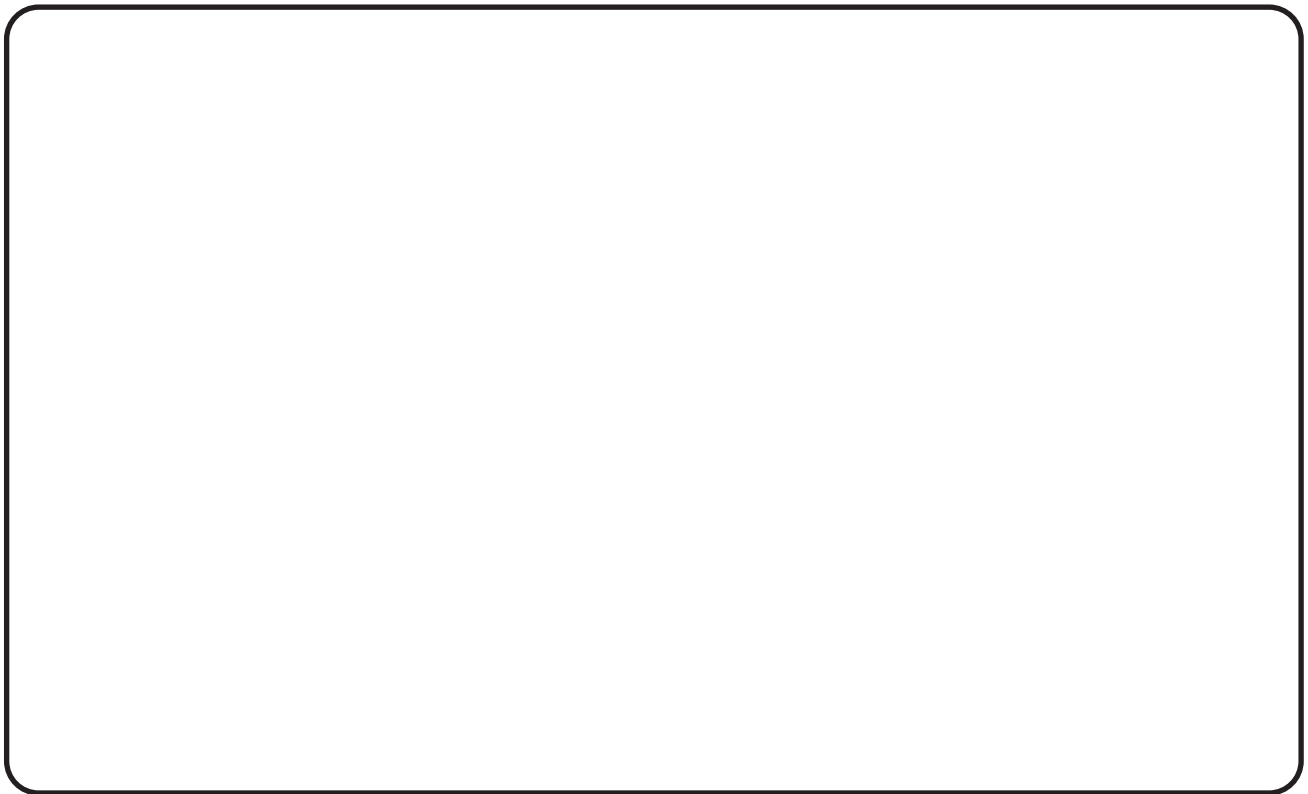
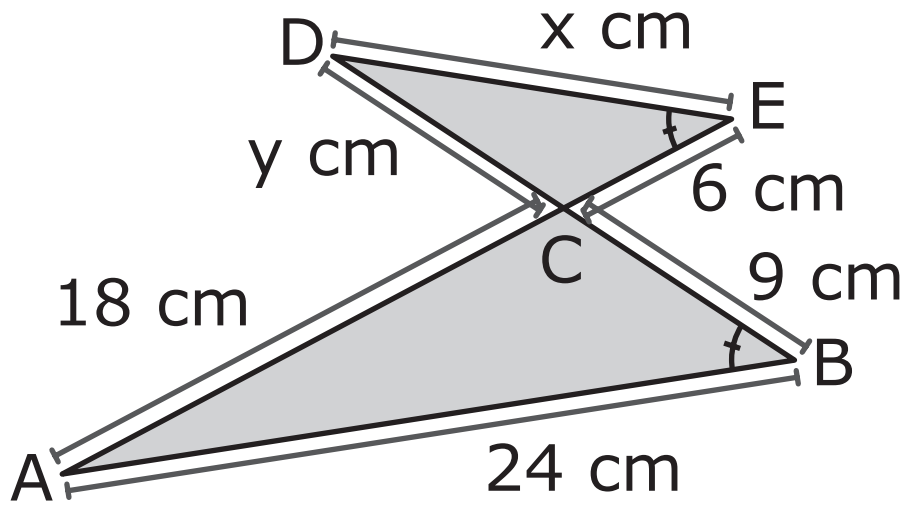
---

---

---

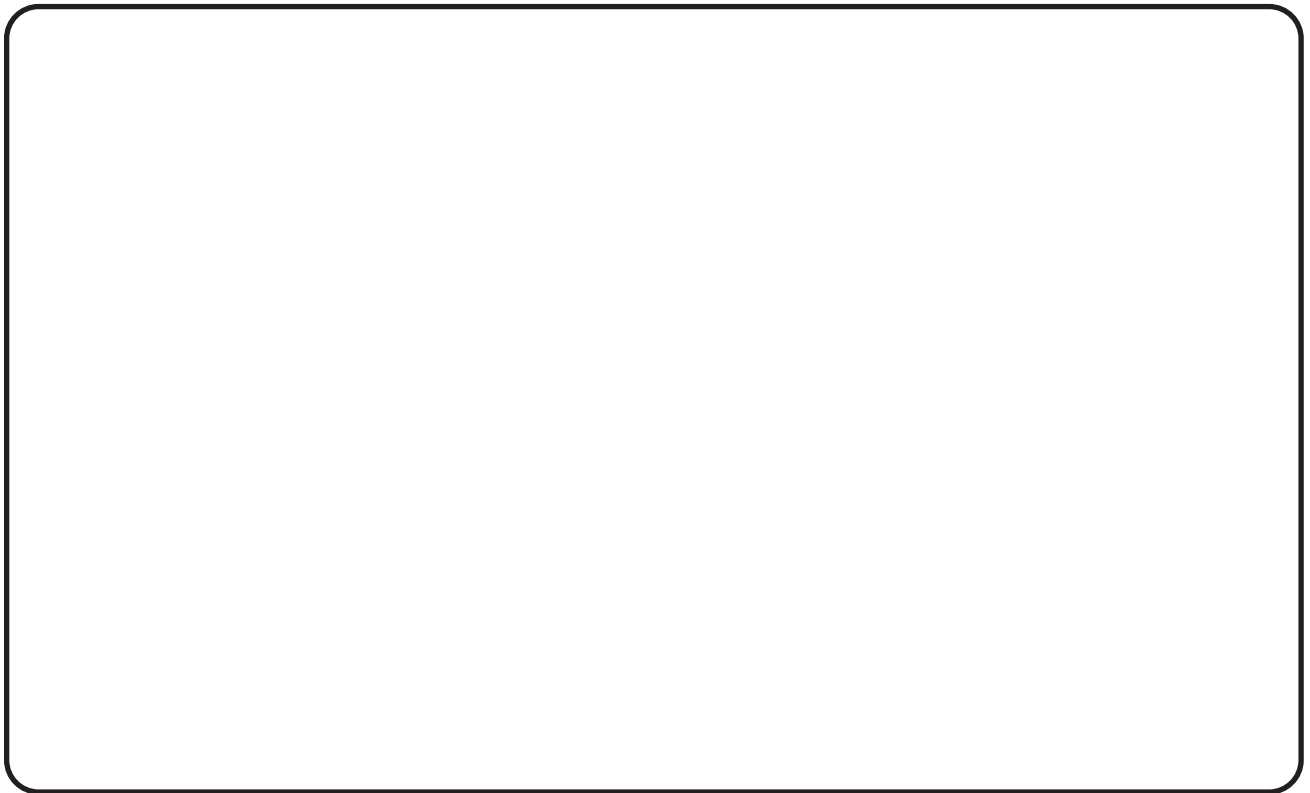
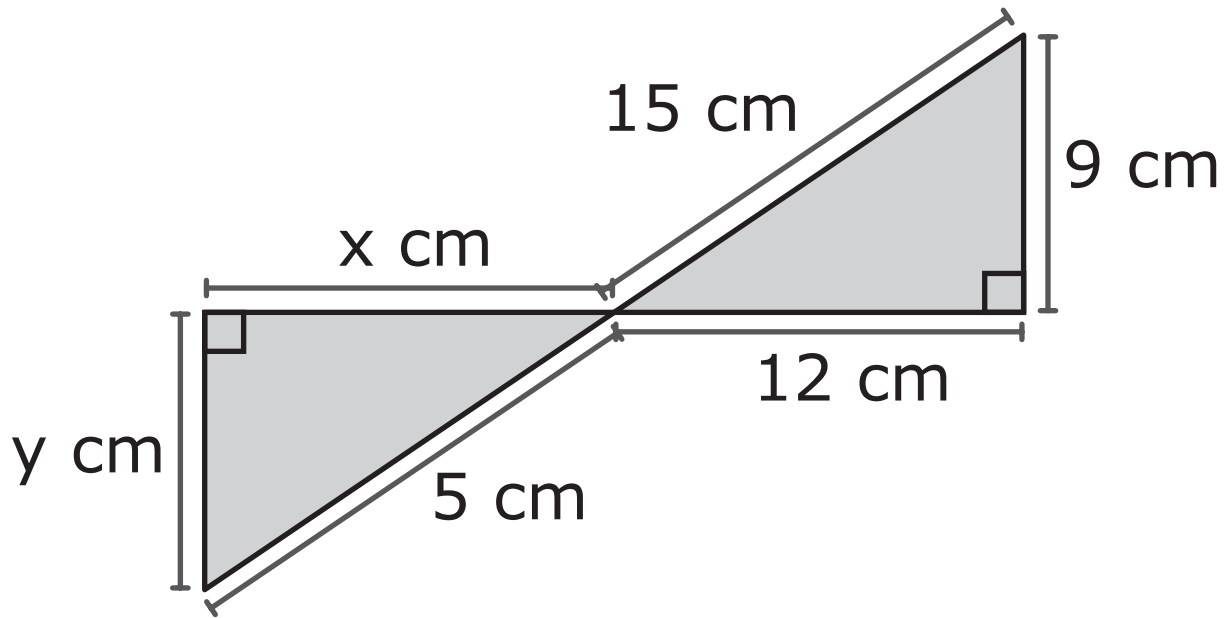
**6.** Calculen el valor de los elementos indicados si en cada figura los triángulos son semejantes.

a.  $x$  e  $y$ .



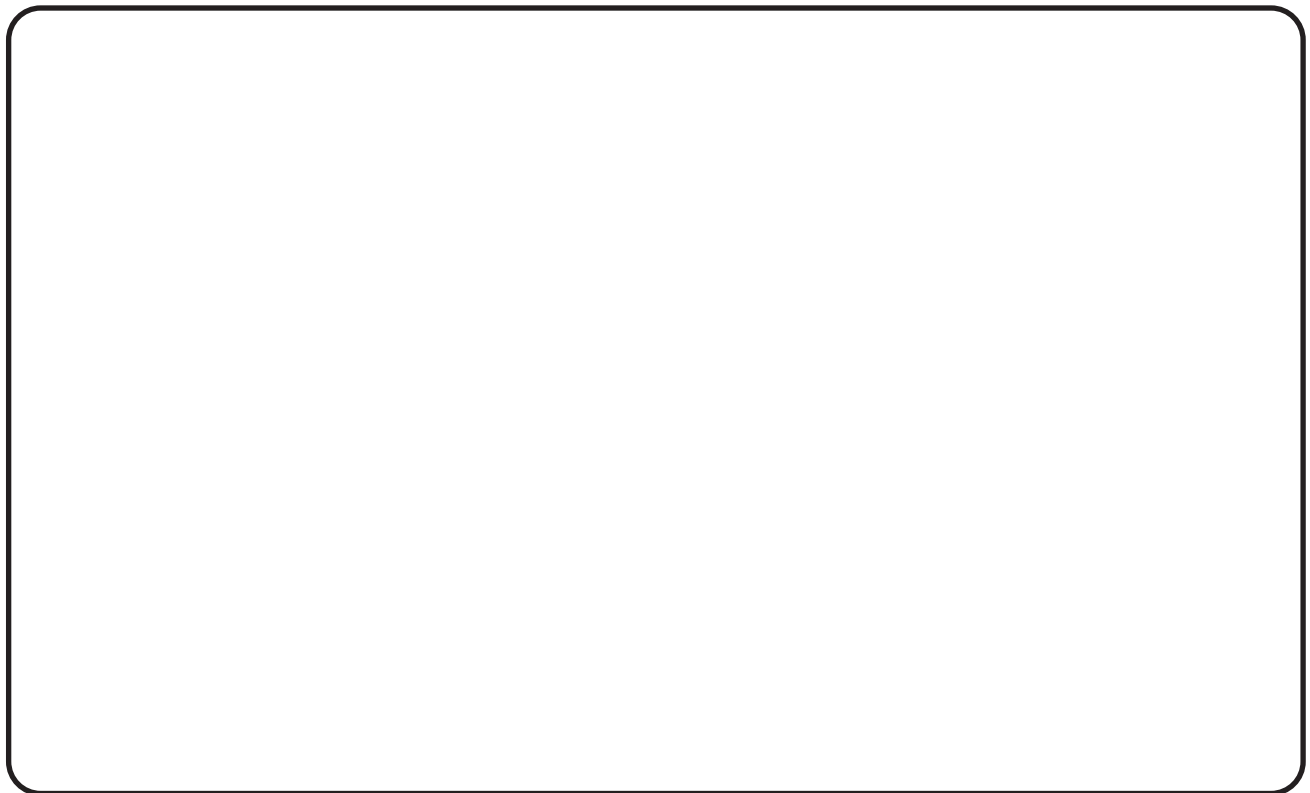
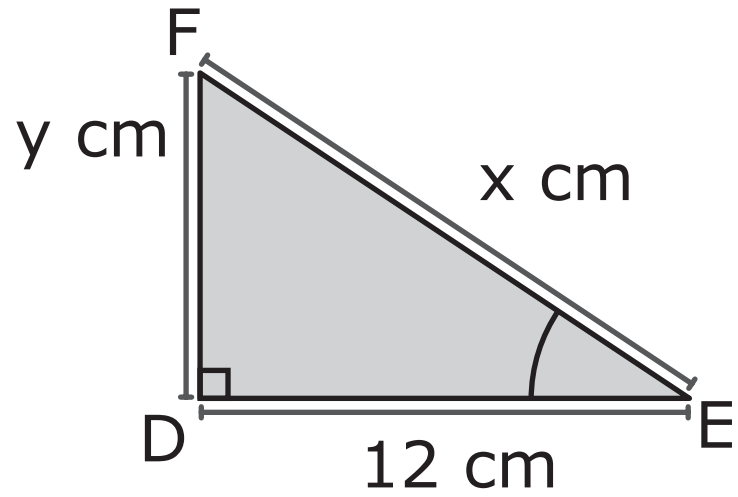
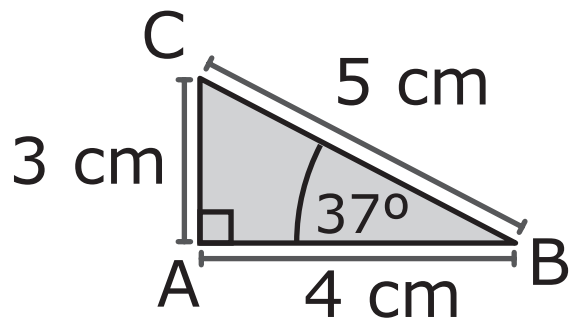


**b.**  $x$  e  $y$ .





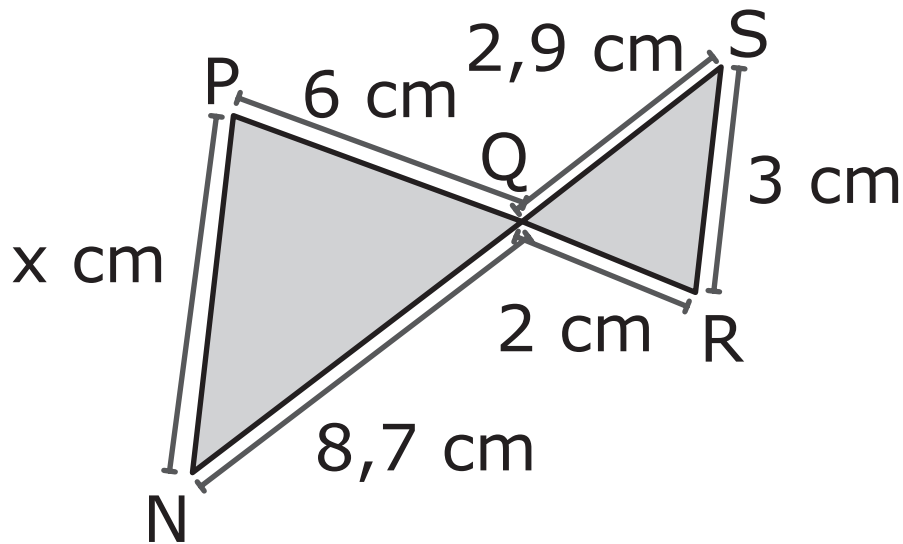
c.  $x$ ,  $y$ ,  $\angle DFE$ .





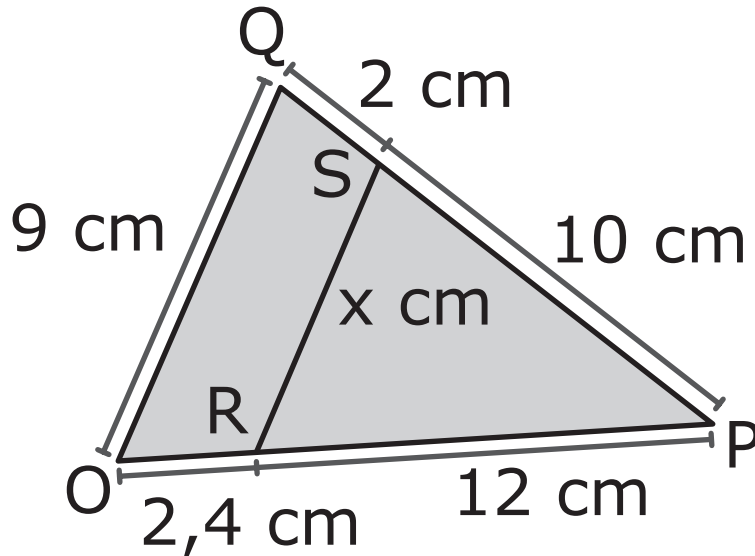
**7. Comprueba** la semejanza de los triángulos y responde.

**a.**  $\Delta NQP \sim \Delta SQR$ .



• ¿Cuál es el valor de  $x$ ?  cm

b.  $\Delta OPQ \sim \Delta RPS$ .

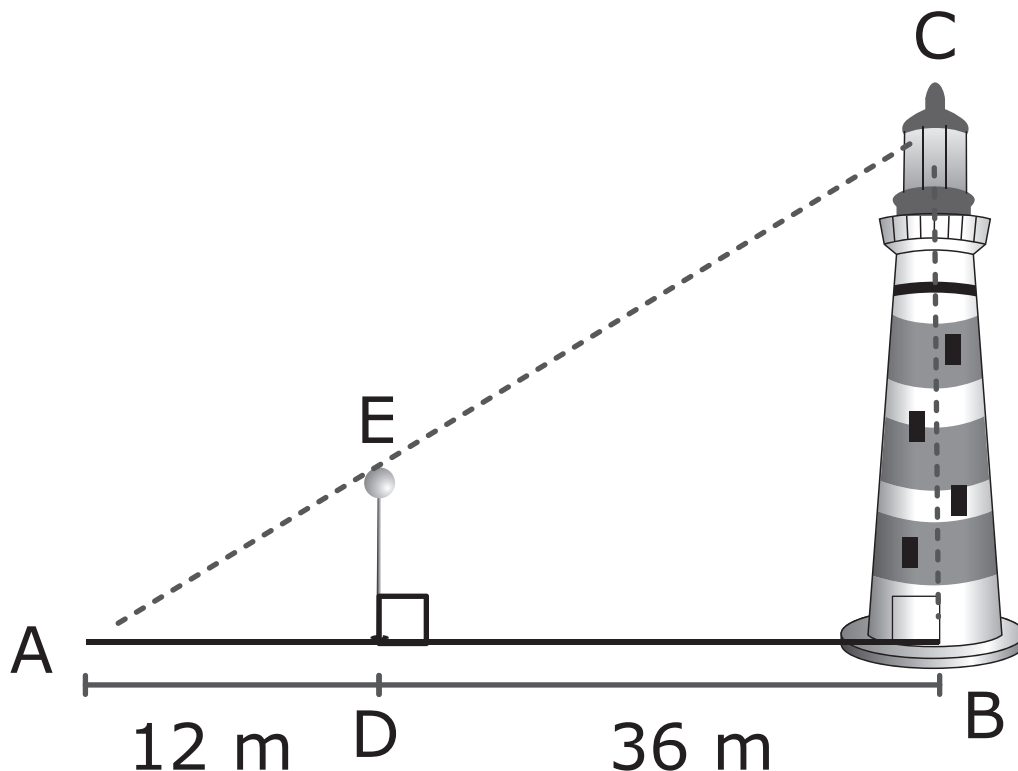


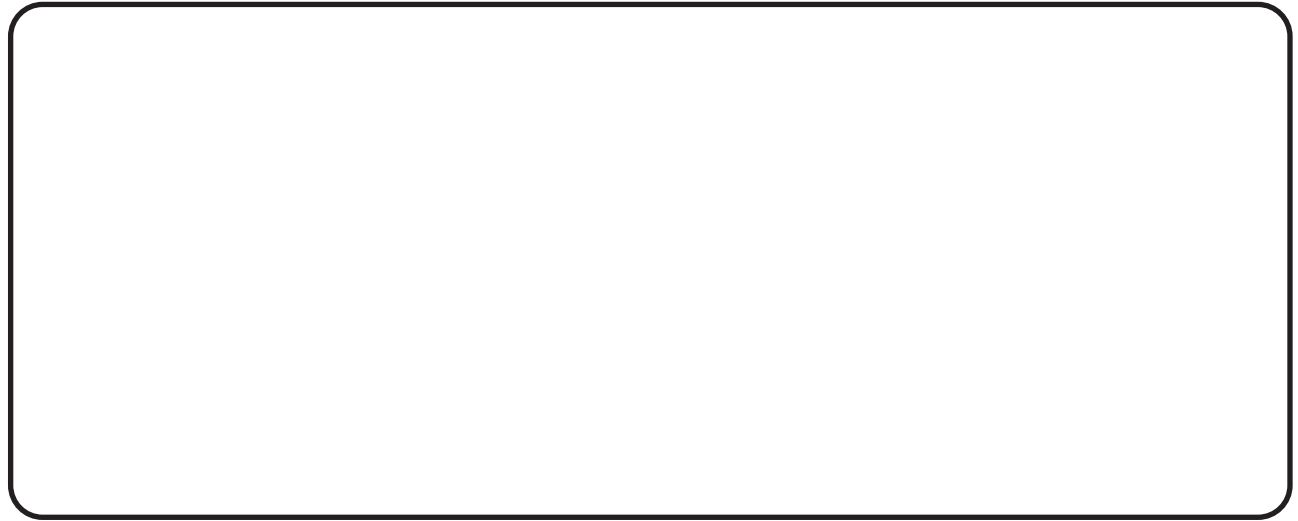
- ¿Cuál es el valor de  $x$ ?  cm
- Si  $m(\angle POQ) = 65^\circ$  y  $m(\angle QPO) = 45^\circ$ , ¿cuánto mide el  $\angle RSP$ ? \_\_\_\_\_



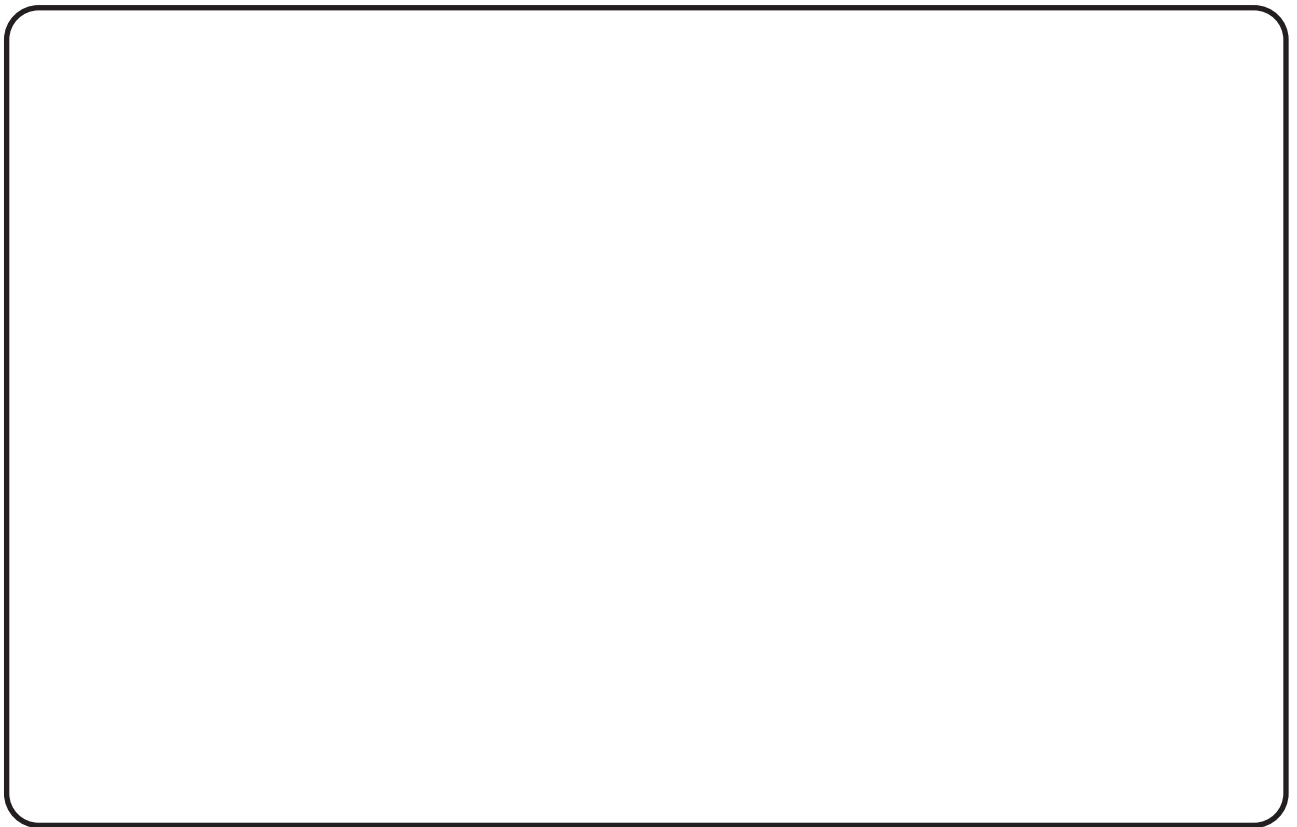
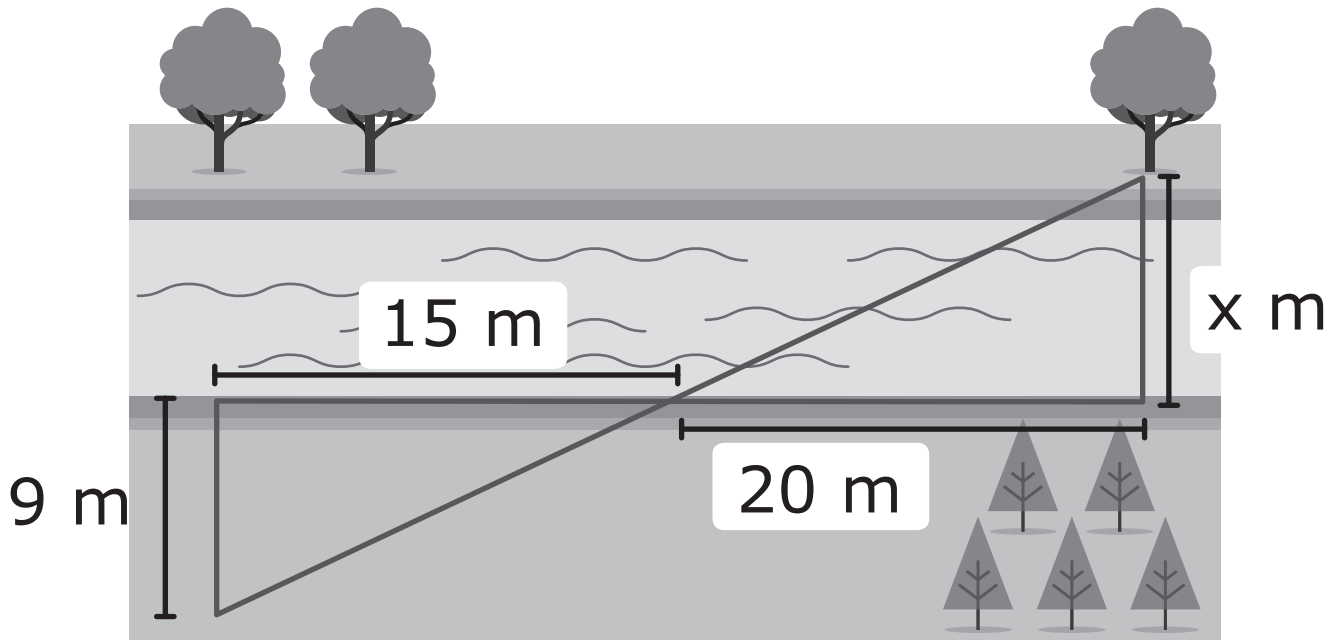
## 8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. A una determinada hora del día un faro proyecta una sombra desde el punto B al A, mientras que la sombra del poste de 8 m de alto a la misma hora va del punto D al A, tal como se muestra en la imagen. ¿Cuál es la altura del faro?

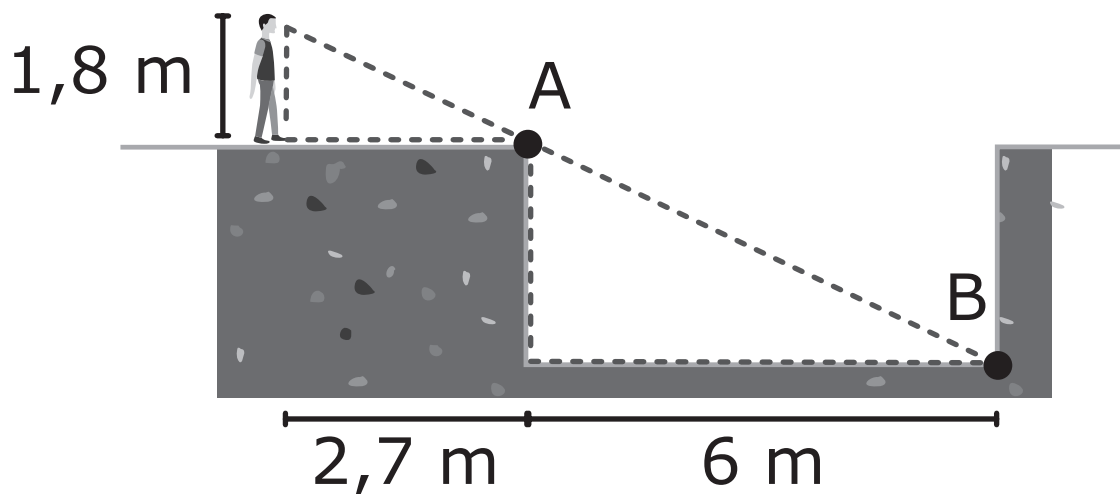




- b.** Se va a construir un puente para cruzar un río, por lo que es necesario conocer su ancho en el sitio de construcción. La persona encargada propone tomar las medidas en una de las riberas para utilizar la semejanza de triángulos y con esto hallar la longitud del ancho. En la figura se ven las medidas que tomaron. ¿Cuál es el ancho ( $x$ ) del río?



- c. Una topógrafa desea calcular la profundidad de una excavación. Para ello, se pone de pie a 2,7 m del borde y mirando desde 1,8 m de altura, se alinean los puntos A y B, tal como se observa en la imagen. ¿Cuál es la profundidad de la excavación?





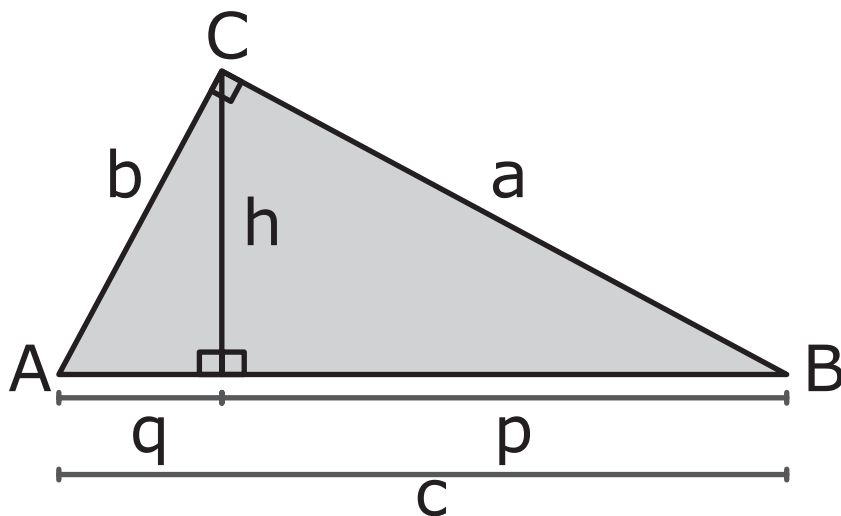
**d.** Si un edificio de 100 m de altura proyecta una sombra de 24 m, ¿qué altura tendrá otro edificio que en ese mismo instante tiene una sombra de 15 m?



## TEOREMA DE EUCLIDES

**1.** Considera las medidas dadas en cada caso y calcula los valores solicitados.

**a.**  $q = 9$  cm y  $h = 6$  cm



$$a = \underline{\quad} \text{ cm}$$

$$b = \underline{\quad} \text{ cm}$$

$$p = \underline{\quad} \text{ cm}$$



**b.**  $a = 8 \text{ cm}$  y  $p = 4 \text{ cm}$

$b = \underline{\quad} \text{ cm}$

$c = \underline{\quad} \text{ cm}$

$q = \underline{\quad} \text{ cm}$

**c.**  $b = 12 \text{ cm}$  y  $c = 16 \text{ cm}$

$a = \underline{\quad} \text{ cm}$

$p = \underline{\quad} \text{ cm}$

$h = \underline{\quad} \text{ cm}$

**d.**  $p = 4 \text{ cm}$  y  $q = 12 \text{ cm}$



$a = \underline{\quad} \text{ cm}$

$b = \underline{\quad} \text{ cm}$

$c = \underline{\quad} \text{ cm}$

**e.**  $q = 3 \text{ cm}$  y  $b = 9 \text{ cm}$



$a = \underline{\quad} \text{ cm}$

$c = \underline{\quad} \text{ cm}$

$h = \underline{\quad} \text{ cm}$



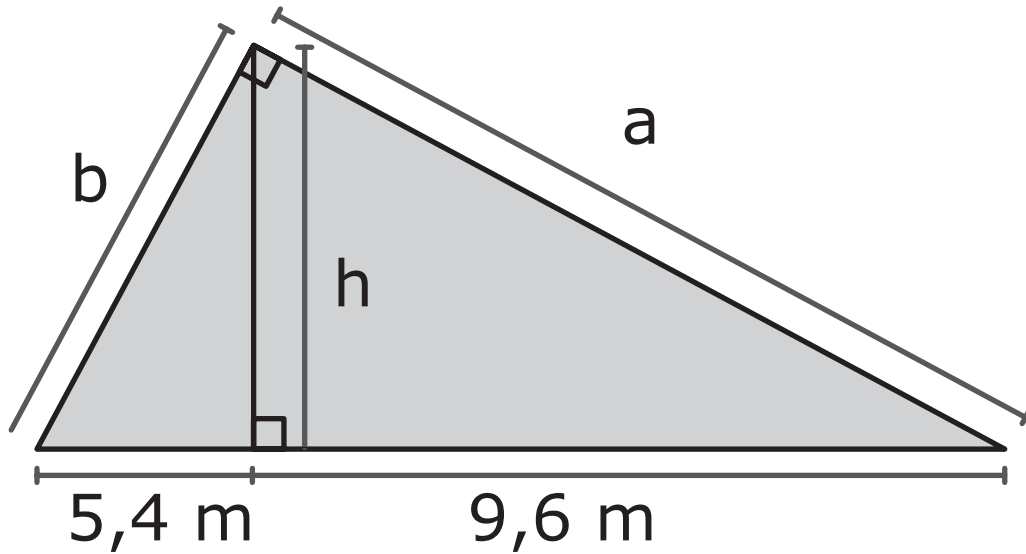
**f.**  $a = 6 \text{ cm}$  y  $c = 12 \text{ cm}$

$p = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

$q = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

$h = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}$

2. Calcula el perímetro del siguiente triángulo.





**3.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

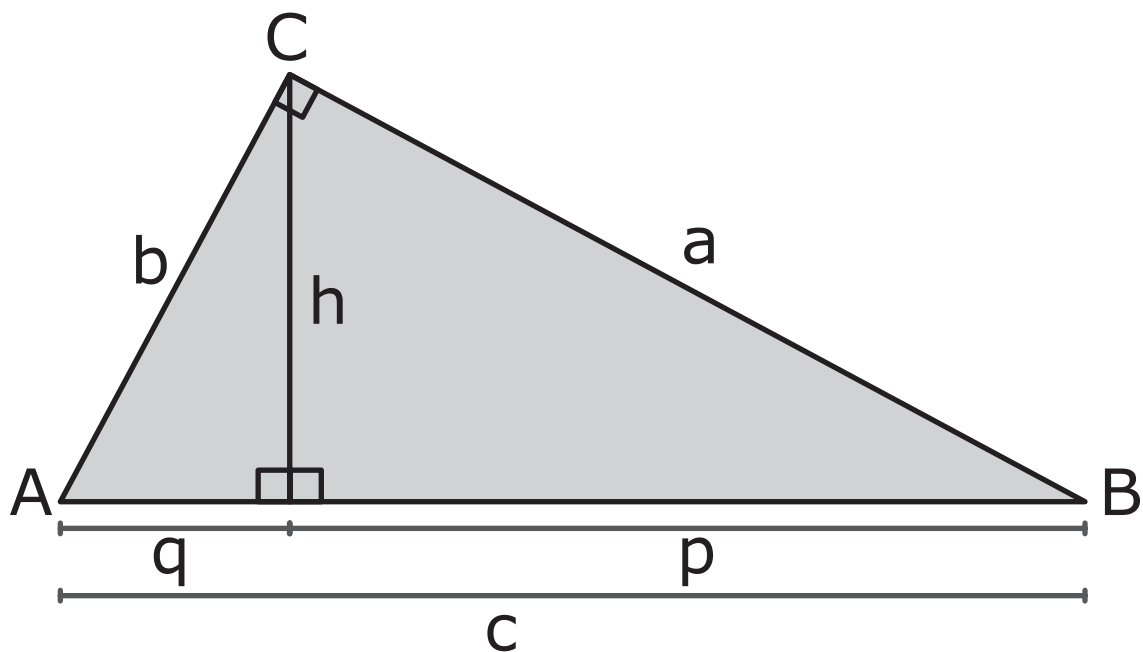
**a.** \_\_\_\_ El teorema de Euclides se aplica a todo tipo de triángulos sobre la altura  $h$  que se traza desde uno de los vértices del triángulo al lado opuesto a dicho vértice.

**b.** \_\_\_\_ El teorema de Euclides aplicado a los catetos de un triángulo establece que el cuadrado del cateto de un triángulo es equivalente al producto de su proyección sobre la hipotenusa del triángulo con la medida de la hipotenusa.

- c.** \_\_\_\_ En un triángulo que cumple con las condiciones del teorema de Euclides se generan 3 triángulos semejantes con la división que produce la altura trazada sobre el vértice del ángulo recto.
- d.** \_\_\_\_ En un triángulo isósceles rectángulo, cuando se traza la altura desde el ángulo recto, las medidas que la altura determina sobre la base son equivalentes.
- e.** \_\_\_\_ En un triángulo rectángulo, cuando se traza la altura desde el ángulo recto, esta siempre es mayor que cualquiera de los catetos del triángulo.



**4. Evalúa** cuáles de las siguientes igualdades son correctas (✓) y cuáles no lo son (X). Considera los teoremas de Euclides en el triángulo rectángulo ABC.



a.   $b^2 = c \cdot p$

b.   $a^2 = p \cdot c$



**c.** \_\_\_\_  $h^2 = q \cdot p$

**d.** \_\_\_\_  $c^2 - b^2 = a^2$

**e.** \_\_\_\_  $h^2 + p^2 = a$

**f.** \_\_\_\_  $b = h^2 \cdot q$

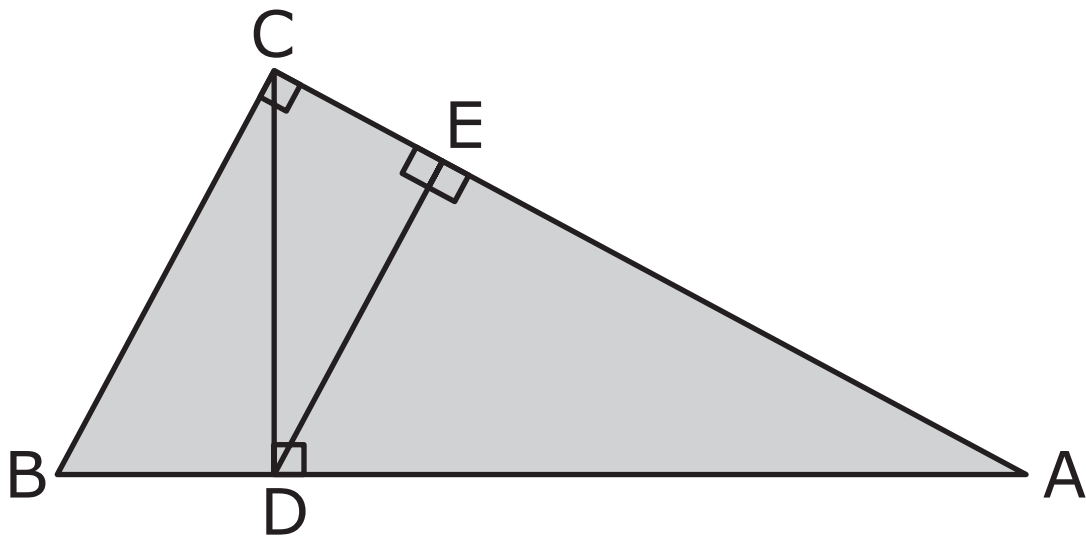
**g.** \_\_\_\_  $c^2 \cdot a^2 = q^2 \cdot p^2$

**h.** \_\_\_\_  $b = q \cdot c$

**i.** \_\_\_\_  $a = q \cdot p$



**5.** ¿En cuáles pares de triángulos semejantes se puede aplicar el teorema de Euclides en la siguiente figura?



---

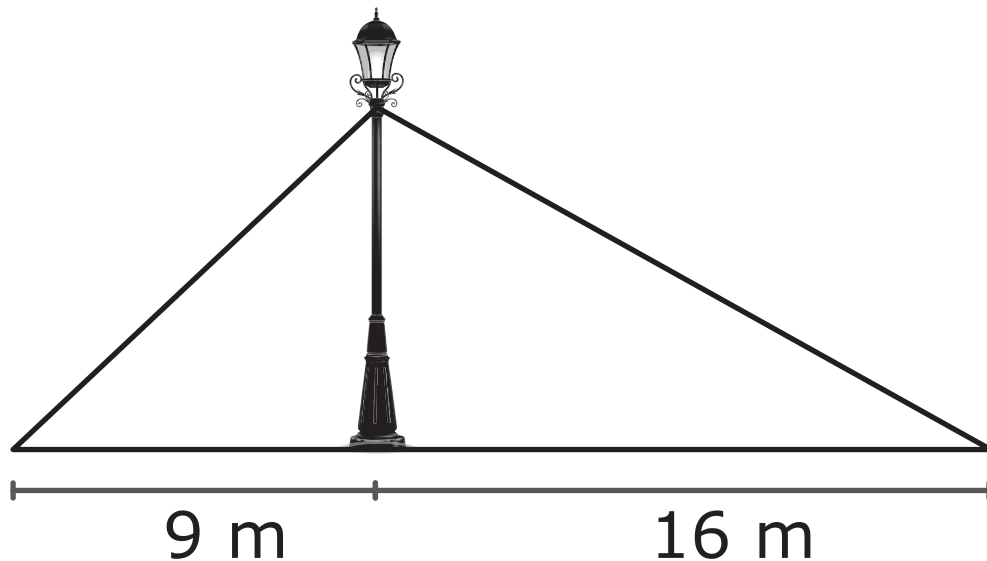
---

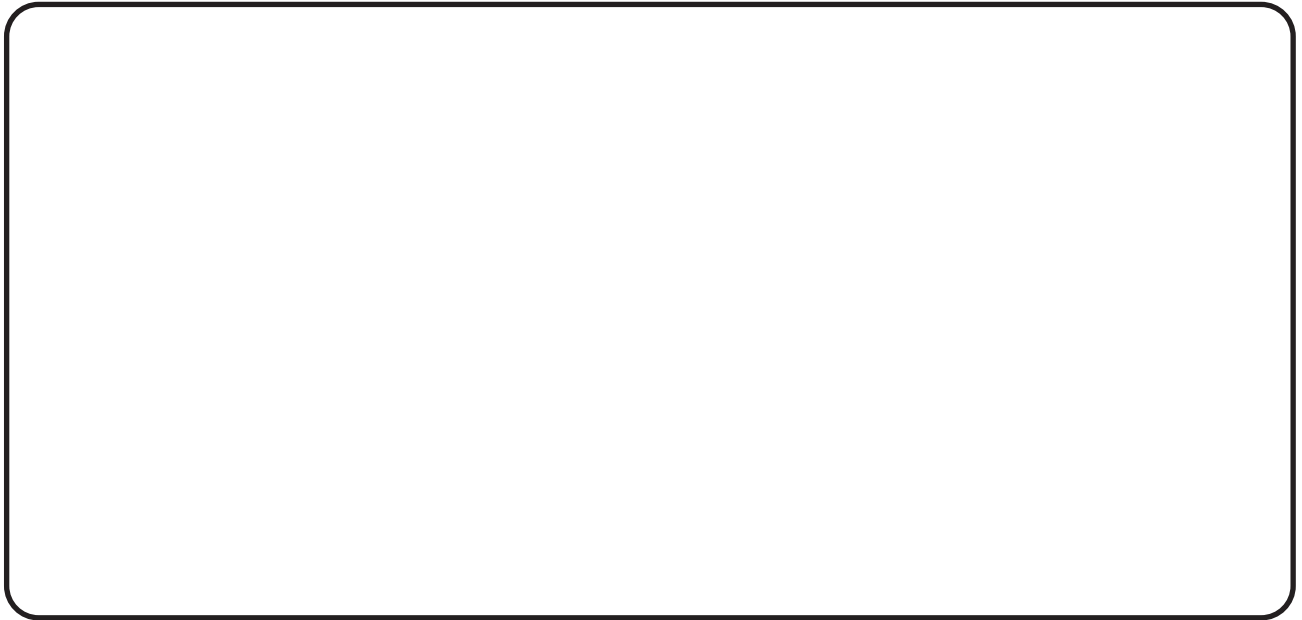
---

---

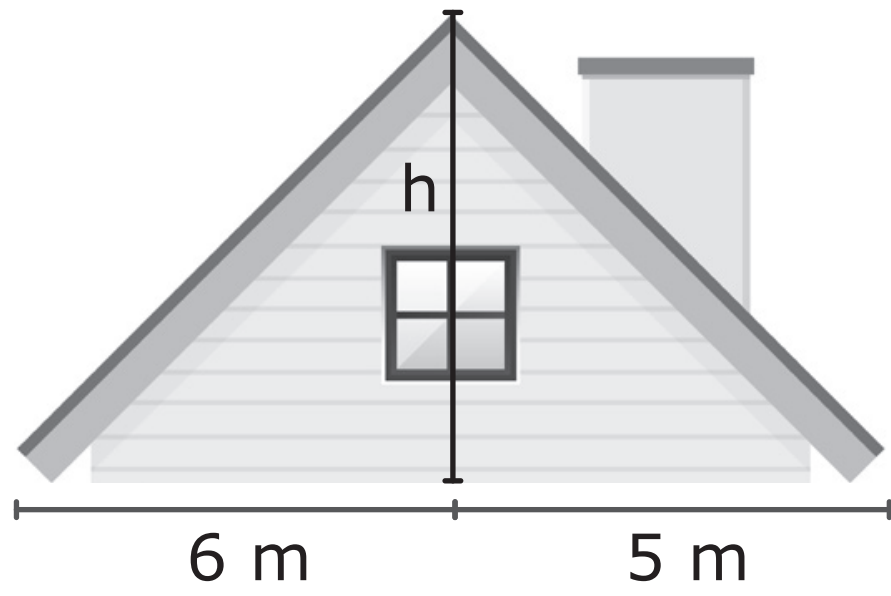
**6. Resuelvan** los siguientes problemas.

- a.** Dos cables tensos atados al suelo sujetan desde su extremo superior a un poste formando un ángulo recto, como se representa en la figura. ¿Cuál es la longitud total de los cables?





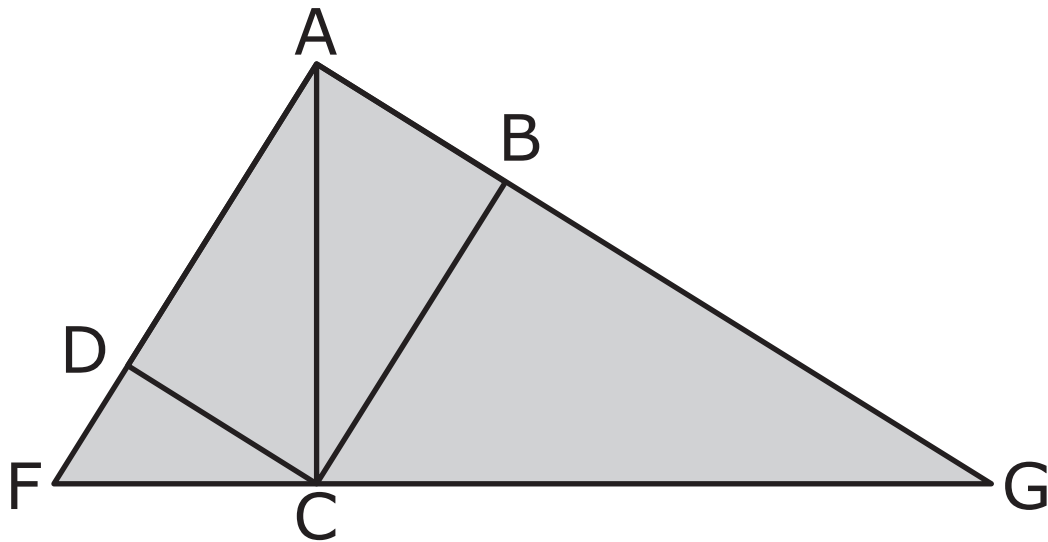
**b.** En la imagen se representa un techo que forma un ángulo recto. Si la altura  $h$  divide la horizontal de la fachada de la casa en 6 m y 5 m, respectivamente, ¿cuál es la altura máxima del techo? ¿Cuál es la longitud de la fachada frontal del techo?



A large empty rounded rectangular box for writing or drawing.




**6. Apliquen** el teorema de Euclides para realizar la siguiente demostración. Demuestren que el área del rectángulo ABCD es igual a  $\sqrt{DF \cdot AD \cdot AB \cdot BG}$  si se sabe que  $\overline{AC}$  es perpendicular a  $\overline{FG}$ .



**8. Resuelve** los siguientes problemas.

- a.** En un triángulo rectángulo, una altura corta a la hipotenusa definiendo dos segmentos de longitudes 25 cm y 4 cm. ¿Cuál es la longitud de la altura?





**b.** La medida de la diagonal de un rectángulo mide 34 cm y sus lados están en razón 15 : 8. ¿Cuál es el área del rectángulo? ¿Cuál es su perímetro?



## Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

### ► Semejanza de figuras

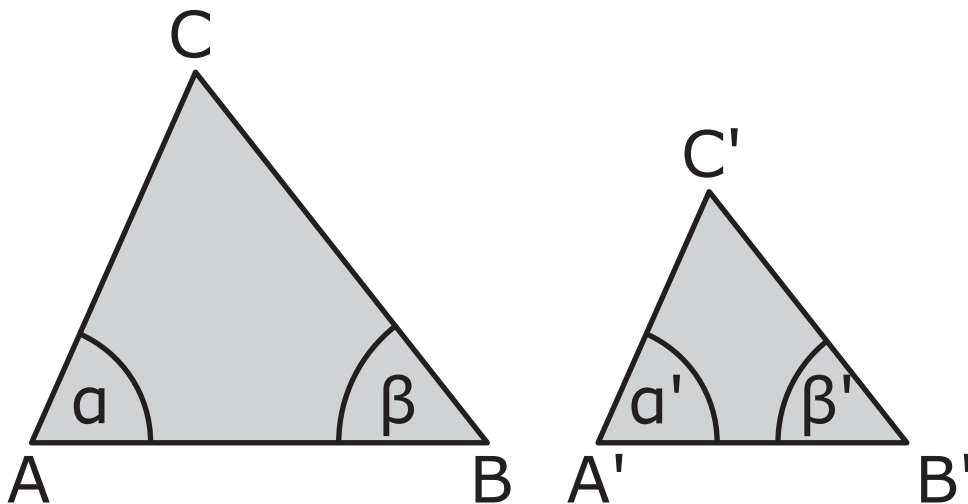
- 1.** Dos figuras son semejantes ( $\sim$ ) cuando tienen la misma. \_\_\_\_\_
- 2.** Dos polígonos son semejantes si sus ángulos interiores correspondientes son \_\_\_\_\_ y la razón entre las medidas de sus lados correspondientes es \_\_\_\_\_.



## ► Criterios de semejanza de triángulos

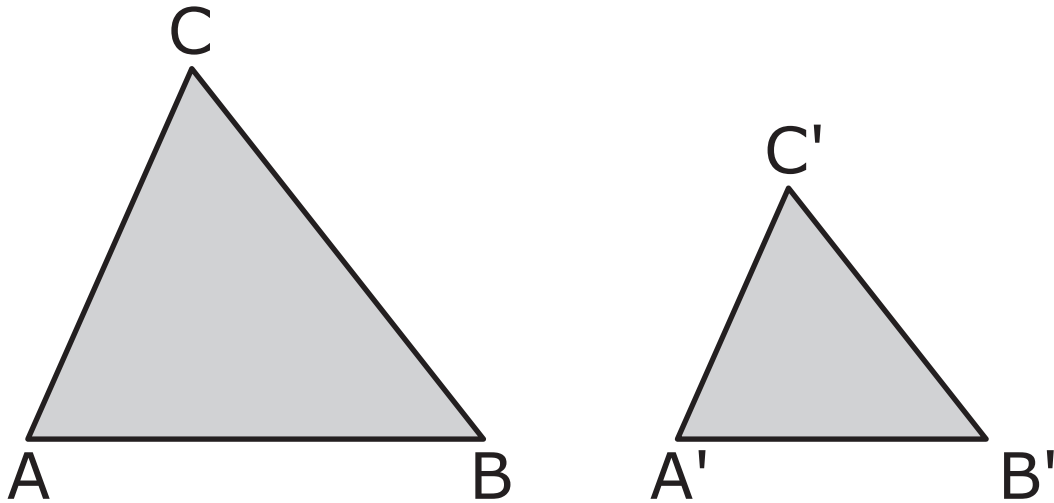
**3.** Completa la igualdad correspondiente a cada criterio.

**a.** Ángulo – ángulo (AA)



$$\alpha = \underline{\hspace{2cm}} \text{ y } \beta = \underline{\hspace{2cm}}$$

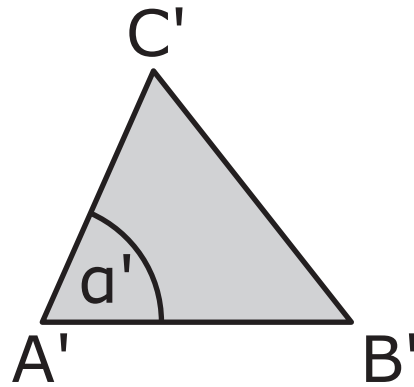
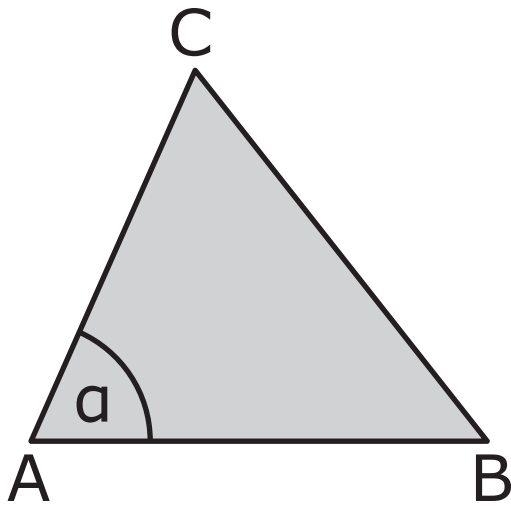
**b.** Lado – lado – lado (LLL)



$$\frac{AB}{\square} = \frac{\square}{B'C'} = \frac{AC}{\square}$$



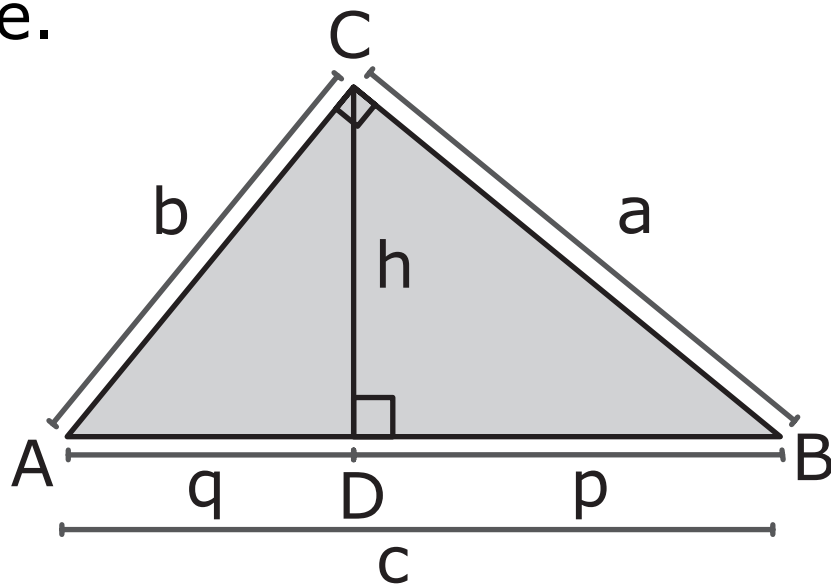
**c. Lado – ángulo – lado (LAL)**



$$\frac{\square}{A'B'} = \frac{AC}{\square} \text{ y } \alpha = \square$$

► Teorema de Euclides

4. Completa según el teorema correspondiente.



a.  $h = \sqrt{\square \cdot \square}$

b.  $a = \sqrt{\square \cdot \square} \cdot y$

$b = \sqrt{\square \cdot \square}$

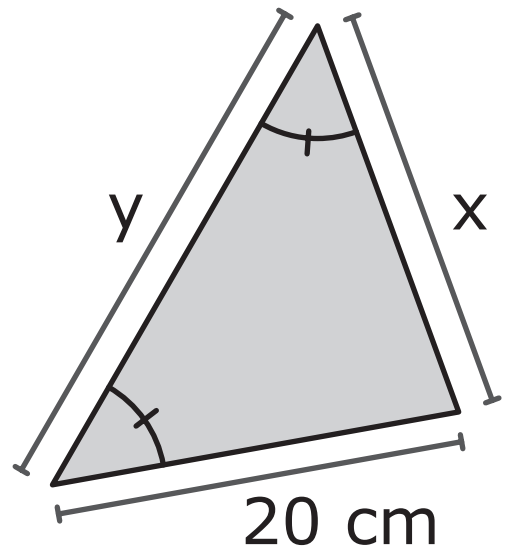
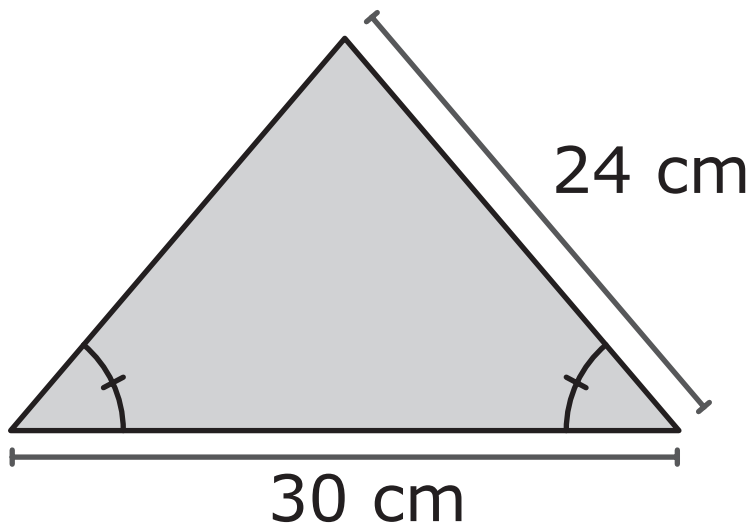


¿Cómo vas?

## Evaluación Lección 9

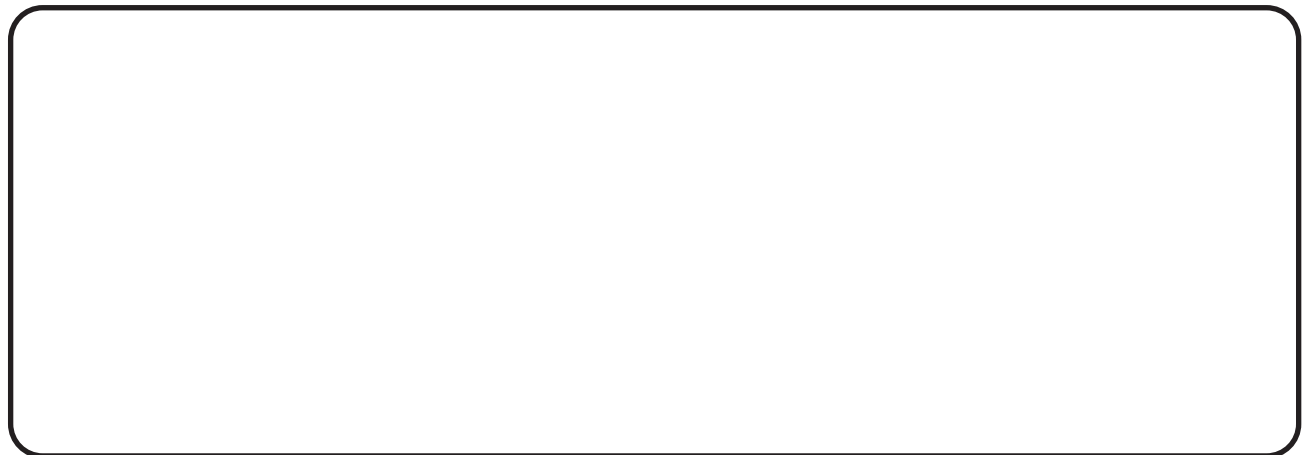
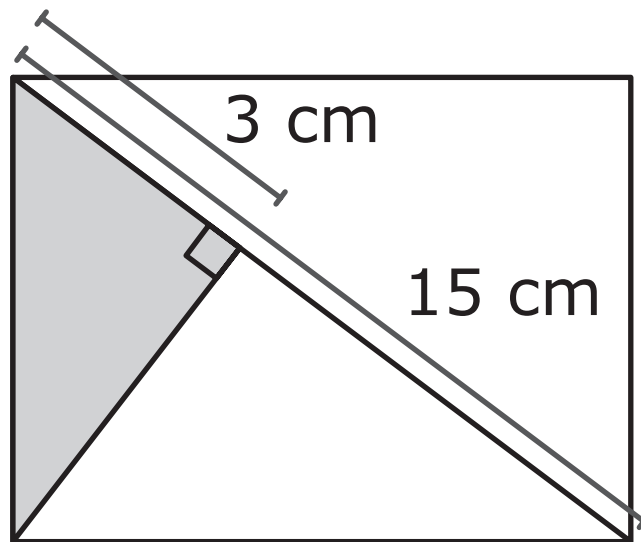
1. Calcula lo solicitado en cada caso.

a. El valor de  $x$  e  $y$  en los triángulos semejantes.





- b.** El área de la región pintada en el siguiente rectángulo.





**2. Evalúa** cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas (✓) y cuáles no lo son (X).

**a.** \_\_\_\_ Los ángulos correspondientes de dos triángulos semejantes son congruentes.

**b.** \_\_\_\_ Los ángulos correspondientes de dos triángulos semejantes son complementarios.

**c.** \_\_\_\_ Los lados correspondientes de dos triángulos semejantes son perpendiculares.



**d.** \_\_\_\_ Los lados correspondientes de dos triángulos semejantes son proporcionales.

**3. Resuelve** los siguientes problemas.

**a.** Si la razón de semejanza de dos triángulos rectángulos semejantes es de 1,8, ¿en qué razón se encuentran sus perímetros? ¿Y sus áreas?

---

---

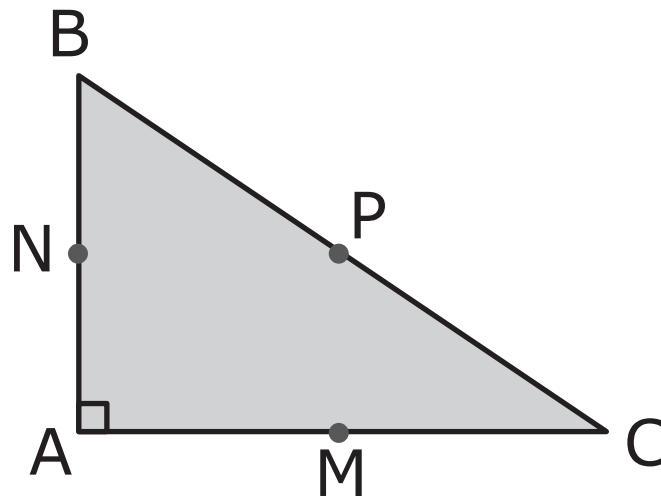


b. La distancia real entre dos ciudades es 25 km. ¿A qué distancia deben encontrarse en un mapa hecho a escala 1: 200.000?

---

---

c. Sobre el triángulo rectángulo ABC traza el triángulo MNP que se obtiene al unir los puntos medios de los lados del triángulo ABC. ¿Qué criterio de semejanza permite probar que los dos triángulos, ABC y PMN, son semejantes? ¿Por qué?



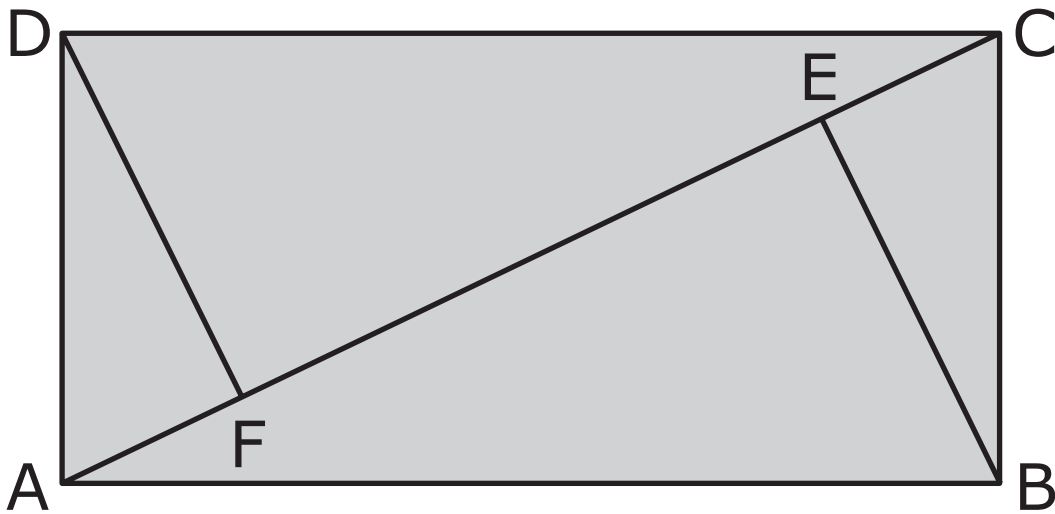
#### 4. Resuelvan los siguientes problemas.

- a. En una foto hay un edificio y un niño de 150 cm de estatura. Si la altura del niño y del edificio en la foto son 0,9 cm y 18 cm, respectivamente, ¿qué altura tiene el edificio? Si cada piso tiene una altura de 3 m, ¿cuántos pisos tiene el edificio?



**b.** Un bastón de 1 m de largo a una determinada hora proyecta una sombra de 0,8 m, y a la misma hora del día, un árbol proyecta una sombra de 12 m. ¿Cuál es la altura del árbol?

- c. En el rectángulo  $ABCD$ ,  $\overline{BE}$  y  $\overline{DF}$  son perpendiculares a la diagonal  $\overline{AC}$ . Si  $BC = 6$  cm y  $AB = 10$  cm, ¿cuánto mide  $\overline{EF}$ ?

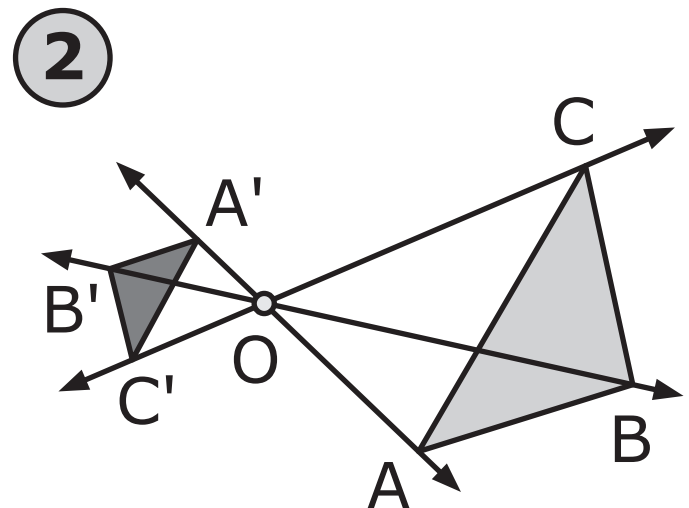
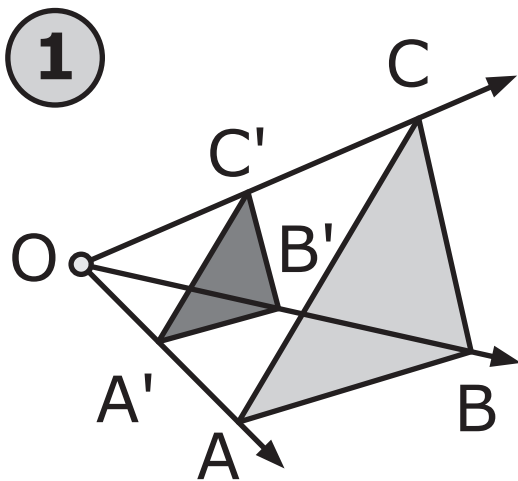




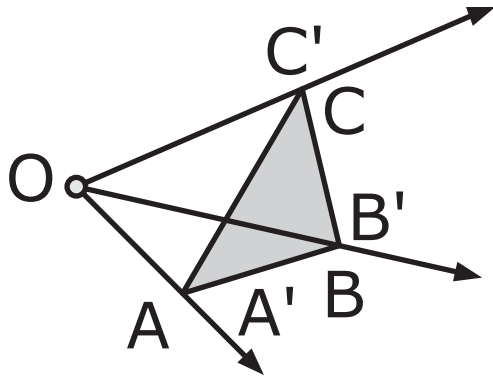
¿Qué aprendiste?

## Evaluación Unidad 3

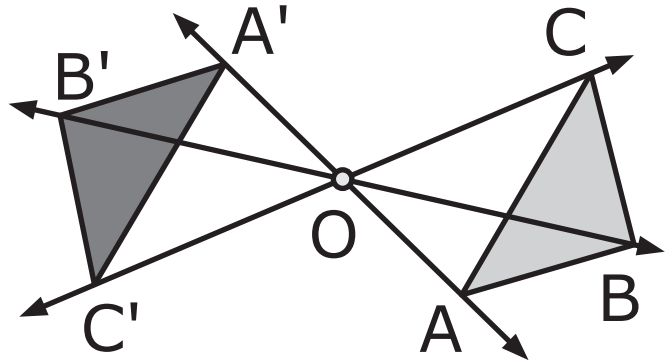
**1.** Relaciona cada representación con su correspondiente valor de  $k$ . Escribe el número asociado a cada representación en el espacio designado.



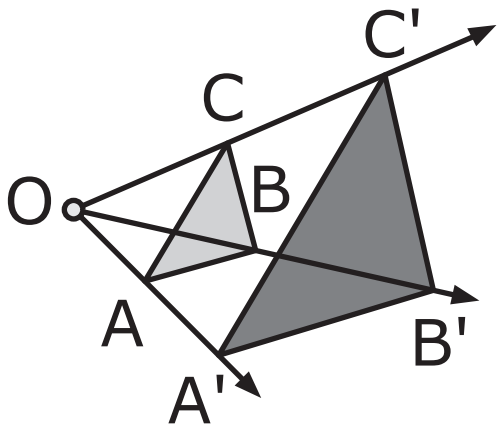
3



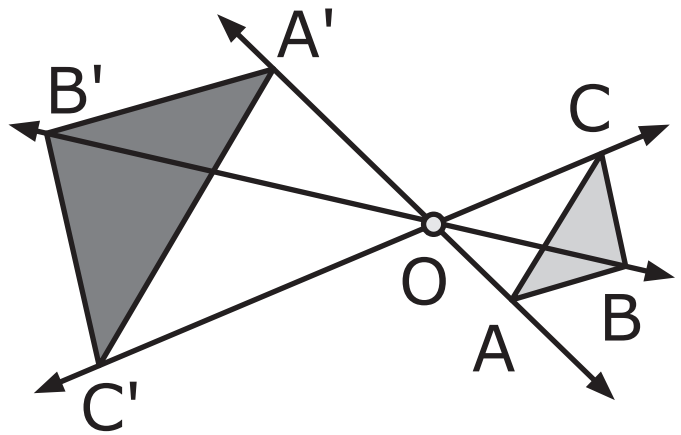
4



5



6



a.       $0 < k < 1$



**b.** \_\_\_\_\_  $k < -1$

**c.** \_\_\_\_\_  $k = -1$

**d.** \_\_\_\_\_  $k = 1$

**e.** \_\_\_\_\_  $k > 1$

**f.** \_\_\_\_\_  $-1 < k < 0$

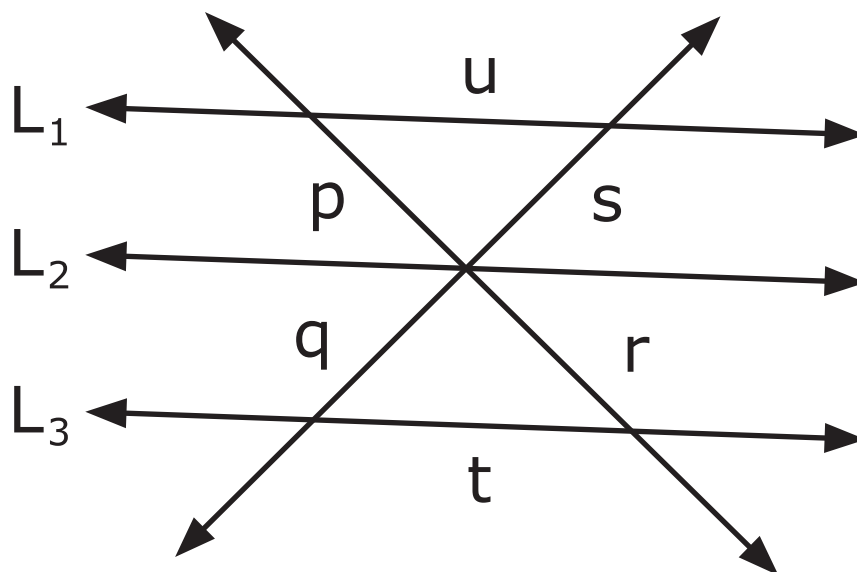


- 2.** Determina si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).
- a.** \_\_\_\_ El teorema de Tales se aplica cuando hay dos rectas paralelas cortadas por al menos dos rectas secantes.
- b.** \_\_\_\_ El teorema de Tales se puede aplicar a cualquier tipo de triángulo que es cortado por una recta paralela a uno de sus lados.
- c.** \_\_\_\_ Para dividir proporcionalmente un segmento, se debe trazar una recta no paralela a él que corte al segmento en uno de sus extremos.



- d. \_\_\_ Un triángulo isósceles puede ser semejante a un triángulo equilátero.
- e. \_\_\_ Si dos triángulos tienen sus lados correspondientes proporcionales, el criterio que justifica su semejanza es el AA.

**3. Evalúa** cuáles de las siguientes afirmaciones son correctas (✓) y cuáles no lo son (X).



a.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{p}{r} = \frac{s}{q}$

b.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{u}{p} = \frac{r}{t}$

c.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{p}{q} = \frac{s}{r}$

d.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{u}{t} = \frac{p}{s}$

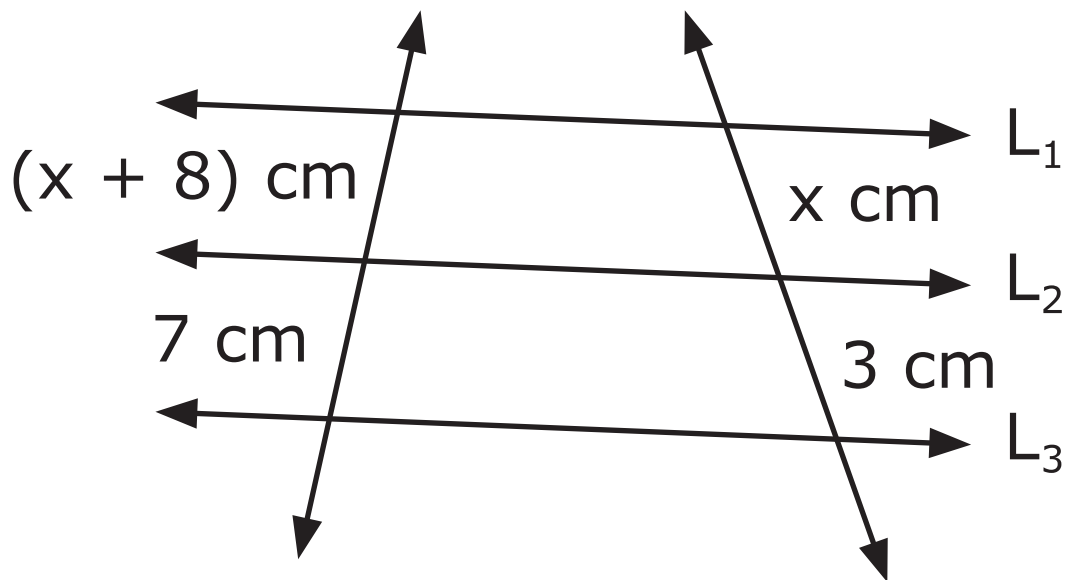
e.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{p}{q} = \frac{u}{t}$

f.  $\underline{\hspace{2cm}} \frac{u}{p} = \frac{t}{r}$

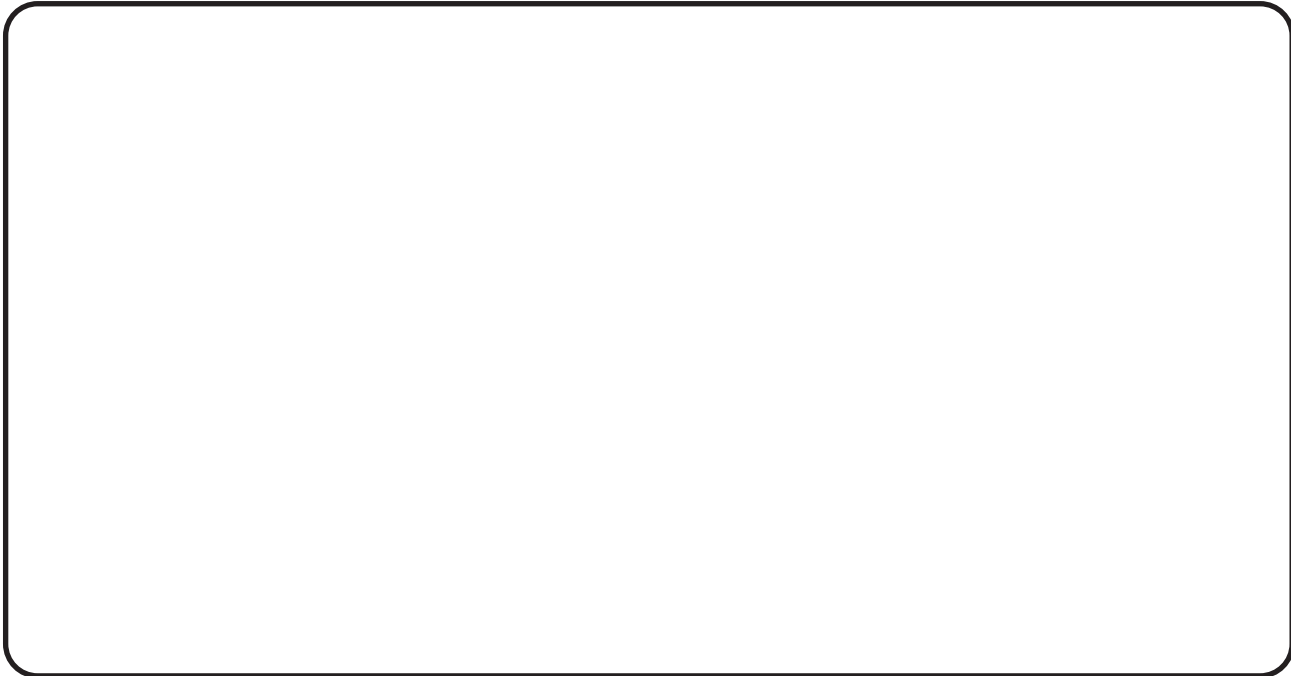
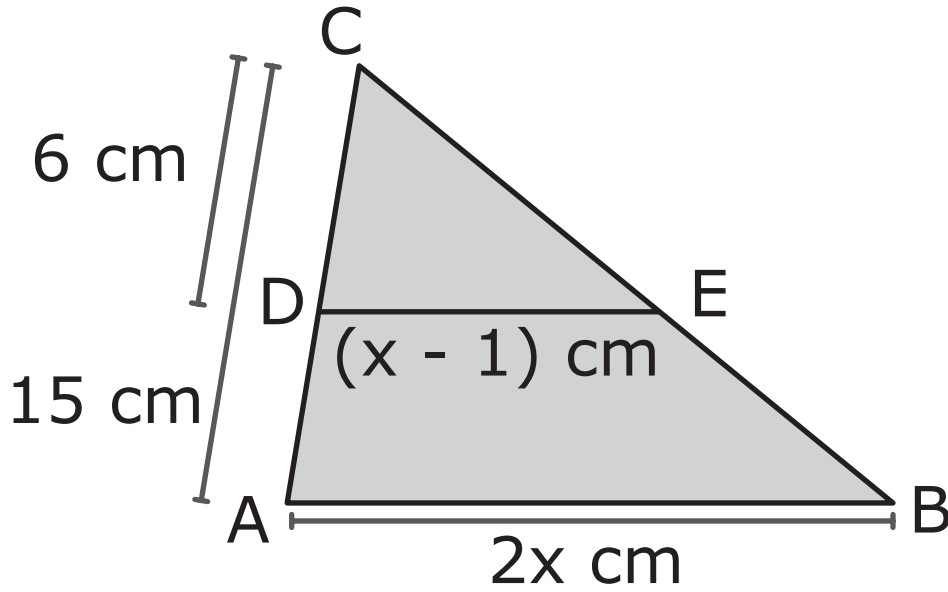


**4. Aplica** el teorema de Tales y calcula el valor de  $x$ .

**a.**  $L_1 // L_2 // L_3$



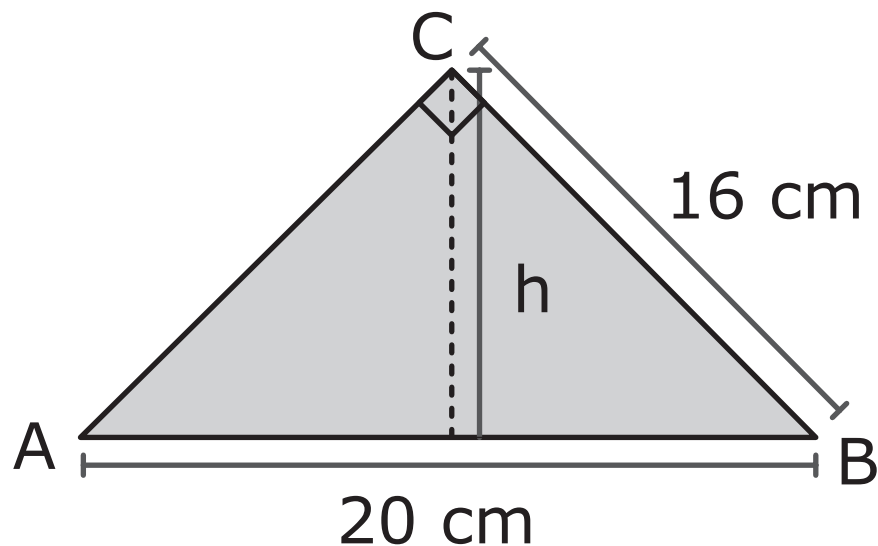
b.  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$



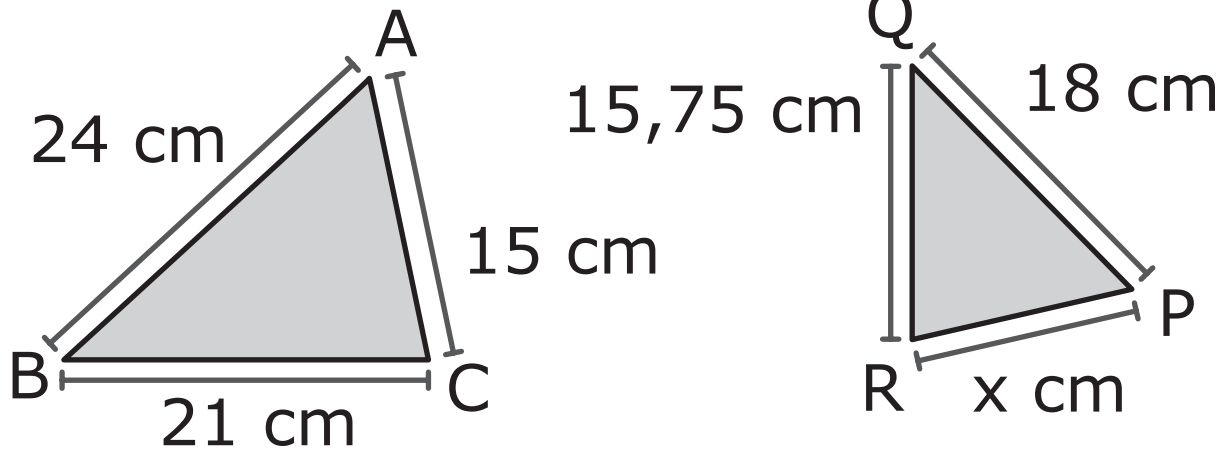


**5. Resuelve** los siguientes problemas.

**a.** ¿Cuál es la medida de la altura ( $h$ ) del triángulo rectángulo ABC?

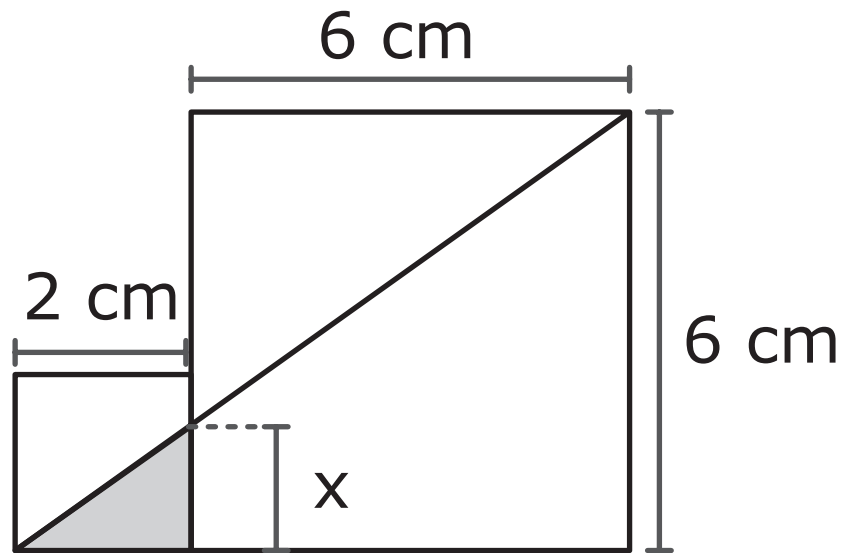


- b.** El triángulo PQR es una reducción del triángulo ABC. ¿Cuál es el valor de  $x$ ?





c. La figura está compuesta por dos cuadrados. ¿Cuál es el área de la región pintada?



Empty rounded rectangular box for the answer.



## Cierre

- De todas las actividades, ¿cuál permitió desarrollar tu ingenio? ¿Por qué?

---

---

- Al trabajar en grupo, ¿fuiste capaz de expresar tus ideas con claridad? Explica.

---

---



- ¿Cómo evaluarías tu desempeño a lo largo de esta unidad? ¿Qué aspectos mejorarías?

---

---

# **UNIDAD 4**

## **LOS DEPORTES**

### **Lección 10**

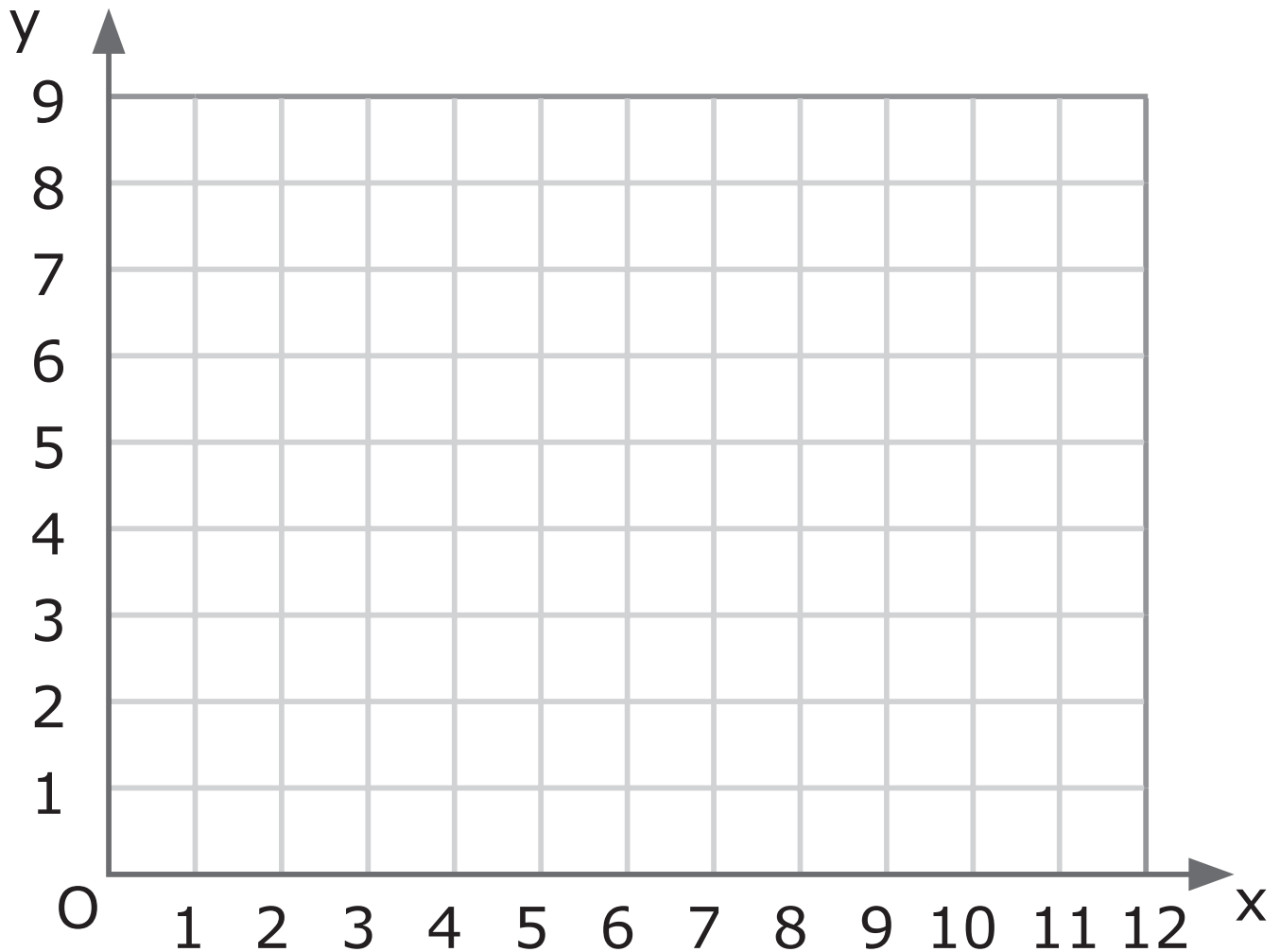
### **Análisis de poblaciones**

### **REGISTRO DE DISTRIBUCIONES**

1. Representa los siguientes conjuntos de datos en una nube de puntos y responde lo solicitado en cada caso.



a.  $\{(2, 5), (10, 4), (4, 6), (5, 4), (9, 8), (10, 7), (3, 5), (2, 7), (1, 4), (5, 6), (3, 2), (11, 1)\}$



- ¿Siguen alguna tendencia los puntos?  
Explica.

---

---

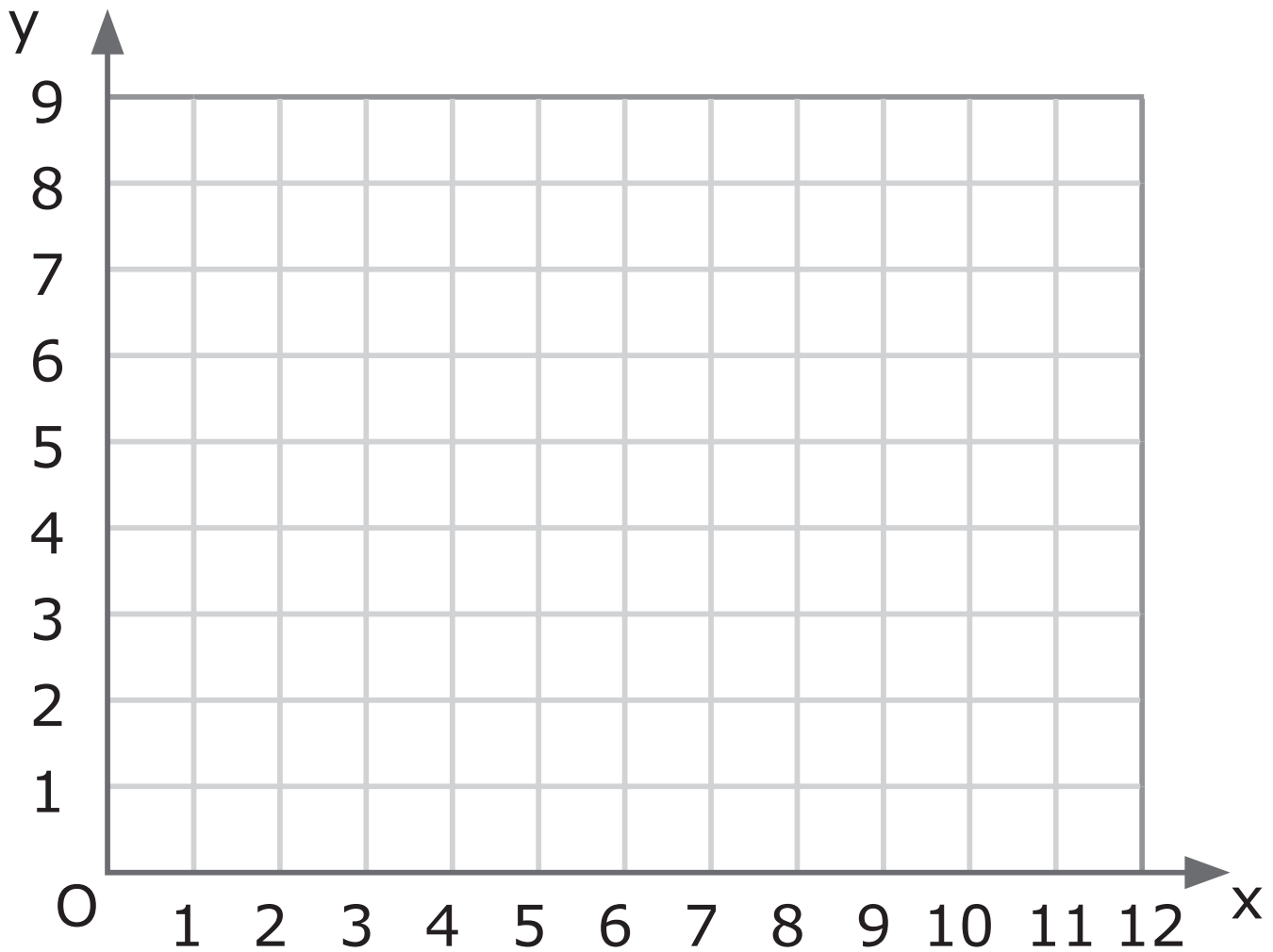
- ¿Existe algún dato aislado o atípico?

---

---



**b.**  $\{(2, 7), (1, 2), (2, 8), (3, 6), (4, 5), (1, 8), (0, 9), (6, 3), (2, 6), (3, 5), (5, 4), (7, 2)\}$



- ¿Siguen alguna tendencia los puntos?  
Explica.

---

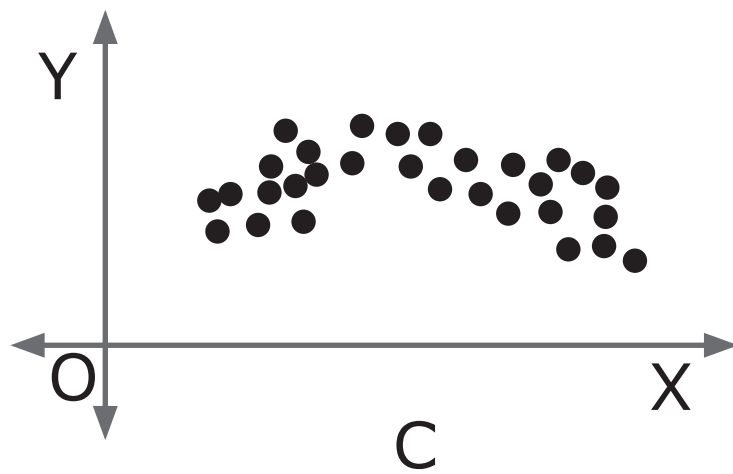
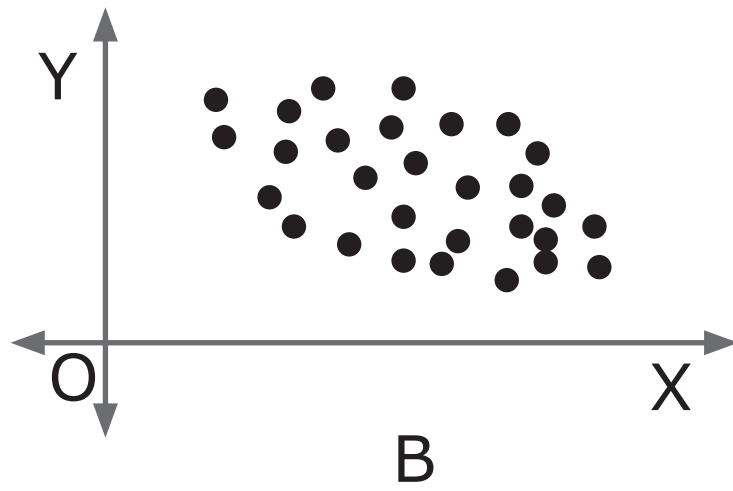
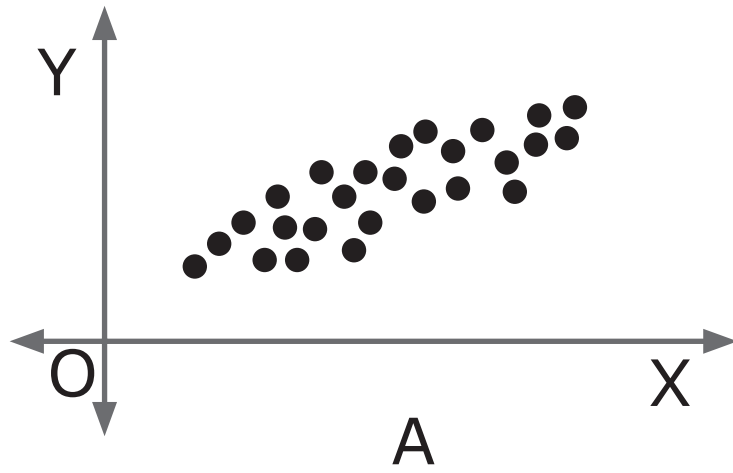
---

- ¿Existe algún dato aislado o atípico?

---

---

**2.** Observa los diagramas de dispersión A, B y C. Traza en cada uno la recta que mejor lo represente, y luego responde.





**a.** ¿En cuál de los diagramas se observa mayor correlación?

---

**b.** ¿En cuál de los diagramas se observa una correlación más débil?

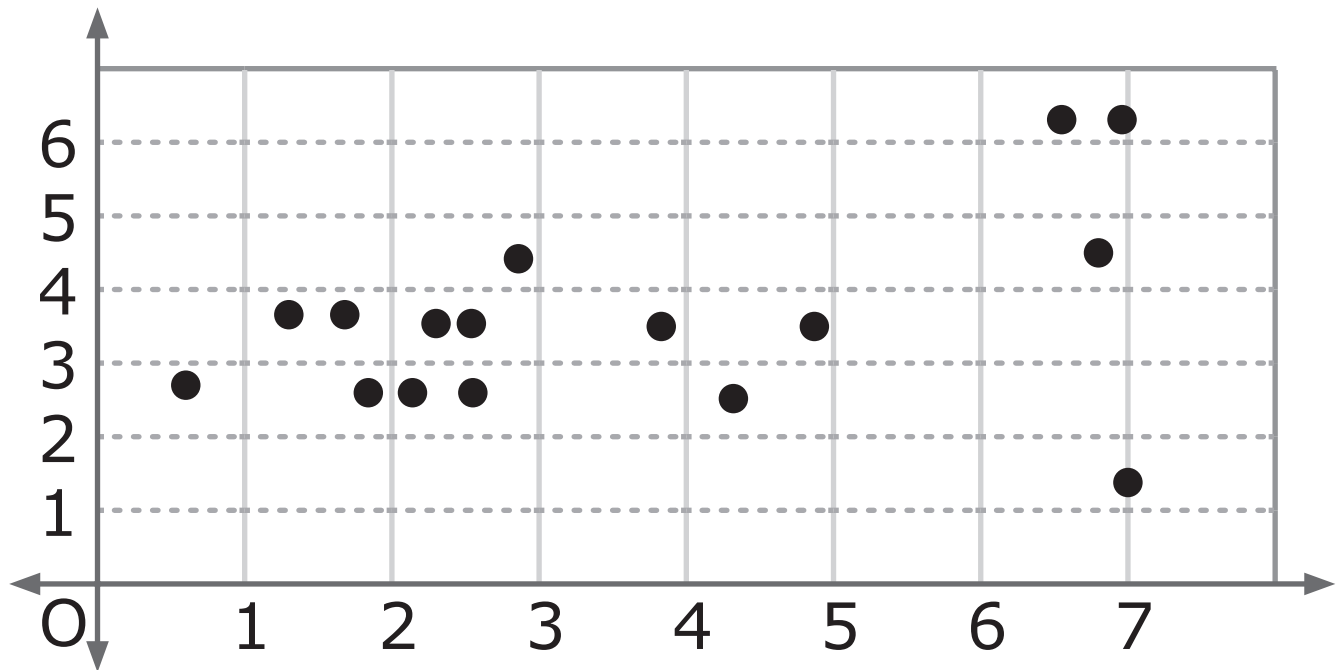
---

**c.** ¿En cuál de los diagramas se observa una correlación positiva?

---



**3.** Observa la siguiente gráfica de dispersión, y luego realiza lo solicitado.



**a.** Traza, en el diagrama, la recta que consideras que representa mejor la media de los datos.

- b.** Identifica los puntos que corresponden a puntos aislados o atípicos y enciérralos en un círculo.
- c.** Elabora una conclusión del comportamiento de los datos.

---

---

---

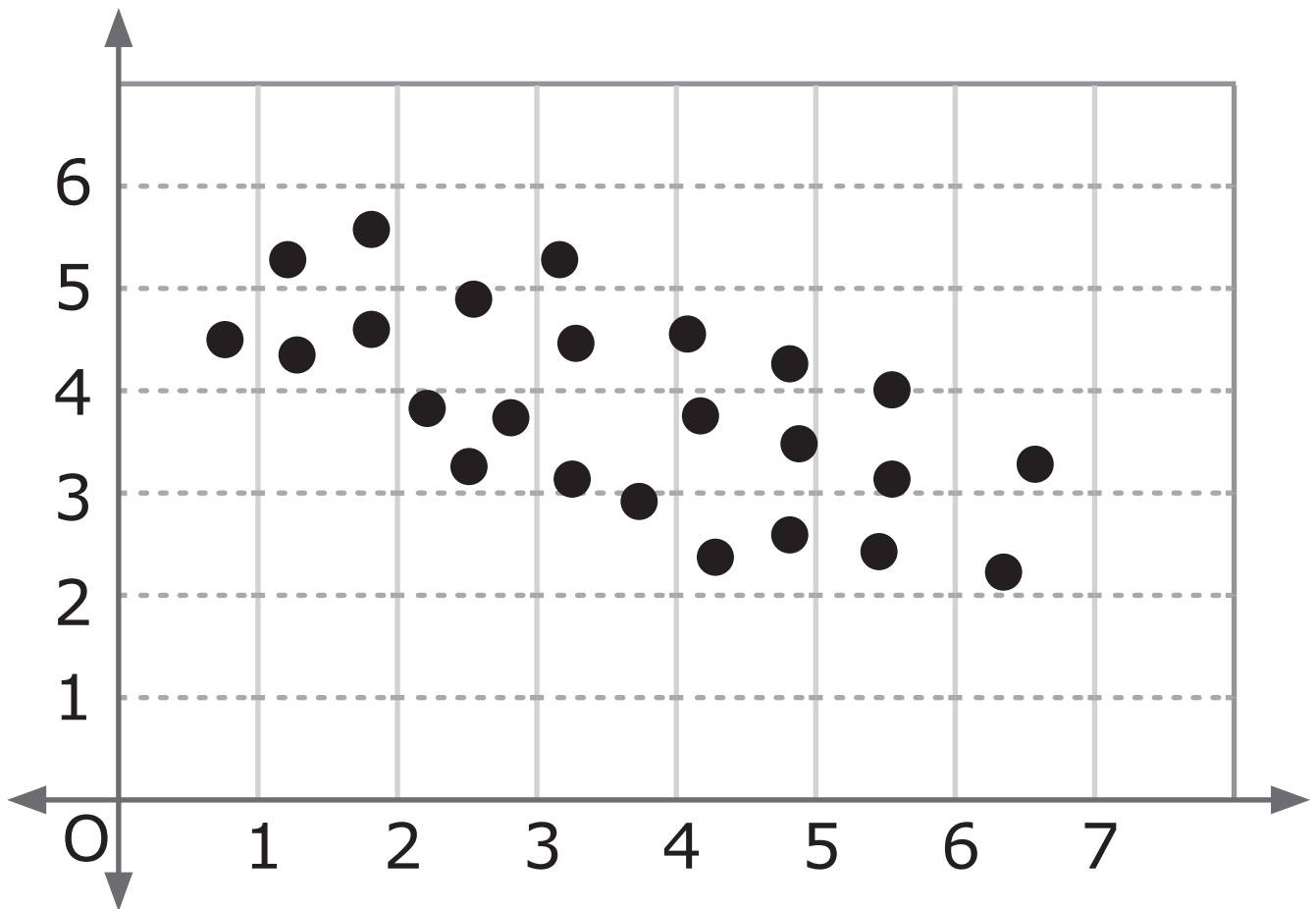
### ► **Recurso Web**

Para practicar más puedes acceder al recurso interactivo del Mineduc Regresión de mínimos cuadrados en el siguiente sitio: <https://n9.cl/kti6>



**4. Examina** las siguientes nubes de puntos y responde.

**a.**



- ¿Se puede establecer alguna relación lineal entre las variables?

---

---

- ¿La correlación es positiva o negativa?

---

---

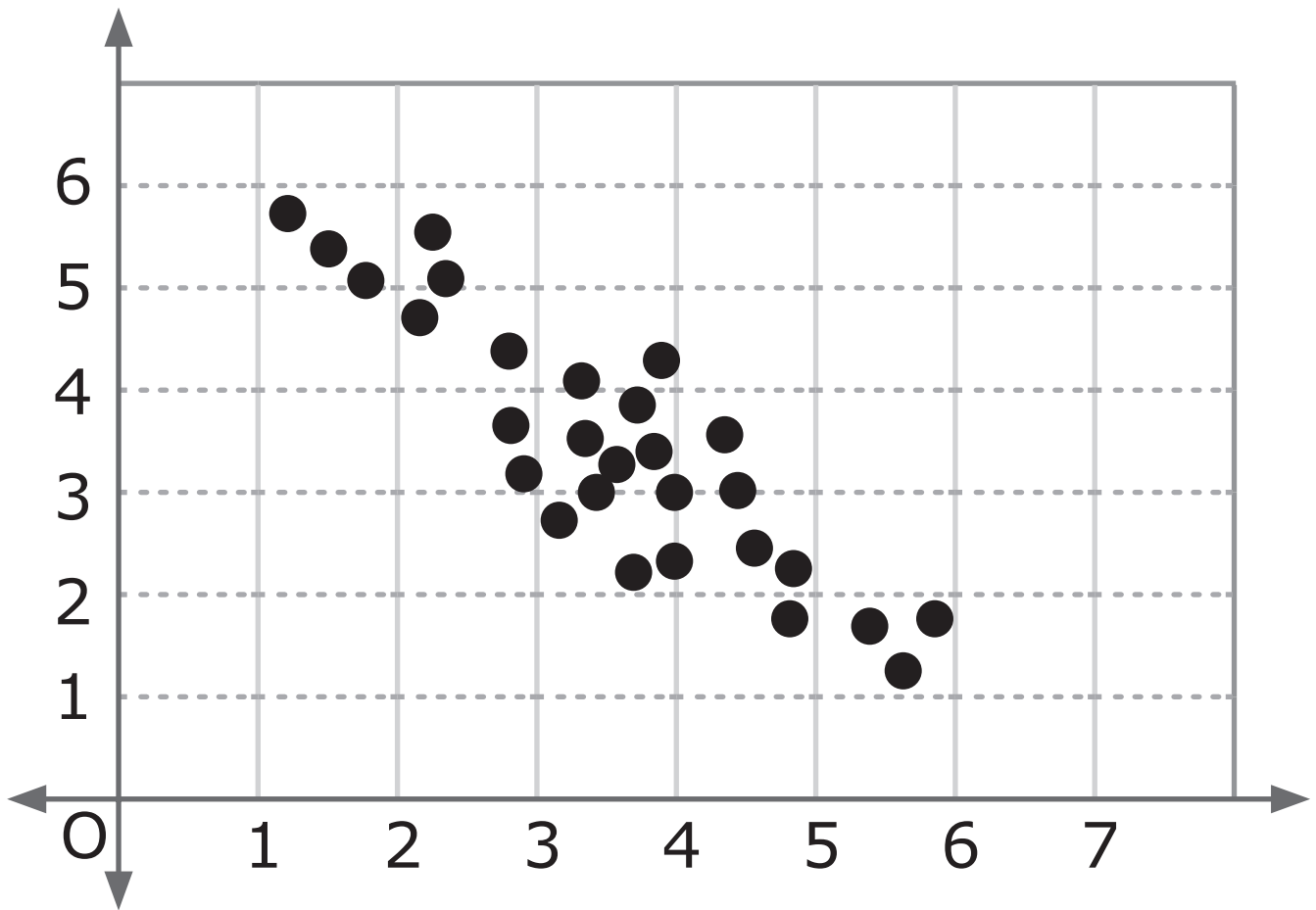
- ¿La correlación es débil o fuerte?

---

---



**b.**



- ¿Se puede establecer alguna relación lineal entre las variables?

---

---

- ¿La correlación es positiva o negativa?

---

---

- ¿La correlación es débil o fuerte?

---

---



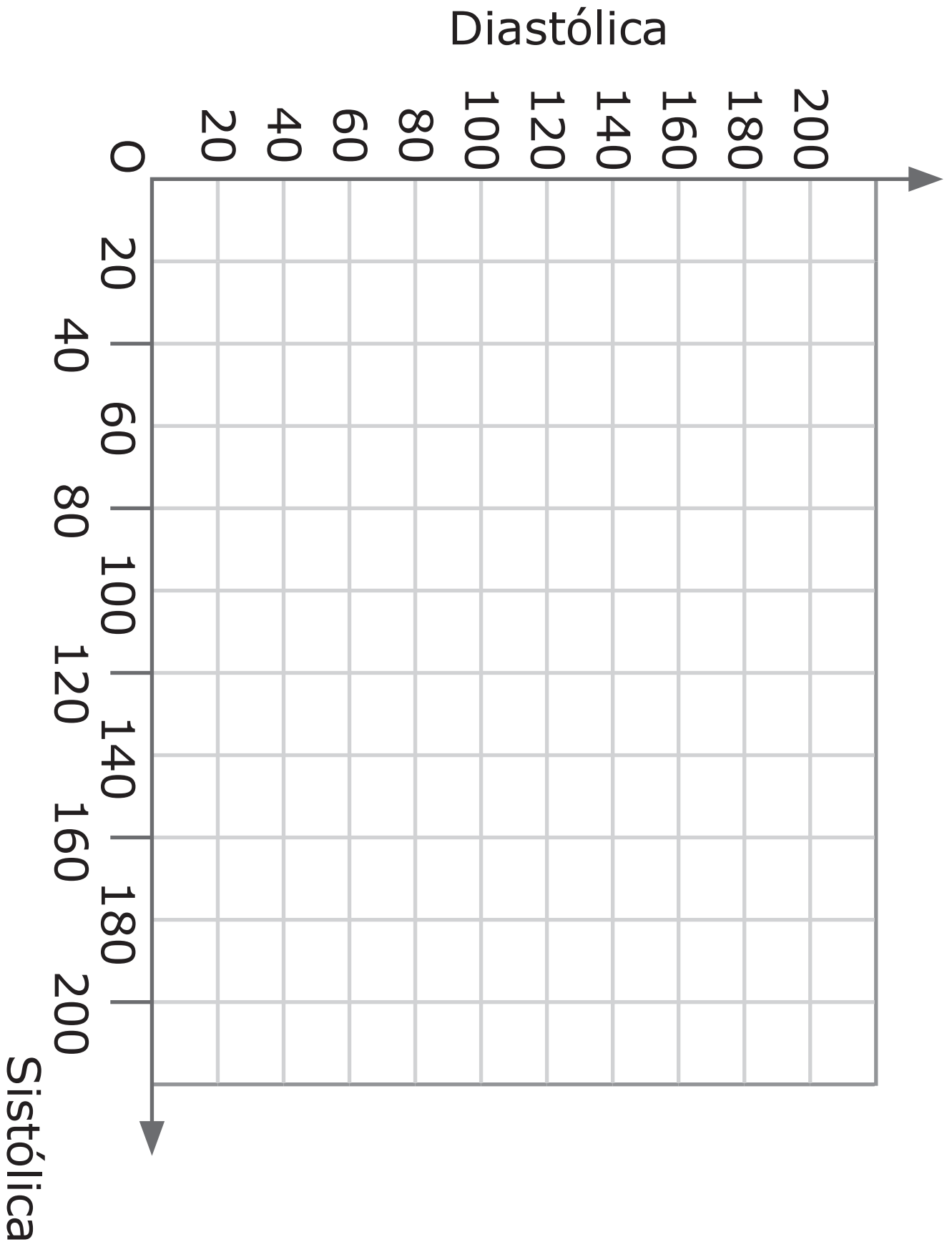
**5. Analicen** las siguientes situaciones y elaboren un gráfico de nube de punto con los datos obtenidos en cada caso.

- a.** Un estudio realizado con 12 pacientes de un hospital relaciona la presión sanguínea de los pacientes (sistólica y diastólica).



## Relación de la presión sanguínea de los pacientes

Sistólica	Diastólica	Sistólica	Diastólica
115	70	150	90
110	65	140	100
125	80	135	85
120	90	105	60
115	70	110	70
120	80	140	90



- ¿Qué tipo de correlación presentan los datos? Justifica tu respuesta.

---

---

- ¿Se puede establecer alguna conclusión a partir de los datos? Justifica tu respuesta.

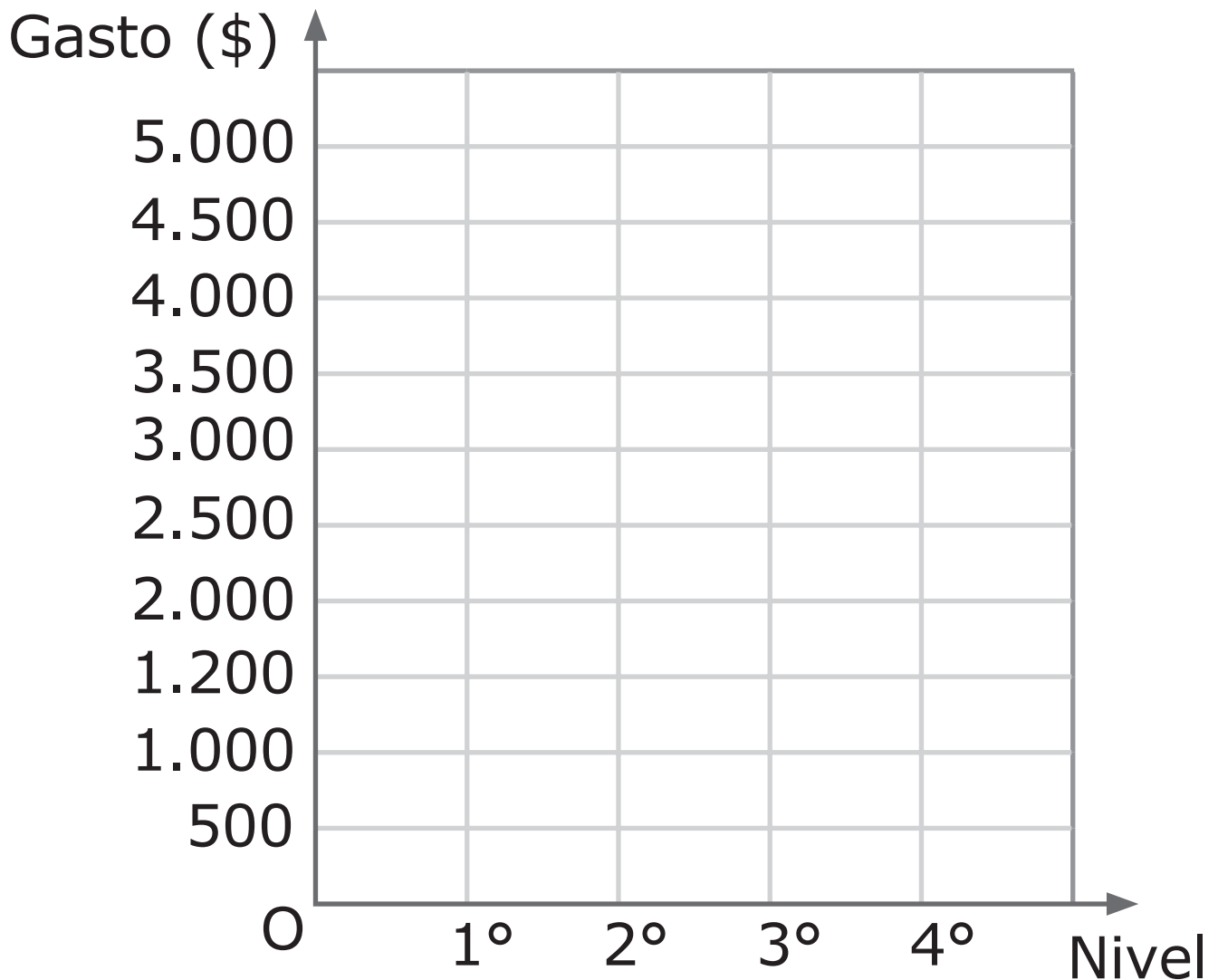
---

---

- b.** Una encuesta realizada a un grupo de estudiantes de Educación Media relaciona el nivel que cursan con la cantidad de dinero (\$) que gastan al día en el quiosco escolar.



<b>Nivel</b>	<b>Gasto (\$)</b>	<b>Nivel</b>	<b>Gasto (\$)</b>
1°	1.500	1°	1.600
2°	2.200	3°	3.000
2°	900	3°	3.200
1°	1.500	4°	2.000
1°	1.000	2°	2.500
3°	3.200	2°	1.800
4°	3.000	4°	2.600
4°	3.500	2°	2.200
3°	3.500	2°	2.500



- ¿Qué tipo de correlación presentan los datos? Justifica tu respuesta.

---

---



- ¿Se puede establecer alguna conclusión a partir de los datos? Justifica tu respuesta.

---

---

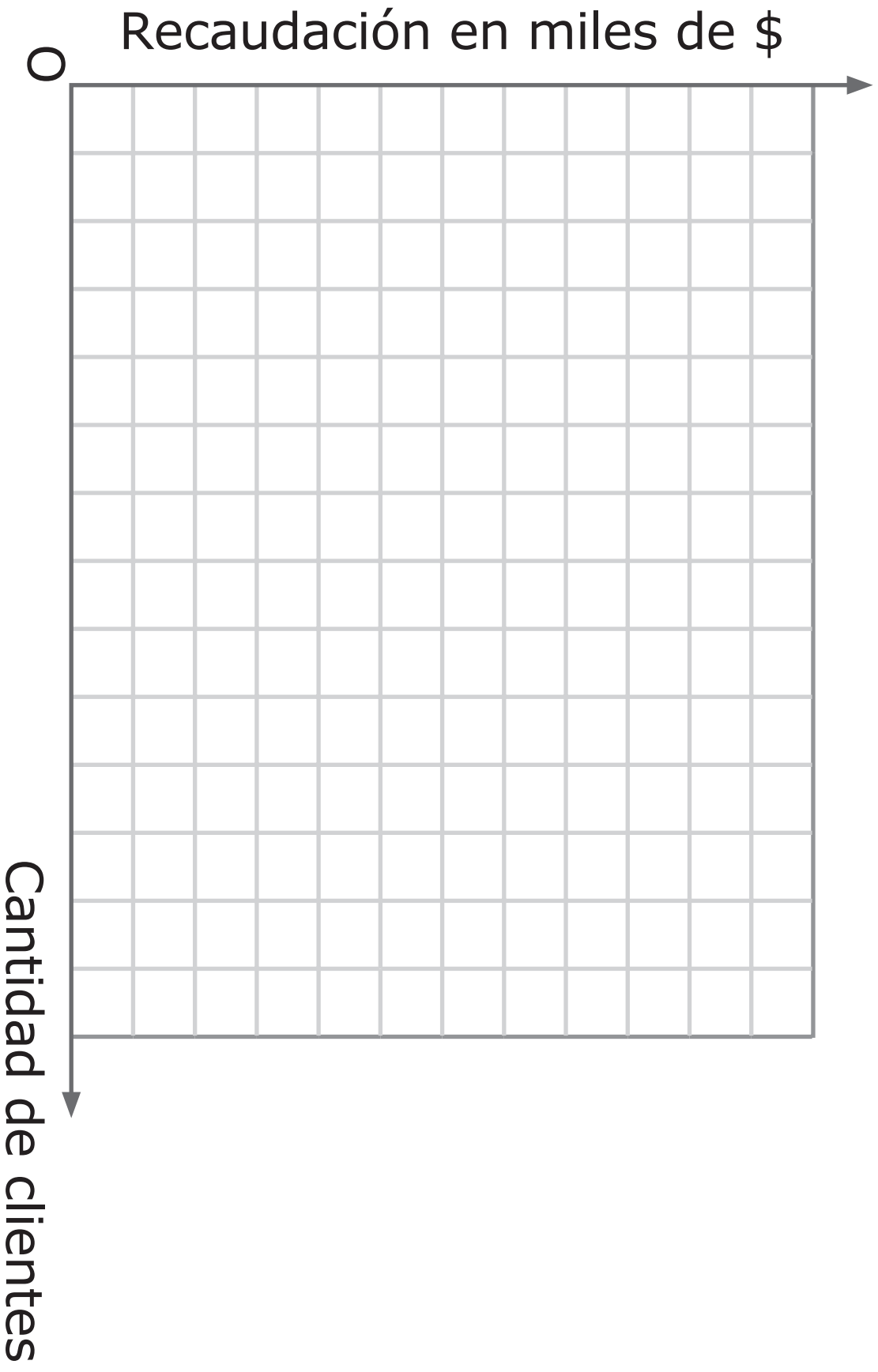
**6. Actividad de profundización. Resuelve** el siguiente problema y responde. Una tienda está interesada en saber si el monto de sus ventas diarias tiene alguna relación con la cantidad de clientes que van a la tienda en el día. Para ello, registró durante dos semanas la cantidad de clientes diarios y la recaudación de sus ventas (en miles de \$) cada día y elaboró la siguiente tabla:

<b>Cantidad de clientes</b>	<b>Recaudado (en miles de \$)</b>
90	90
70	70
80	85
80	90
65	70
95	95
95	100
90	95
70	65
80	80
85	90
60	70
95	98
100	100

- a.** Construye una nube de puntos para los datos (utilizando una graduación conveniente del plano cartesiano).



# Ventas en una tienda en dos semanas según cantidad de clientes





**b.** Describe brevemente el comportamiento que existe en la nube de datos.

---

---

---

**c.** ¿Se puede afirmar que a mayor número de clientes, mayor es la recaudación?, ¿por qué?

---

---

**d.** ¿Existe una correlación fuerte entre los datos obtenidos en la encuesta?, ¿por qué?

---

---



**e.** ¿Existen datos atípicos? Explica.

---

---

**f.** ¿Crees que dos semanas de registro de datos es suficiente para verificar que a mayor número de clientes, mayor es la recaudación? Justifica tu respuesta.

---

---

## Proyecto: ¿Cómo se relaciona la masa corporal con la velocidad?

**7.** Organicen un equipo de trabajo de dos o tres estudiantes y realicen las siguientes actividades:

- Midan una distancia conveniente de entre 30 m y 50 m que conformará la pista de carrera.
- Reúnan una muestra compuesta por diez compañeros de curso para tomar sus medidas.

**a.** Escriban una hipótesis. ¿Cómo se relacionan las variables?

---

---

**b.** Con la balanza, midan la masa corporal de cada corredor y registren los datos en la tabla.

Corredor (Nº)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Masa corporal (kg)										



**c.** Pidan a los participantes, uno por uno, que corran lo más rápido posible la distancia fijada por ustedes inicialmente. Con el cronómetro, midan cuántos segundos tardan en llegar a la meta. Luego, calculen la velocidad (dividiendo la distancia por el tiempo) de cada corredor en la tabla.

Corredor (Nº)	1	2	3	4	5
Velocidad (en m/s)	$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} =$ $\frac{\quad}{\quad}$



Corredor (No°)	1	2	3	4	5
Velocidad (en m/s)	$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$	$\frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad}$

**d.** Organicen la información recogida en la tabla y construyan el gráfico de dispersión correspondiente.

Masa corporal (kg)	Velocidad (m/s)	Masa corporal (kg)	Velocidad (m/s)



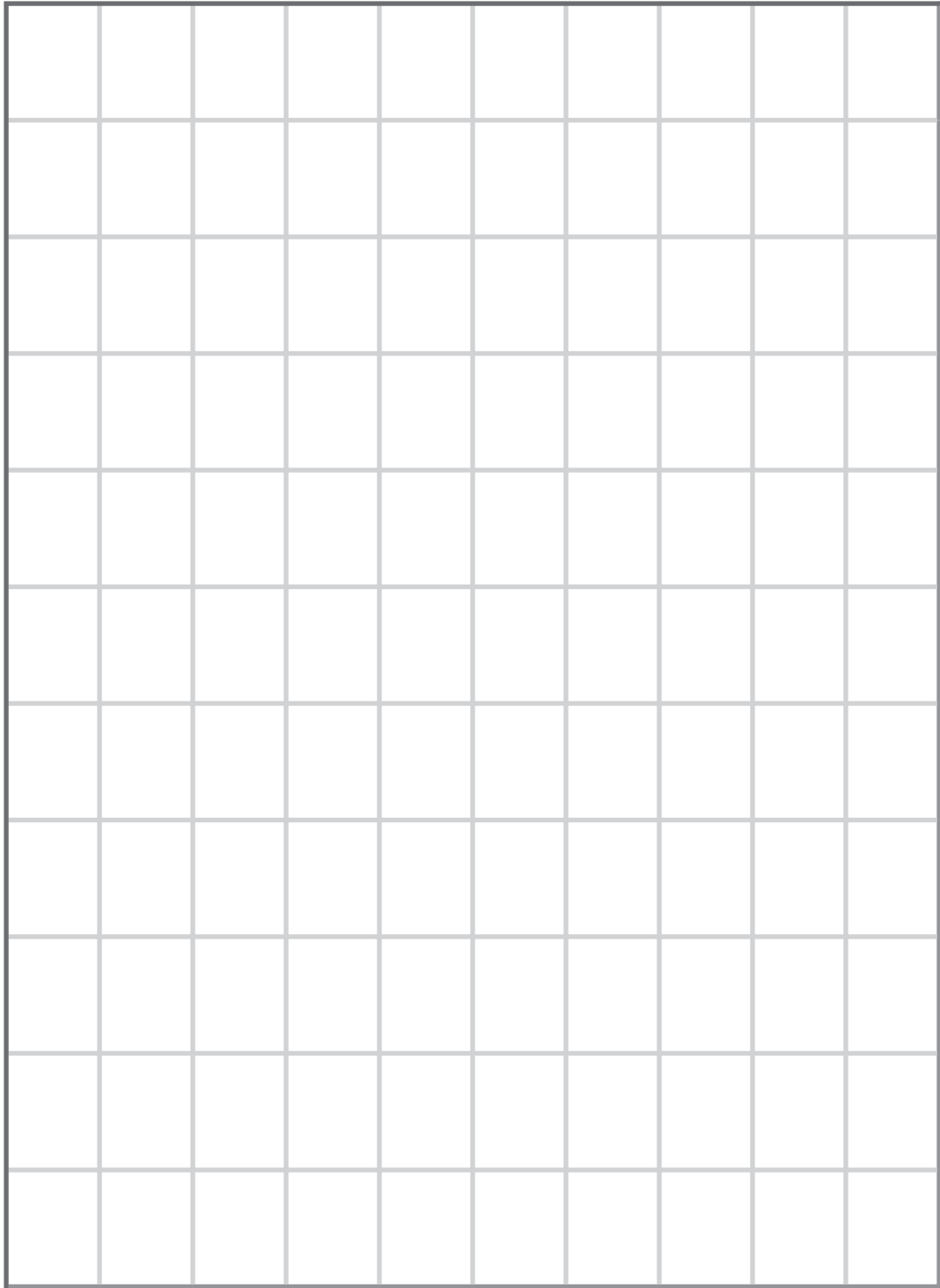
Velocidad

0

Masa corporal

1640

116





**e.** Comparen la hipótesis que se plantearon al inicio con los resultados y expliquen si es verdadera.

---

---

**f.** Expongan sus resultados al resto de sus compañeros y compárenlos con los de los otros equipos.



# COMPARACIÓN DE DOS POBLACIONES

1. Para cada una de las nubes de puntos, realiza lo siguiente.

Gráfico 1

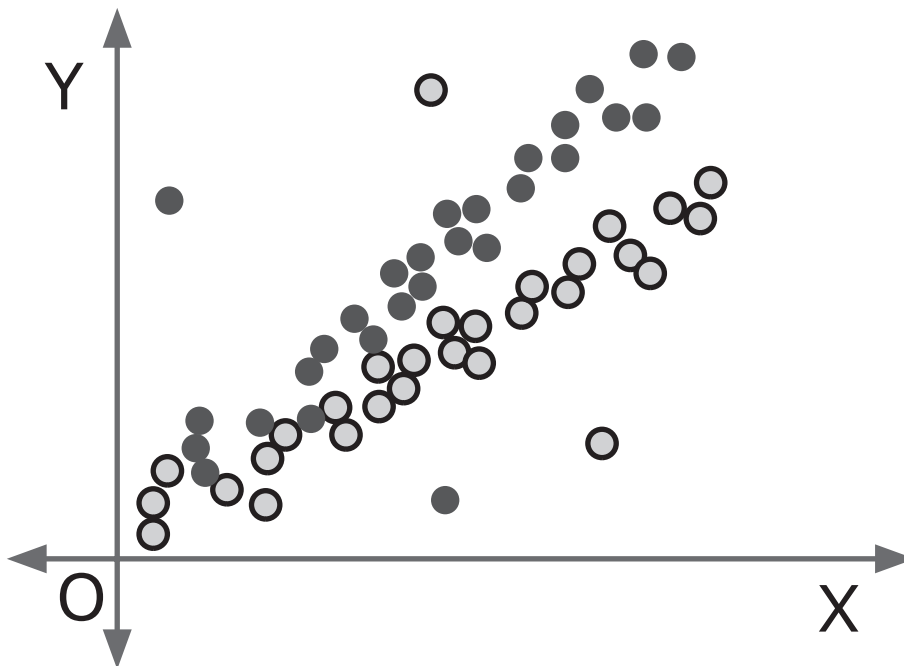
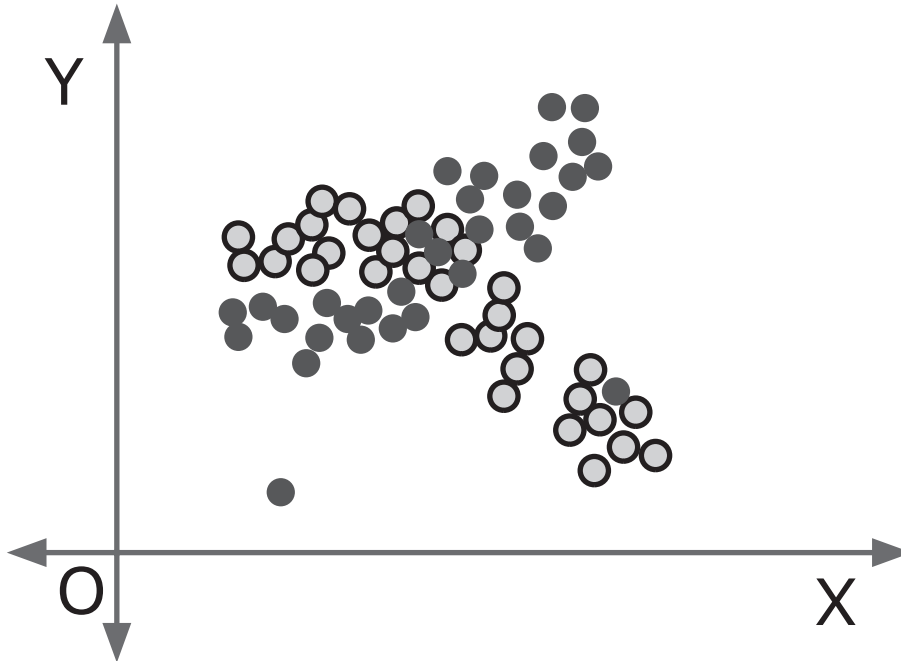


Gráfico 2



- a.** Traza una línea de regresión que describa sus tendencias.
  
- b.** Elabora una conclusión sobre la relación de las variables en cada gráfico.



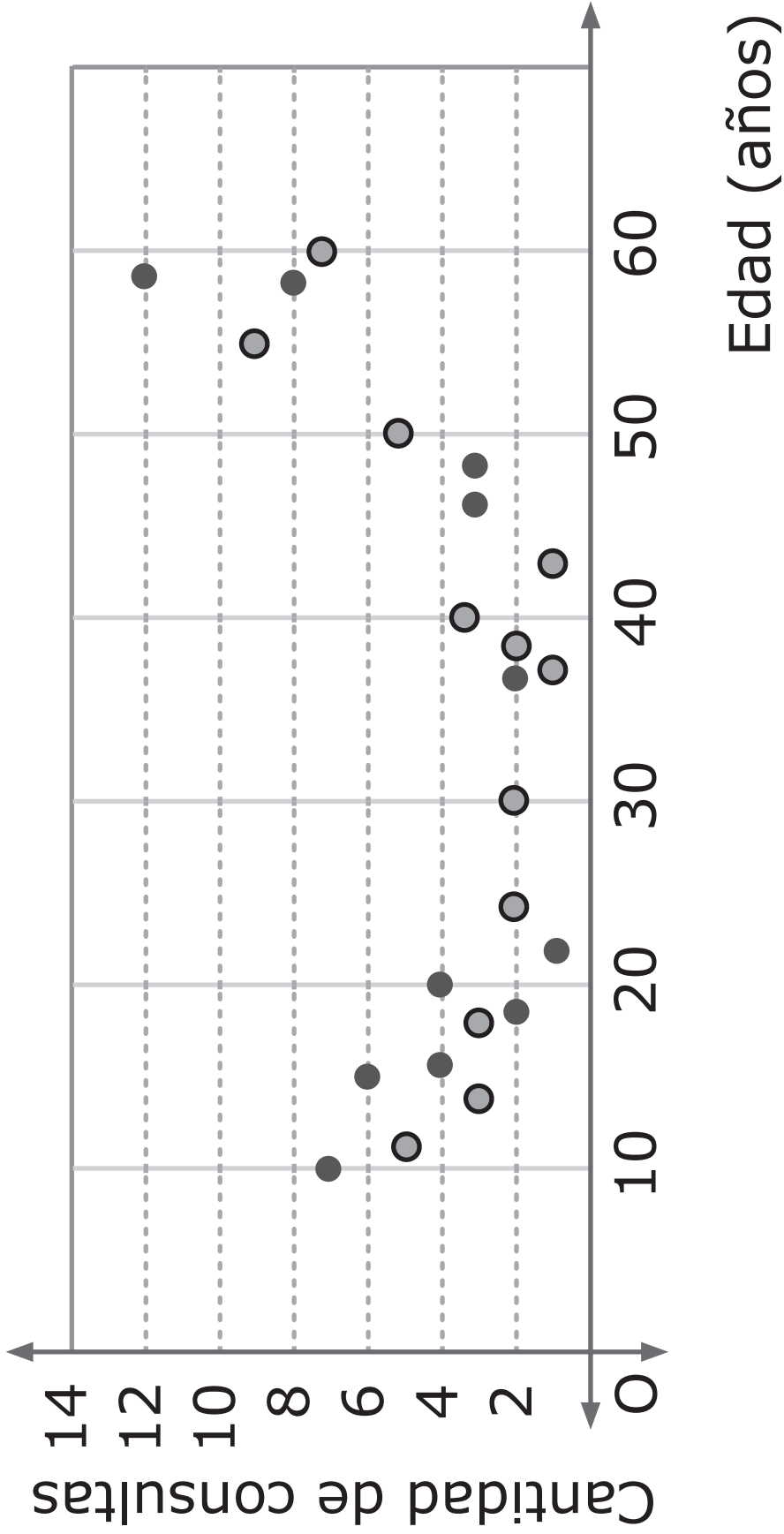
Gráfico 1: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Gráfico 2: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

- 2.** En un hospital se registró la edad de 12 mujeres y 12 hombres que fueron atendidos y la cantidad de consultas que cada uno hizo en el último año. Los resultados se observan en el diagrama de puntos.





**a.** Escribe una conclusión sobre la relación de las variables Edad y Cantidad de consultas en un año en la población femenina.

---

---

**b.** Escribe una conclusión sobre la relación de las variables Edad y Cantidad de consultas en un año en la población masculina.

---

---

c. ¿Existe diferencia en los resultados obtenidos entre los hombres y las mujeres? Explica.

---

---

**3. Analiza** la siguiente situación.

En una sala de urgencias se midió la glicemia a 14 hombres y 14 mujeres para verificar si existía alguna relación entre esta variable y la edad. Los resultados de la medición se muestran en las siguientes tablas:

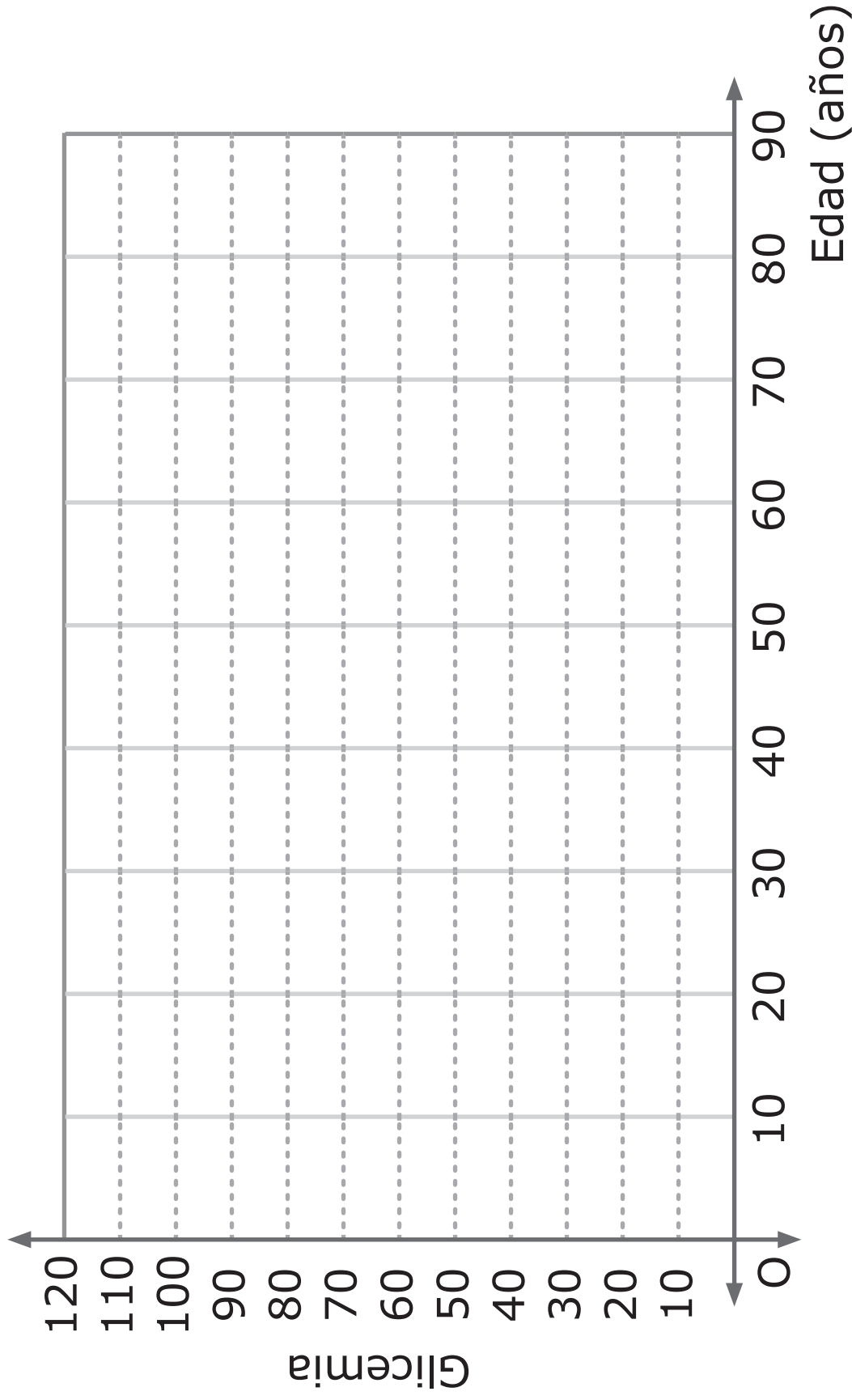


<b>Mujeres</b>			
<b>Edad</b>	<b>Glicemia</b>	<b>Edad</b>	<b>Glicemia</b>
32	76	32	70
39	96	27	88
22	72	32	96
31	76	60	90
42	92	50	75
38	106	25	80
37	76	45	75

<b>Hombres</b>			
<b>Edad</b>	<b>Glicemia</b>	<b>Edad</b>	<b>Glicemia</b>
53	92	59	102
46	84	52	93
45	88	52	74
25	70	44	106
28	89	43	100
30	75	62	95
37	90	44	74



**a.** Grafica los puntos que corresponden a la relación entre la Edad y la Glicemia en mujeres y en hombres utilizando distintos colores.





**b.** Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Glicemia** en la población femenina.

---

---

**c.** Escribe una conclusión sobre la relación de las variables **Edad** y **Glicemia** en la población masculina.

---

---

**d.** ¿Existe diferencia en los resultados obtenidos entre **hombres** y **mujeres**? Explica.

---

---

e. ¿Qué correlación presentan los datos en general? Justifica tu respuesta.

---

---

**4. Salud.** Examinen el siguiente caso y respondan lo solicitado.

El índice de masa corporal (IMC) es uno de los métodos más usados para identificar si una persona tiene exceso de masa corporal. Este índice es la razón que existe entre la masa corporal medida en kilogramos y el cuadrado de la estatura medida en metros.

$$\text{IMC} = \frac{\text{masa corporal (kg)}}{\text{estatura}^2 (\text{m}^2)}$$

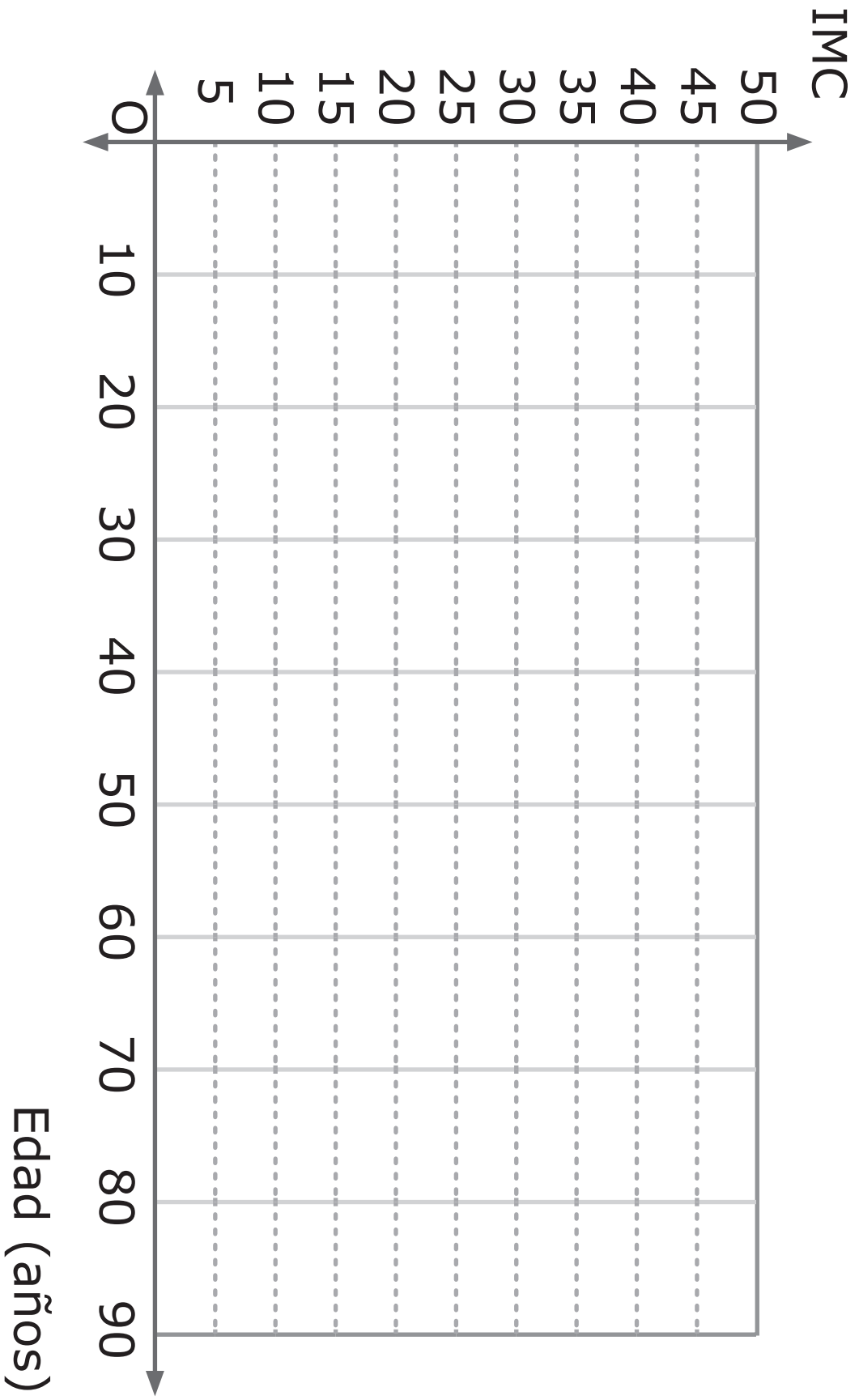


En las tablas que se muestran a continuación se presenta el índice de masa corporal (IMC) de una muestra de hombres y mujeres de entre 20 y 60 años de edad.

<b>Mujeres</b>			
<b>Edad</b>	<b>IMC</b>	<b>Edad</b>	<b>IMC</b>
34	27	45	29
18	25	25	24
29	27	36	28
57	35	20	26
45	30	31	26
54	37	41	27

<b>Hombres</b>			
<b>Edad</b>	<b>IMC</b>	<b>Edad</b>	<b>IMC</b>
23	19	39	24
25	26	40	22
28	21	32	24
51	27	33	20
44	23	19	20
58	15	51	28

- a.** Grafiquen los puntos que corresponden a la relación entre la Edad y el IMC en mujeres y en hombres utilizando distintos colores.



**b.** Tracen una línea que separe ambas distribuciones.

**c.** ¿Existe algún dato que pueda considerarse aislado o atípico? Expliquen.

---

---

**d.** Escriban una conclusión sobre la relación **IMC – Edad** en hombres y mujeres a partir de las nubes de puntos que construyeron.

Mujeres: \_\_\_\_\_

Hombres: \_\_\_\_\_



**e.** Describan el conjunto de datos en general. ¿Existe correlación lineal?

---

---

---

**5.** Reflexionen acerca de la siguiente situación y respondan.

El mercado bursátil o accionario es un mecanismo mediante el cual los dueños de grandes empresas dan la posibilidad a otras personas para que sean parte de ella a través de la compra de sus acciones para así obtener mayores recursos y poder realizar inversiones.



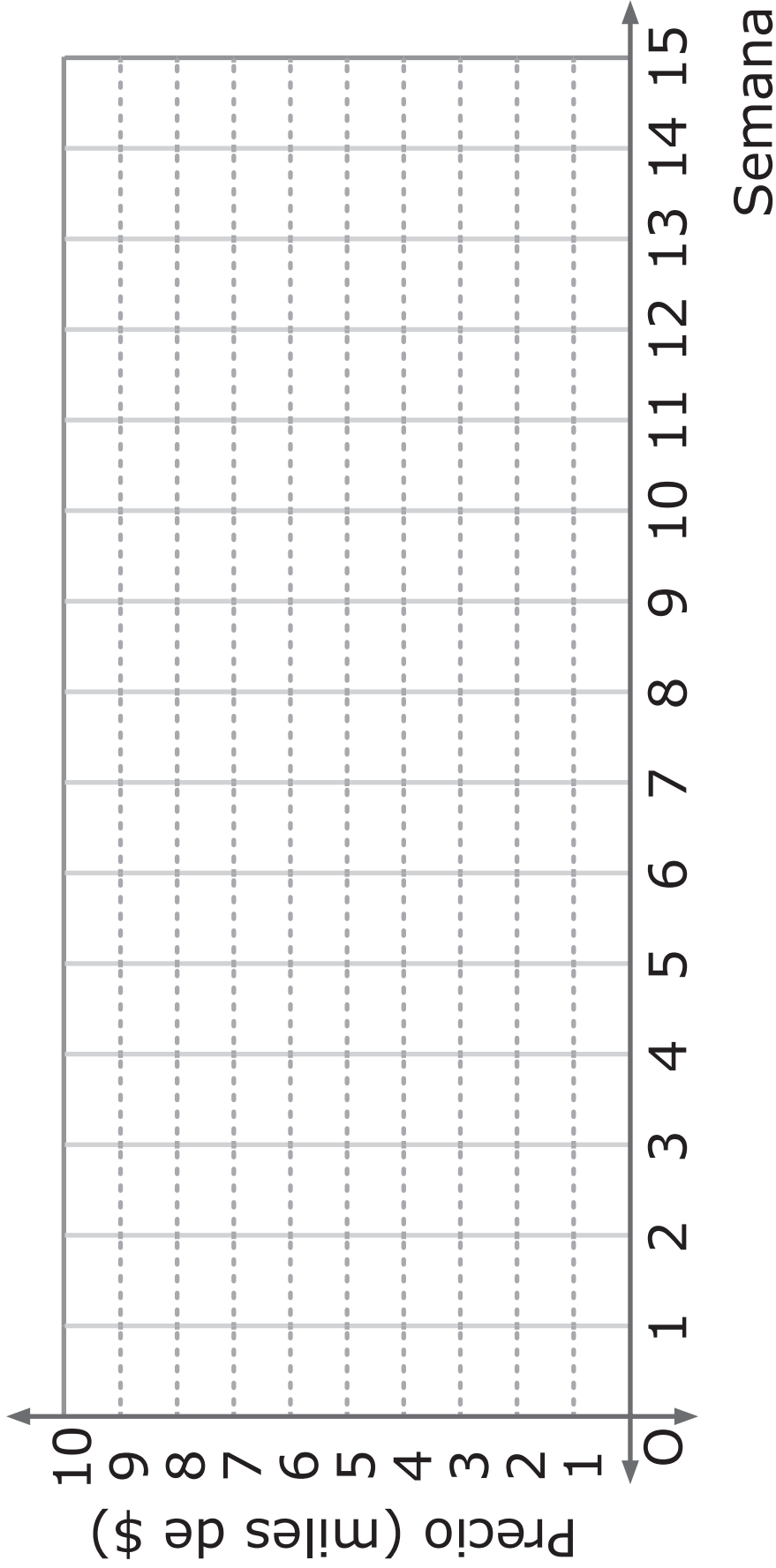
La tabla muestra los índices del precio de las acciones de dos empresas diferentes en el transcurso de las últimas catorce semanas.

<b>Empresa 1</b>			
<b>Sem (n°)</b>	<b>Precio (miles de \$)</b>	<b>Sem (n°)</b>	<b>Precio (miles de \$)</b>
1	9	8	5
2	8	9	4
3	6	10	5
4	9	11	6
5	6	12	4
6	7	13	5
7	6	14	6



<b>Empresa 2</b>			
<b>Sem (n°)</b>	<b>Precio (miles de \$)</b>	<b>Sem (n°)</b>	<b>Precio (miles de \$)</b>
1	5	8	6
2	4	9	5
3	3	10	6
4	4	11	7
5	5	12	6
6	6	13	7
7	6	14	7

- a.** Grafica los puntos que corresponden al índice de precio de las acciones por semana de la **Empresa 1** y de la **Empresa 2** utilizando distintos colores.





**b.** Para cada nube de puntos, traza una recta que represente su tendencia.

**c.** ¿Cómo es la tendencia del valor de las acciones de la **Empresa 1**?

---

---

**d.** ¿Cómo es la tendencia del valor de las acciones de la **Empresa 2**?

---

---

**e.** ¿En cuál empresa invertirías tu dinero? Argumenta tu respuesta.

---

---

**6.** Completa la siguiente tabla. Para ello, encuesta brevemente a 14 compañeros de curso, siete mujeres y siete hombres, sobre su edad y la talla de calzado que utilizan.

<b>Mujeres</b>	<b>Edad (años)</b>									
	<b>Talla calzado</b>									

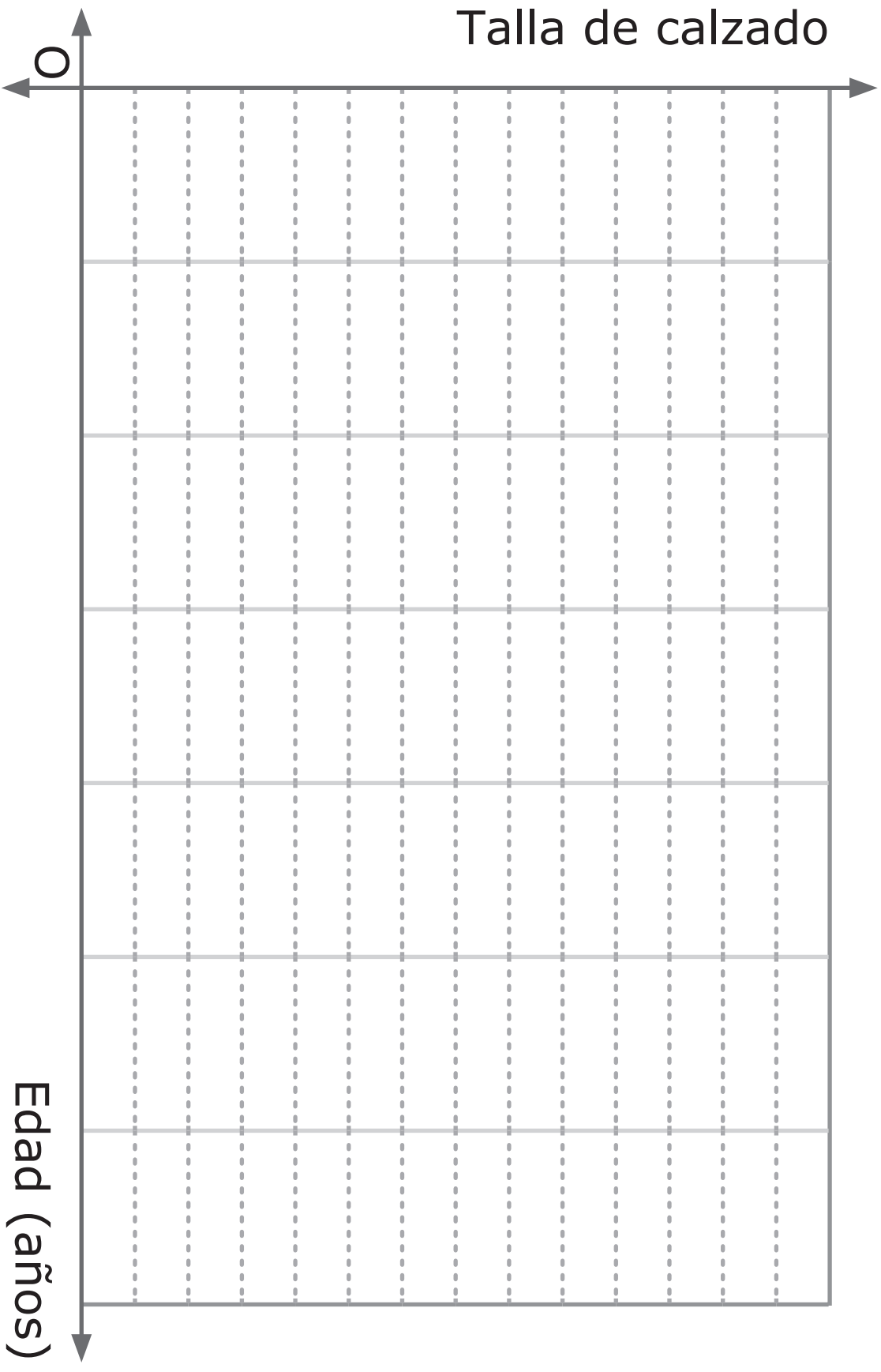
121

<b>Hombres</b>	<b>Edad (años)</b>									
	<b>Talla calzado</b>									

1661



**a.** Elabora una nube de puntos con los datos obtenidos.



1662

121

**b.** Elabora una conclusión de la posible relación entre ambas variables.

---

---

---

---



## Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

### ► **Análisis de poblaciones**

**1.** Si los valores de una variable aumentan y los de la otra disminuyen la correlación es \_\_\_\_\_.

**2.** Si los valores de ambas variables aumentan o disminuyen simultáneamente, la correlación es \_\_\_\_\_.



**3.** Si no es clara la relación entre las variables la correlación es \_\_\_\_\_.

► Comparación de dos poblaciones

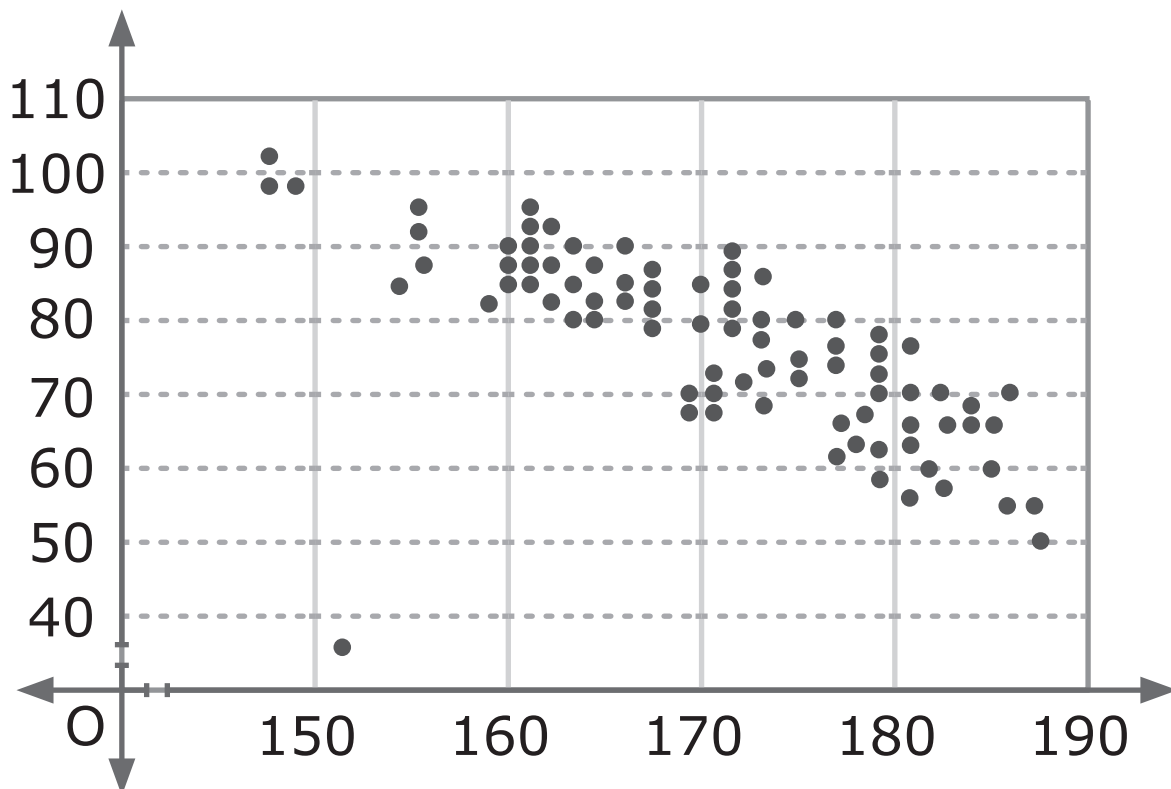
**4.** La nube de puntos permite \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ dos poblaciones cuando se relacionan dos variables cuantitativas.



¿Cómo vas?

## Evaluación lección 10

1. En el siguiente gráfico traza una línea recta y describe su comportamiento en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte y si existen puntos aislados.



---

---

**2. Analiza** el siguiente problema y responde lo solicitado.

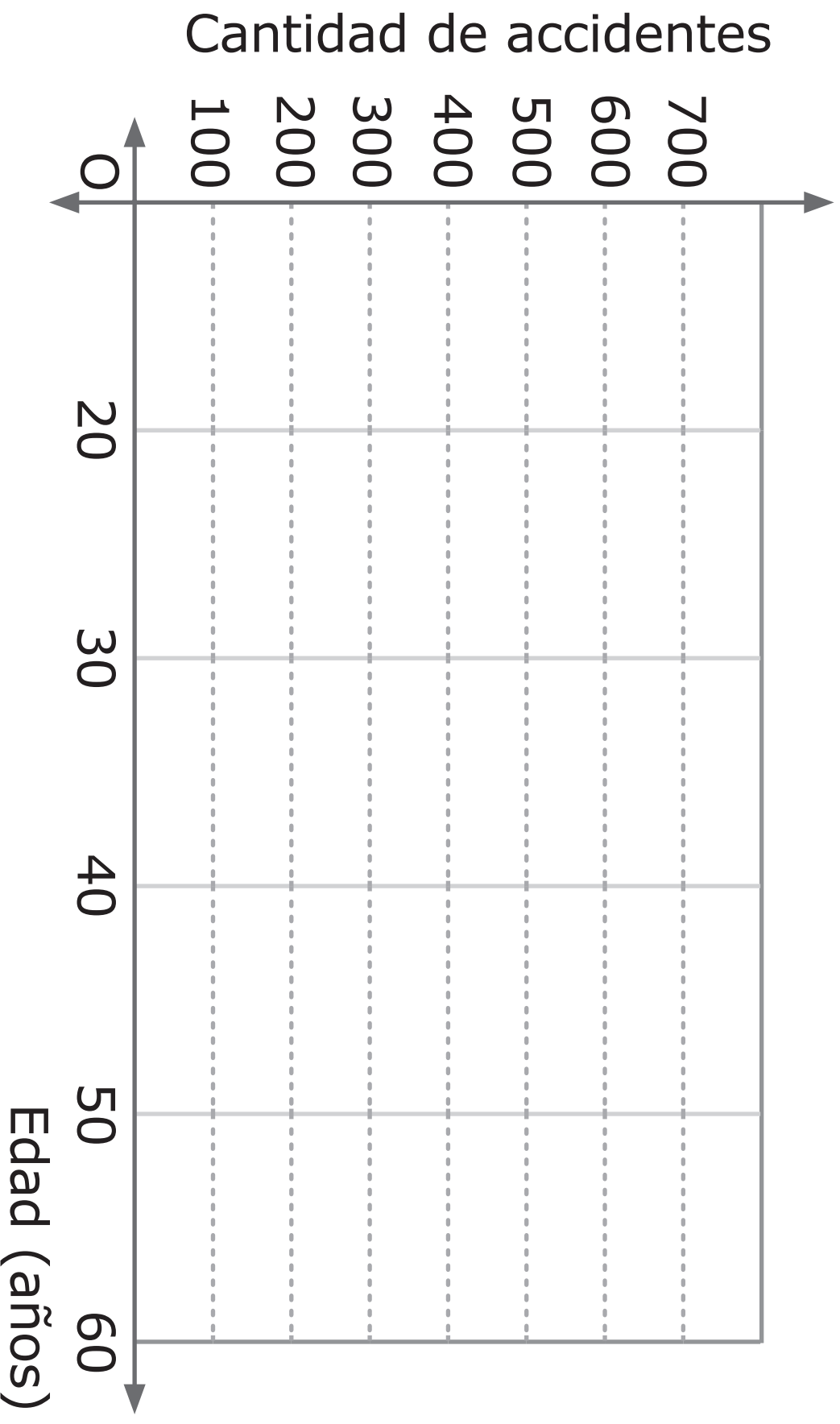
Una de las variables que toman en cuenta las empresas de seguro para establecer el precio de sus pólizas de seguro automotor es la edad del conductor. Para esto, consideran el número de accidentes que ocurren y la edad. En las siguientes tablas se muestra el promedio de accidentes ocurridos en una ciudad durante un año y la edad de los conductores, separados en hombres y mujeres.



<b>Hombre</b>	
<b>Edad (años)</b>	<b>Cantidad de accidentes</b>
18	227
21	470
24	500
27	600
30	620
33	620
36	590
39	500
42	450
45	410
48	380
51	300
54	250
57	300

<b>Mujeres</b>	
<b>Edad (años)</b>	<b>Cantidad de accidentes</b>
18	89
21	244
24	297
27	349
30	373
33	380
36	350
39	340
42	300
45	270
48	230
51	200
54	180
57	150

**a.** Grafica la nube de puntos de la edad y el número de accidentes en hombres y en mujeres utilizando distintos colores.



**b.** ¿Qué tipo de relación lineal se puede establecer entre la edad y la cantidad de accidentes?

---

---

**c.** ¿Cambia el tipo de relación si el conductor es hombre o mujer?

---

**d.** ¿En cuál tramo de edad se observa mayor cantidad de accidentes?

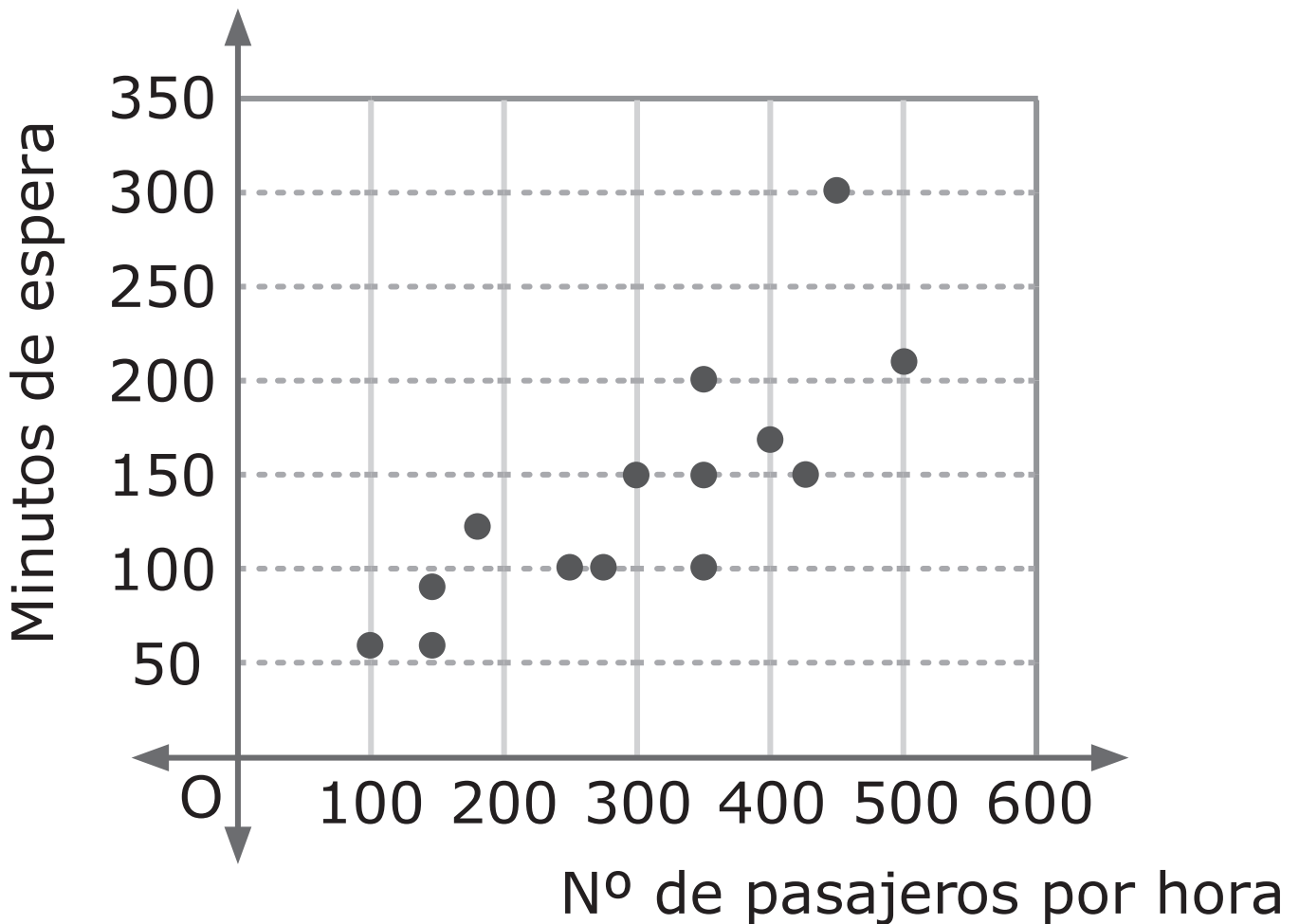
---

---



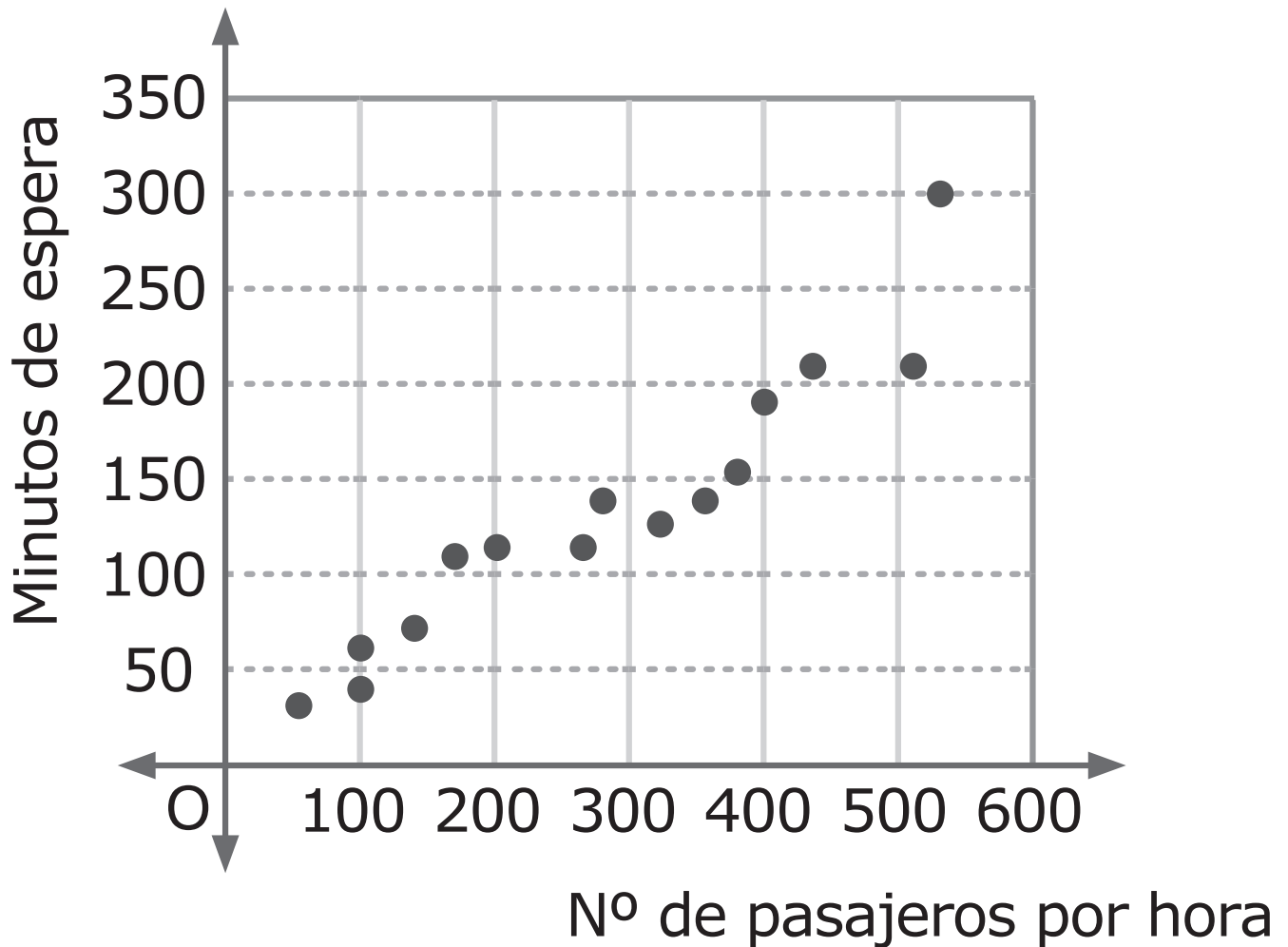
**3. Analicen** los siguientes gráficos. Estos muestran los datos tomados en dos aeropuertos diferentes sobre el número de pasajeros que llegan por hora y el tiempo total de espera en minutos.

### Aeropuerto 1





## Aeropuerto 2



- a. Para cada nube de puntos, tracen una línea recta que represente la tendencia de los datos.



**b.** Describan el comportamiento de los datos en el Aeropuerto 1 en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte.

---

---

**c.** Describan el comportamiento de los datos en el Aeropuerto 2 en cuanto a si la correlación es positiva o negativa, débil o fuerte.

---

---

**d.** Comparen las nubes de puntos y respondan. ¿Cuál de los dos aeropuertos presenta un servicio más regular en cuanto al tiempo de espera? Justifiquen.

---

---



## Lección 11

### Reglas de la probabilidad

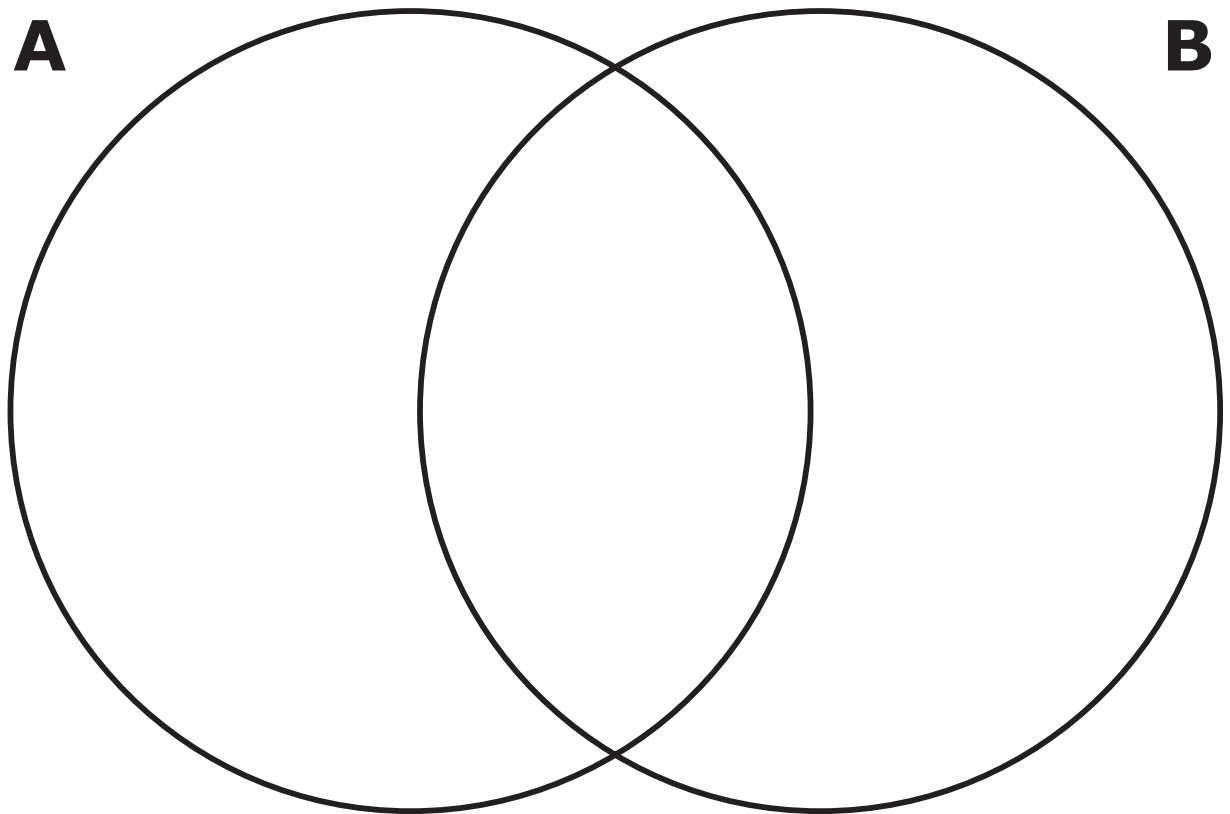
## UNIÓN E INTERSECCIÓN DE EVENTOS

### ► Recurso Web

Para practicar o profundizar más en el uso de diagramas de Venn para representar la unión e intersección de eventos, puedes usar el recurso interactivo de GeoGebra Unión e intersección de eventos en el siguiente sitio: <https://n9.cl/3b67t>

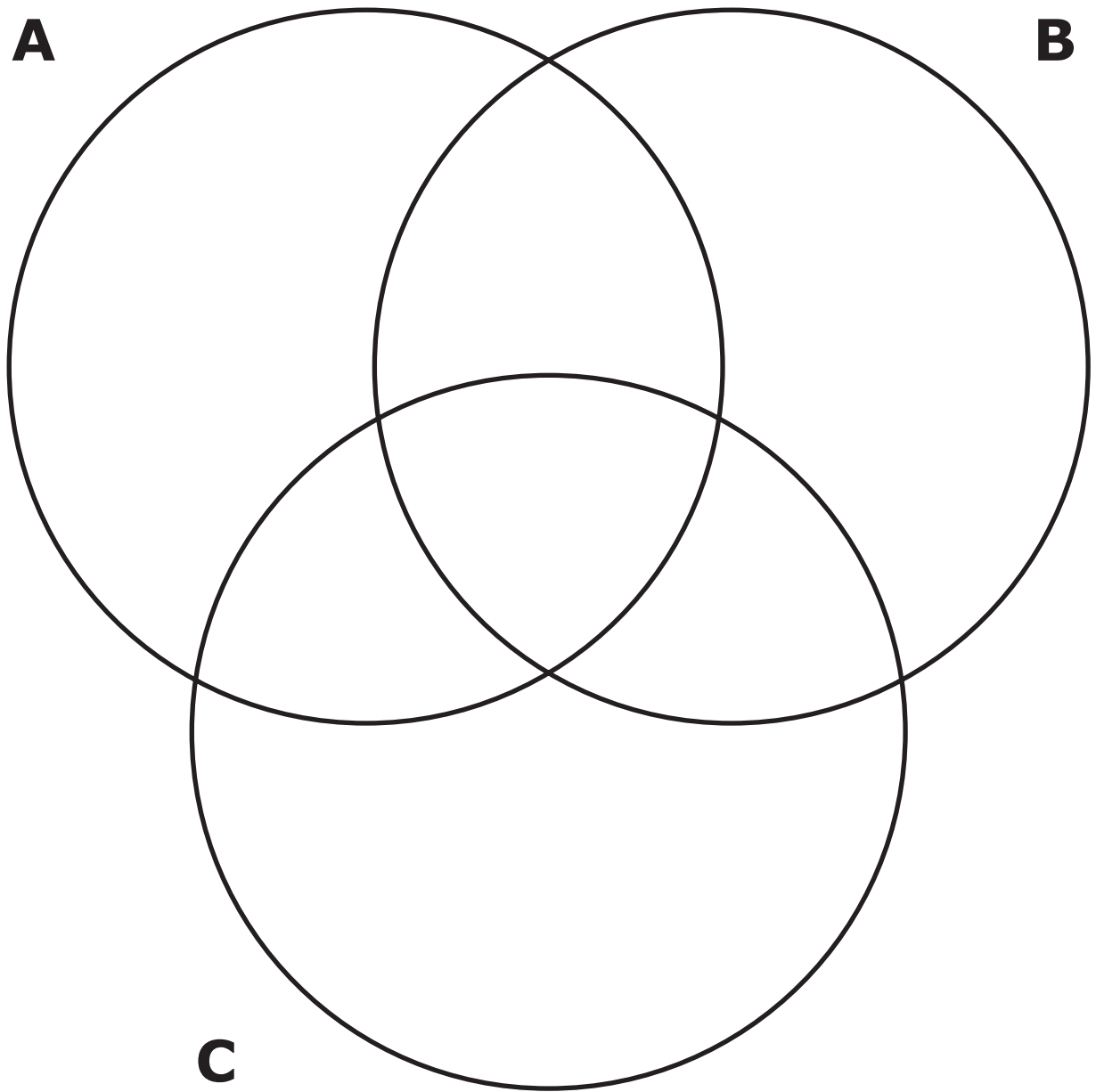
**1.** Representa en un diagrama de Venn los conjuntos que se muestran en cada caso.

**a.**  $A = \{2, 4, 8, 16, 32, 64\}$  y  $B = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ .

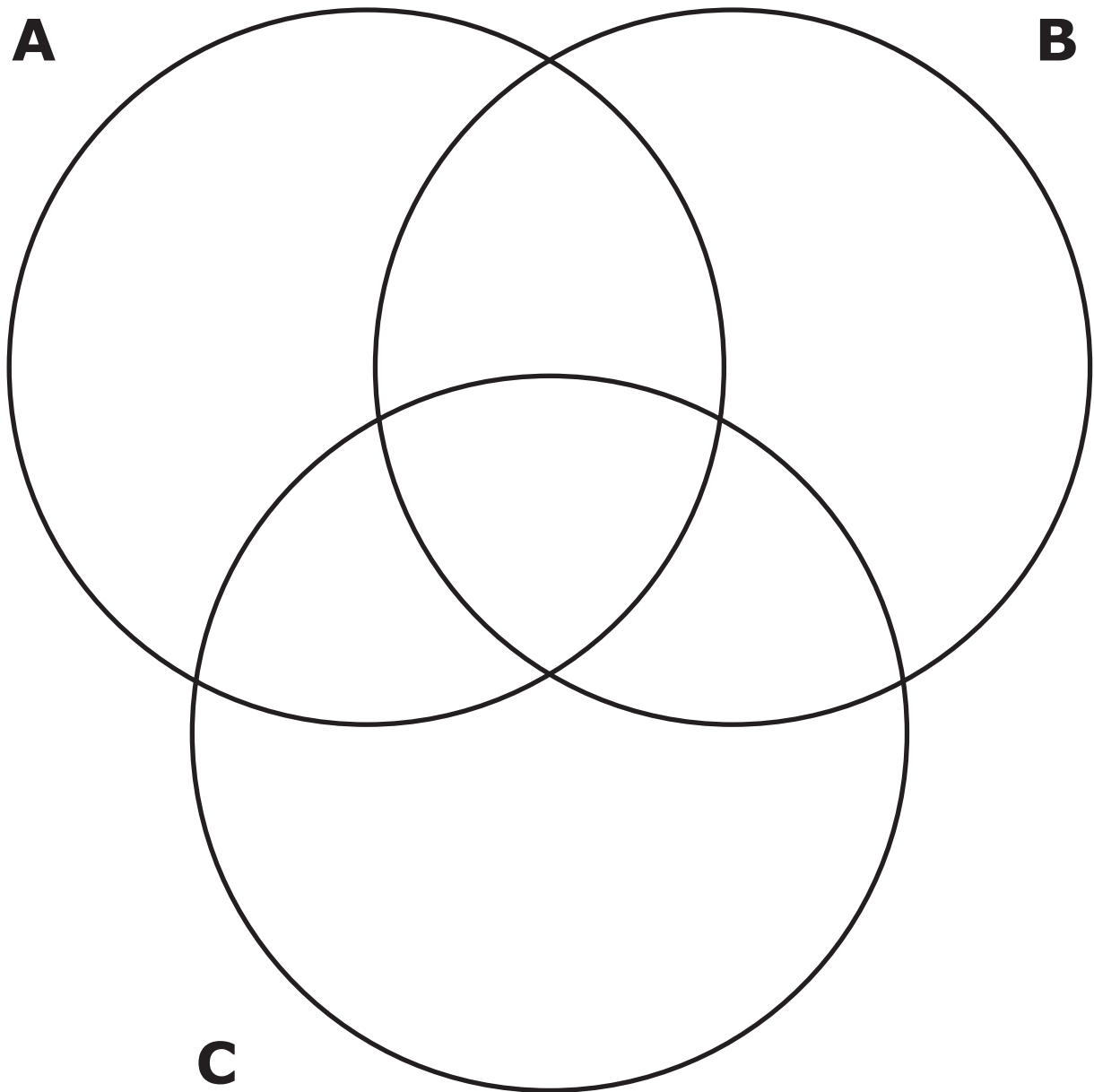




**b.**  $A = \{2, 6, 10, 30\}$ ,  $B = \{6, 9, 12, 15, 30\}$  y  $C = \{10, 15, 20, 25, 30\}$

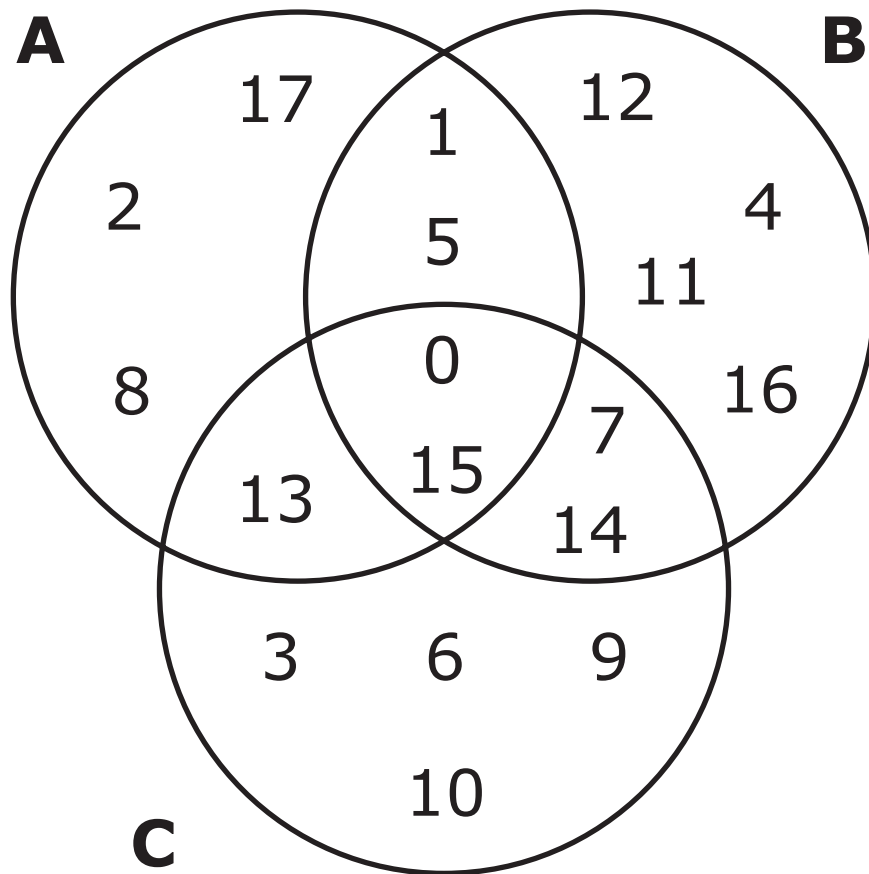


c.  $A = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ ,  $B = \{0, 10, 20, 30\}$  y  $C = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, 12\}$





**2. Examina** el siguiente diagrama de Venn y escribe los elementos de los conjuntos solicitados.



**a.**  $A = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$

**b.**  $B = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$



**c.**  $C = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$

**d.**  $A \cup B = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$

**e.**  $B \cup C = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$

**f.**  $A \cup C = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$

**g.**  $A \cap B = \{$  \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  $\}$



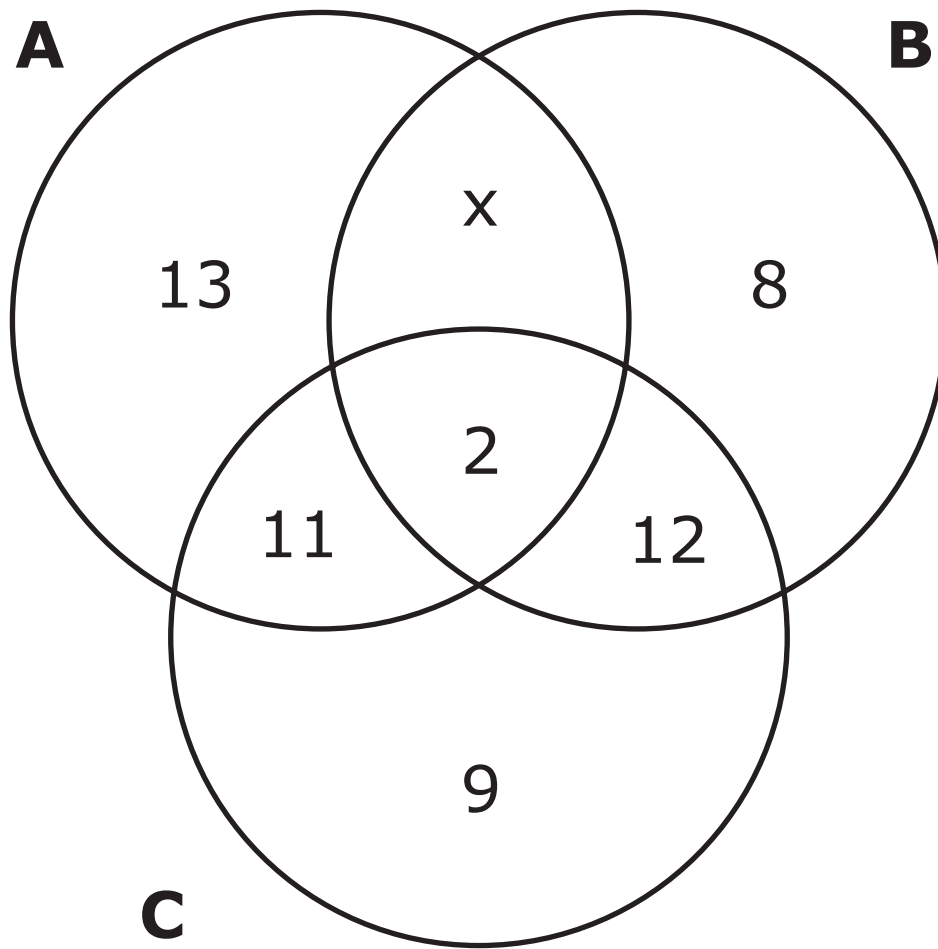
**h.**  $C \cap A = \{ \underline{\hspace{15em}} \}$   
 $\underline{\hspace{15em}}$

**i.**  $C \cap B = \{ \underline{\hspace{15em}} \}$   
 $\underline{\hspace{15em}}$

**j.**  $A \cap B \cap C = \{ \underline{\hspace{15em}} \}$   
 $\underline{\hspace{15em}}$

**3. Analiza** la siguiente situación y responde.

Se encuestó a 60 personas acerca de sus preferencias deportivas: fútbol (A), básquetbol (B) y tenis (C). Sus respuestas se resumen en el siguiente diagrama de Venn:



**a.** ¿Cuál es el valor de  $x$ ? \_\_\_\_\_

**b.** ¿Cuántas personas prefieren el fútbol? \_\_\_\_\_



**c.** ¿Cuántas personas prefieren el fútbol o el tenis? \_\_\_\_\_

**d.** ¿Cuántas personas prefieren solo el básquetbol? \_\_\_\_\_

**e.** ¿Cuántas personas prefieren el básquetbol y el tenis? \_\_\_\_\_

**4.** Representa en un diagrama de Venn la información que se describe en cada caso y responde.

- a.** Un grupo de 25 alumnos juegan fútbol o básquetbol. Si 11 solo juegan fútbol y 8 fútbol y básquetbol, ¿cuántos juegan solo básquetbol?

\_\_\_\_\_ alumnos.



**b.** De 80 estudiantes, 38 obtuvieron un siete en Matemática, 35 en Lenguaje, 5 lograron un siete en las tres asignaturas, 15 en Inglés y Lenguaje, 20 en Matemática e Inglés y 8 en Matemática y Lenguaje. ¿Cuántos estudiantes sacaron un 7 en Inglés?

\_\_\_\_\_ estudiantes.

- c. De 100 personas encuestadas, 20 señalan que solo realizan pago en efectivo y 50 que solo pagan con tarjeta de débito. ¿Cuántas personas pagan usando ambos medios?

\_\_\_\_\_ personas.



d. En una caja hay 100 bolas. Del total, 10 son tricolor, 12 son rojas y azules, 8 rojas y verdes, 10 verdes y azules, 15 son azules y 25 verdes. ¿Cuántas bolas en total son de color rojo?

En total hay \_\_\_\_\_ bolas  
de color rojo.



## 5. Analiza, y luego responde.

Se encuestó a 50 estudiantes preguntándoles si prefieren ir al cine o jugar. Los resultados fueron los siguientes: a 15 estudiantes les gusta jugar e ir al cine, a 40 les gusta jugar y a 25 les gusta ir al cine.

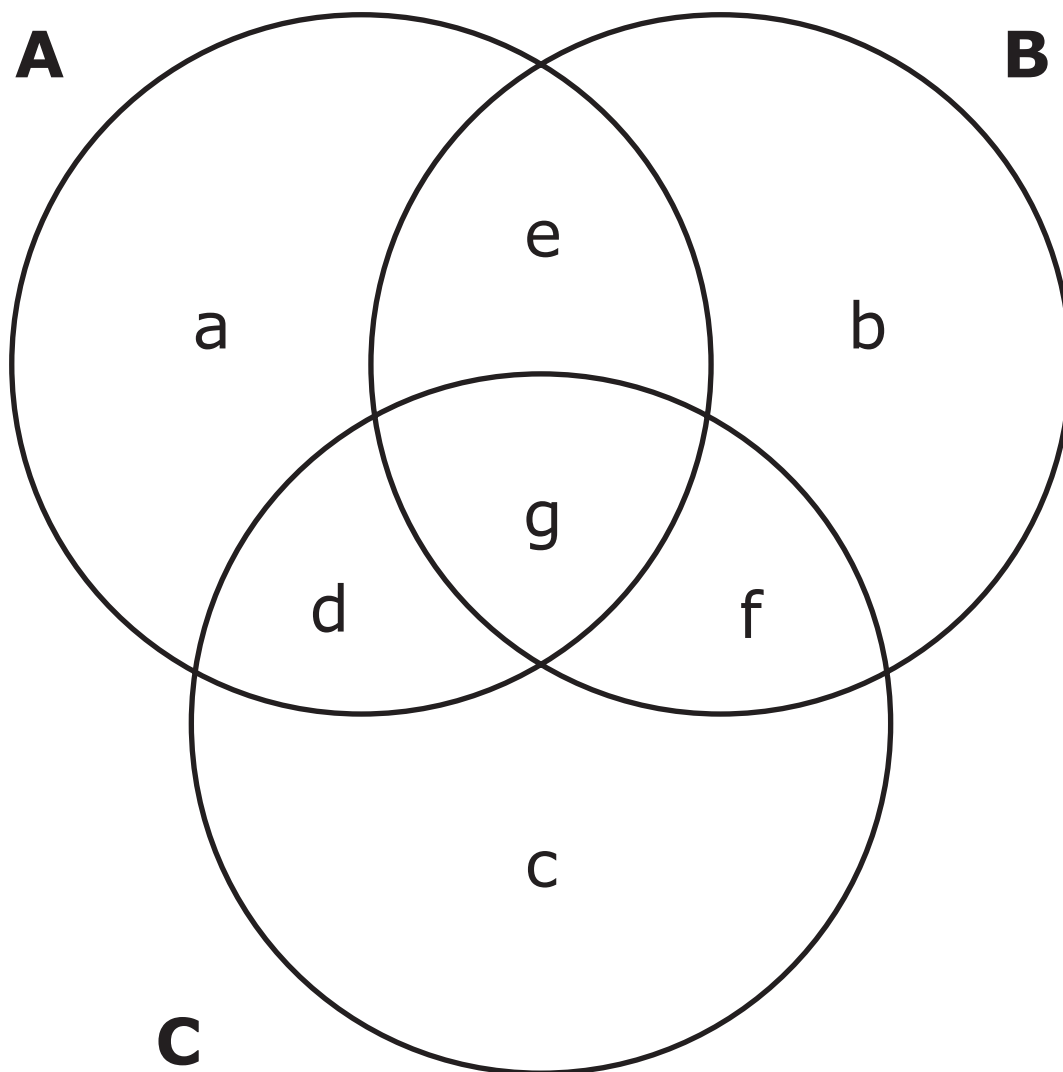
- a. Representa en un diagrama de Venn los resultados de la encuesta.





- b.** ¿Cuántos estudiantes prefieren jugar, pero no ir al cine? \_\_\_\_\_
- c.** ¿A cuántos estudiantes les gusta solo ir al cine? \_\_\_\_\_
- d.** ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste solo ir al cine? \_\_\_\_\_
- e.** ¿Cuál es la probabilidad de que un niño prefiera ambas actividades? \_\_\_\_\_
- f.** ¿Cuál es la probabilidad de que a un niño le guste solo jugar? \_\_\_\_\_

6. En el siguiente diagrama se representan tres eventos,  $A$ ,  $B$  y  $C$ , de un experimento aleatorio. **Analicen** la información y respondan.





**a.** Al unir los eventos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , ¿qué elementos en el diagrama se están contabilizando más de una vez?

---

---

**b.** Al unir los eventos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , ¿qué elemento en el diagrama se contabiliza más de dos veces?

---

---

**c.** ¿Qué elementos forman el espacio muestral?

---

---

d. ¿Cuánto es  $P(A \cup B)$ ? \_\_\_\_\_

e. ¿Cuánto es  $P(A \cap B \cap C)$ ? \_\_\_\_\_

**7. Resuelve** los siguientes problemas y representa la información en un diagrama de Venn.

a. En una encuesta aplicada a 50 científicos que asistieron a un foro internacional sobre ciencias aplicadas se encontró que 25 de ellos estudiaron matemática, 23 estudiaron física, 13 estudiaron matemática y física, y el resto estudió solo química. Posteriormente se sorteó una beca para un curso de aplicaciones científicas entre todos los asistentes.



## Diagrama de Venn

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona becada sea un matemático?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un físico?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que sea físico o matemático?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que no sea físico?

---

---



- ¿Cuál es la probabilidad de que sea un químico?

---

---

- b.** En un experimento aleatorio que consiste en tomar una de 15 bolitas numeradas del 1 al 15 se definen los siguientes eventos: se extrae un número par (A), se extrae un número impar (B), se extrae un número múltiplo de tres (C).



## Diagrama de Venn

- ¿Existe algún elemento en  $A \cap B \cap C$ ?  
Justifica.

---

---



- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra B?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra C?

---

---

- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra  $A \cup C$ ?

---

---

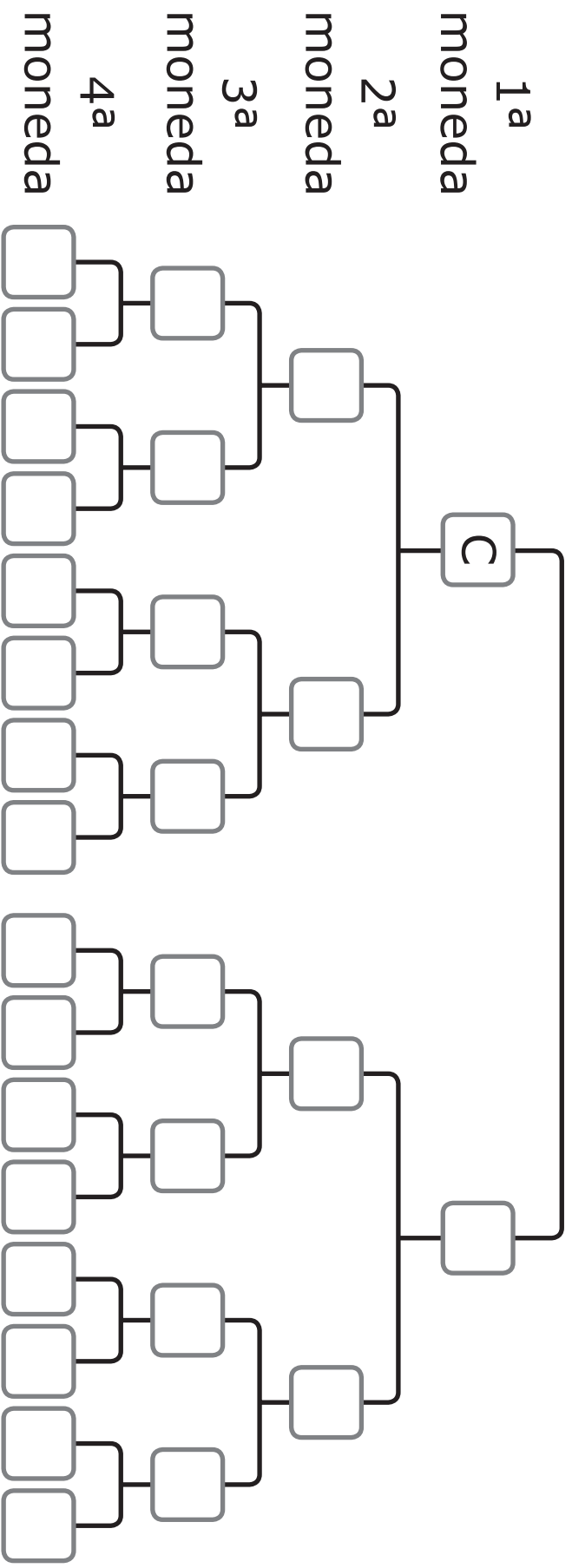
- ¿Cuál es la probabilidad de que ocurra  $B \cup C$ ?

---

---

# REGLA ADITIVA DE LA PROBABILIDAD

**1.** Completa el diagrama de árbol para representar el espacio muestral de lanzar cuatro monedas honestas.



**a.** ¿Se puede decir que cada resultado es equiprobable? Justifica tu respuesta.

---

---

**b.** Considera el evento  $A$ , en el que en todas las monedas se obtuvo cara, y el evento  $B$ , en el que todas resultaron sello. Escribe las siguientes probabilidades usando la regla de Laplace.

•  $P(A) =$  \_\_\_\_\_

•  $P(B) =$  \_\_\_\_\_

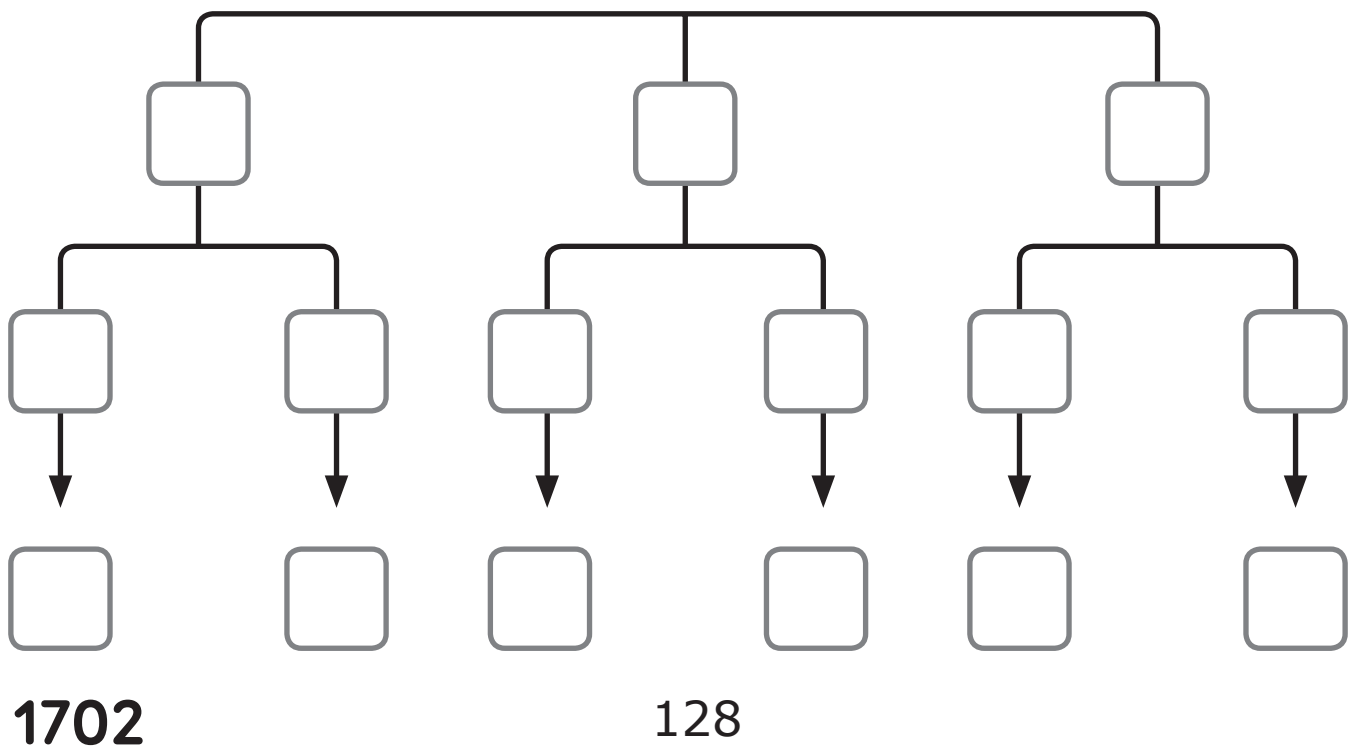
•  $P(A \cup B) =$  \_\_\_\_\_



## 2. Analiza el siguiente experimento aleatorio:

José recibe tres tarjetas con las letras A, C y E impresas para que forme palabras con ellas sin importar si tienen o no sentido.

- a. Representa los resultados en el diagrama de árbol.

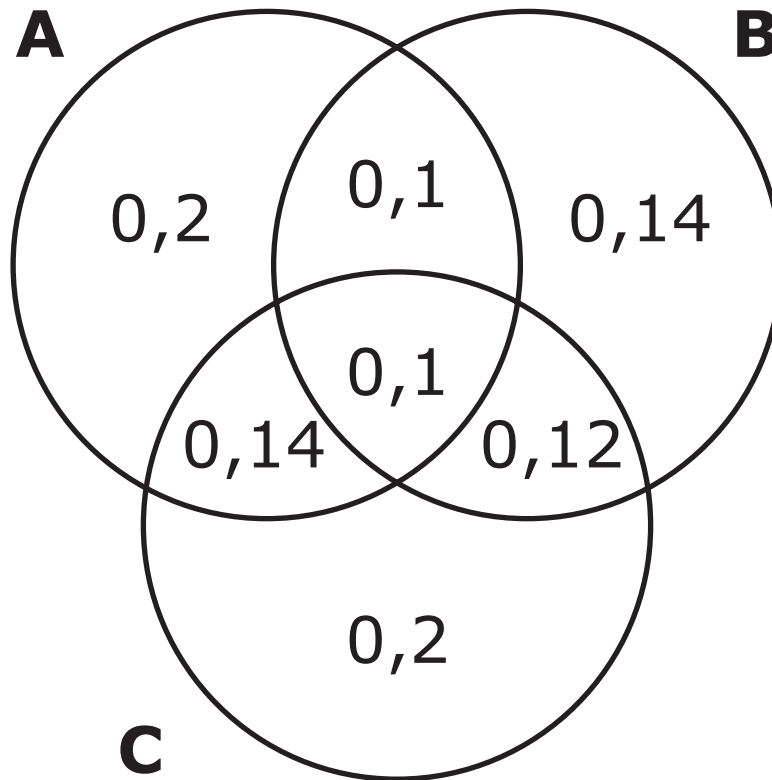


**b.** Usa la regla de Laplace y escribe las siguientes probabilidades:

- Que la palabra empiece con la letra A o C. \_\_\_\_\_
- Que la palabra termine con la letra C. \_\_\_\_\_
- Que la palabra empiece o termine con la letra E. \_\_\_\_\_



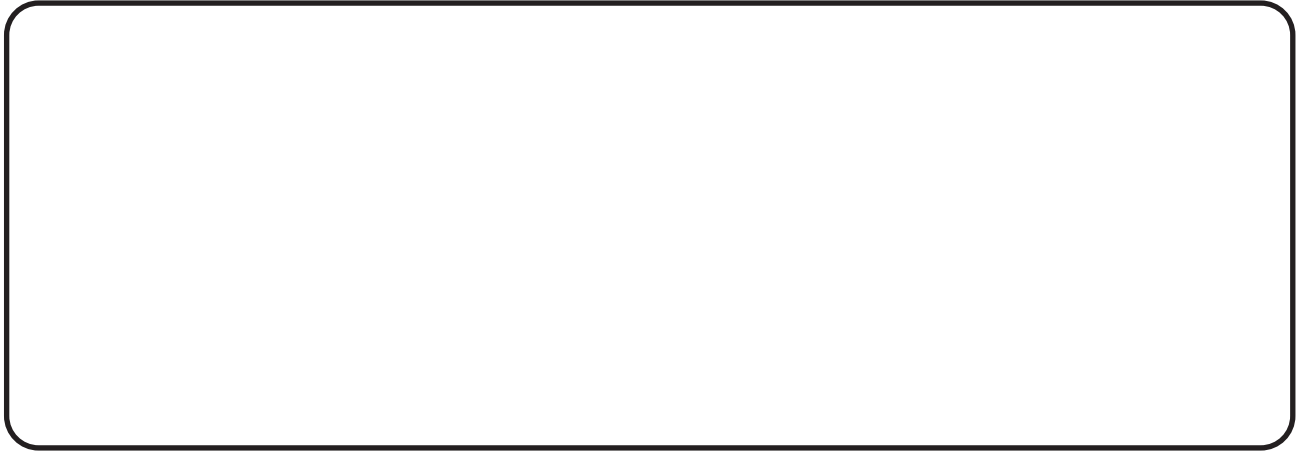
**3.** En el diagrama se indica la probabilidad de cada evento. Calcula las siguientes probabilidades:



**a.**  $P(A \cup B)$



**b.**  $P(A \cup C)$



**c.**  $P(B \cup C)$





**d.**  $P(A \cup B \cup C)$

**4.** La siguiente tabla presenta los resultados de una encuesta realizada a un grupo de 160 estudiantes sobre el colegio y el nivel que están cursando:

<b>Colegio / Nivel</b>	<b>1° medio</b>	<b>2° medio</b>	<b>3° medio</b>
<b>Colegio A</b>	18	12	15
<b>Colegio B</b>	16	27	22
<b>Colegio C</b>	10	16	24

Si se elige un estudiante al azar, calcula:

- a.** La probabilidad de que estudie en el Colegio A.



- b.** La probabilidad de que esté en 2° medio.

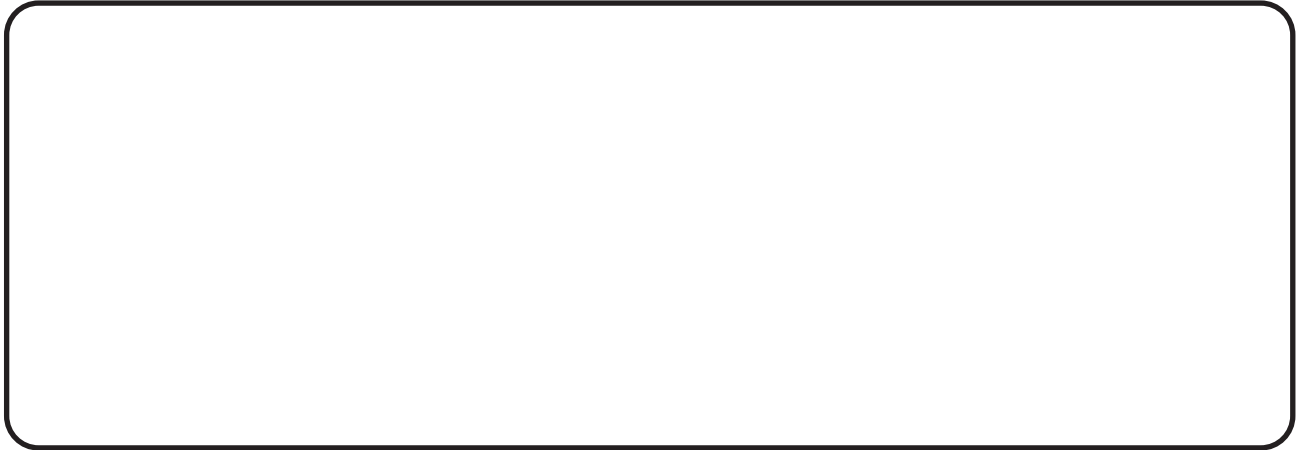




**c.** La probabilidad de que estudie en el Colegio B o C.

**d.** La probabilidad de que esté en 1° medio o 3° medio.

**e.** La probabilidad de que estudie en el colegio C o esté en 1º medio.



**f.** La probabilidad de que no estudie en el colegio C ni esté en 1º medio.





## 5. Resuelvan los siguientes problemas.

Recuerda que un valor porcentual se puede expresar como un decimal correspondiente al valor porcentual partido por 100.

Por ejemplo,  $4,5\% = 0,045$ .

- a.** En una automotora se realizó un estudio acerca de la venta de sus vehículos y se concluyó que la probabilidad de que un cliente compre un automóvil automático es de 40%; la probabilidad de que compre un automóvil de 5 puertas es de 50%, y la probabilidad de que compre un automóvil automático de 5 puertas es de 20%. Si

se elige un cliente al azar, cuál es la probabilidad de que:

- haya comprado un automóvil automático, pero no de 5 puertas.



- haya comprado un automóvil de 5 puertas, pero no automático.





**b.** En una reserva natural se detectan tres plagas. El 30% de los árboles tienen la enfermedad A, el 15% la B y el 20% la C. El 4,5% la A y la B, el 10% la A y la C, el 6% la B y la C y el 0,9% tienen las tres enfermedades. Calcula la probabilidad de que al seleccionar un árbol al azar, tenga alguna de las enfermedades.



**c.** En una determinada comuna, el 40% de las personas son hipertensas, el 2% son daltónicas y el 0,8% daltónicas e hipertensas. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona sea daltónica o hipertensa?

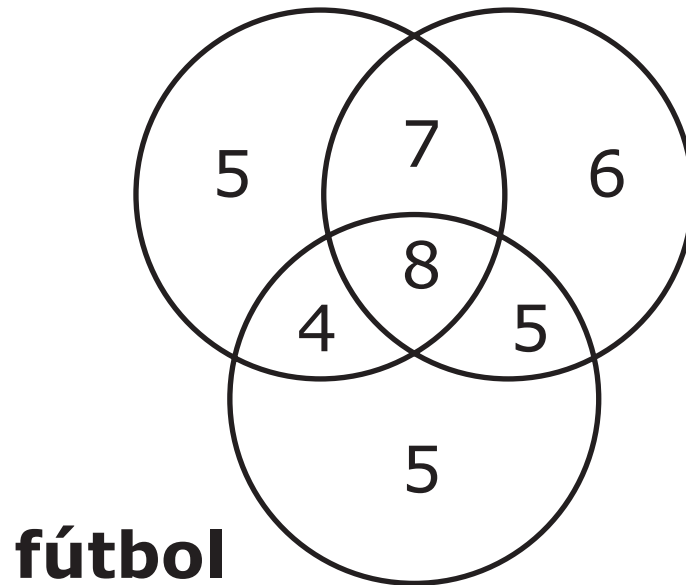


**d.** Los resultados de una encuesta para conocer la cantidad de estudiantes que practican ciertos deportes se observan en el diagrama de Venn.



**Vóleibol**

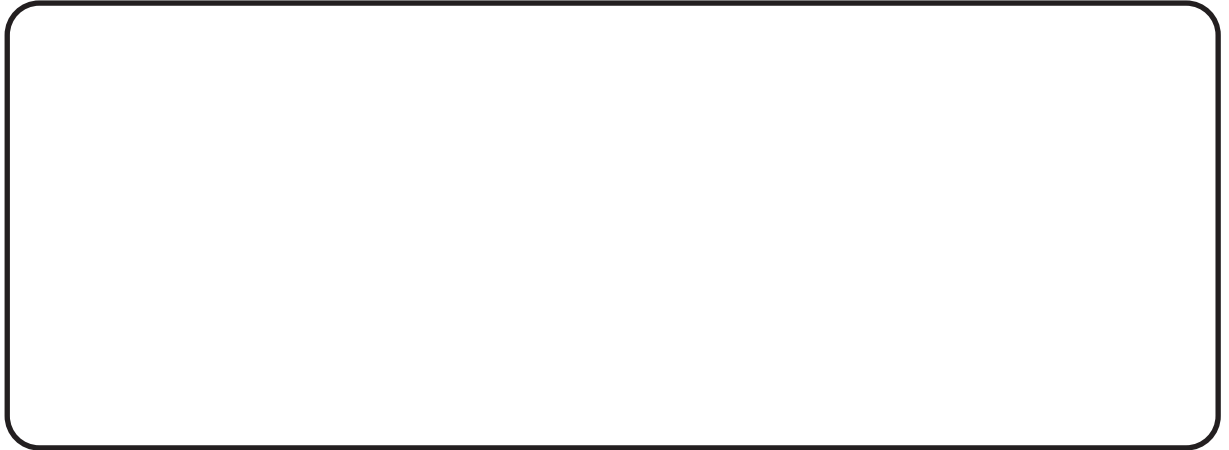
**Tenis**



Al elegir un estudiante al azar, calcula:

- La probabilidad de que juegue tenis o vóleibol.

- La probabilidad de que juegue fútbol o vóleibol.



- La probabilidad de que juegue tenis o fútbol.





## **Proyecto: ¿Cuál es la red social favorita?**

**6.** Organicen un equipo de trabajo de dos o tres estudiantes y realicen lo siguiente:

**a.** Seleccionen una población para estudiar. Por ejemplo, un curso específico del colegio. ¿Qué población van a estudiar?

---

**b.** Pregunten a 25 personas: ¿A cuál de las siguientes redes sociales le dedica más de dos horas al día? (Anoten las respuestas marcando una **X**).

Persona	WhatsApp	Instagram	Twitter
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			



<b>Persona</b>	<b>WhatsApp</b>	<b>Intagram</b>	<b>Twitter</b>
<b>12</b>			
<b>13</b>			
<b>14</b>			
<b>15</b>			
<b>16</b>			
<b>17</b>			
<b>18</b>			
<b>19</b>			
<b>20</b>			
<b>21</b>			
<b>22</b>			
<b>23</b>			

Persona	WhatsApp	Intagram	Twitter
24			
25			
<b>Total</b>			

### Total por grupos

WhatsApp + Intagram: \_\_\_\_\_

Intagram + Twitter: \_\_\_\_\_

WhatsApp + Twitter: \_\_\_\_\_

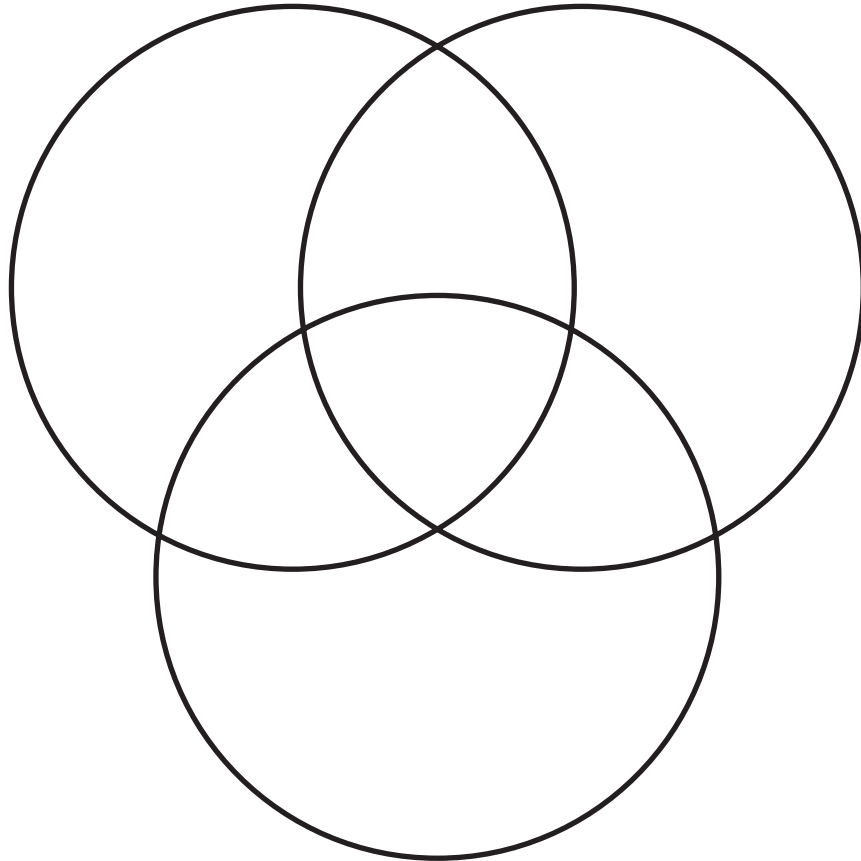
WhatsApp + Intagram + Twitter: \_\_\_\_\_



c. Representen en el siguiente diagrama de Venn la información obtenida:

**WhatsApp**

**Instagram**



**Twitter**



**d.** Planteen dos preguntas relacionadas con sus resultados y que se puedan responder aplicando la regla aditiva de la probabilidad.

- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

**e.** Propongan a otro grupo que responda las preguntas planteadas y luego corrijan sus resultados.

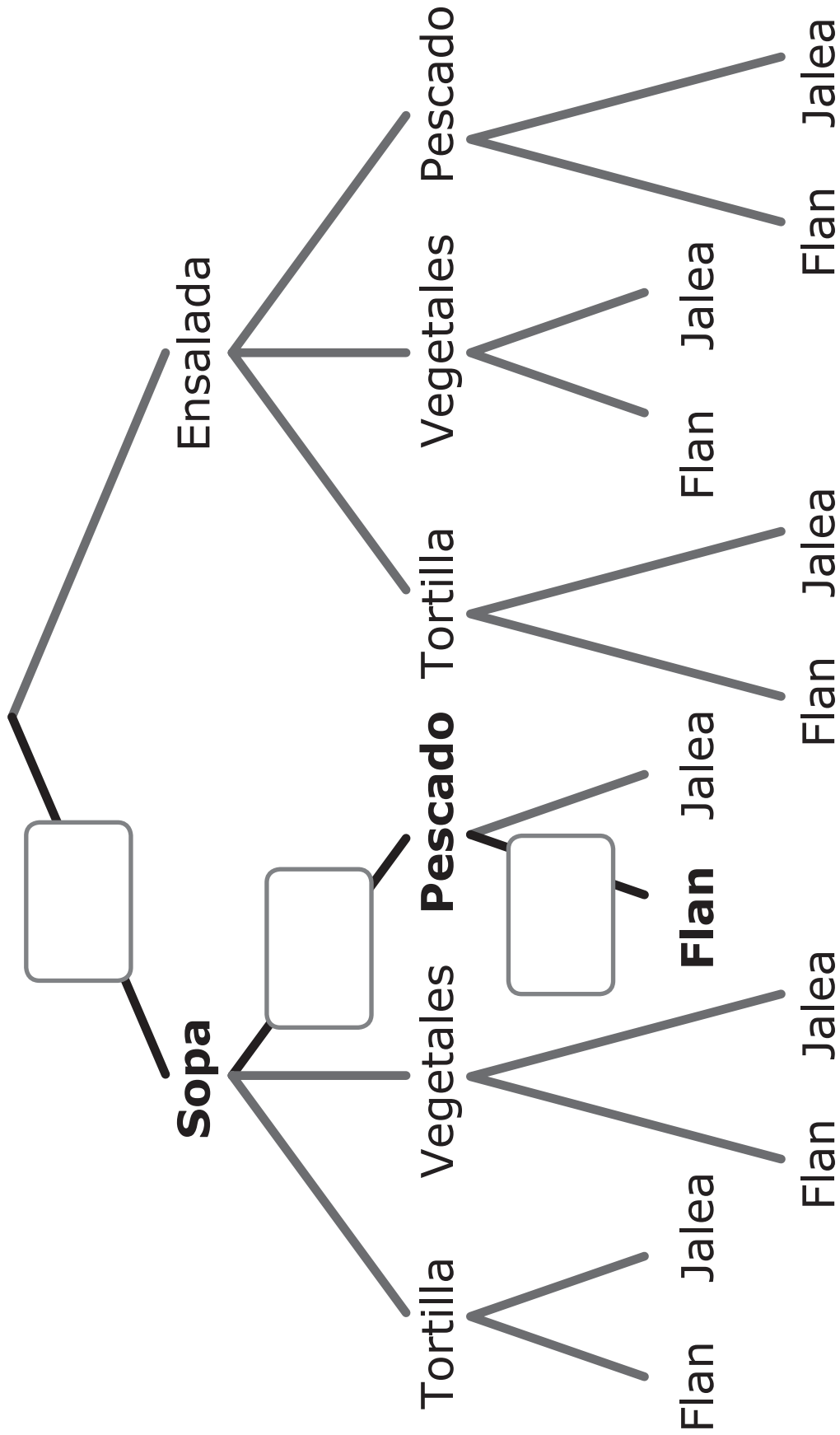


## REGLA MULTIPLICATIVA DE LA PROBABILIDAD

1. Un restaurante ofrece en su menú las siguientes opciones:
  - a. Escribe en el diagrama de árbol la probabilidad que corresponde, en cada caso, a la selección del menú.

### Menú

- **Entradas:** sopa o ensalada
- **Plato de fondo:** tortilla, vegetales o pescado
- Postre: **Flan o jalea**

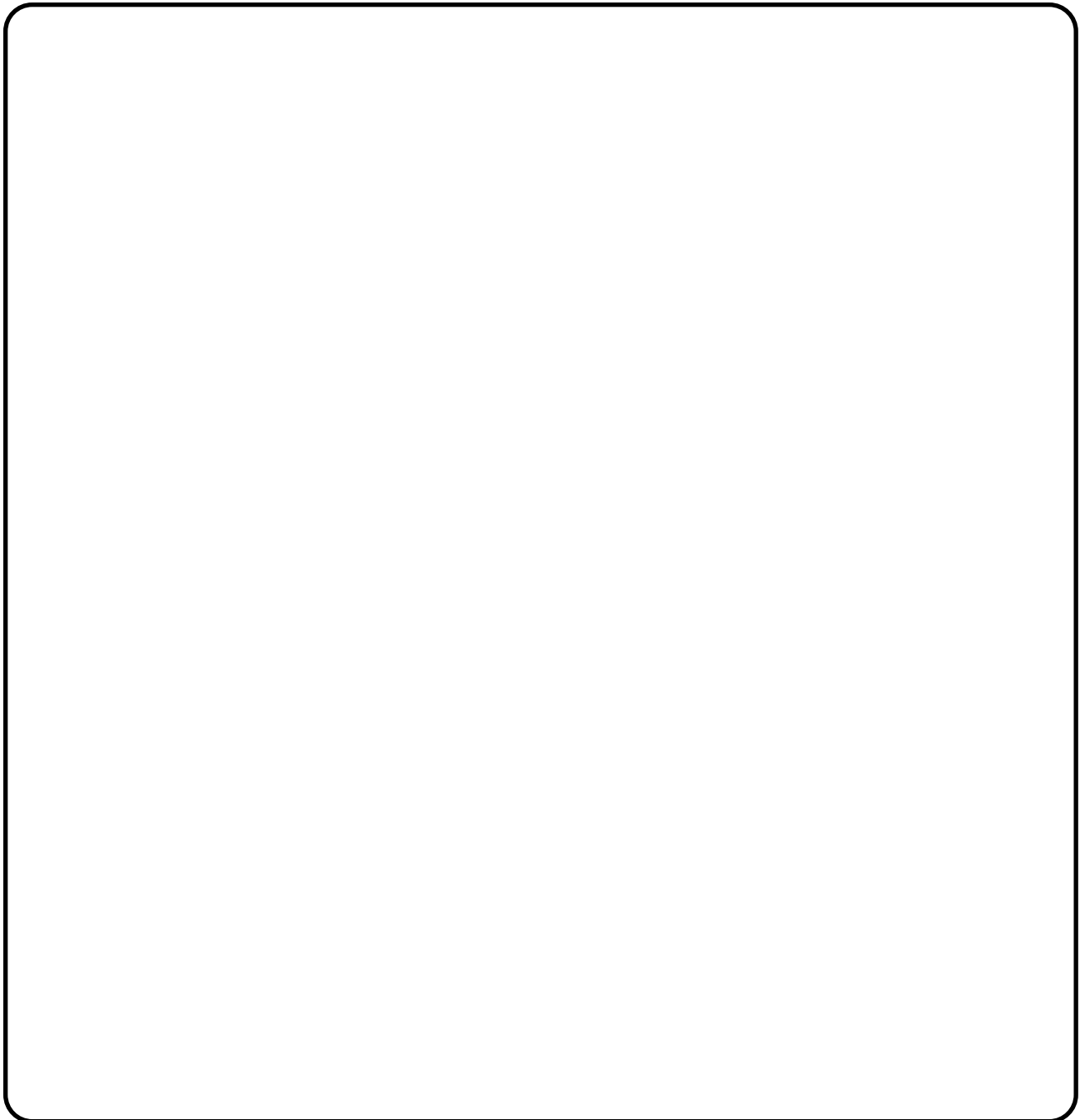




**b.** Si una persona elige al azar cada uno de ellos, ¿cuál es la probabilidad de que su elección sea sopa, pescado y flan?

A large, empty rounded rectangular box with a black border, intended for the user to write their answer to the question above.

- 2.** Construye un diagrama de árbol con las posibles claves que se pueden crear con los dígitos 1, 2, 3 y 4 sin repetir ningún número.





**a.** Si se selecciona una clave al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea 1.234?

**b.** Si se selecciona una clave al azar, ¿cuál es la probabilidad de que inicie con 4 y termine en 1?

- 3.** Marca con un ✓ si los siguientes pares de sucesos son dependientes, o con una **X** si son independientes. En cada caso, justifica tu respuesta.
- a.** \_\_\_\_ De una baraja inglesa, extraer un as y sacar una carta con un corazón.
- b.** \_\_\_\_ De una baraja inglesa, extraer un trébol y sacar una carta negra.
- c.** \_\_\_\_ En el lanzamiento de dos dados, conseguir nueve puntos y obtener dos números iguales.



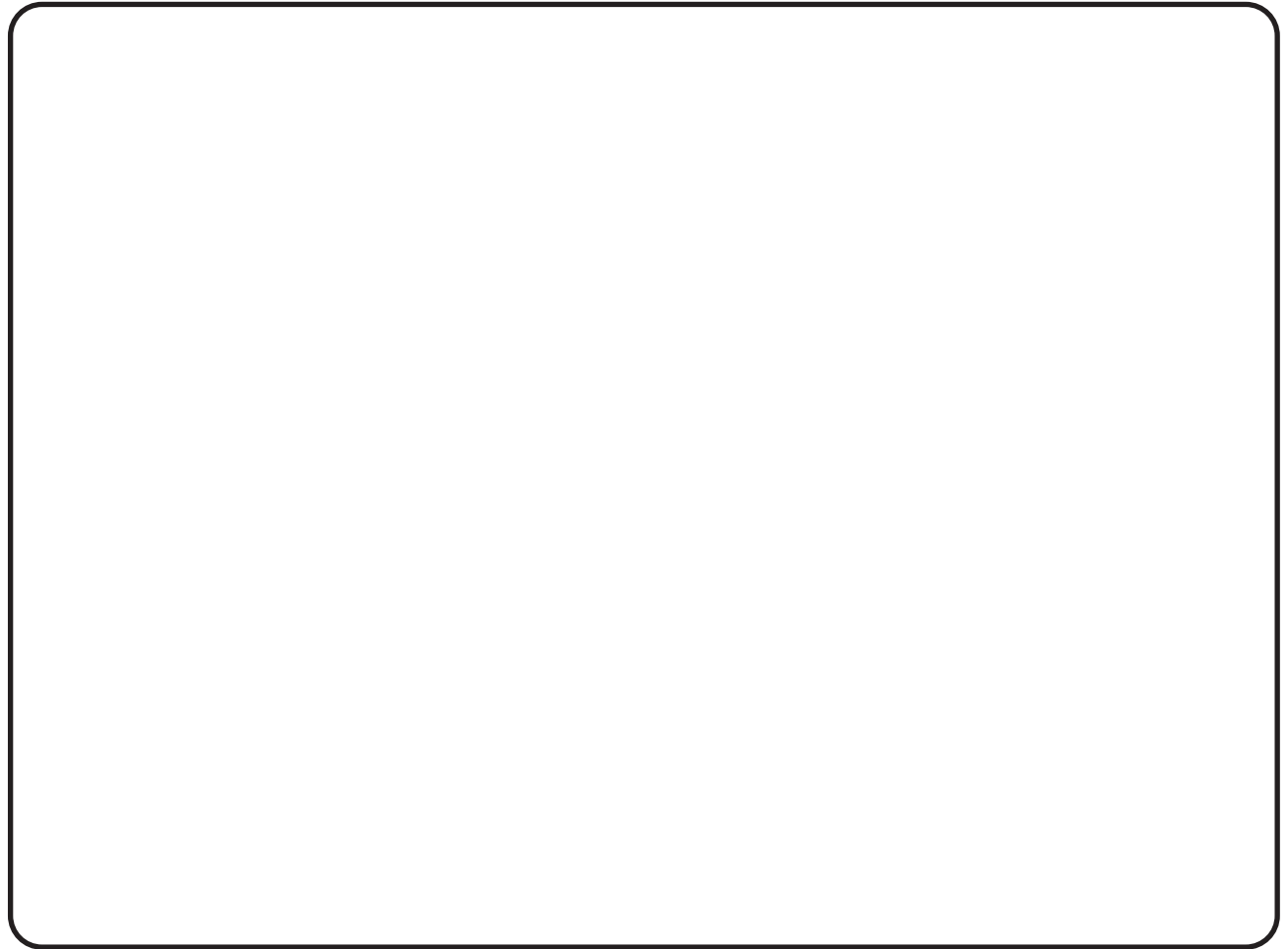
**d.** \_\_\_\_ En el lanzamiento de un dado, sacar un número primo y un número par.

**4. Analiza** la siguiente situación y luego realiza lo pedido.

De una caja con 1 ficha negra, 1 azul, 1 roja y 1 verde se extraen las cuatro fichas al azar, una a continuación de la otra, sin reposición.

**a.** Construye un diagrama de árbol con los posibles resultados al realizar el experimento.





- b.** Calcula la probabilidad de que la primera ficha extraída sea azul y la última sea roja.





**c.** Calcula la probabilidad de que la última ficha sea negra.

**5. Resuelve** los siguientes problemas.

**a.** De una tómbola con seis bolitas numeradas del 1 al 6, se extraen dos bolitas al azar, sin reposición.

- ¿Cuál es la probabilidad de que el número formado sea 61?

- ¿Cuál es la probabilidad de que ambos números sean pares?

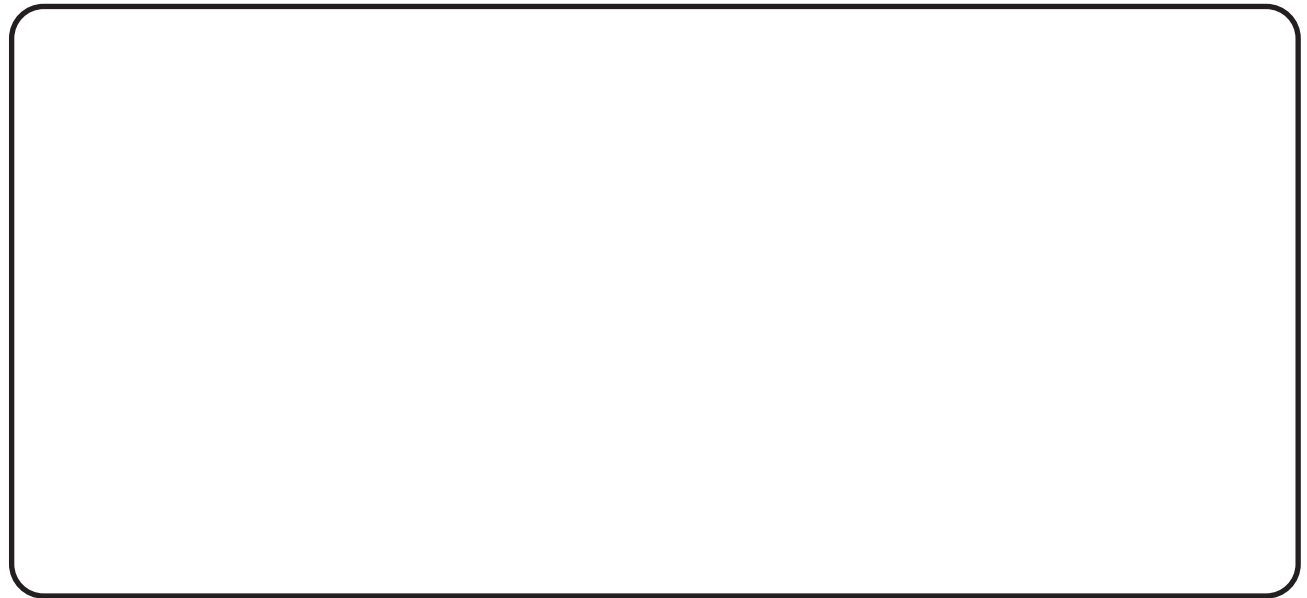


**b.** La probabilidad de que llueva durante la semana es de 35%, y se sabe que la probabilidad de que el personal de una empresa llegue con retraso cuando llueve es de un 10% y cuando hay buen tiempo es de un 2%.

- ¿Cuál es la probabilidad de que llueva y el personal no llegue tarde?

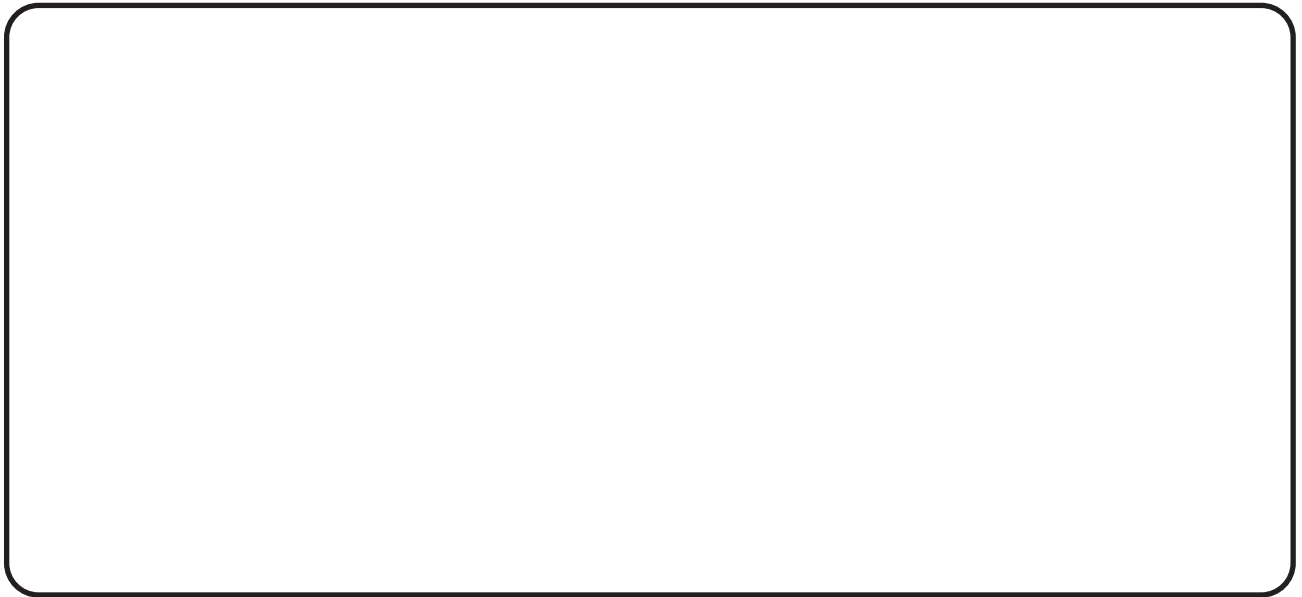
- ¿Cuál es la probabilidad de que el personal llegue retrasado?

- c.** En un estudio realizado a un grupo de familias se estableció que la probabilidad de elegir a una al azar que tenga automóvil es del 26%; la probabilidad de que la familia haya viajado fuera de la ciudad en las últimas vacaciones es de 42%, y la probabilidad de que tenga automóvil o haya viajado en las vacaciones es de 50%. Calcula la probabilidad de que al escoger una de las familias al azar tenga automóvil y haya viajado en las vacaciones.



**d.** De cada 100 artículos que se fabrican en una industria, 96 están en buen estado. Se seleccionarán aleatoriamente 3 artículos de una muestra de 100. La forma en que se hará es la siguiente: el primer artículo es extraído, observado y regresado a la muestra, para luego extraer el segundo artículo, observarlo y regresarlo a la muestra, para finalmente extraer el tercero. ¿Cuál es la probabilidad de que el

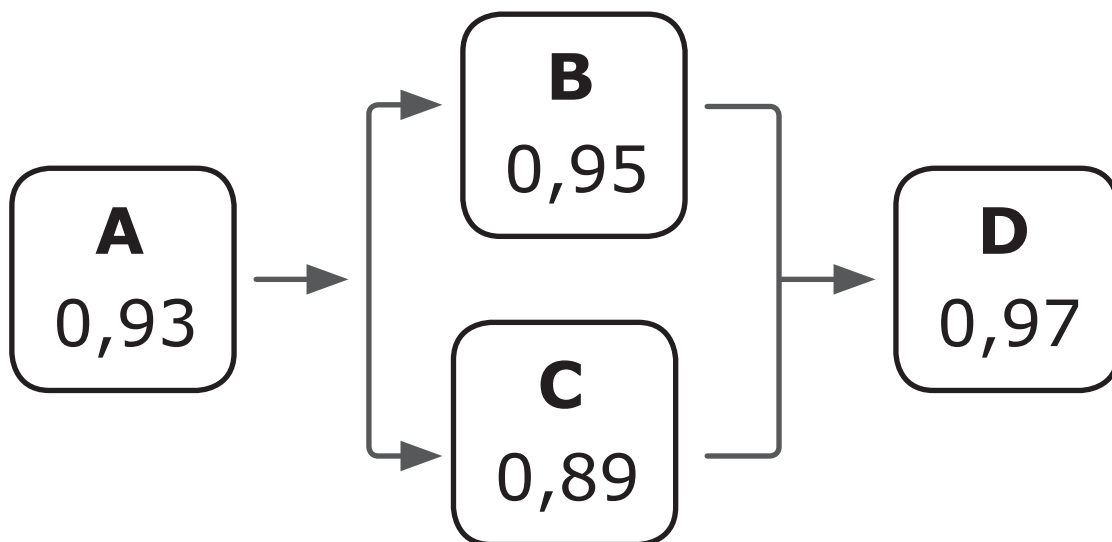
primer artículo esté en mal estado, el segundo en buen estado y el tercero en mal estado?





## 6. Actividad de profundización. Analicen el siguiente planteamiento y respondan.

En el diagrama se muestra la probabilidad de funcionamiento de los componentes A, B, C y D de un sistema eléctrico, los cuales fallan de forma independiente. Para que el sistema funcione, deben trabajar los componentes A y D, y al menos uno de los componentes B o C.

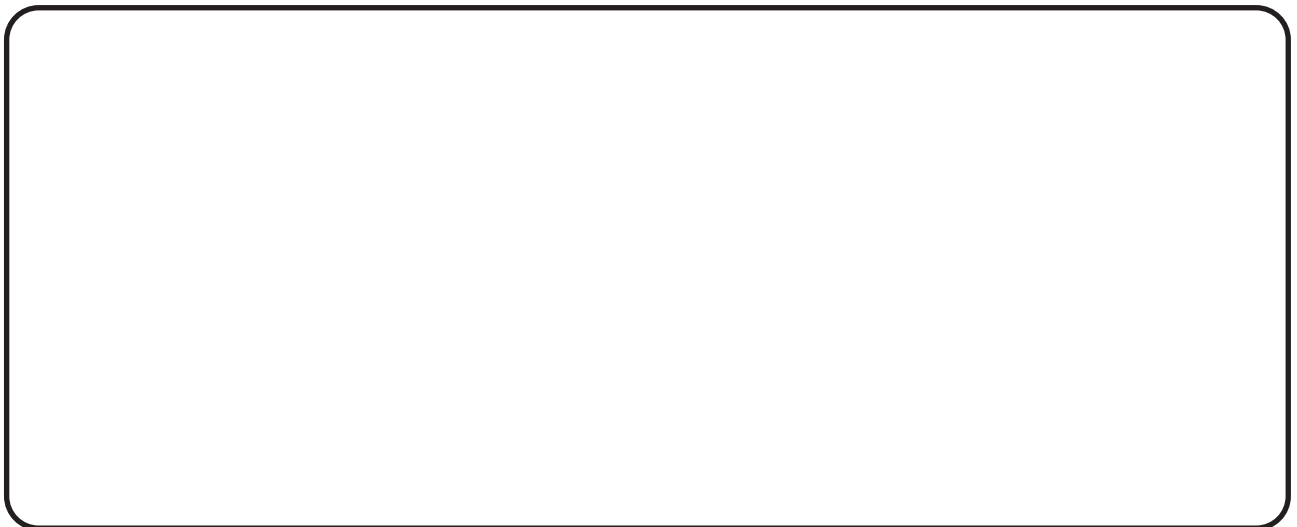




**a.** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema solo funcione con los componentes A, B y D?



**b.** ¿Cuál es la probabilidad de que el sistema solo funcione con los componentes A, C y D?





**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que funcionen todos los componentes a la vez?

## Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

### ► Unión e intersección de eventos

**1.** La \_\_\_\_\_ es el conjunto  $(A \cup B)$  en el que cada elemento pertenece a A o pertenece a B.

2. La \_\_\_\_\_ es el conjunto  $(A \cap B)$  en el que cada elemento pertenece a A y pertenece a B.

### ► Regla aditiva de la probabilidad

La probabilidad de que ocurra el evento A o el evento B se calcula por:

3. Si los eventos son disjuntos:

$$P(A \cup B) = \underline{\hspace{10em}}$$

4. Si los eventos no son disjuntos:

$$P(A \cup B) = \underline{\hspace{10em}}$$



## ► Regla multiplicativa de la probabilidad

La probabilidad de que ocurra el evento A o el evento B se calcula por:

**5.** Si los eventos son independientes:

$$P(A \cap B) = \underline{\hspace{4cm}}$$

**6.** Si los eventos son dependientes:

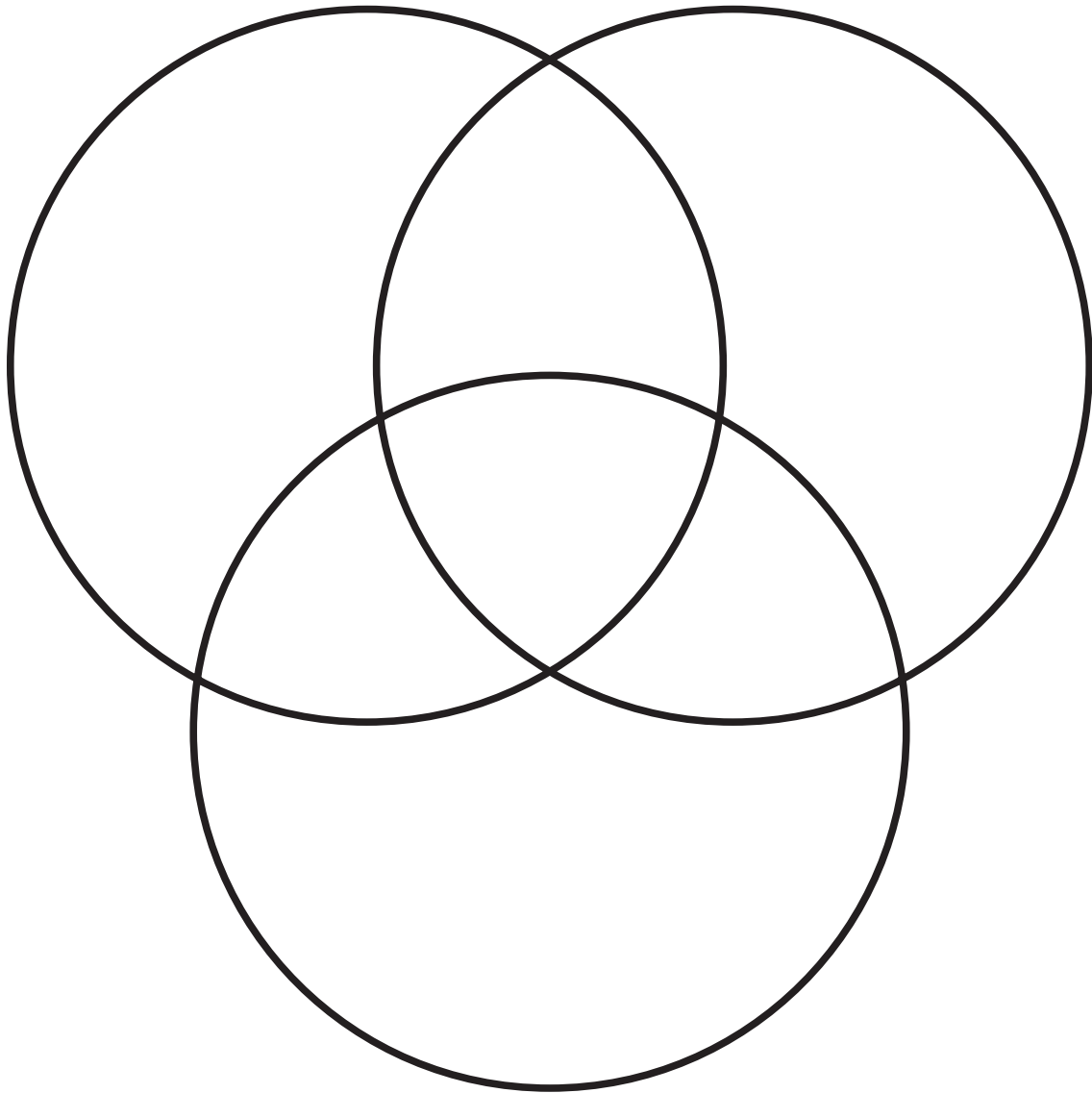
$$P(A \cap B) = \underline{\hspace{4cm}}$$

¿Cómo vas?

## Evaluación lección 11

1. Representa la siguiente situación en el diagrama y luego responde.

En la sala de 1° medio, de 24 estudiantes hay 4 que practican solo atletismo, 2 fútbol, 2 ciclismo, 6 fútbol y atletismo, 4 ciclismo y atletismo y 2 los tres deportes.



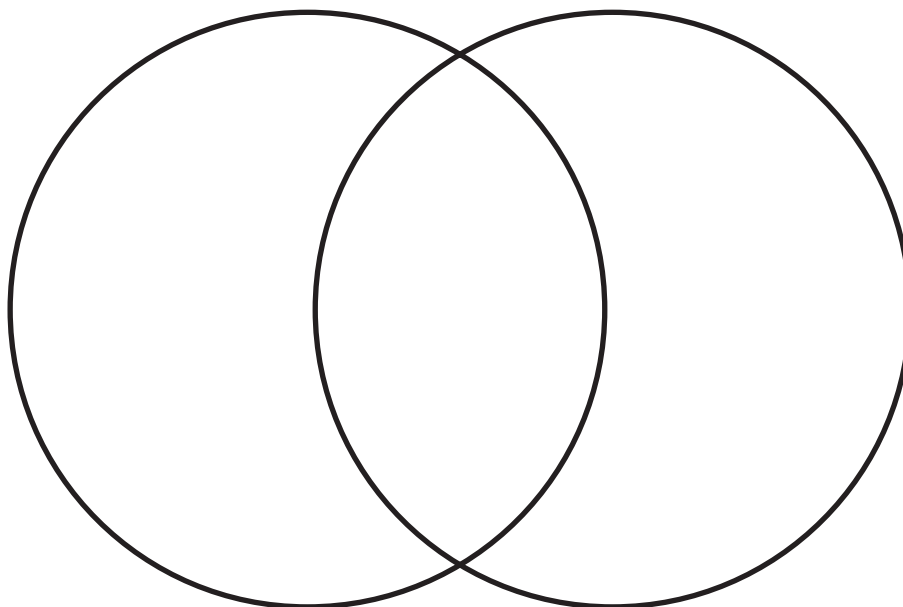
¿Cuántos estudiantes practican solo fútbol y ciclismo?

---

**2. Analiza** las siguientes situaciones y responde lo solicitado.

**a.** Se encuestó a un grupo de personas sobre el horario en el que salen a trotar y los resultados fueron que el 44% lo hacía en la mañana, el 42% en la tarde y un 12% salía a trotar en ambas jornadas.

- Completa el diagrama de Venn.



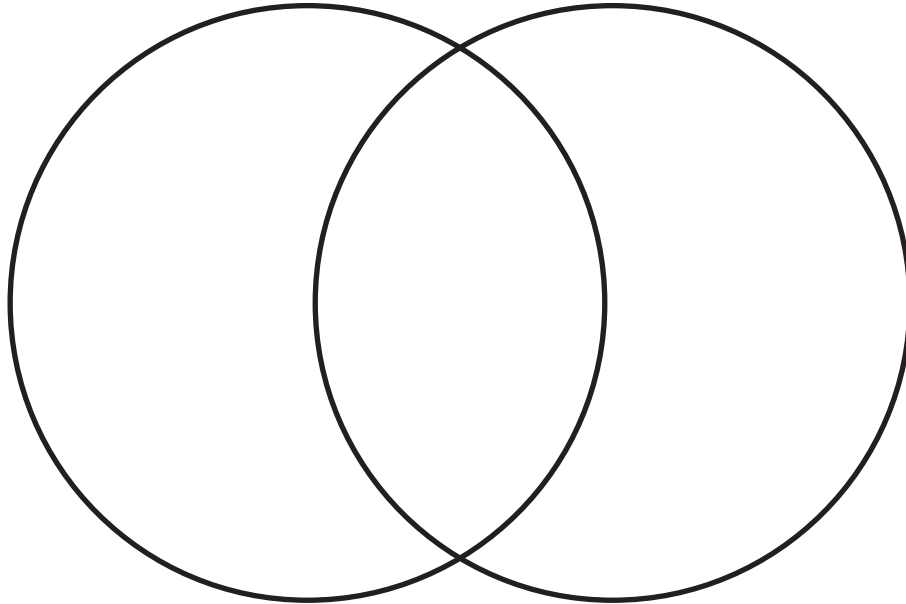


- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir a una persona al azar esta no salga a trotar en ninguna de las dos jornadas?

- b.** En una ciudad, el 35% de las personas tiene el pelo castaño, el 28% los ojos cafés y un 12% el pelo castaño y los ojos cafés.



- Completa el diagrama de Venn.



- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir a una persona al azar tenga los ojos cafés o el pelo castaño?



- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir a una persona al azar no tenga los ojos cafés, pero sí el pelo castaño?

- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir a una persona al azar no tenga el pelo castaño ni los ojos cafés?

**3. Resuelve** los siguientes problemas y responde.

**a.** En un taller de matemática que consta de dos ejercicios, la probabilidad de resolver correctamente alguno de los dos es de 0,53. La probabilidad de resolver solo el primer ejercicio es de 0,22 y la probabilidad de resolver solo el segundo es de 0,19. Si se elige al azar un estudiante que haya realizado el taller:

- ¿Son independientes los eventos? Justifica.

---

---



- ¿Cuál es la probabilidad de que haya resuelto correctamente ambos ejercicios?

- ¿Cuál es la probabilidad de que no haya resuelto correctamente ningún ejercicio?

**b.** La probabilidad de que ocurra un suceso A es  $\frac{1}{7}$ , la probabilidad de que ocurra un suceso B es  $\frac{3}{4}$  y la probabilidad de ocurrencia de la intersección de ambos sucesos es  $\frac{1}{100}$ . Calcula:

- La probabilidad de que no ocurra ni A ni B.



- La probabilidad de que ocurra A o B.

## Lección 12

### Comportamiento aleatorio

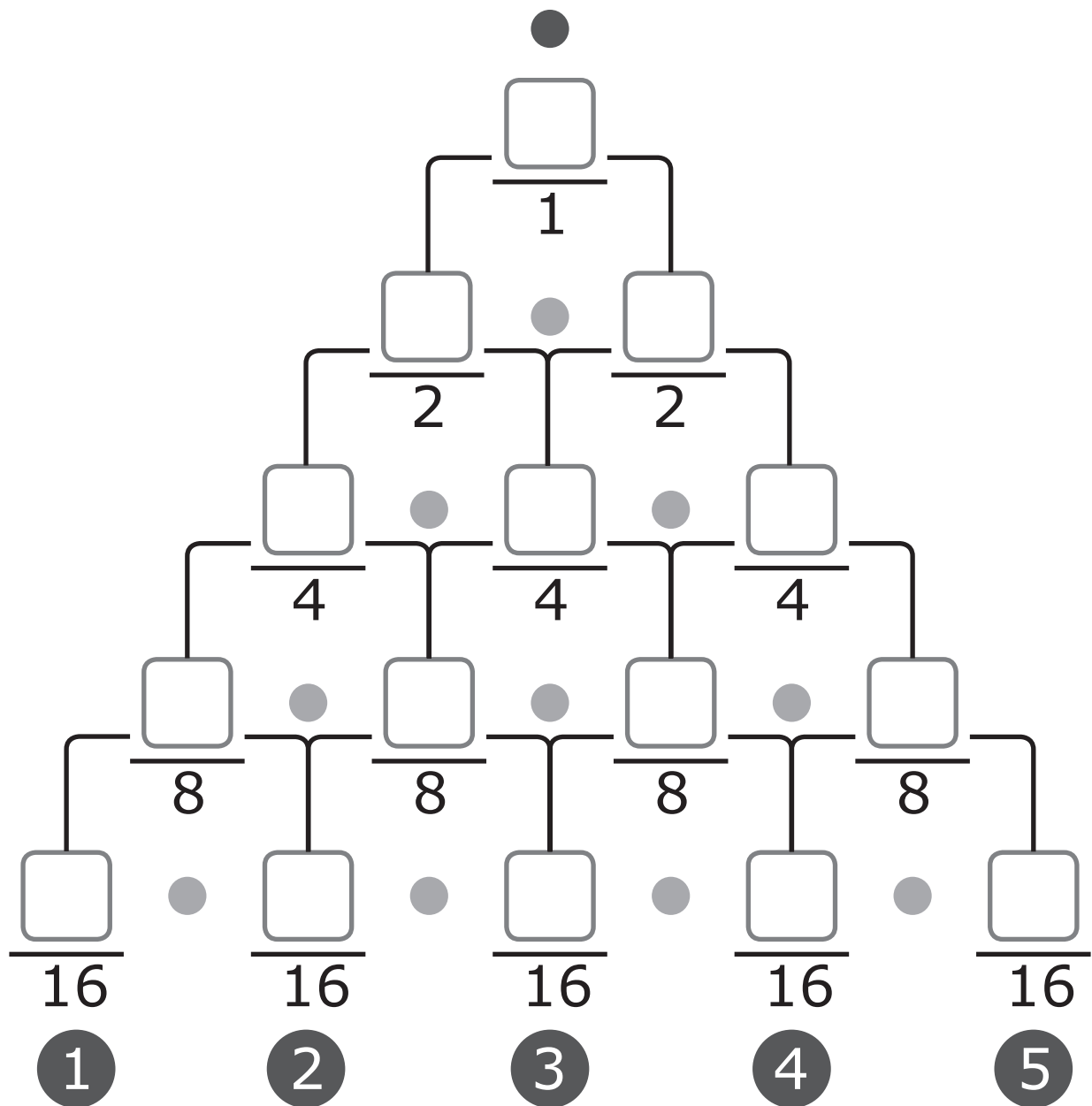
## TABLA DE GALTON Y PASEOS ALEATORIOS

#### ► **Recurso Web:**

Para conocer o profundizar más el uso de la tabla de Galton puedes visualizar el recurso interactivo de GeoGebra Tabla virtual de Galton en el siguiente sitio: <https://n9.cl/4akj>



1. El siguiente diagrama representa los posibles recorridos de una bolita en una tabla de Galton de cuatro niveles. Completa con el numerador que corresponde a la probabilidad en cada caso.





**2.** Basado en el diagrama de árbol del ítem 1., responde las siguientes preguntas.

**a.** ¿Cómo se incrementa el número de caminos favorables (numerador) en la tabla de Galton al aumentar cada nivel? Explica.

---

**b.** ¿Cuál es la salida que presenta mayor posibilidad de ser alcanzada por la bolita?, ¿por qué?

---

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que la bolita alcance la salida 5?

---



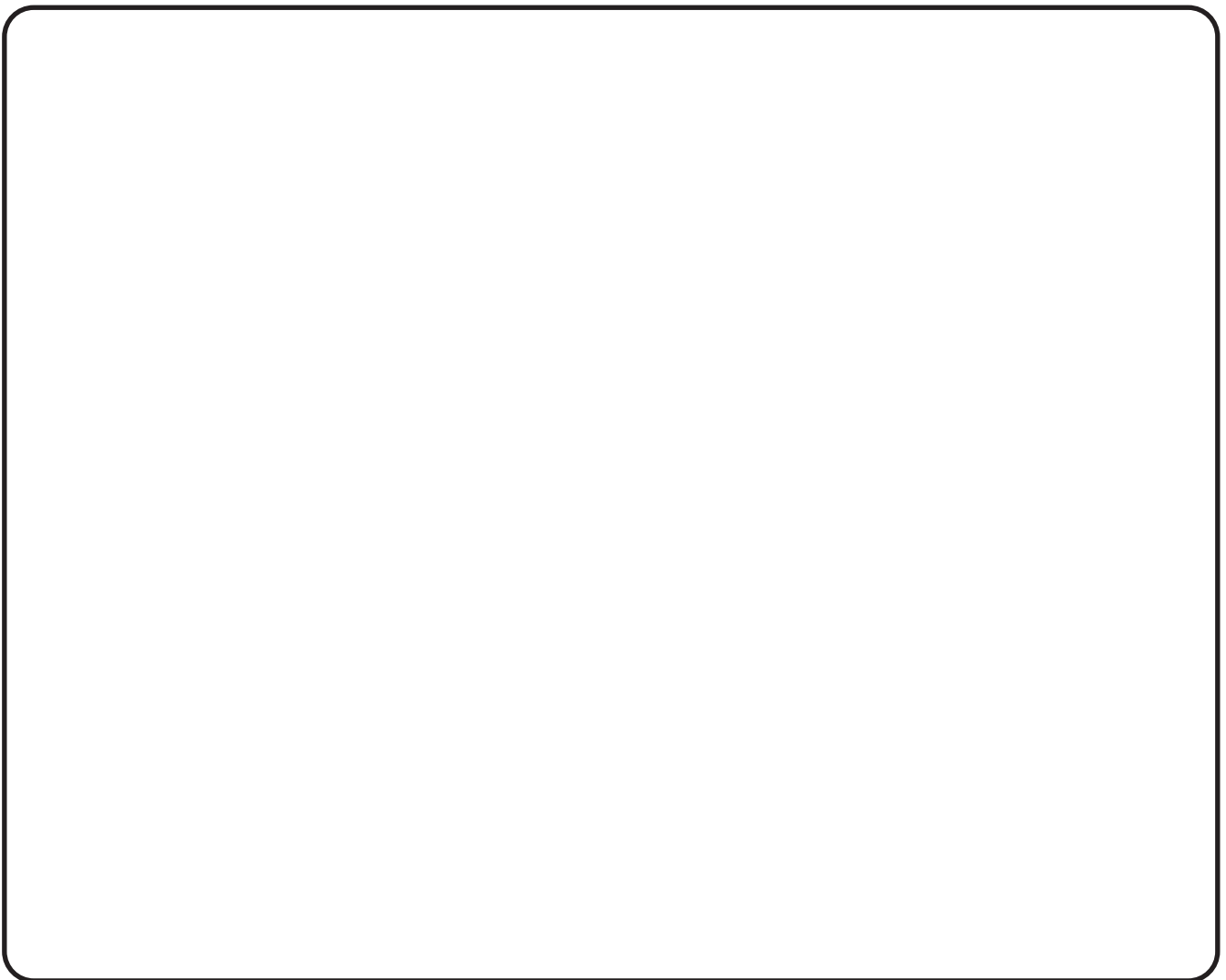
**d.** ¿Cuán probable es que logre una salida par?

---

**e.** ¿Cuán probable es que logre una salida impar?

---

- 3.** Construye el diagrama de árbol para representar los posibles caminos que puede recorrer una bolita en una tabla de Galton con 5 niveles, es decir, con 5 filas de clavos: la primera con un clavo, la segunda con dos, y así sucesivamente.





**4.** A partir del diagrama de árbol de la actividad 3., respondan:

**a.** ¿Cuántos caminos diferentes puede seguir la bolita?

---

**b.** ¿Cómo se relaciona la cantidad de caminos con las potencias de base 2?

---

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la primera o la última salida?

---

**d.** ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la segunda o la penúltima salida?

---

**e.** ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la tercera o la cuarta salida?

---

**f.** ¿Cuál es la probabilidad de que una bolita alcance la cuarta salida?

---



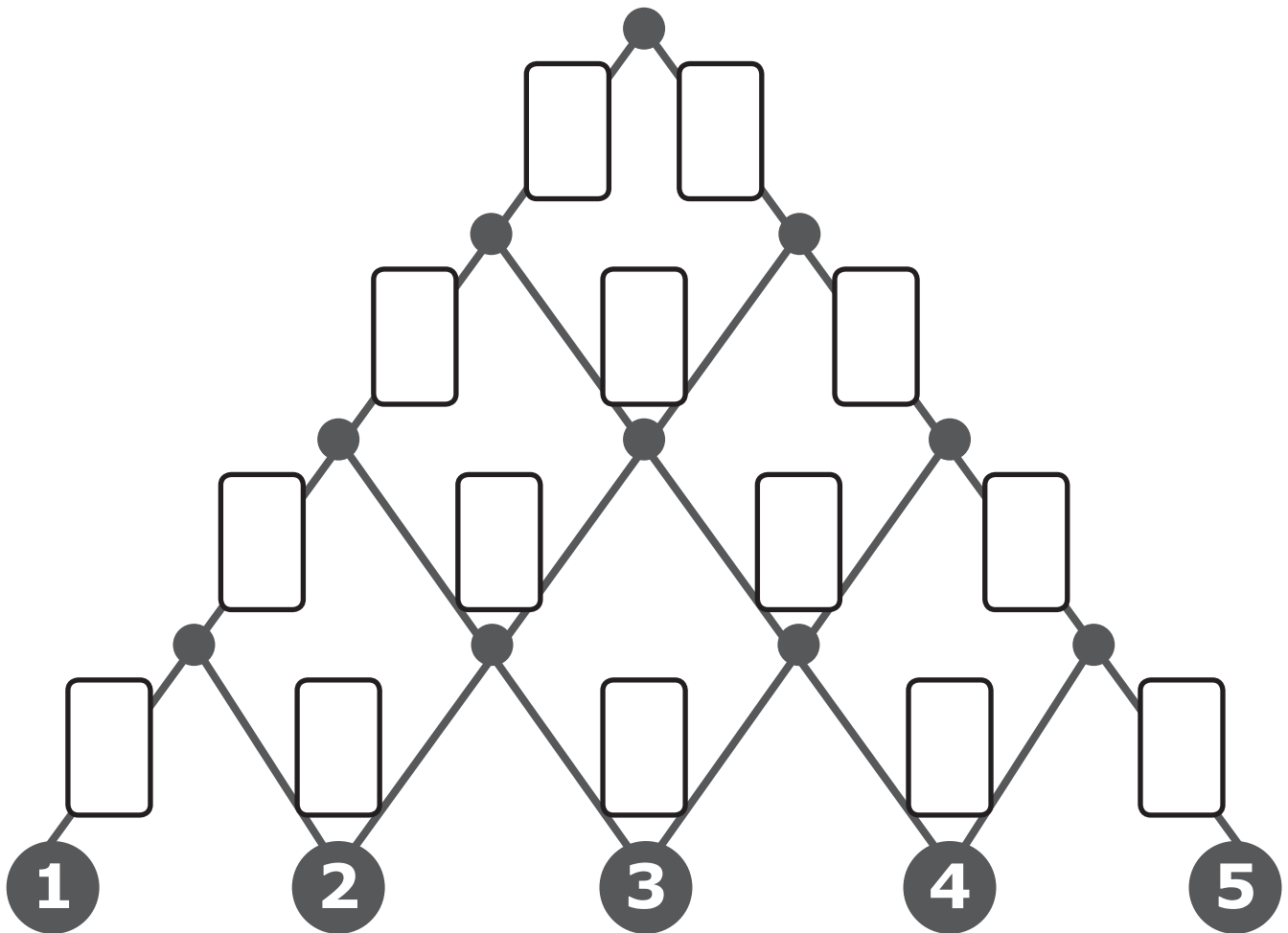
**g.** ¿Cuál de las salidas tiene mayor probabilidad de recibir la bolita?, ¿por qué?

---

**5. Examina** los siguientes planteamientos, y luego realiza lo pedido.

**a.** Al ingresar a un laberinto, la probabilidad de ir a la derecha o izquierda es igual en cada tramo.

- Completa el diagrama de árbol con la probabilidad de cada uno de los posibles caminos que puede recorrer una persona desde la entrada hasta cualquiera de las salidas numeradas del 1 al 5.



- ¿Cuál de las salidas tiene la mayor probabilidad de ser encontrada por una persona?, ¿por qué?

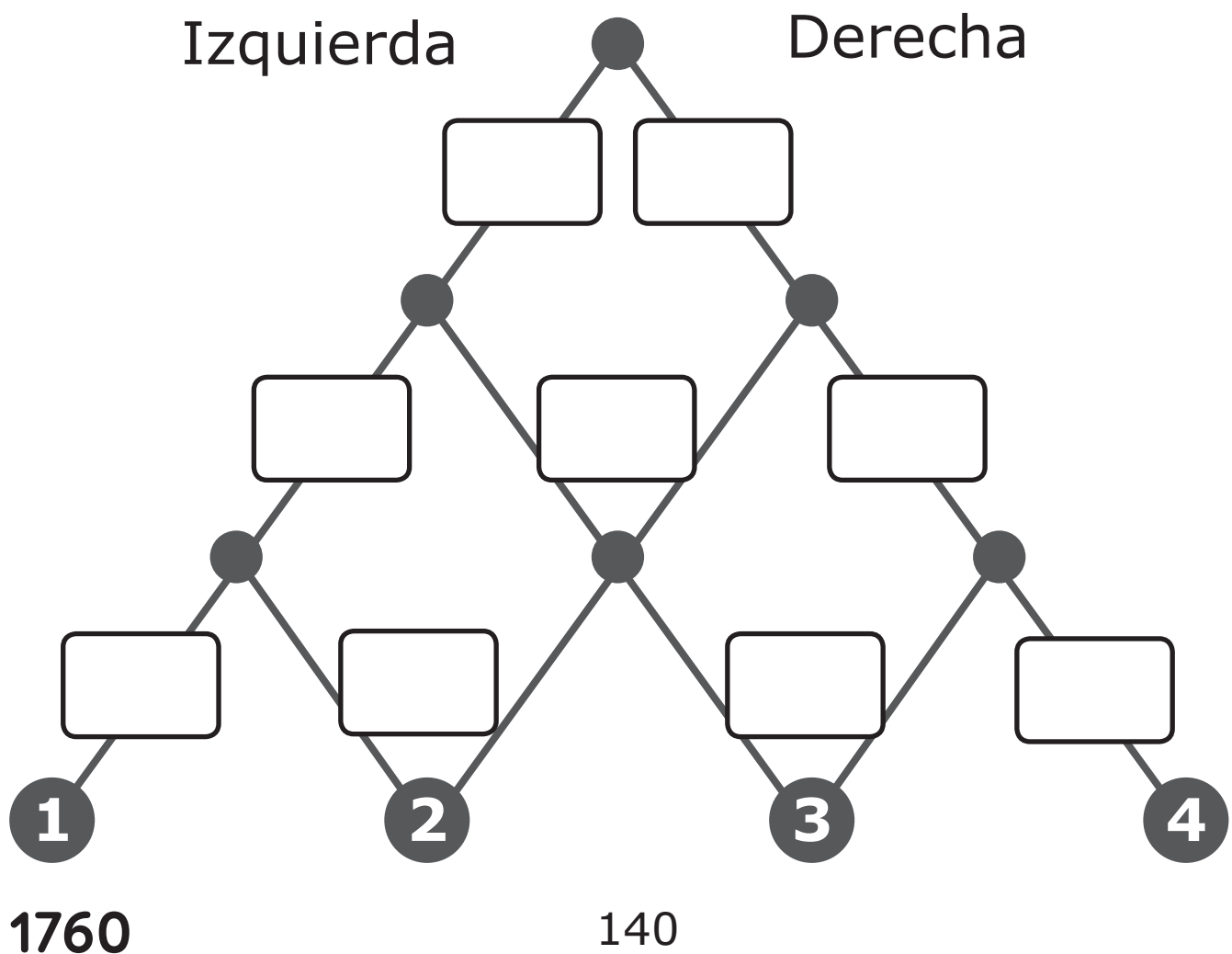
---

---



**b.** En promedio, al ingresar 100 personas en un laberinto de tres bifurcaciones, en cada una, 40% se dirigen a la izquierda y 60% a la derecha.

- Completa el diagrama de árbol con la probabilidad correspondiente a cada tramo.





Calcula:

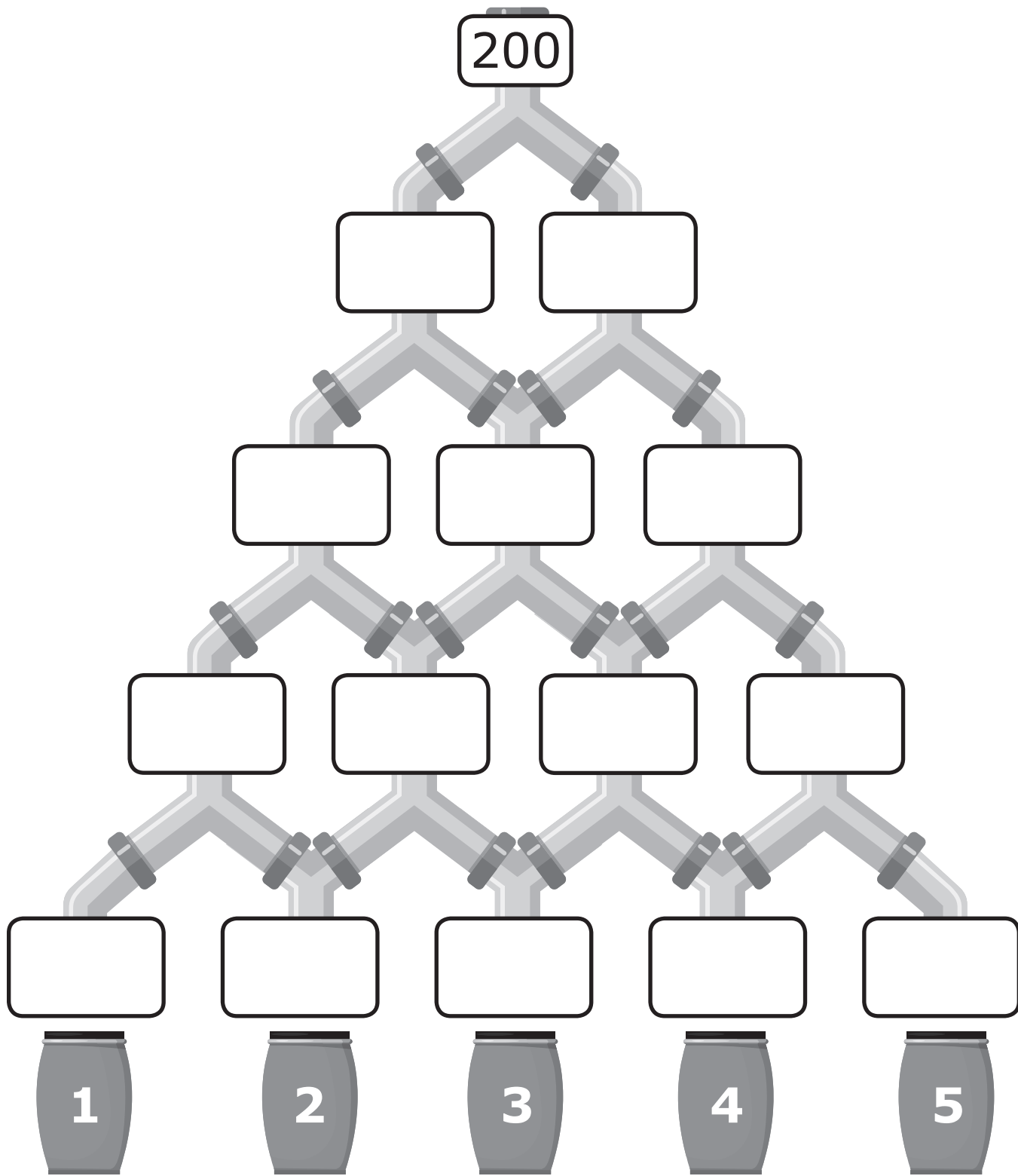
- La probabilidad de que una persona llegue a la salida 2.

- La probabilidad de que una persona llegue a la salida 3.



**6. Analicen** el siguiente problema y discutan lo solicitado en cada caso. Una red de distribución de agua está conectada de forma tal que en cada bifurcación se distribuye un 50% de su contenido a cada lado.

**a.** Completen el diagrama con la cantidad de agua que circula en cada tubería o camino si inicialmente se distribuyen 200 L de agua.





**b.** Expresen porcentualmente la cantidad de litros que llegan a los siguientes recipientes:

Recipiente 1: \_\_\_\_\_ %

Recipiente 2: \_\_\_\_\_ %

Recipiente 3: \_\_\_\_\_ %

Recipiente 4: \_\_\_\_\_ %

Recipiente 5: \_\_\_\_\_ %

**c.** ¿Qué recipientes tienen mayor posibilidad de llenarse primero? Expliquen.

---

---

**d.** Los recipientes 1 y 5 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

---

---

**e.** Los recipientes 2 y 5 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

---

---

**f.** Los recipientes 2 y 4 juntos, ¿recibirán más agua que el tercer recipiente?, ¿por qué?

---

---



**g.** ¿Creen que es conveniente la construcción de una red de distribución como esta para suministrar agua a una ciudad o comuna? Expliquen.

---

---

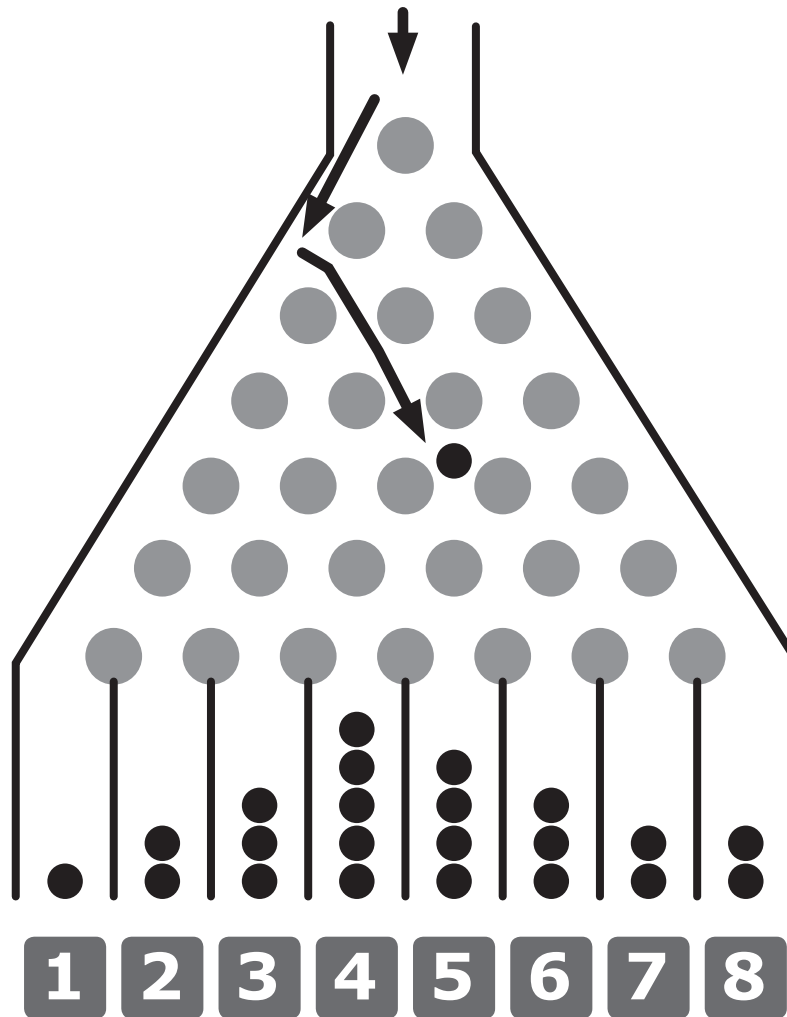
---

---

**7. Analicen** el siguiente problema y respondan.

En una tabla de Galton de siete niveles, la bolita seguirá su camino por la izquierda o por la derecha con la probabilidad de  $\frac{1}{2}$ . Después de haber pasado todos los

niveles de obstáculos, caerá en uno de los casilleros finales.



**a.** ¿Todos los caminos tienen la misma probabilidad? Justifiquen.

---



---



**b.** ¿Es el número de rebotes siempre el mismo para cada bolita en cualquiera de los recorridos? Justifiquen.

---

---

**c.** Si cada rebote es aleatorio, ¿por qué la mayoría de las bolitas terminan en los casilleros centrales en comparación con los de los extremos?

---

---

**d.** Para cualquier bolita, ¿es correcto decir que el casillero 3 es igualmente probable que el casillero 6?, ¿por qué?

---

---



**e.** Para cualquier bolita, ¿cuáles son los dos casilleros finales más probables?, ¿por qué?

---

---

**f.** Si se dejan caer 1.000 bolitas, ¿cuántas probablemente caerán en los siguientes casilleros?

- Casillero 1.



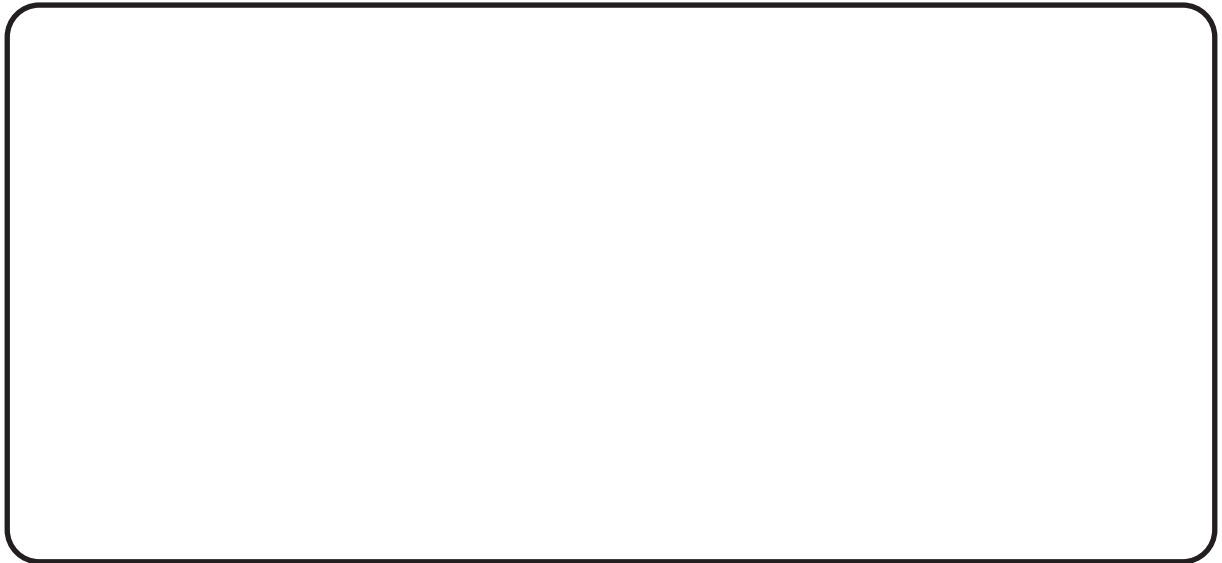
- Casillero 2.

A large, empty rounded rectangular box with a black border, intended for notes or a drawing related to 'Casillero 2'.

- Casillero 3.

A large, empty rounded rectangular box with a black border, intended for notes or a drawing related to 'Casillero 3'.

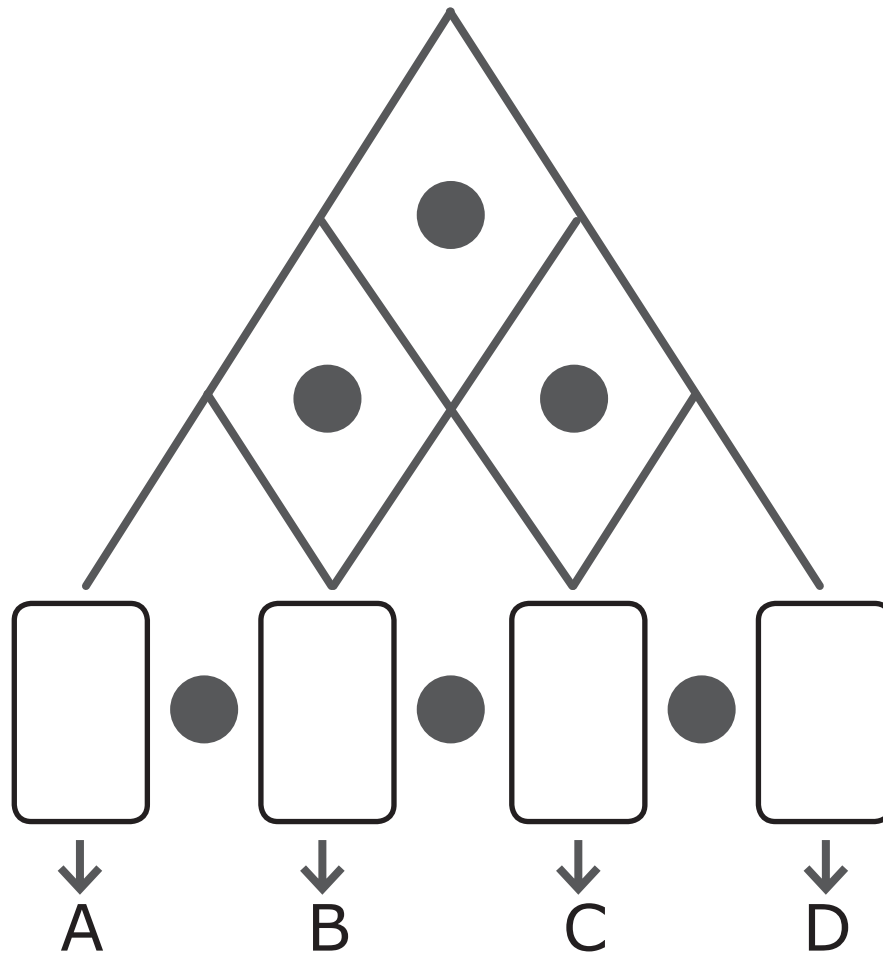
- Casillero 4.



**8. Actividad de profundización.** El siguiente diagrama de árbol representa los posibles recorridos en un experimento donde hay cuatro opciones de salida.



- a.** Completa el diagrama. Para ello, escribe la probabilidad de llegar a cada salida: A, B, C o D.



- b.** Si se repite el experimento 120 veces, ¿en cuántas oportunidades se llegará a cada salida probablemente?

Salida A: \_\_\_\_\_ veces.

Salida B: \_\_\_\_\_ veces.

Salida C: \_\_\_\_\_ veces.

Salida D: \_\_\_\_\_ veces.

**c.** ¿A cuáles salidas es más probable llegar? Explica.

---

---

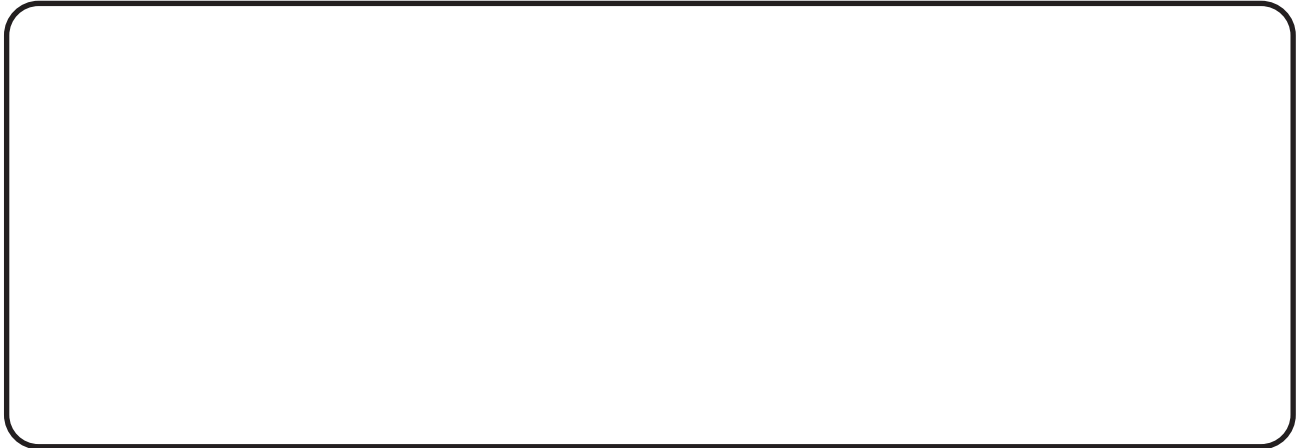
---



**d.** Calcula la probabilidad de llegar a las salidas A o D.

**e.** Calcula la probabilidad de llegar a las salidas A o B.

**f.** Calcula la probabilidad de llegar a las salidas B o C.



**g.** Calcula la probabilidad de llegar a las salidas A, B o D.





**h.** ¿Es más probable llegar a la salida A o a la D? ¿Por qué?

---

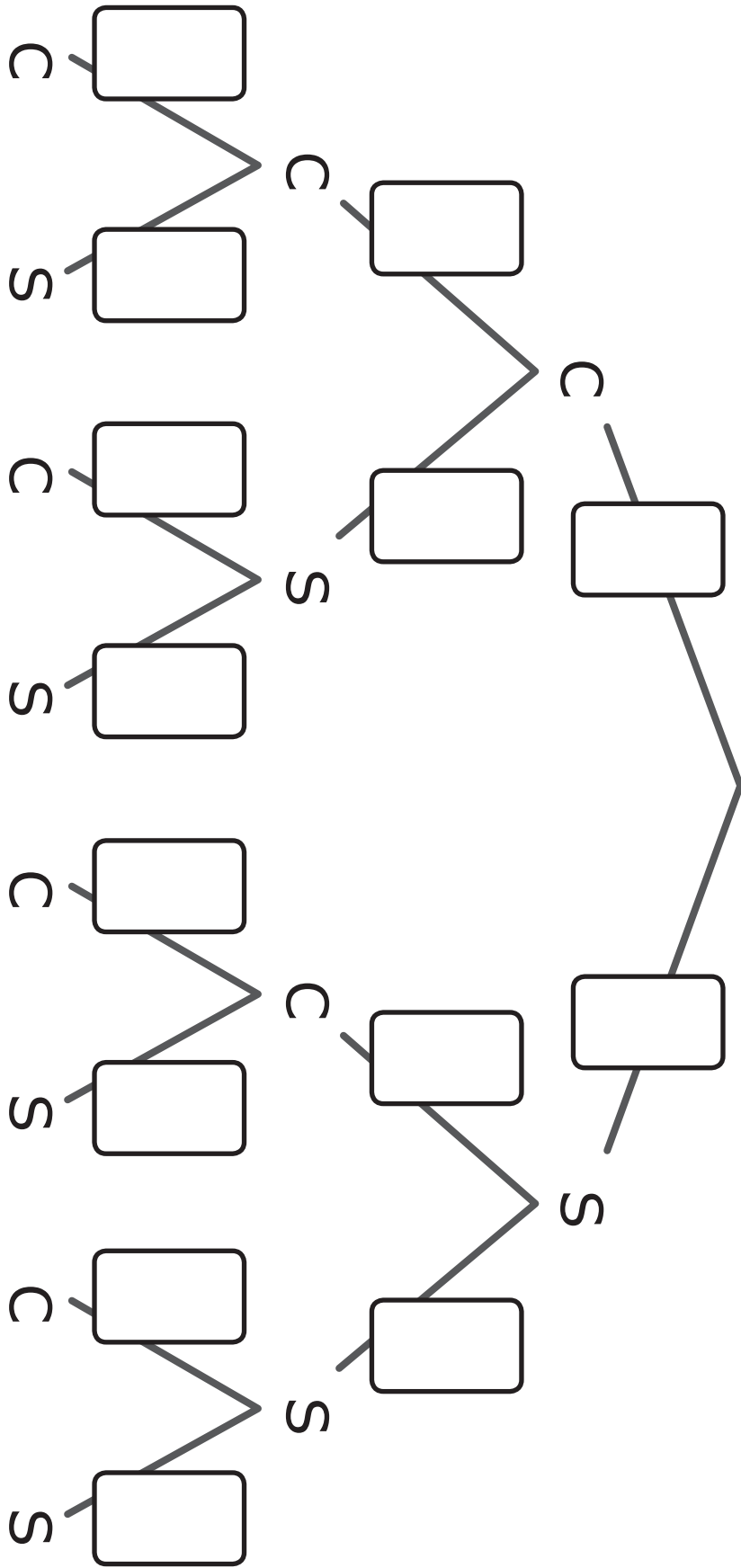
---

---



## PROBABILIDAD EN PASEOS ALEATORIOS

- 1.** Se tienen tres monedas no equilibradas, de modo que las probabilidades de que salga cara en las monedas A, B y C son  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{1}{5}$ , respectivamente.
  - a.** Completa el diagrama de árbol que representa el lanzamiento de las monedas A, B y C en ese orden.



**b.** Describe el espacio muestral asociado al experimento.

---

---

**c.** ¿Es distinto al espacio muestral que resulta en el caso de monedas equilibradas? Explica.

---

---

**d.** Escribe las probabilidades de los siguientes eventos:



$$C - C - C : \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$C - C - S : \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$C - S - C : \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$C - S - S : \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$S - C - C : \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} \cdot \boxed{\phantom{000}} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$S - C - S : \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$S - S - C : \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$S - S - S : \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} \cdot \boxed{\phantom{00}} = \boxed{\phantom{00}}$$

**e.** Calcula la probabilidad de obtener dos caras y un sello.

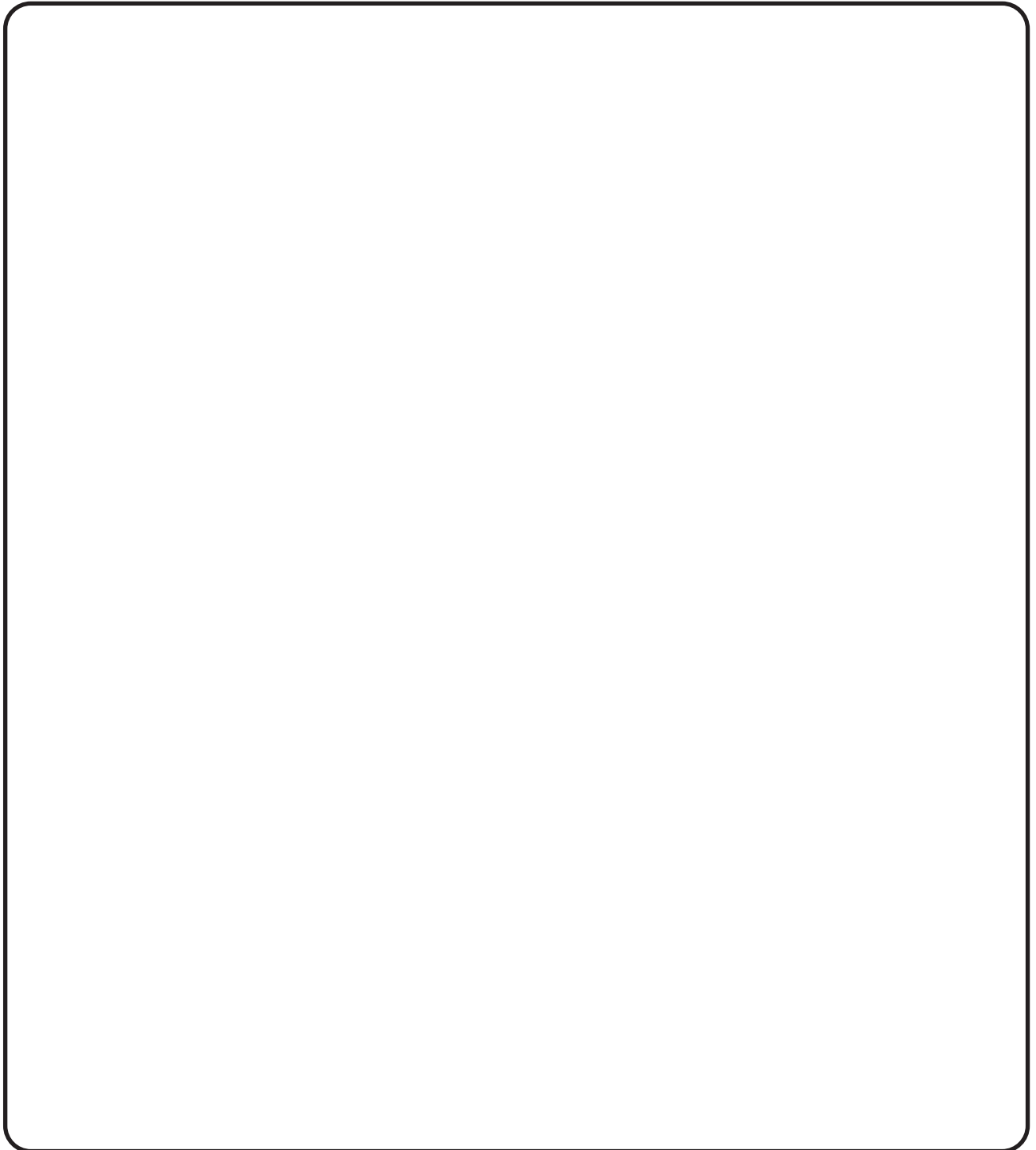


**f.** Calcula la probabilidad de obtener dos sellos y una cara.

**2. Analiza** el siguiente experimento, y luego realiza lo pedido.

Se lanza un dado. Si se obtiene un número par, se introduce una bolita verde a una caja vacía, y si se obtiene un número impar, se introduce una bolita roja.

- a. Dibuja el diagrama de árbol para el experimento si se lanza el dado 4 veces.





**b.** Describe el espacio muestral asociado a las bolitas que se introducen en la caja.

---

---

---

---

**c.** Calcula la probabilidad de que en la caja se encuentren:

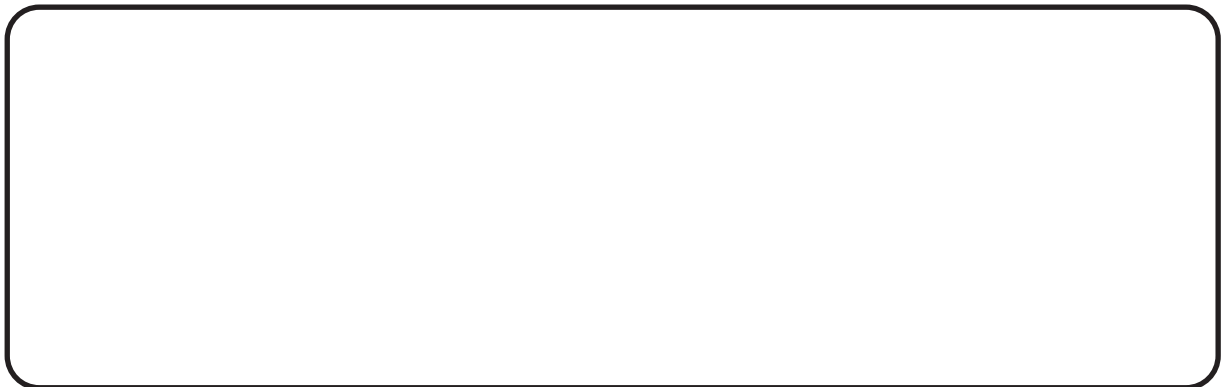
- Tres bolitas verdes y una roja.



- Una bolita verde y tres rojas.



- Dos bolitas verdes y dos rojas.



- Cuatro bolitas de un solo color.

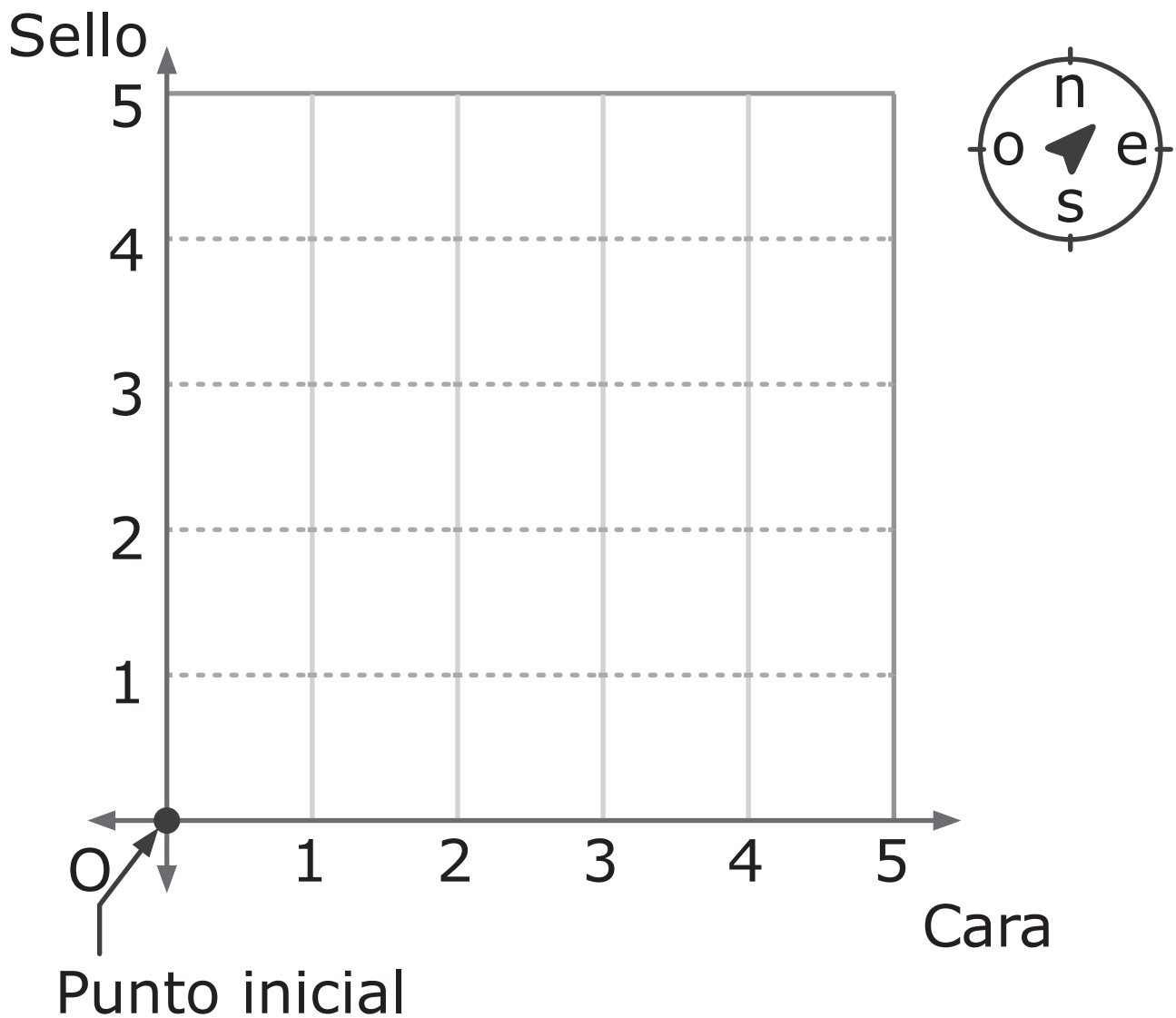




**3. Analiza** la siguiente situación y responde.

Una persona realiza el siguiente experimento: se para en un punto inicial y lanza una moneda al aire. Si sale cara, la persona avanza un paso al este, y en caso de sello, la persona da un paso al norte.

- a. Ubica en el plano todos los puntos posibles a los que podría llegar la persona en el caso de que lanzara 5 veces la moneda.





**b.** ¿Cuántos caminos diferentes puede recorrer la persona con los resultados obtenidos al lanzar la moneda cinco veces?

---

---

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que llegue al punto  $(5, 0)$ ?

---

---

**d.** ¿Cuál es la probabilidad de que llegue al punto  $(2, 3)$ ?

---

---

**e.** ¿A qué punto llegan los caminos que resultan de las siguientes secuencias de resultados: S - S - C - C - C y C - S - C - S - C? ¿Cuántos resultados llegan al mismo punto?

---

---

**f.** ¿Cuántos caminos diferentes permiten dar un paso al este y cuatro al norte?

---

---



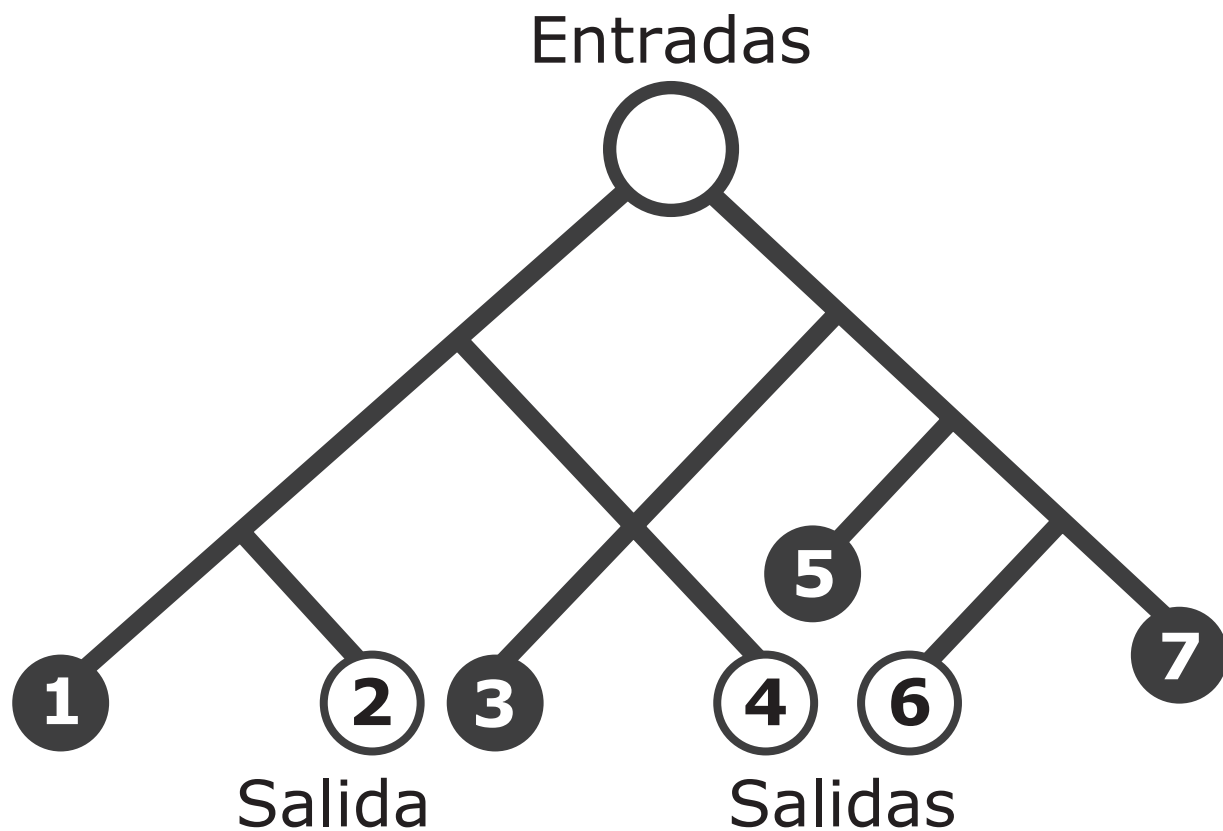
**g.** Según los resultados del experimento y sus probabilidades después de varios intentos, ¿cómo debería ser el comportamiento de la persona respecto de su posición?

---

---

**h.** Si al lanzar la moneda cuatro veces el resultado es S - S - S - C, ¿en qué par ordenado del plano cartesiano se encuentra la persona? ¿Qué otros resultados pueden llegar al mismo punto?

**4. Examinen** los paseos aleatorios en el siguiente laberinto y resuelvan: Se sabe que en cada bifurcación el 45% de las personas que entran a un laberinto van hacia su derecha, mientras que el 55% va a su izquierda.





**a.** Escriban las probabilidades de que una persona recorra cada uno de los caminos del laberinto que la llevan a los siguientes puntos:

- Sin salida

**1.**

**3.**



5.



7.



- Con salida

2.





4.

6.

**b.** ¿Cuál es la probabilidad de que una persona encuentre alguna salida?

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de llegar al punto 3?



**d.** ¿Cuál es la probabilidad de que una persona no encuentre ninguna salida?

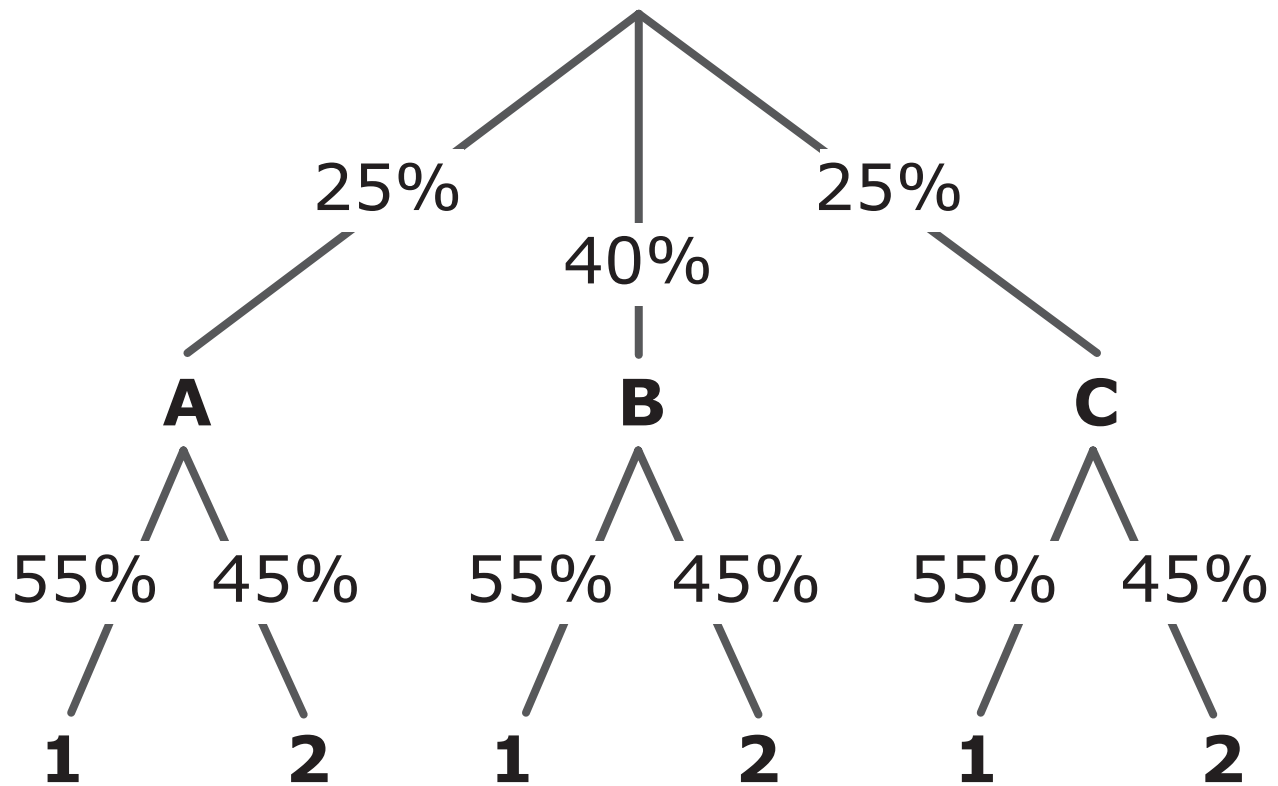




e. ¿Cuál es la probabilidad de no llegar al punto 7?

**5. Resuelve** los siguientes problemas y responde:

a. Para ir al colegio, Marcelo puede tomar tres micros diferentes, A, B o C. Luego, debe caminar por cualquiera de dos calles, 1 o 2. En el diagrama de árbol se muestran las probabilidades de los caminos que puede elegir para ir de su casa al colegio.

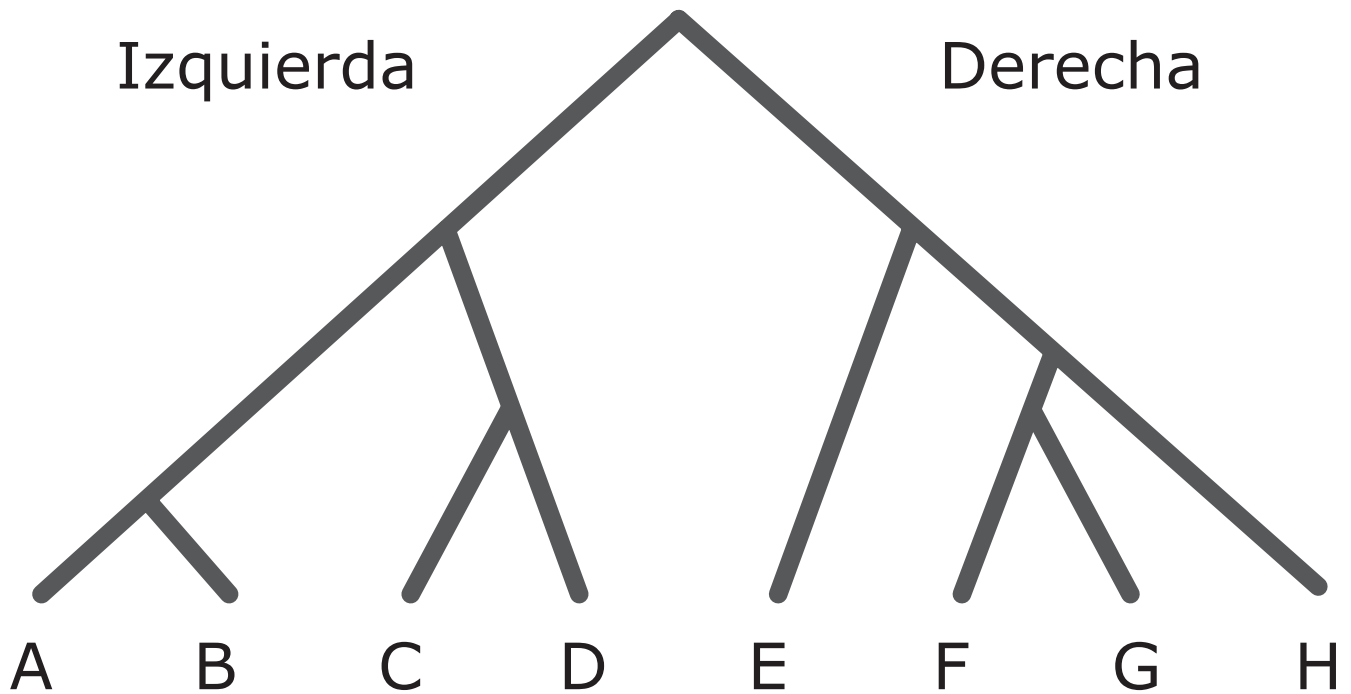


- ¿Cuál es la probabilidad de que Marcelo tome el camino A1 o el C2?



- ¿Cuál es la probabilidad de que Marcelo tome el camino A2 o el C1?

- b.** Al salir del colegio, un grupo de 100 estudiantes pueden seguir varios caminos, A, B, C, D, E, F, G, o H, según sus preferencias y destinos a los que se dirigen, como se muestra en el diagrama de árbol. Si se sabe que en cada bifurcación un tercio de los estudiantes decide ir a la izquierda y dos tercios deciden ir a la derecha, responde.



- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos A o B?



- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos D o E?

- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos C o H?



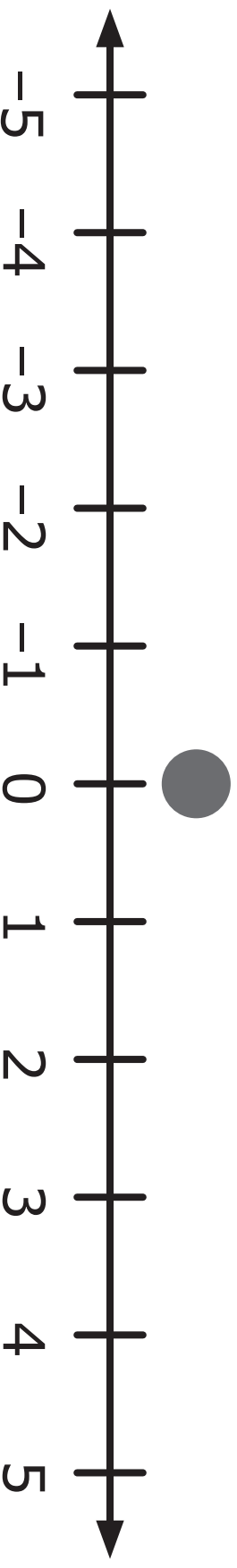
- ¿Cuál es la probabilidad de que un estudiante llegue a los destinos F o G?



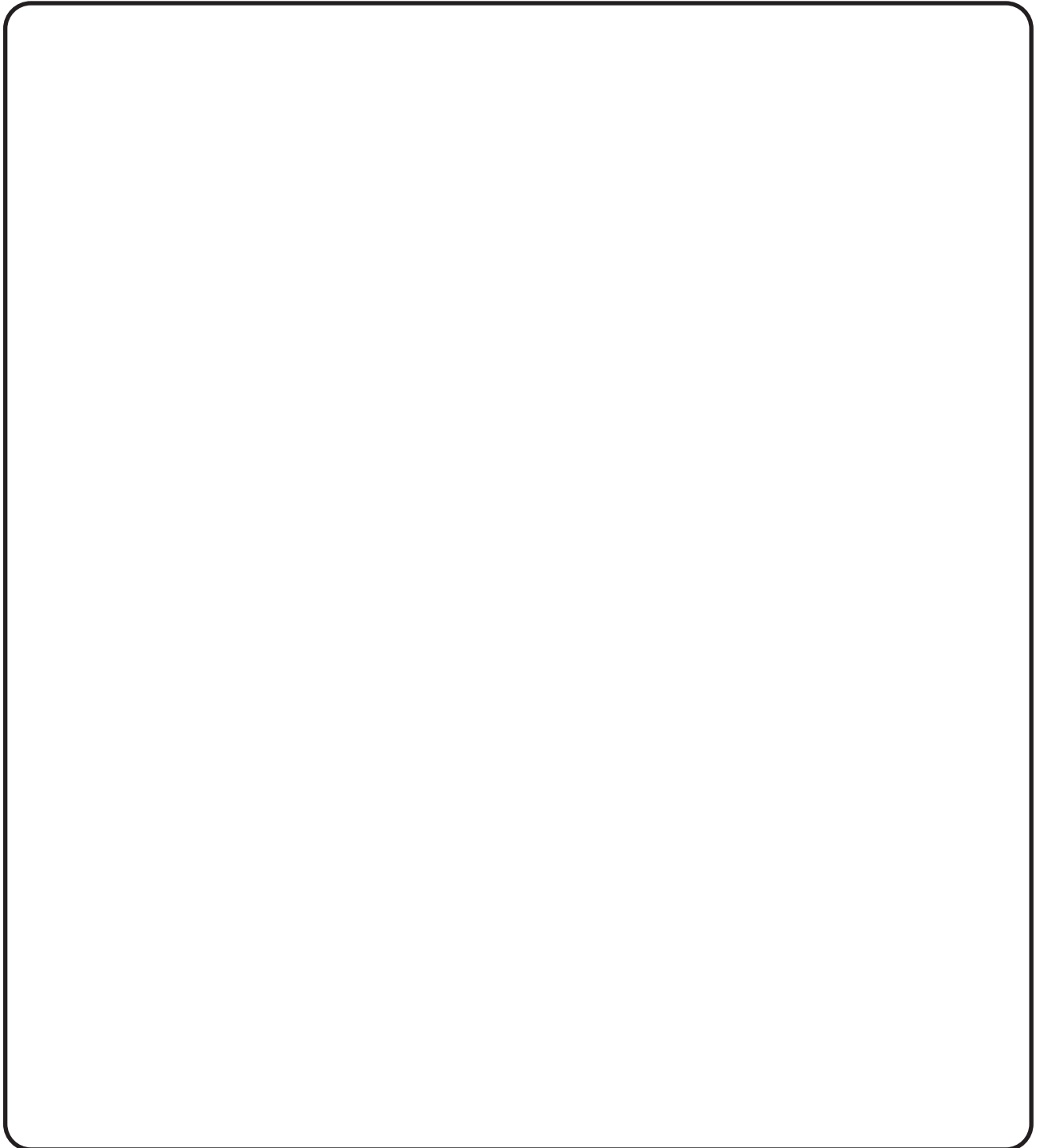
## 6. Analicen la siguiente situación y resuelvan.

En la recta numérica se sitúa una pelotita en el 0, como se observa en la imagen. Se realiza el siguiente experimento: se lanza una moneda al aire. Si sale cara, avanza la pelotita una posición hacia la derecha; si sale sello, avanza una posición hacia la izquierda.

149



- a.** Dibujen el diagrama de árbol para el experimento si se lanza la moneda 3 veces.





**b.** ¿Cuál es la probabilidad de que la pe-  
lotita termine en 1?

**c.** ¿Cuál es la probabilidad de que la pe-  
lotita termine en 3 o en  $-3$ ?

## Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

### ► Tabla de Galton y paseos aleatorios

- 1.** La tabla de Galton permite reconocer el comportamiento de una distribución normal de un experimento aleatorio. Esta distribución presenta una forma acampanada, muchas bolitas en el \_\_\_\_\_ y muy pocas en los \_\_\_\_\_.



2. Un \_\_\_\_\_ es una caminata o un recorrido en el cual en cada paso o etapa se tienen varias opciones para continuar, pero no se tiene certeza de cuál se tomará.

### ► Probabilidad en paseos aleatorios

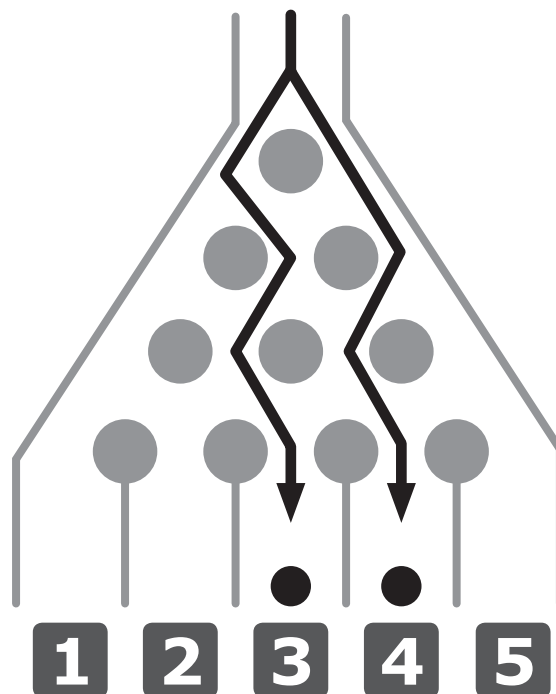
3. La regla \_\_\_\_\_ de la probabilidad se aplica para calcular la probabilidad de que suceda un recorrido A u otro recorrido B.

4. La regla \_\_\_\_\_ de la probabilidad se aplica para calcular la probabilidad de que suceda un recorrido A y otro recorrido B.

¿Cómo vas?

## Evaluación Lección 12

1. La imagen muestra una máquina de Galton con 4 filas de clavos y 5 salidas. Si cada vez que una bolita rebota en un clavo tiene una probabilidad de 50% de ir hacia la derecha y 50% de ir hacia la izquierda:





**a.** ¿Cuántos caminos posibles puede tomar la bolita?

---

**b.** ¿Cómo se relaciona la cantidad de caminos con las potencias de base 2?

---

---

**c.** ¿Cuál de las salidas tiene una mayor cantidad de caminos por los cuales la bolita puede llegar a ella?

---



**d.** Si se lanza un bolita, ¿puedes saber con certeza en qué casillero caerá?, ¿por qué?

---

---

**e.** Si se lanzan 80 bolitas, ¿cuántas deberían caer, en promedio, en cada salida?

Salida 1: \_\_\_\_\_

Salida 2: \_\_\_\_\_

Salida 3: \_\_\_\_\_

Salida 4: \_\_\_\_\_

Salida 5: \_\_\_\_\_



**f.** ¿Qué salida tiene mayor probabilidad?

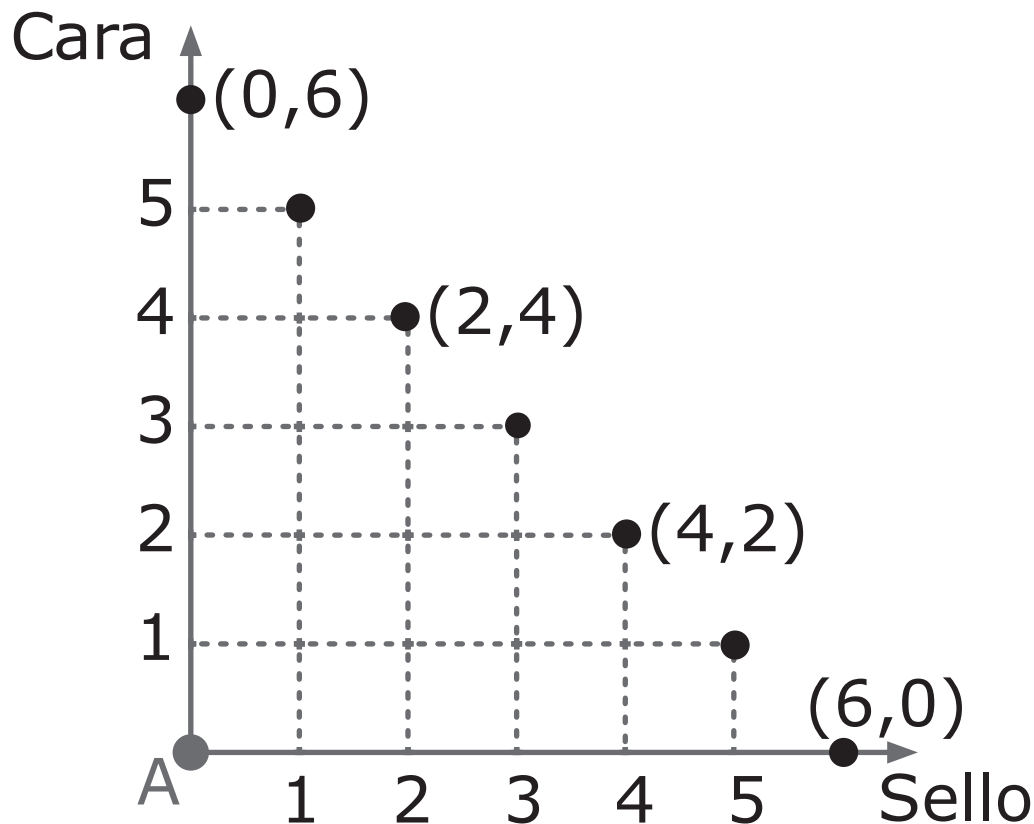
---

**g.** Si se agregan 3 filas más de clavos, ¿cuántos caminos crees que se pueden formar en total?

---

**2. Analiza** el siguiente experimento, y luego responde.

Se ubica una ficha en el punto  $A(0, 0)$ . Si se lanza una moneda y sale cara, la ficha se mueve un espacio hacia arriba, de lo contrario, se mueve hacia la derecha.



**a.** ¿Cuántos caminos diferentes llevan la ficha al punto  $(0,6)$ ?

---

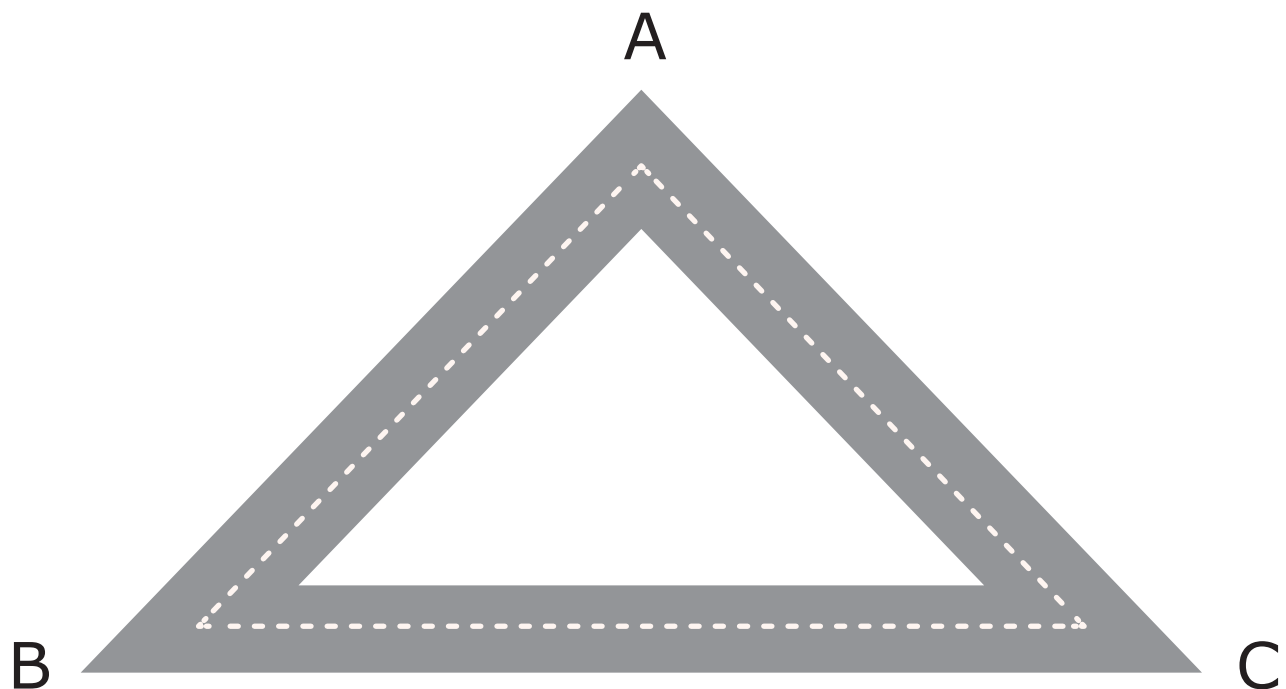
**b.** ¿Cuántos caminos diferentes llevan la ficha al punto  $(2,4)$ ?

---

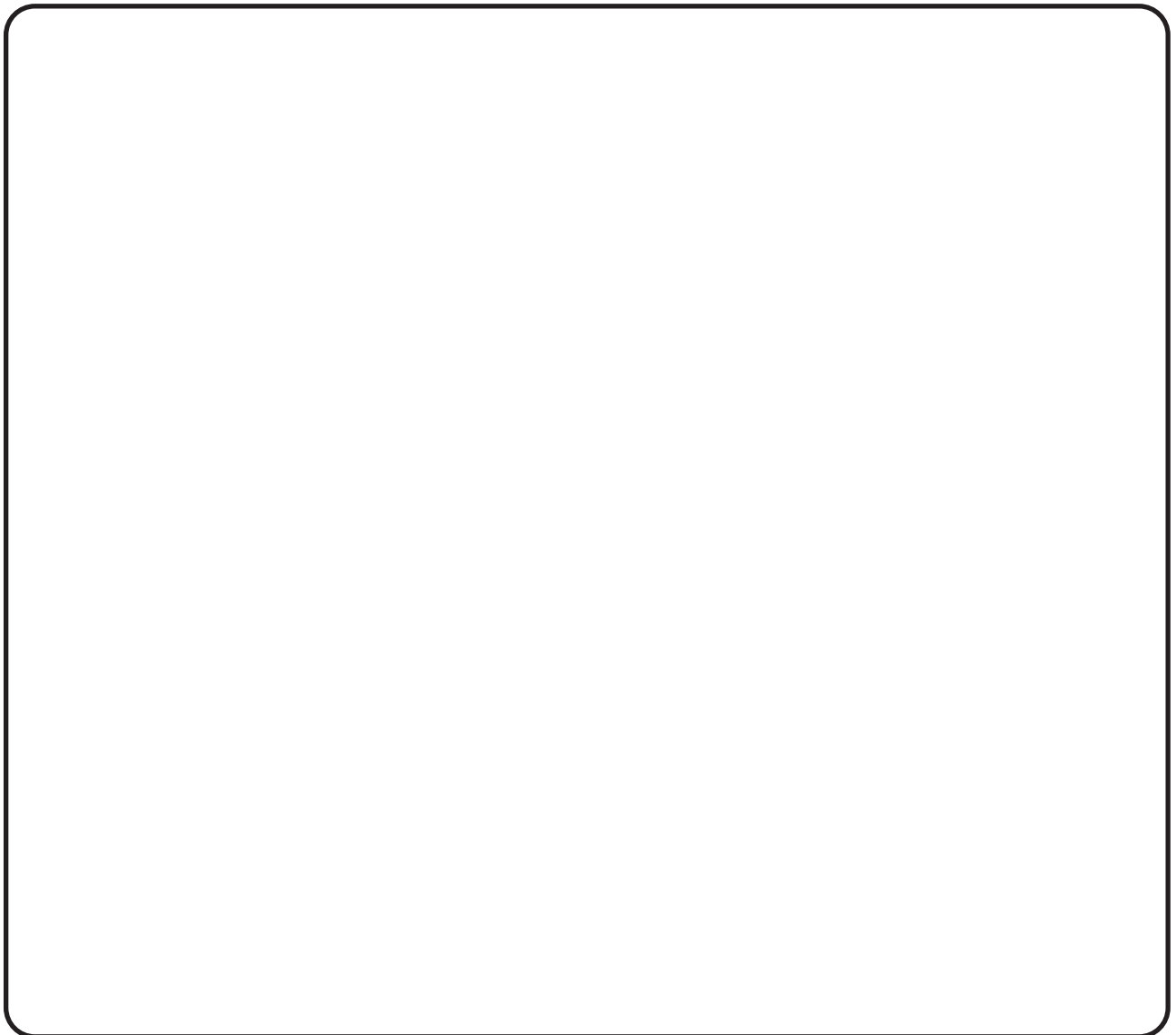


### 3. Resuelve el siguiente problema.

Una persona trota en una pista de forma triangular. Al llegar a un vértice, se mueve a uno de los otros dos vértices en forma aleatoria. Para decidir a cuál de los otros dos irá, lanza una moneda. Si sale cara, avanza a su izquierda y si sale sello, avanza a su derecha.



- a.** Suponiendo que la persona comienza en el vértice A, construye un diagrama de árbol para representar todos los posibles recorridos que puede seguir después de lanzar la moneda en 3 ocasiones.





**b.** ¿En qué posición es más probable que se encuentre la persona luego de lanzar la moneda en las 3 ocasiones?

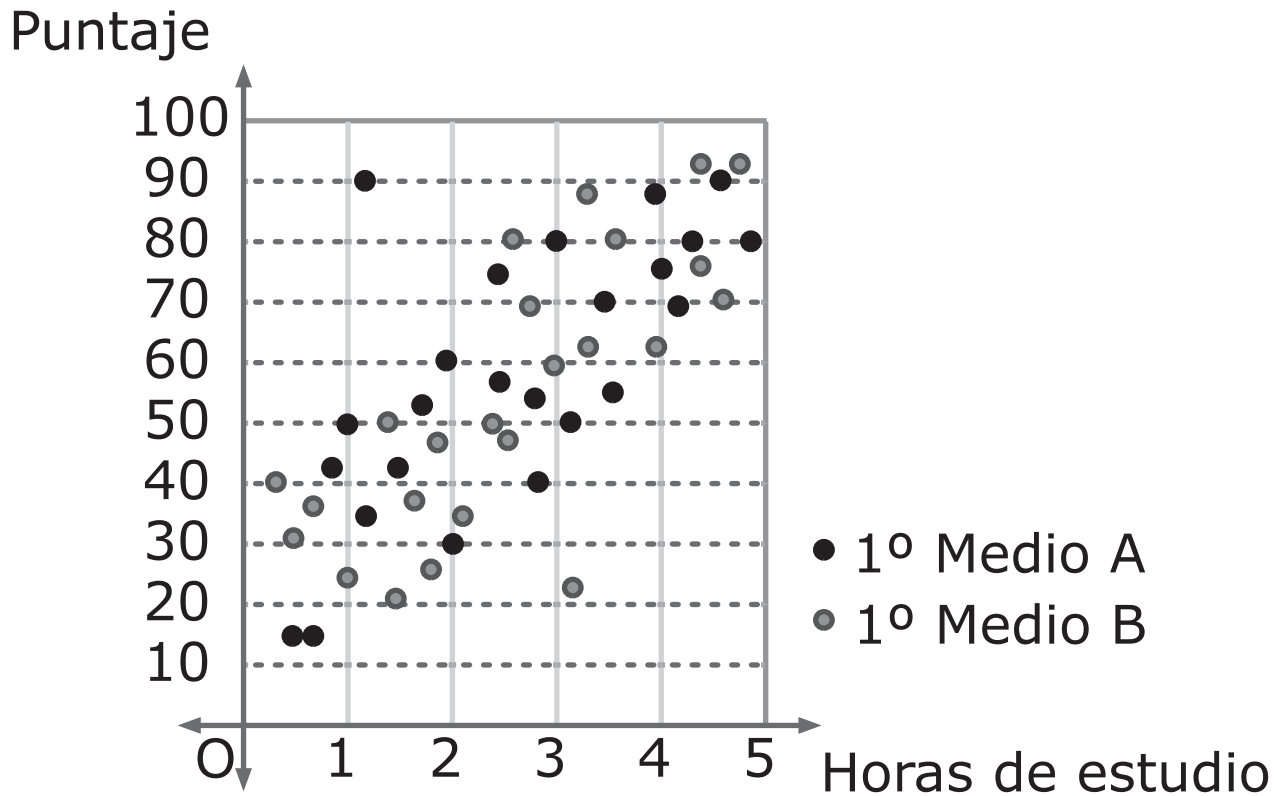
A large, empty rounded rectangular box with a black border, intended for the student's answer to the question above.

¿Qué aprendiste?

Evaluación Unidad 4

1. **Evalúa** a partir de la información si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica tu respuesta.

Puntajes prueba de Matemática





**a.** \_\_\_\_ Los alumnos del 1° Medio A tienen mejor rendimiento que los del 1° Medio B.

---

---

---

**b.** \_\_\_\_ Hay más alumnos que obtuvieron 40 puntos que los que obtuvieron 50 puntos.

---

---

---



**c.** \_\_\_\_ La relación entre horas de estudio y puntaje de la prueba no sigue tendencia alguna.

---

---

---

**d.** \_\_\_\_ Existen puntos aislados en la relación horas de estudio y puntaje.

---

---

---



2. Una muestra aleatoria de 100 adultos se clasifica en la tabla por género y nivel educacional.

Nivel educacional	Hombre	Mujer
Básica	19	22
Media	14	25
Superior	11	9

Si se elige una persona al azar, calcula:

- a. La probabilidad de que la persona sea mujer o con educación básica.

**b.** La probabilidad de que la persona no tenga educación superior y sea hombre.



**c.** La probabilidad de que la persona sea mujer con educación media.





**d.** La probabilidad de que la persona tenga educación media o superior.

### **3. Analiza, y luego calcula.**

En un sorteo se elige al azar un número del 1 al 20. Se definen los eventos:

**A:** obtener un número par menor que 11.

**B:** obtener un múltiplo de 3 menor que 16.

**C:** obtener un múltiplo de 10.

**a.**  $P(A \cup B)$

**b.**  $P(A \cap C)$

**c.**  $P(B \cup C)$



#### 4. **Resuelve** los siguientes problemas.

**a.** En una universidad se analizó la asistencia de los alumnos de una carrera y se concluyó que el 70% de los estudiantes asisten a clases en forma regular. Además, el 90% de los que asisten a clases aprueban el curso y solo el 10% de los alumnos que no asisten regularmente aprueban.

- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno al azar de esta carrera sí haya aprobado el curso?

- ¿Cuál es la probabilidad de que al elegir un alumno al azar de esta carrera asista a clases y no haya aprobado el curso?

- b.** Una persona tiene \$100.000 y decide invertir en fondos bancarios. El primer día de cada mes invertirá \$50.000. Al finalizar el mes, existe una probabilidad de 0,4 de perder el dinero invertido y una probabilidad de 0,6 de ganar la misma cantidad que invirtió.



- ¿Cuál es la probabilidad de que pierda todo el dinero al finalizar el segundo mes?

- ¿Cuál es la probabilidad de que al término del segundo mes tenga en total \$200.000?



## Cierre

- De los temas estudiados en la unidad, ¿cuál fue el que más te interesó?, ¿por qué?

---

---

- ¿Qué estrategias usaste para resolver los problemas? Compáralas con las de tus compañeros.

---

---

- ¿Qué crees que debes mejorar para tener un mejor desempeño?

---

---