

ADAPTACIÓN A MACROTIPO
Matemática
1° Medio

TOMO III

Autores

Carlos Fresno Ramírez

Claudia Torres Jeldes

Jaime Ávila Hidalgo

Editorial Santillana

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana

Dieciocho 414

Teléfono: (562) 2787-7392

Santiago de Chile

Año 2021

ÍNDICE

TOMO I

Pag.

UNIDAD 1

Ciencia y tecnología.....1

Lección 1.....11

Lección 2.....104

Lección 3.....193

Lección 4.....240

UNIDAD 2

Nuestro entorno.....295

Lección 5.....304

Lección 6.....381

Lección 7.....424

TOMO II

Pag.

UNIDAD 3

Medioambiente.....481

Lección 8.....488

Lección 9.....594

UNIDAD 4

Los deportes.....674

Lección 10.....682

Lección 11.....766

Lección 12.....871

TOMO III

CUADERNO DE ACTIVIDADES

Pag.

Unidad 1.....999

Lección 1.....999

Lección 2.....1090

Lección 3.....1154

Lección 4.....1199

Unidad 2.....1279

Lección 5.....1279

Lección 6.....1346

Lección 7.....1380

TOMO IV

Pag.

Unidad 3.....1439

Lección 8.....1439

Lección 9.....1525

Unidad 4.....1611

Lección 10.....1611

Lección 11.....1676

Lección 12.....1751

UNIDAD 1

CIENCIA Y TECNOLOGÍA

Lección 1

Operatoria en los números racionales

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES.

- 1.** Ubica cada valor en el conjunto numérico correspondiente.



1	0,08	$0,\overline{3}$	$-\frac{2}{5}$
-745	-15	$4,\overline{09}$	15
82	7.102	-1,7	-1 $\frac{8}{9}$

Q	<input type="text"/>	<input type="text"/>	Z	<input type="text"/>	N	<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>		<input type="text"/>	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>		<input type="text"/>		<input type="text"/>	<input type="text"/>

2. Relaciona los siguientes números con el signo \in (pertenece), o \notin (no pertenece) según corresponda en cada conjunto.

a. -204 N Z Q

b. $-0,\overline{9}$ N Z Q

c. 1.025 N Z Q

d. 425 N Z Q

e. $-\frac{897}{7}$ N Z Q



f. $-0,54$ N Z Q

g. $7,00$ N Z Q

h. -250 N Z Q

i. $0,25$ N Z Q

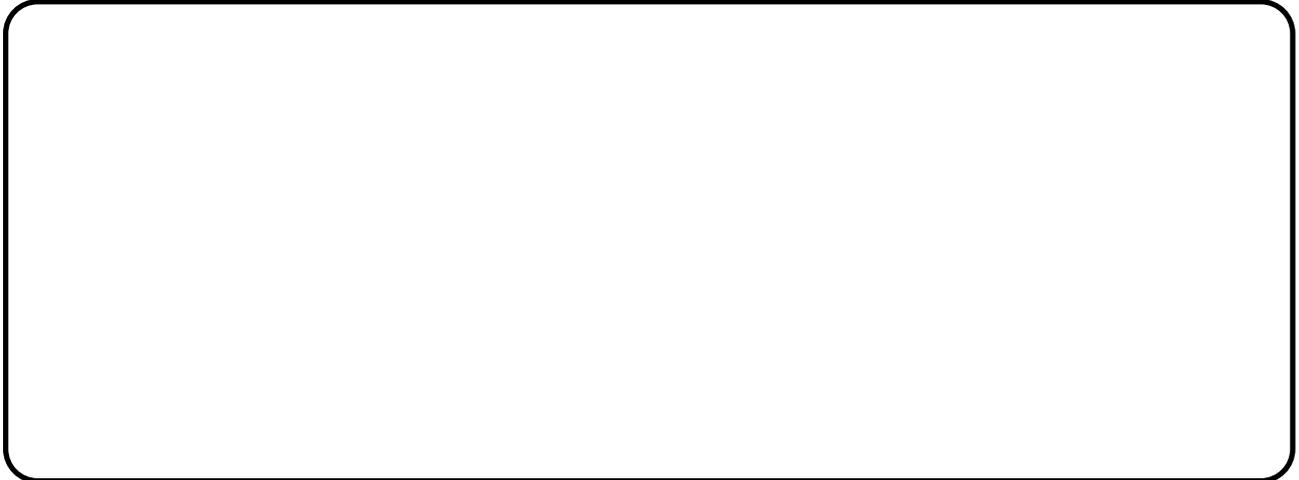
j. $\frac{109}{3}$ N Z Q

3. Representa cada número decimal como una fracción. Luego, si es posible, simplifica.

a. 0,64



b. 1,728

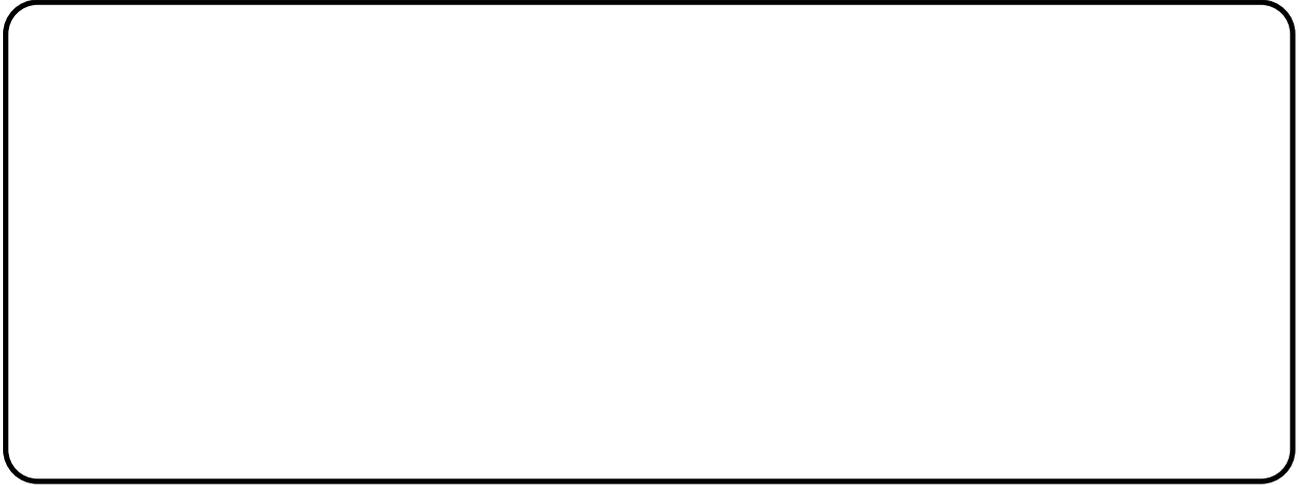




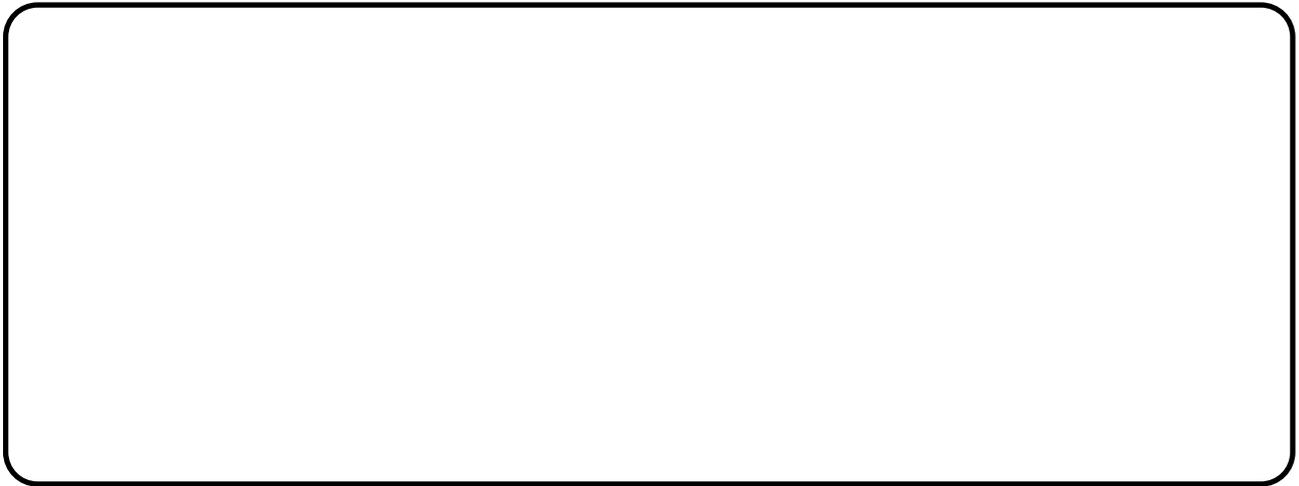
c. $0,\overline{8}$

d. $0,\overline{63}$

e. $2,\overline{6}$



f. $1,4\overline{06}$





4. Escribe un número racional que se encuentre entre cada par de números.

a. $0,24$ $0,25$

b. $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{8}$

c. $\frac{25}{4}$ $6,26$

d. $-2,1$ $-2,09$

e. $-0,1$ $0,1$

f. $\frac{11}{2}$ $\frac{17}{3}$

g. $1,\overline{6}$ $1,7$

h. $0,\overline{1}$ $0,\overline{2}$

i. $-0,47$ $-\frac{23}{5}$

5. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). **Justifica.**

a. En el número racional de la forma $\frac{a}{b}$, b puede ser igual a cero.

b. Todo número natural es entero.



- c.** ____ Toda fracción se puede expresar como un número decimal finito.
- d.** ____ Todos los números enteros son racionales.
- e.** ____ Todos los números racionales son enteros.
- f.** ____ Algunos números racionales son decimales infinitos.
- g.** ____ Todo decimal finito es racional.
- h.** ____ Todo número natural o entero se puede representar como una fracción.

6. Analicen la solución de la ecuación $ax + 1 = 37$ y señalen a qué conjunto numérico pertenece el valor de x en cada caso.

a. Si a es un entero positivo y múltiplo de 36, entonces, $x \in$

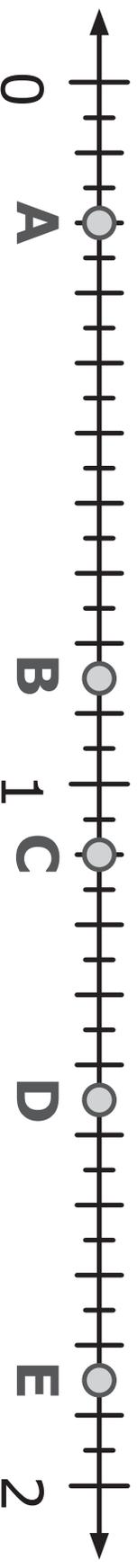
b. Si a es un entero positivo y es divisor de 36, entonces, $x \in$

c. Si a es un entero negativo y múltiplo de 36, entonces, $x \in$

d. Si a es un entero negativo y es divisor de 36, entonces, $x \in$

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

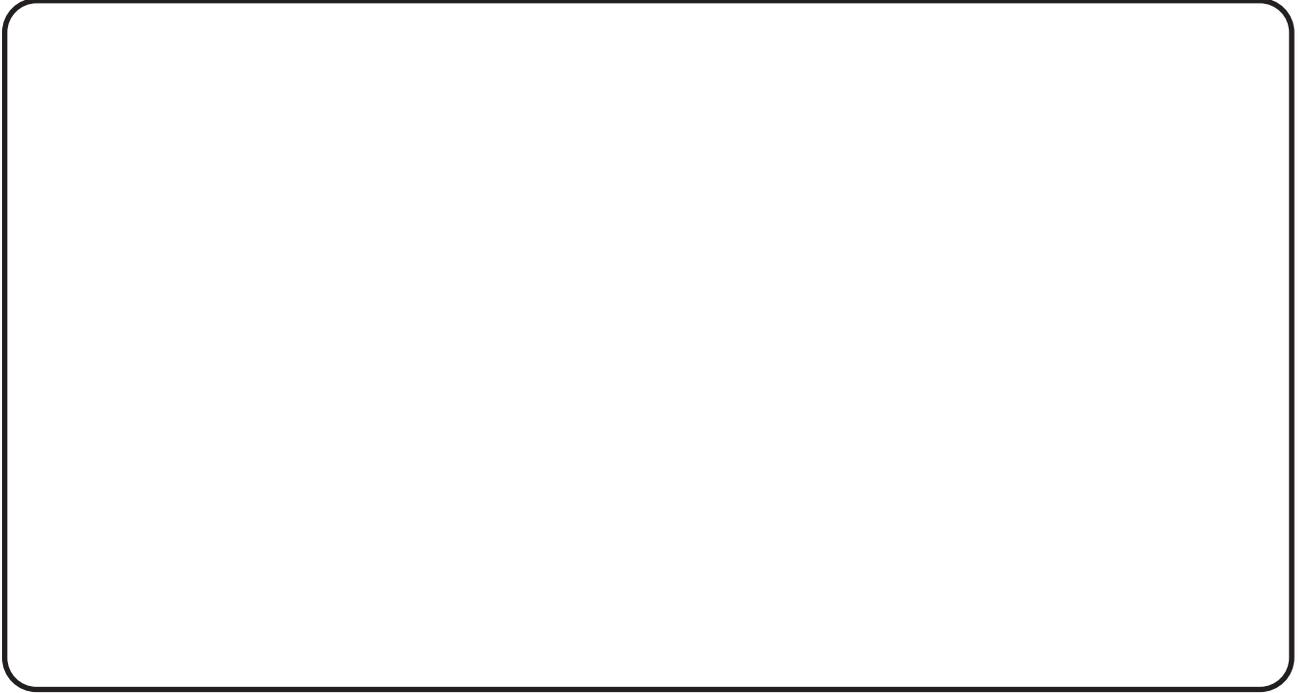
1. Identifica los valores de A, B, C, D y E ubicados en la recta numérica. Luego, calcula las operaciones solicitadas.



a. $A + B + C$



b. $C + D + E$





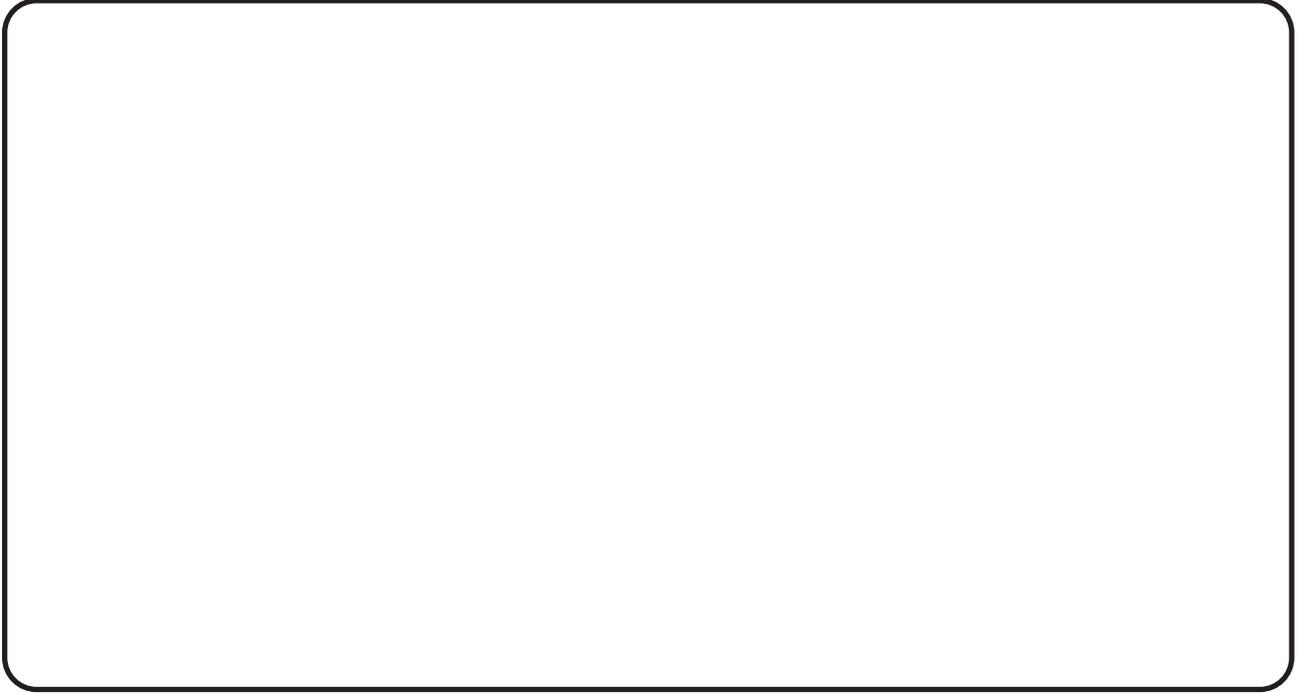
c. $E + B - A$

d. $C - A + D$

e. D – B – C



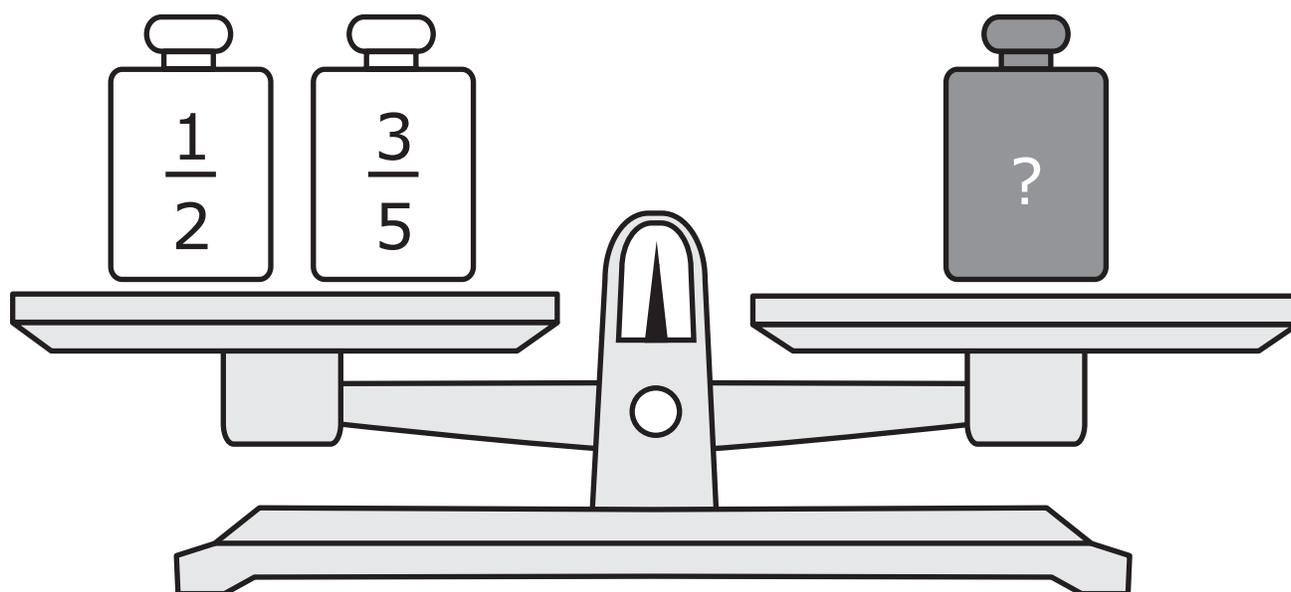
f. E – B – A



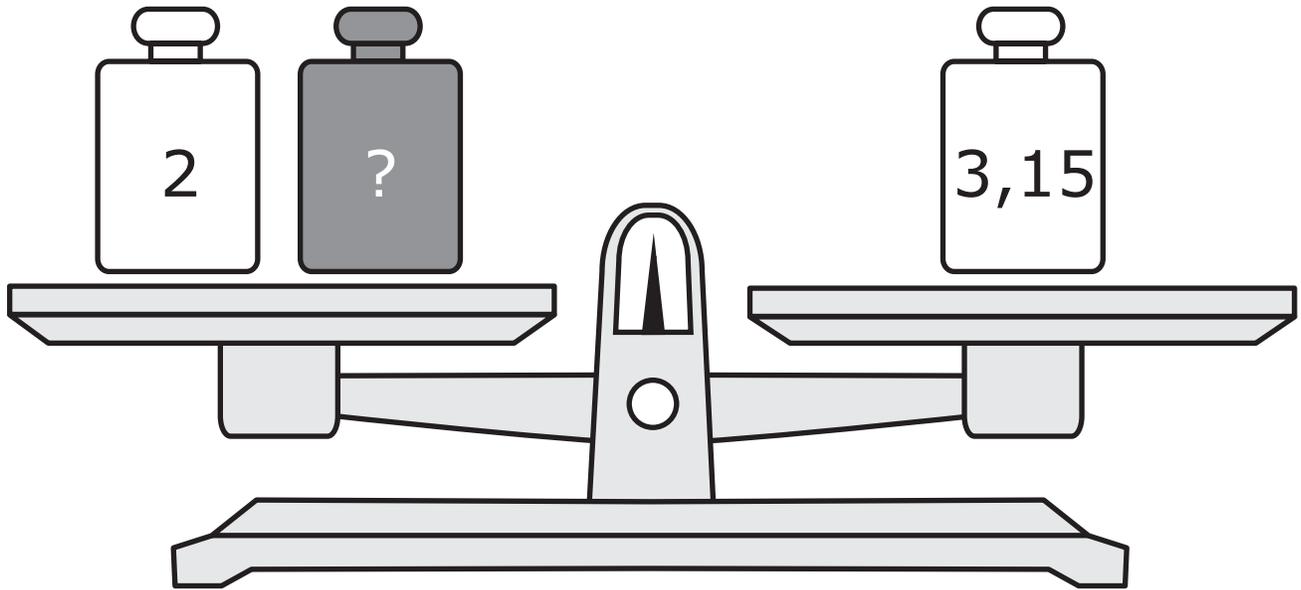


2. Observa cada una de las balanzas y selecciona con un ✓ el número racional que la equilibra.

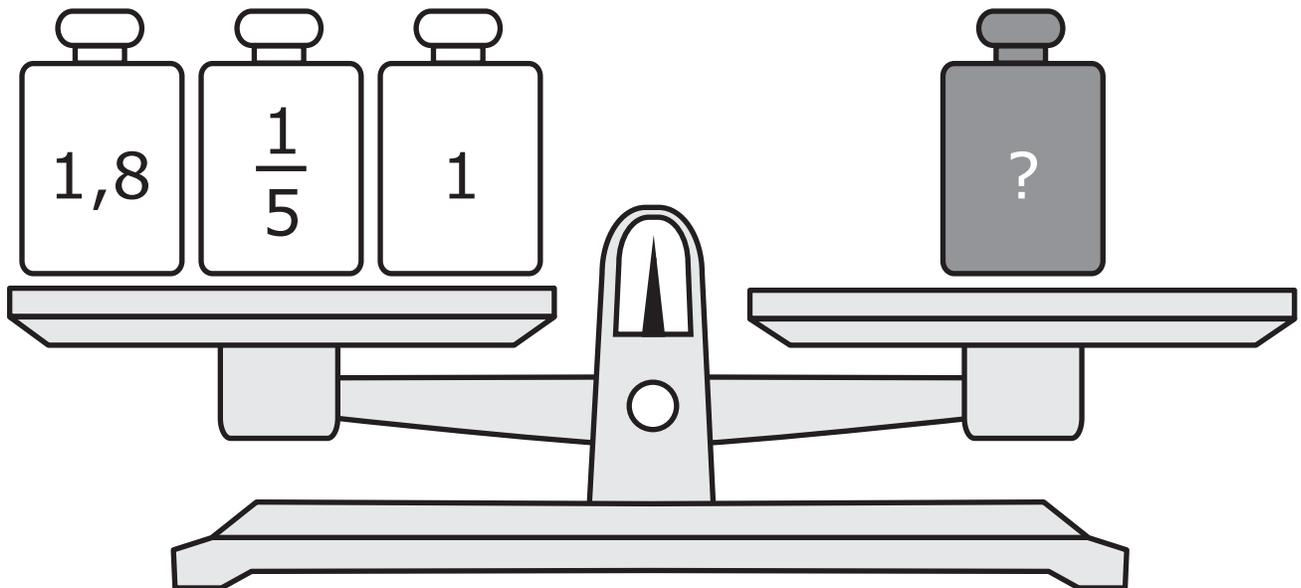
a. 1,1 1,2 1



b. 5,15 1,85 1,15

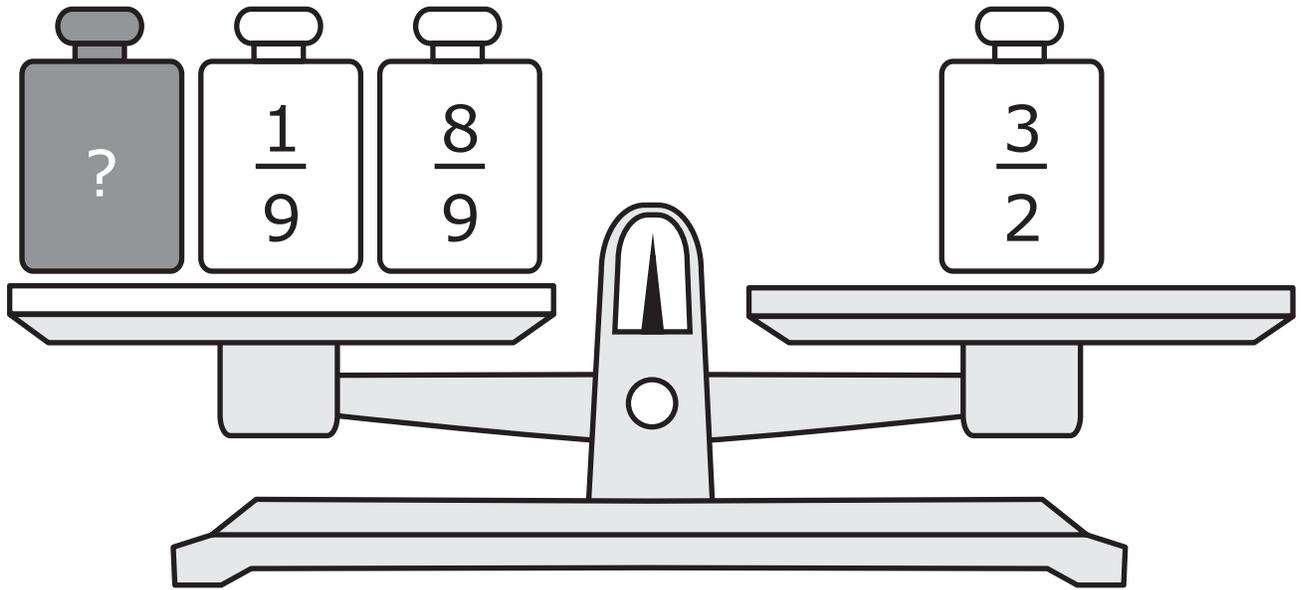


c. 2,9 3 1,6

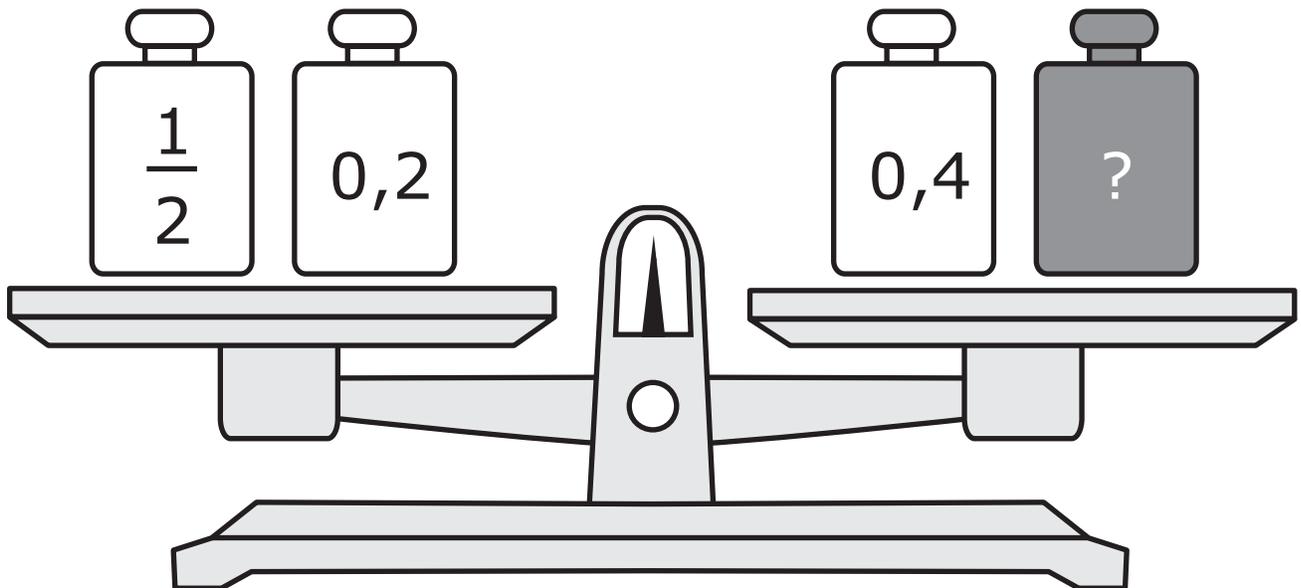




d. 0,5 2,5 1,5

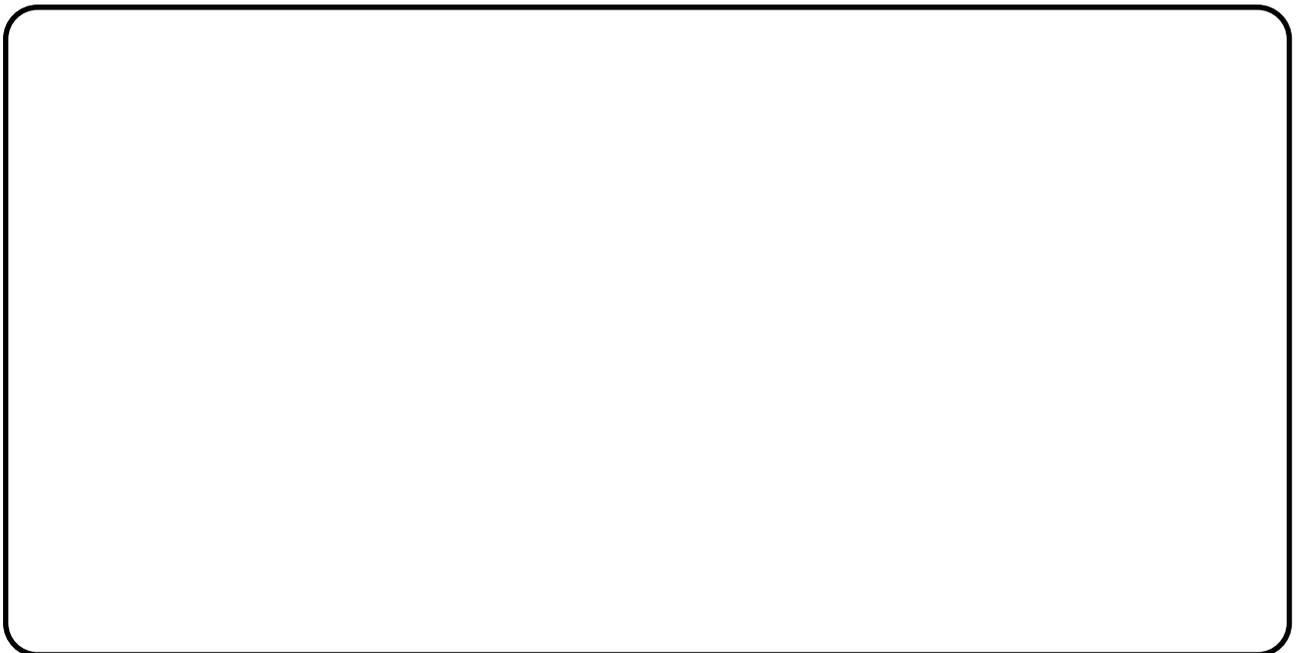


e. 0,9 0,3 1



3. Resuelve las siguientes operaciones que involucran adiciones y sustracciones con números racionales.

a. $\frac{4}{5} + 0,\overline{3} + 5,2$





b. $1,\overline{02} + \frac{2}{8} + \frac{2}{10}$

c. $1,3 + 1,\overline{3} - \frac{1}{4}$

d. $5 + \frac{-1}{2} - 1, \bar{2}$

e. $\frac{3}{4} - \frac{8}{10} + \frac{-1}{10}$



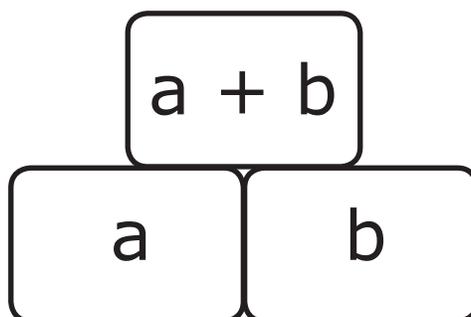
f. $-1,2 - 1,\overline{2} - 1$

g. $3 \frac{1}{4} - 5 \frac{2}{8} - 1$

- ¿Cuál es tu estrategia, operar con fracciones o con decimales? ¿Por qué la utilizas?

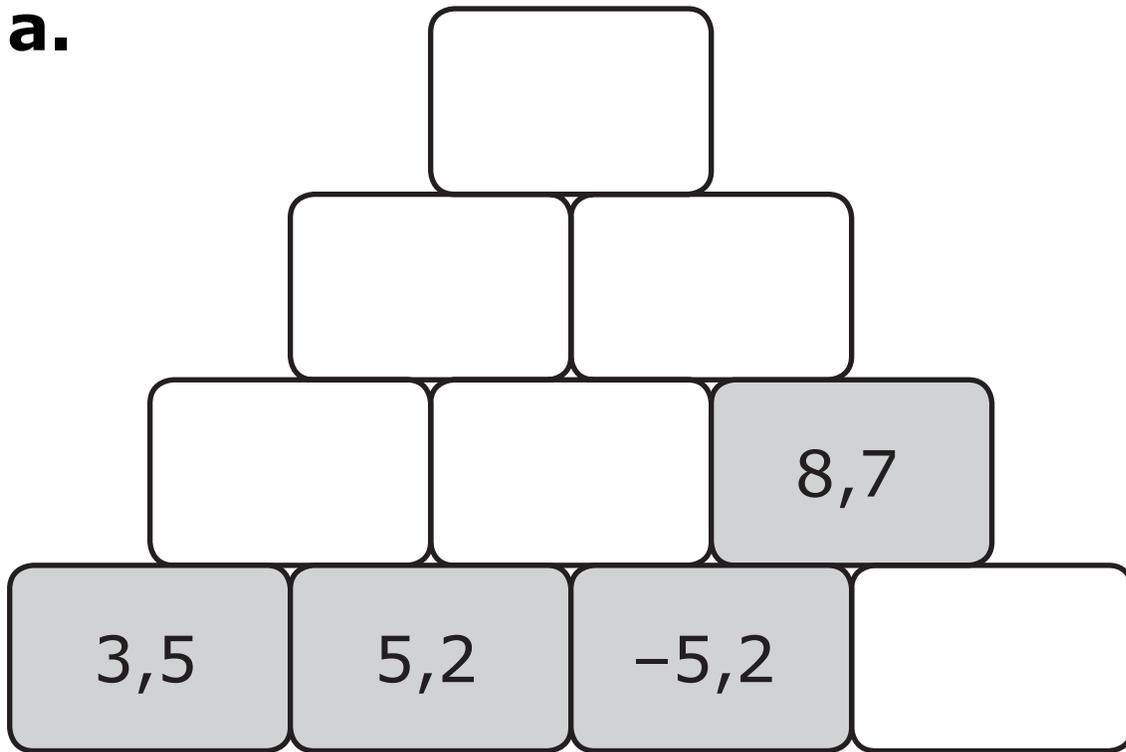
- 4.** Completa cada espacio sumando o restando según la clave entregada.

Clave

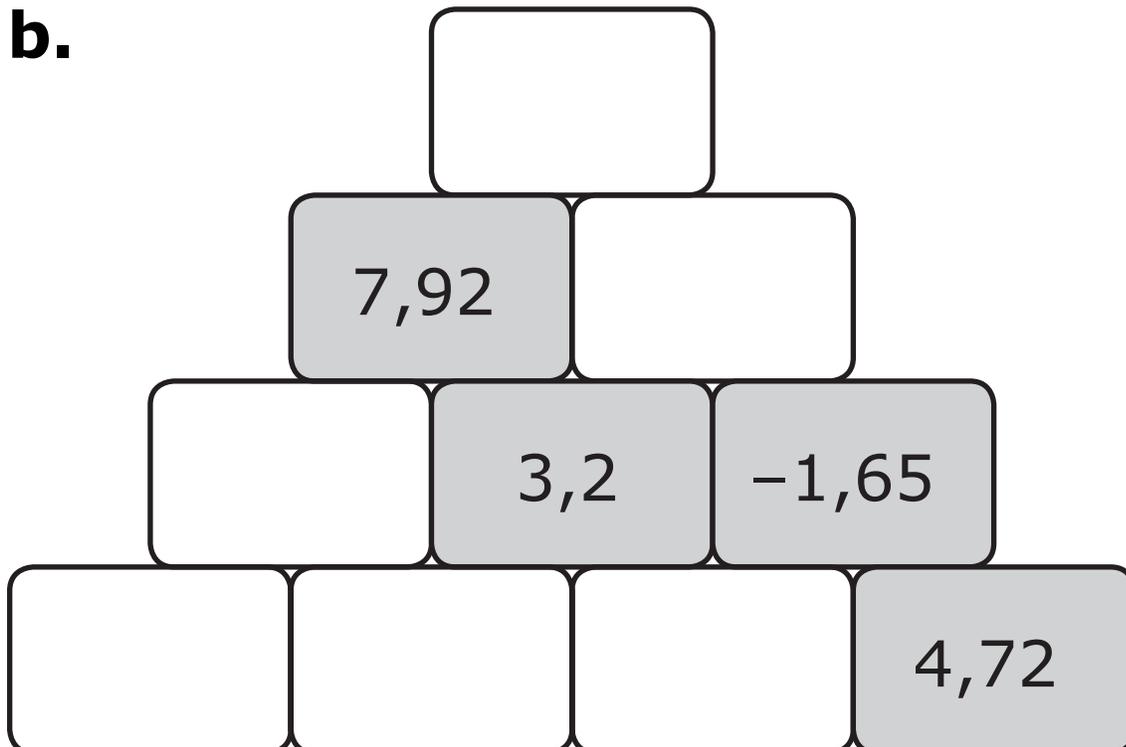




a.



b.



5. Analiza y completa los siguientes «sumagramas», de forma que la suma de la última fila y la última columna sea igual.

a.

4,7	+		=	7,2
+		+		+
1,8	+		+	2,1
=		=		=
	+	2,8	=	



b.

-0,2	+	9,7	=	
+		+		+
2,3	+		=	2,1
=		=		=
	+	9,5	=	11,6

c.

10,2	+	-2,5	=	
+		+		+
-3,1	+		=	-2,1
=		=		=
	+	-1,5	=	

6. Analiza y completa los siguientes «sustragramas», de forma que la resta de la última fila y la última columna sea igual.

a.

5,2	-	2,5	=	
-		-		-
3,1	-		=	2,4
=		=		=
	-	1,8	=	



b.

-7,5	-	-10,9	=	
-		-		-
-12,7	-		=	-25,7
=		=		=
	-	-23,9	=	29,1

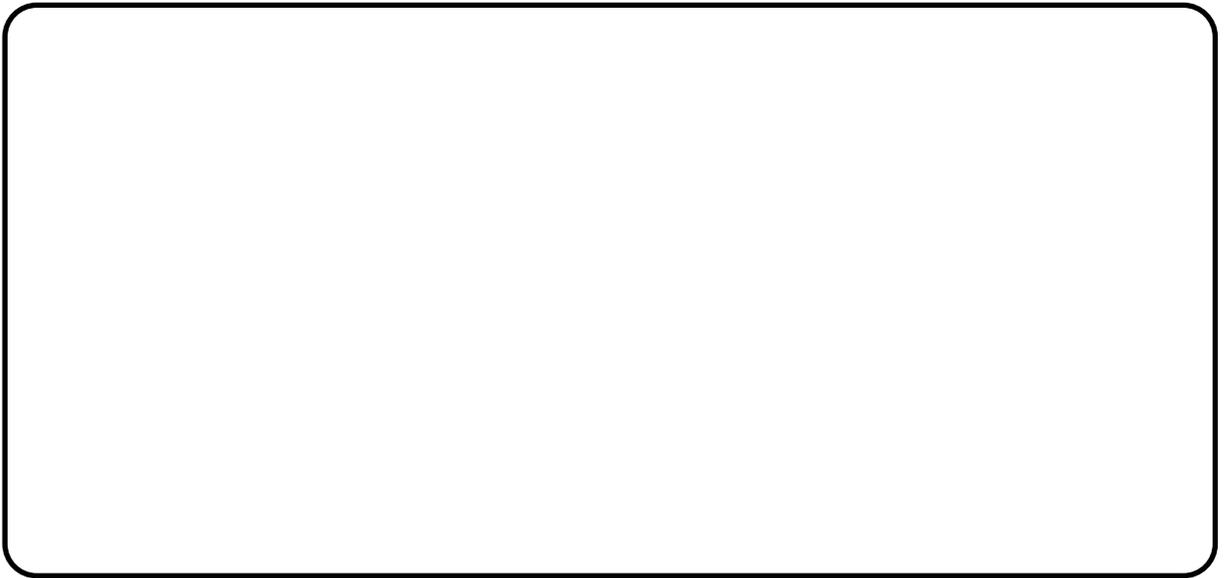
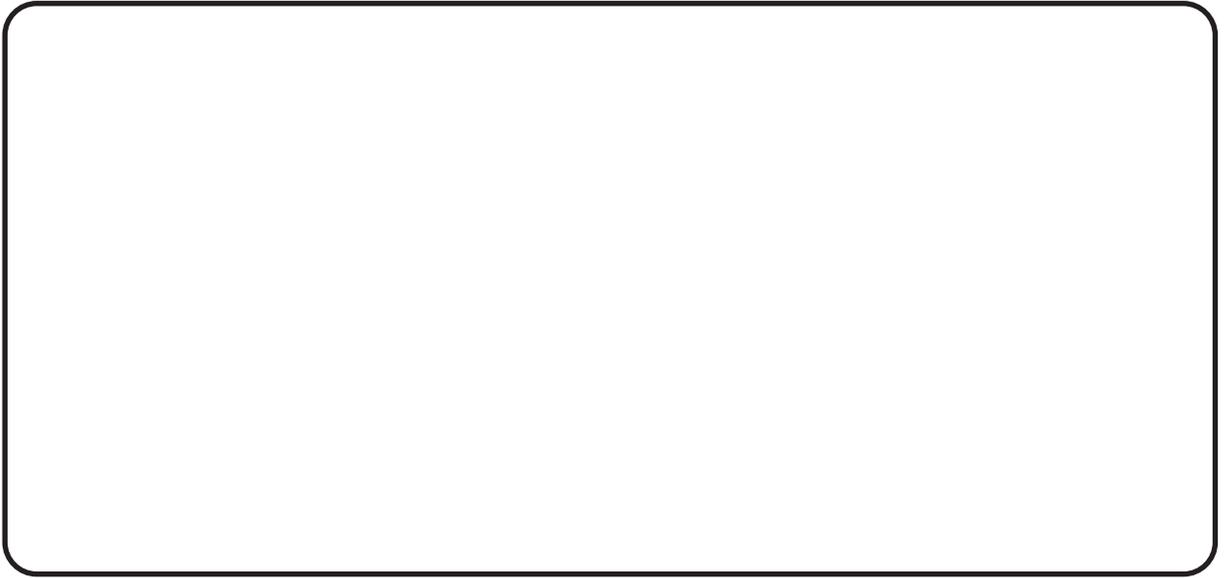
c.

4,8	-	-2,4	=	
-		-		-
0,5	-		=	-1,4
=		=		=
	-	-4,3	=	

7. Propongan diferentes ideas para responder a lo solicitado.

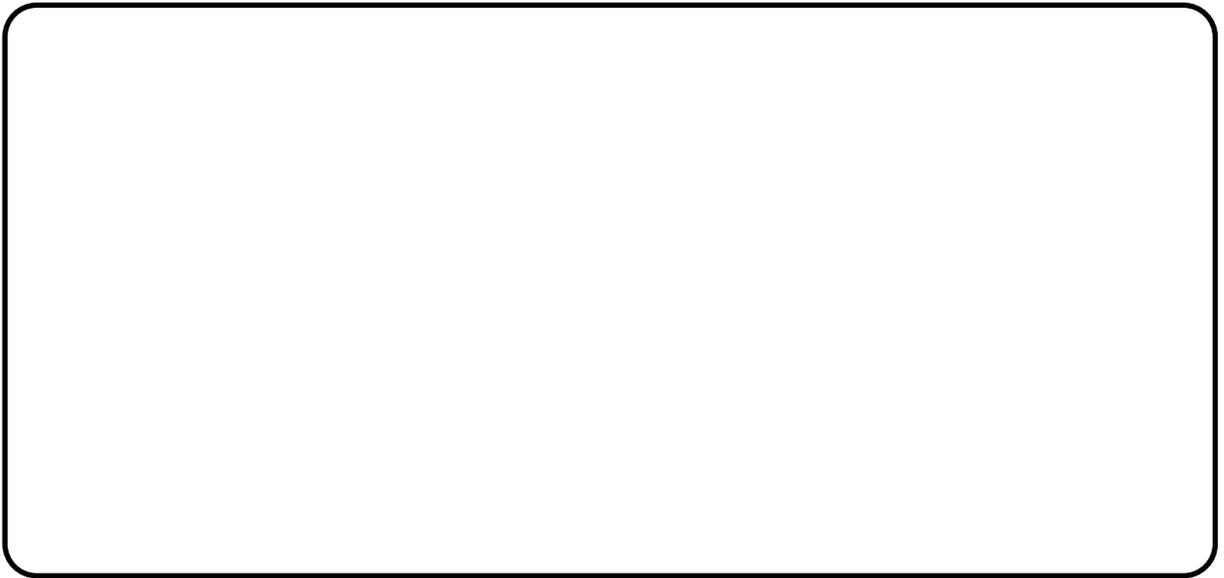
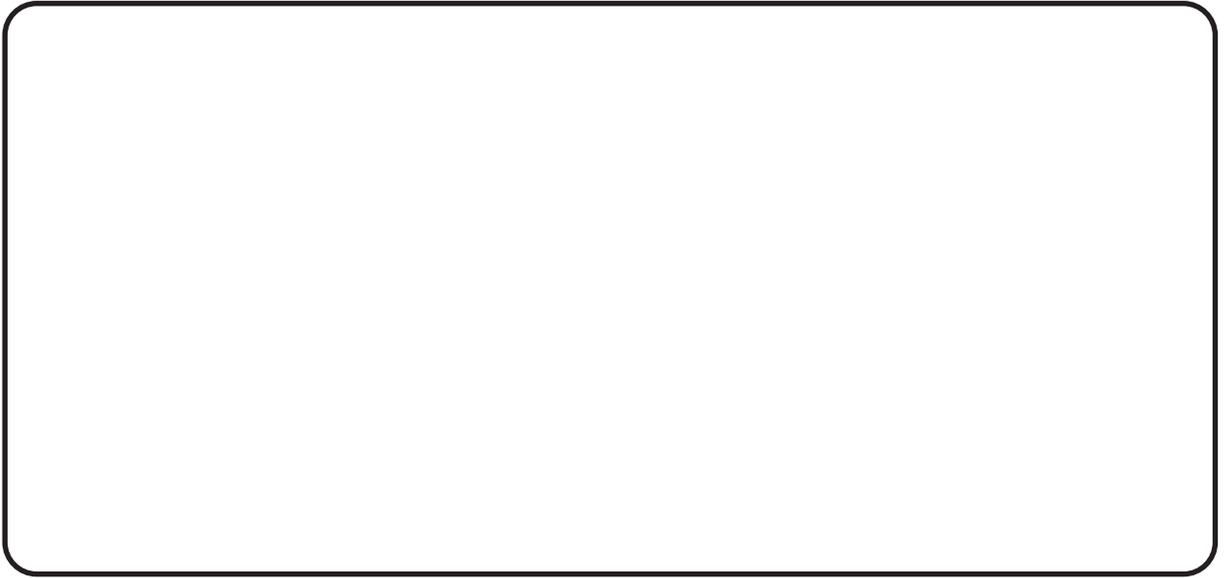
a. Escriban y resuelvan tres adiciones entre dos números diferentes cuyo resultado sea $\frac{8}{5}$.





b. ¿Cuántas posibilidades hay para plantear la adición? Expliquen.

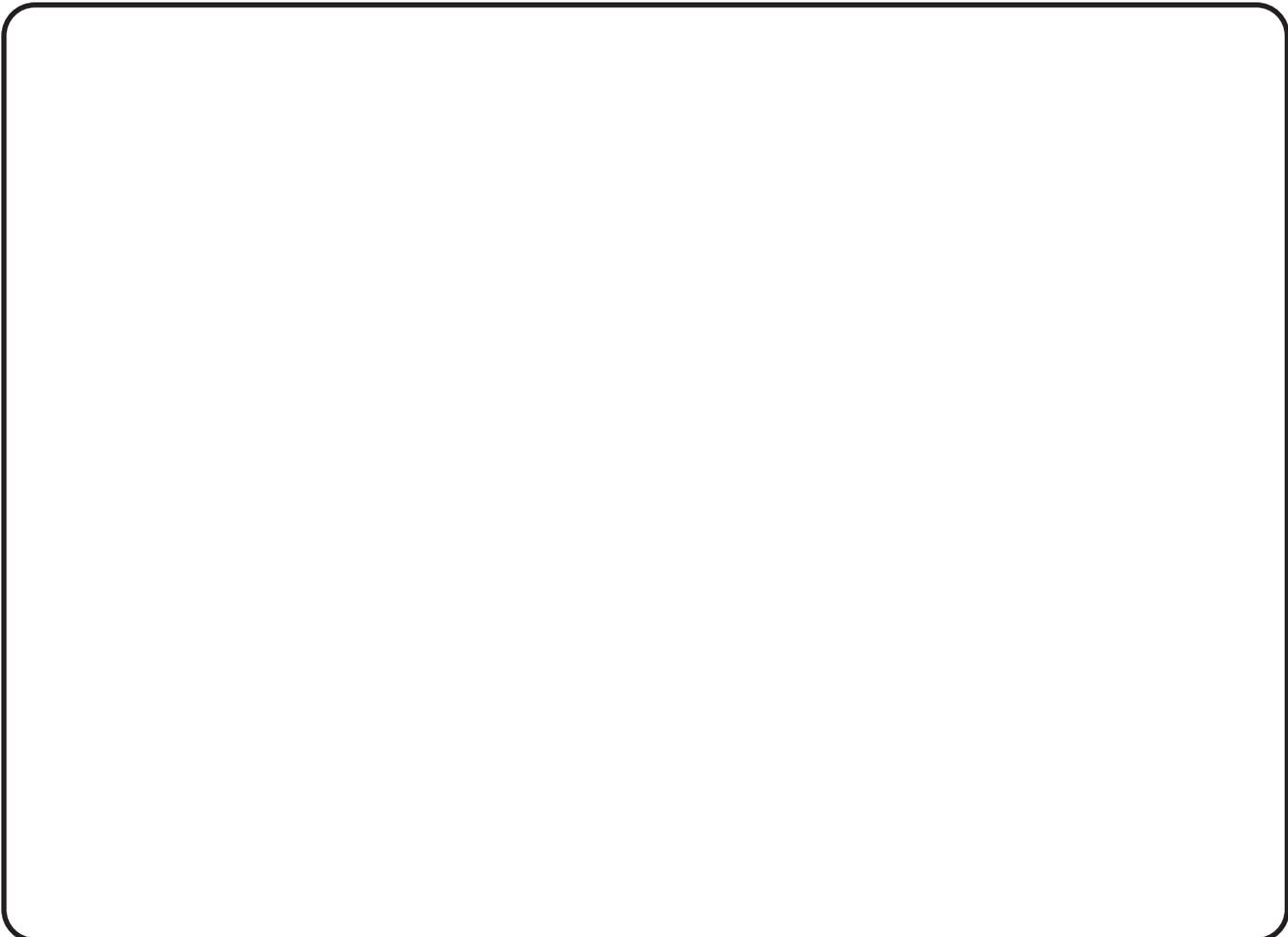
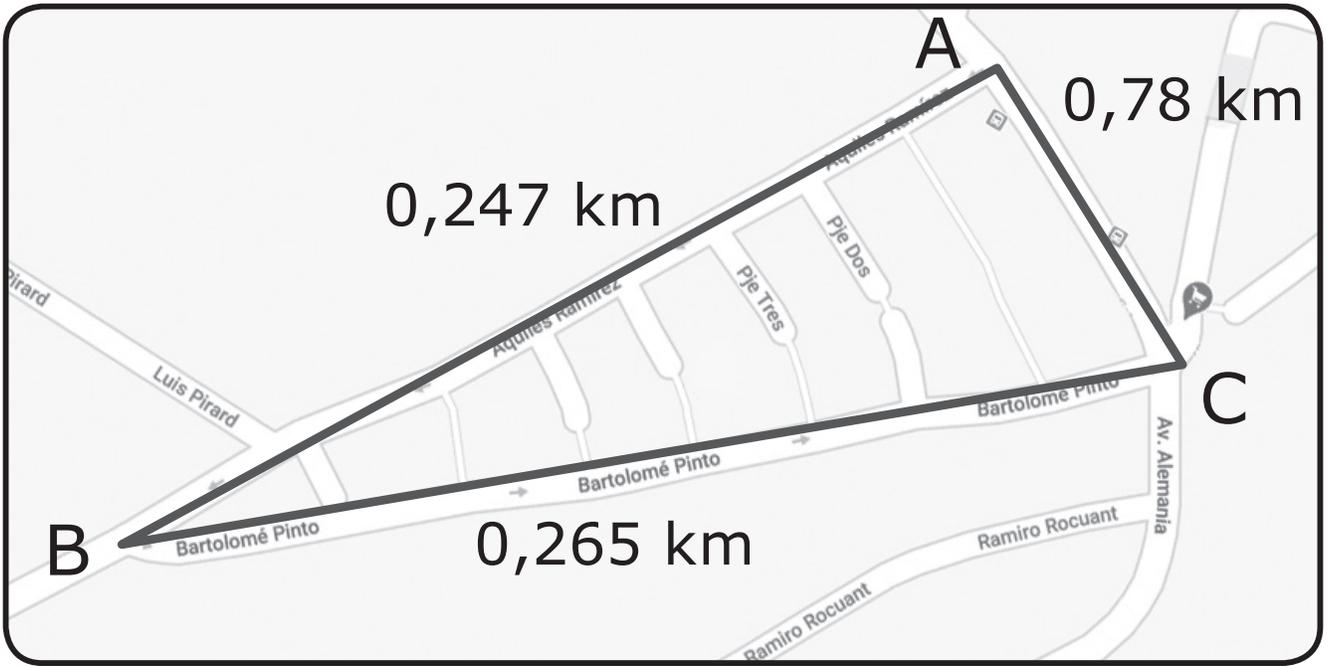
c. Escriban tres sustracciones entre dos números diferentes cuyo resultado sea $-\frac{5}{8}$.



- d.** ¿Cuántas sustracciones se pueden crear? Expliquen.

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a.** En la mañana, Isabel va de su casa (punto **A**) al colegio (punto **B**). Al terminar las clases, va donde su abuela (punto **C**) y después se dirige a su casa, como se muestra en el mapa. ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?



b. De sus ahorros, Matías gastó $\frac{2}{9}$ en un regalo, luego usó $\frac{4}{9}$ del monto inicial para comprar una polera y $\frac{1}{3}$ en el cine. ¿Qué fracción del dinero ahorrado le quedó a Matías después de estos gastos?



c. En un ascensor hay dos personas con una masa corporal de 75 kg y 80,5 kg y una caja de 55,6 kg. Si el ascensor admite 350 kg de carga máxima, ¿puede subir una persona más si su masa corporal es de 89 kg? ¿Por qué?

A large, empty rectangular box with rounded corners, intended for the student to write their answer to the problem.

d. En una carrera Jorge corrió 20,45 m, Andrés $20 \frac{1}{4}$ m, Carola, 20,2 m y Daniela, $20 \frac{7}{10}$ m.

¿Cuántos metros de diferencia hubo entre la persona que corrió más y la que corrió menos?



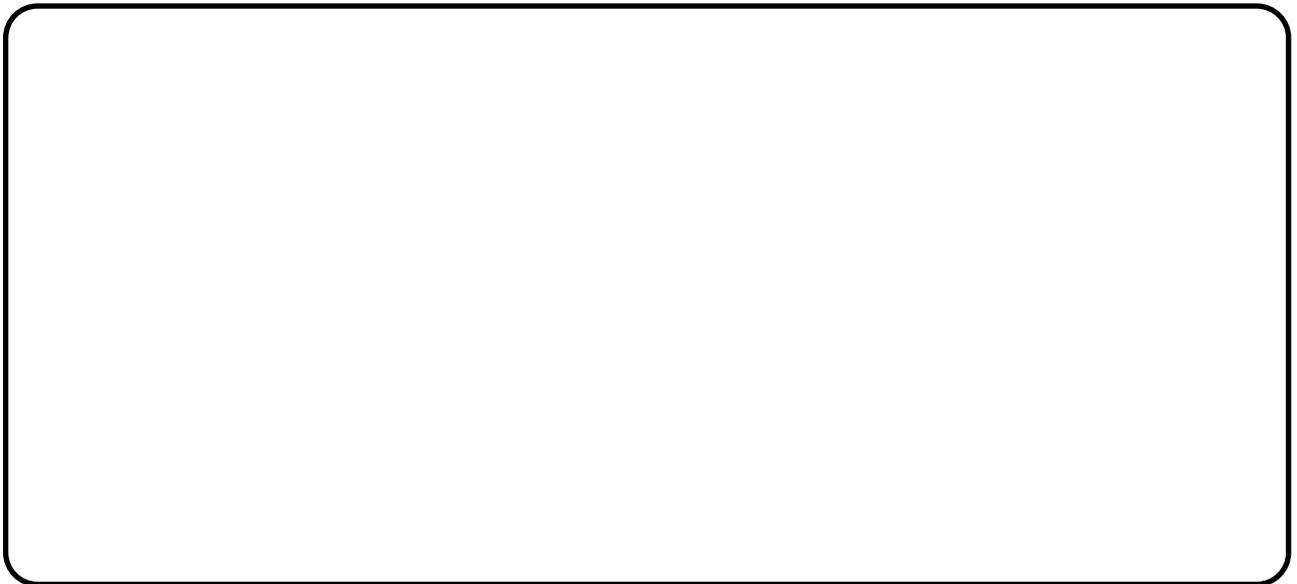
9. Actividad de profundización. Analicen, y luego respondan.

Una balanza tiene un peso desconocido. Para calcularlo, Antonella se sube a ella y marca 103,5 kg, después Josefa hace lo mismo y mide 90,9 kg. Luego se suben ambas a la balanza y señala 149,4 kg. ¿Cuántos kilogramos tiene el peso desconocido?

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

- 1.** Calcula las siguientes multiplicaciones de números racionales.

a. $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{9}$

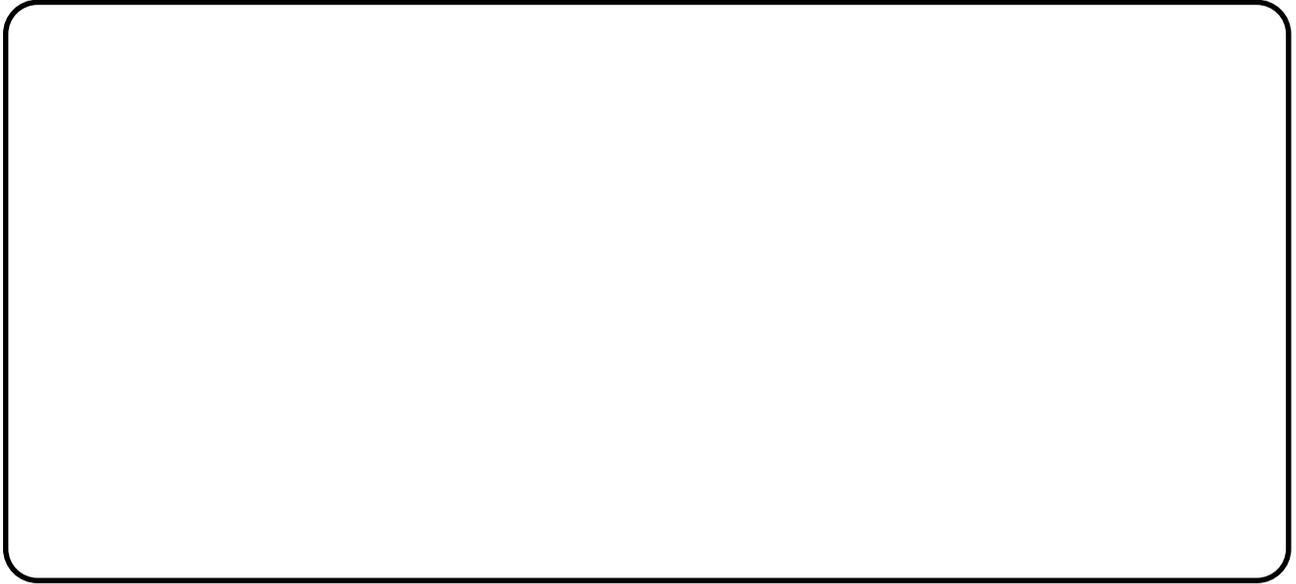




b. $-\frac{7}{11} \cdot \left(-\frac{10}{2}\right)$

c. $-\frac{7}{8} \cdot \frac{7}{6}$

d. $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{9}{2}\right)$



e. $-\frac{3}{2} \cdot 2,5$





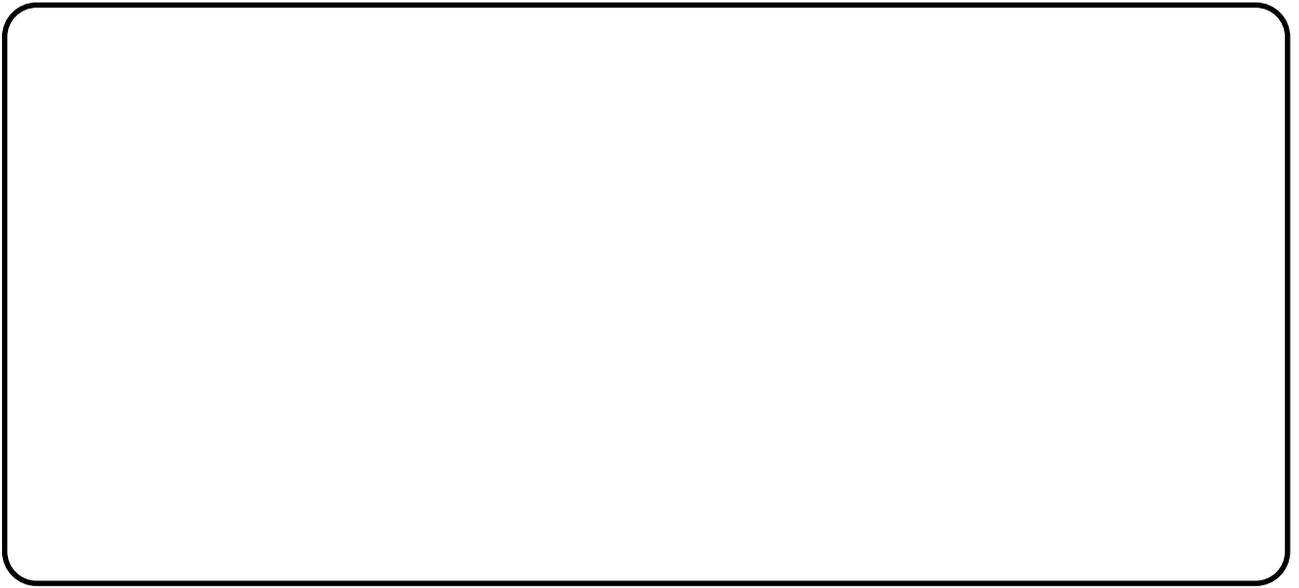
f. $\frac{10}{6} \cdot 1,\overline{6} \cdot 9$

2. Sustituye los valores $W = \frac{3}{4}$,
 $X = \frac{-4}{5}$, $Y = 2,4$, $Z = -2,\overline{3}$, y resuelve los productos solicitados.

a. X • W



b. Z • Y

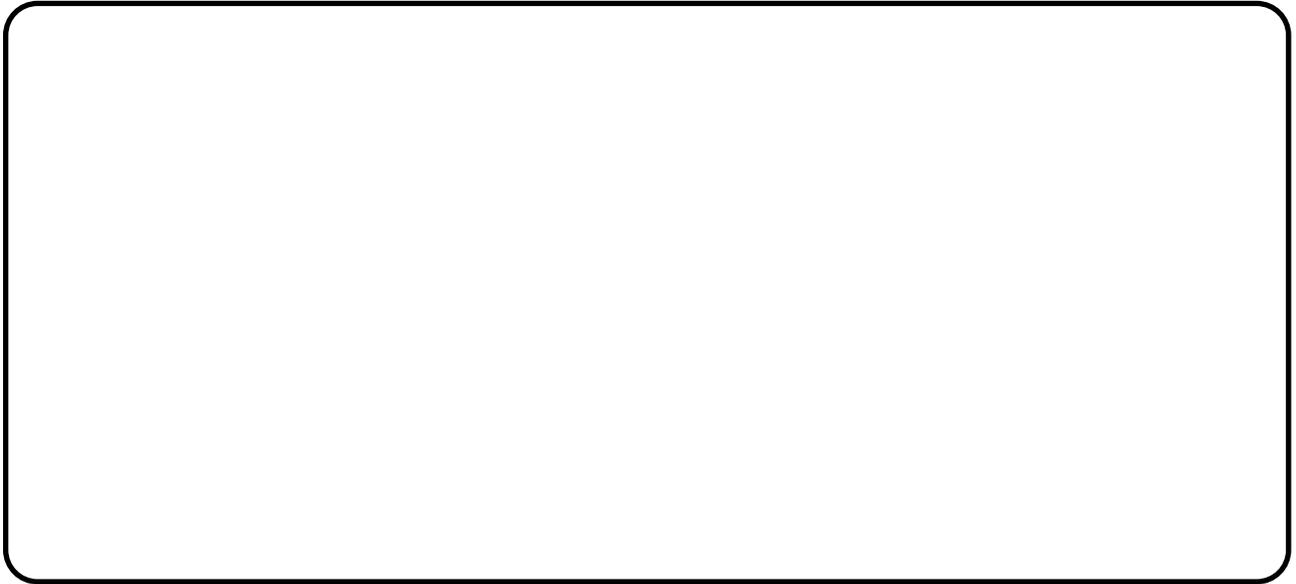




c. -W • Z

d. Z • X • Y

e. $-W \cdot Z \cdot (-Y)$



f. $2(-X) \cdot W \cdot Z$

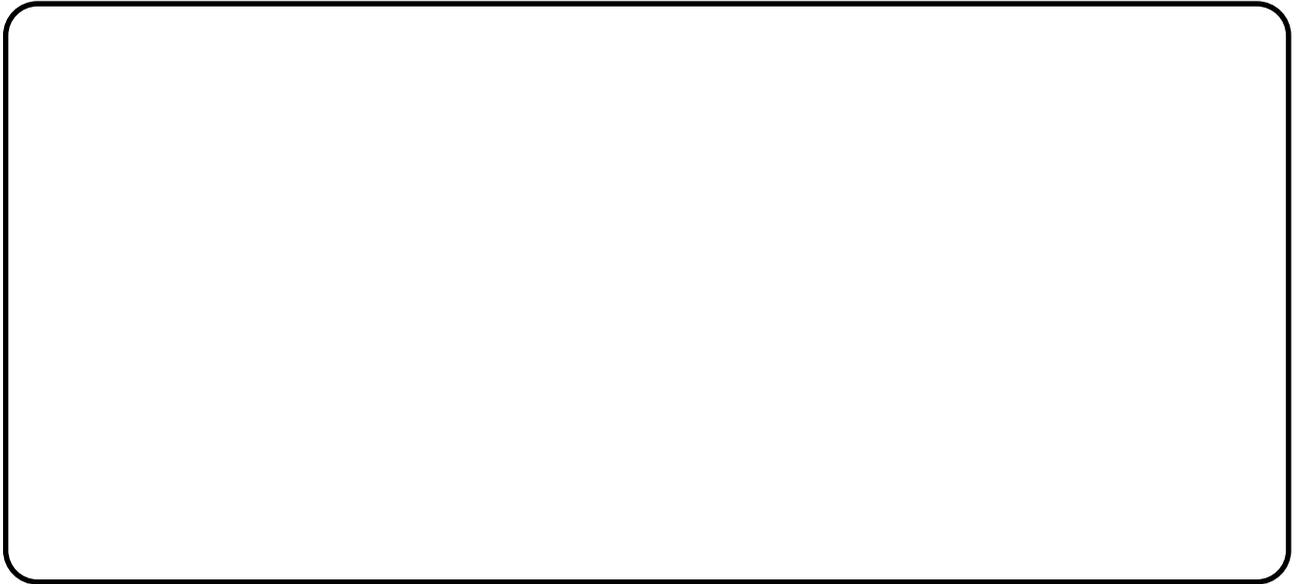




3. Calcula las siguientes divisiones de números racionales.

a. $\frac{5}{9} : \frac{3}{5}$

b. $-\frac{7}{8} \div \frac{7}{6}$



c. $-\frac{2}{13} \div \left(-\frac{2}{13}\right)$





d. $\frac{18}{5} : \left(-\frac{9}{2}\right)$

e. $1,25 : 0,5$

f. $3,\overline{6} : 2,\overline{6}$

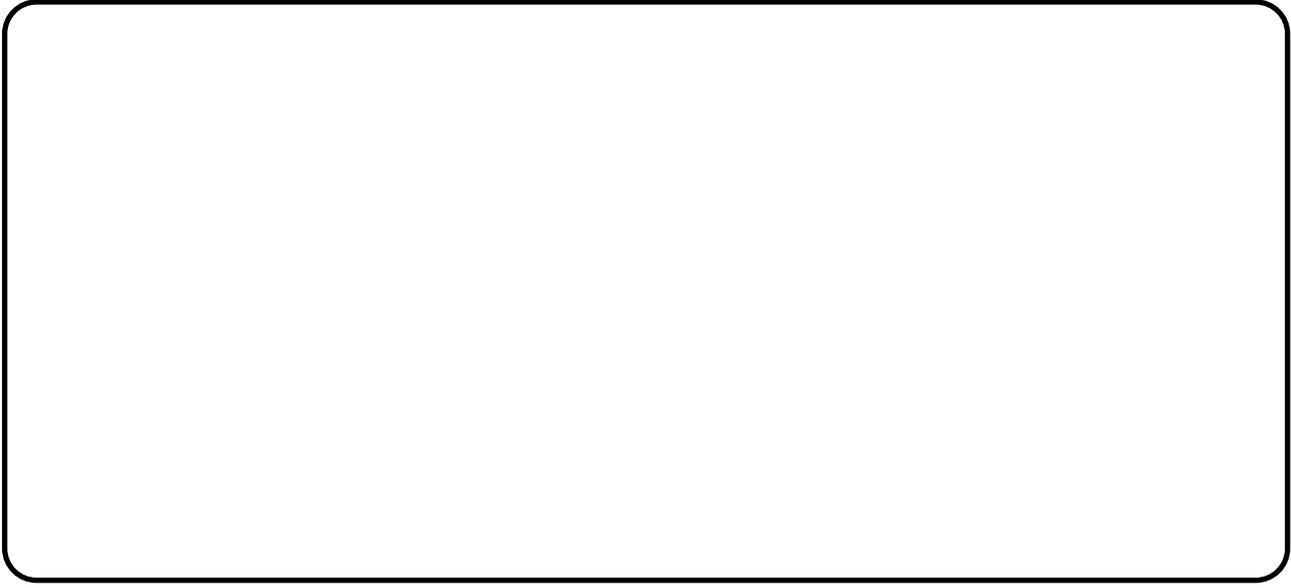




4. Sustituye los valores $A = \frac{6}{5}$, $B = -4,2$,
 $C = \frac{4}{3}$, $D = 3,\bar{3}$, y resuelve las divisiones solicitadas.

a. $A : B$

b. $C : D$



c. $-B : D$





d. $C : (-A)$

e. $-A : C$

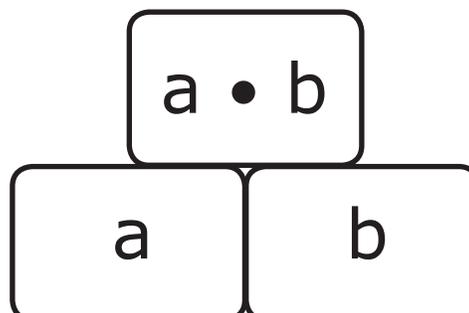
f. $-B : (-C)$

5. Completa cada espacio multiplicando o dividiendo según la clave entregada.



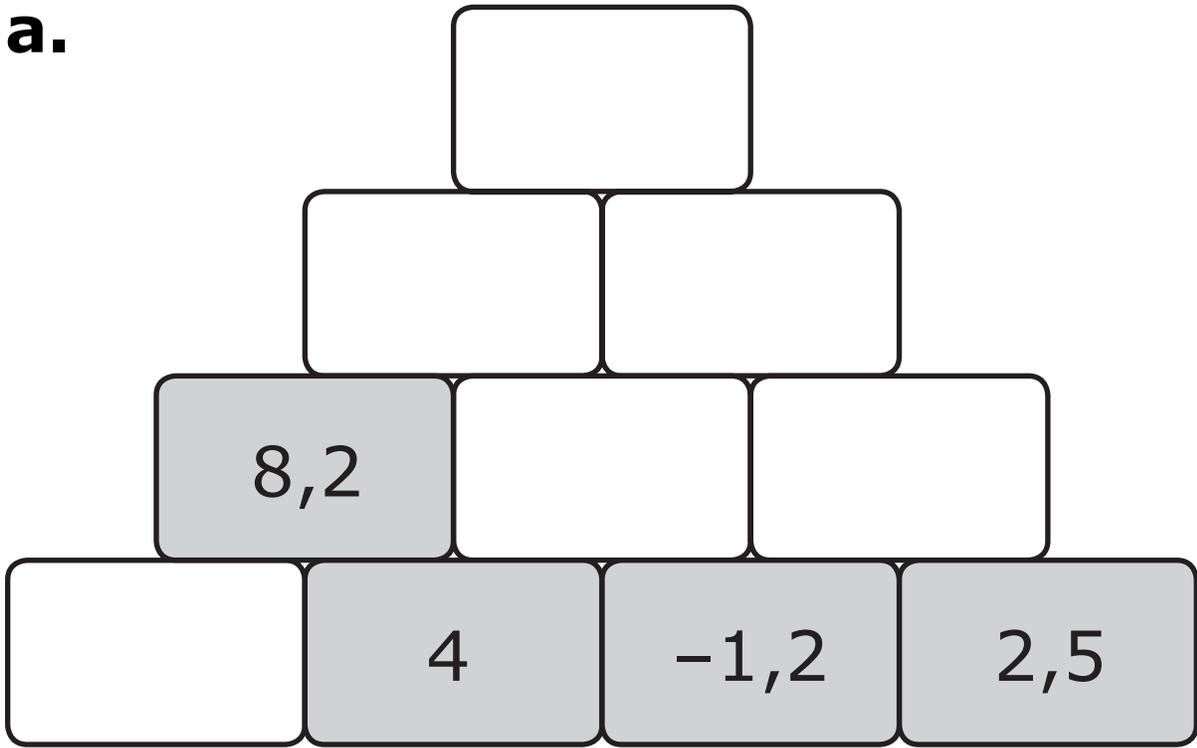
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

Clave

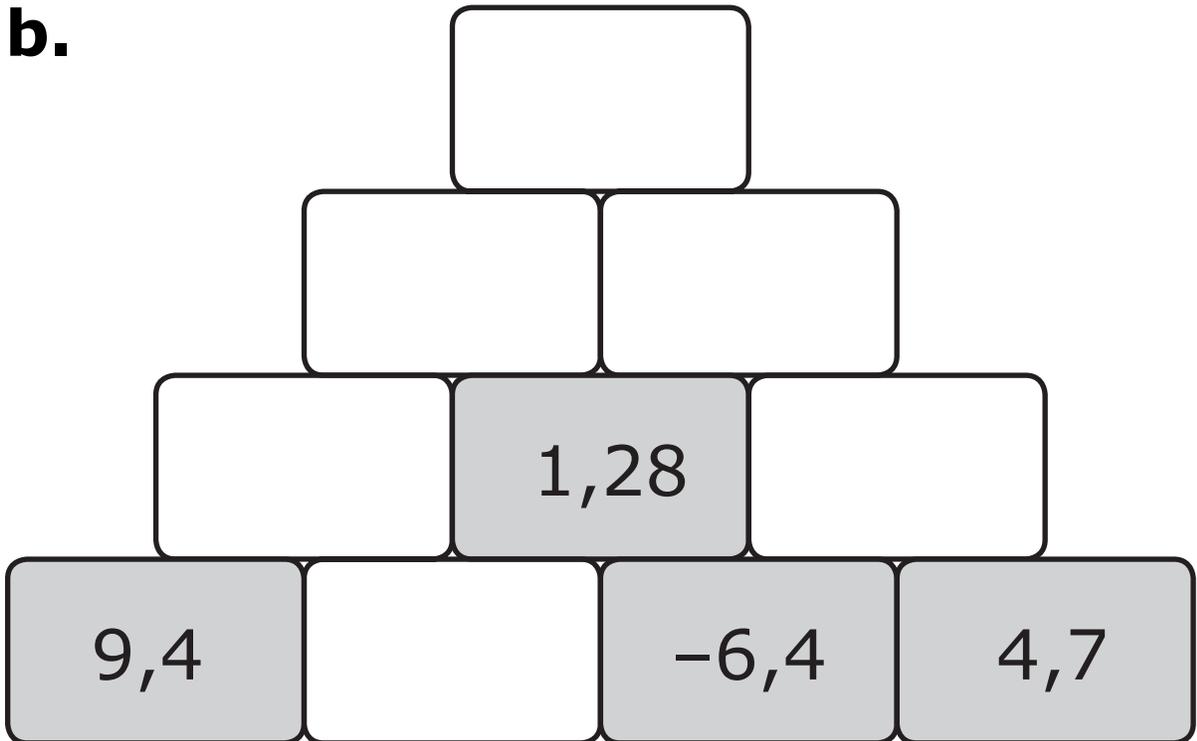




a.

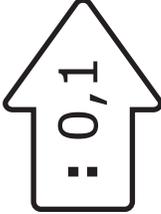
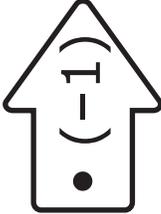
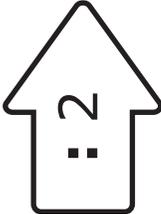


b.

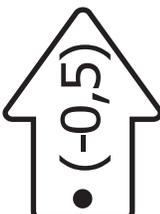


6. Completa cada recuadro según corresponda.

a.

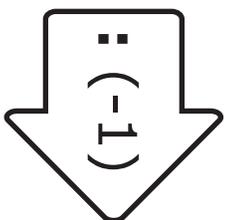
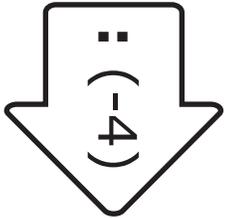
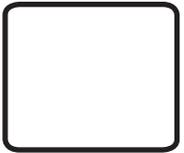
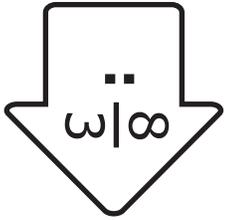
$0,12 \bullet 0,12$    

b.

$\frac{1}{2}$    

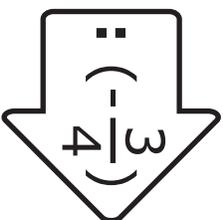
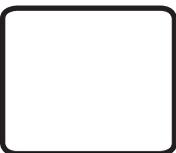
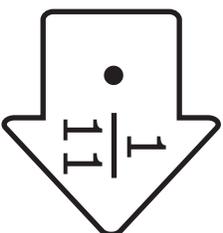
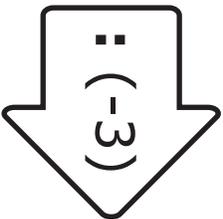
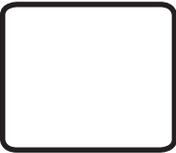
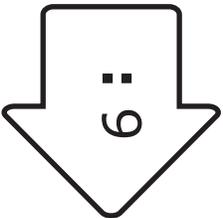
c.

$\frac{3}{8}$



d.

1,2



7. Analicen las igualdades y determinen los valores que completa cada par de operaciones.

a. $\frac{5}{2} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 5$ y $\frac{5}{2} : \underline{\hspace{2cm}} = 5$

b. $1,4 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 0,7$ y $1,4 : \underline{\hspace{2cm}} = 0,7$

c. $\frac{4}{3} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = \frac{3}{4}$ y $\frac{4}{3} : \underline{\hspace{2cm}} = \frac{3}{4}$

d. $0,\bar{3} \cdot \underline{\hspace{2cm}} = 1$ y $0,\bar{3} \underline{\hspace{2cm}} : = 1$



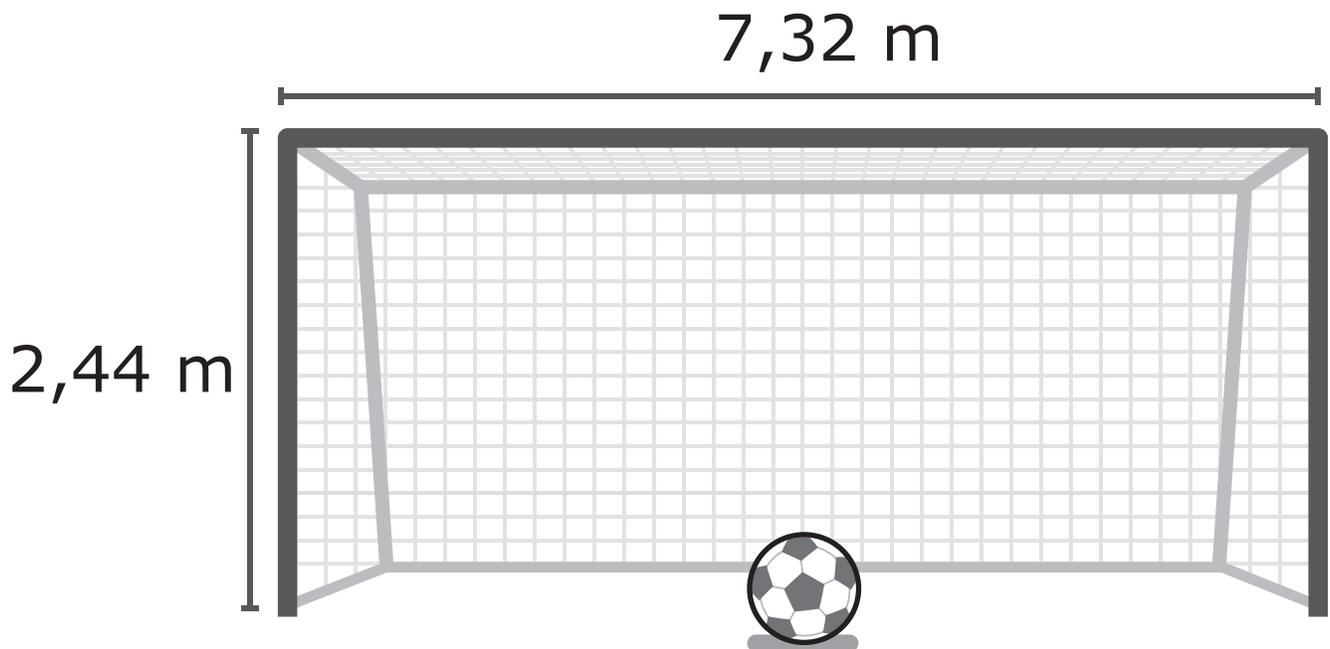
8. Actividad de profundización. Analicen las siguientes preguntas y justifiquen sus respuestas.

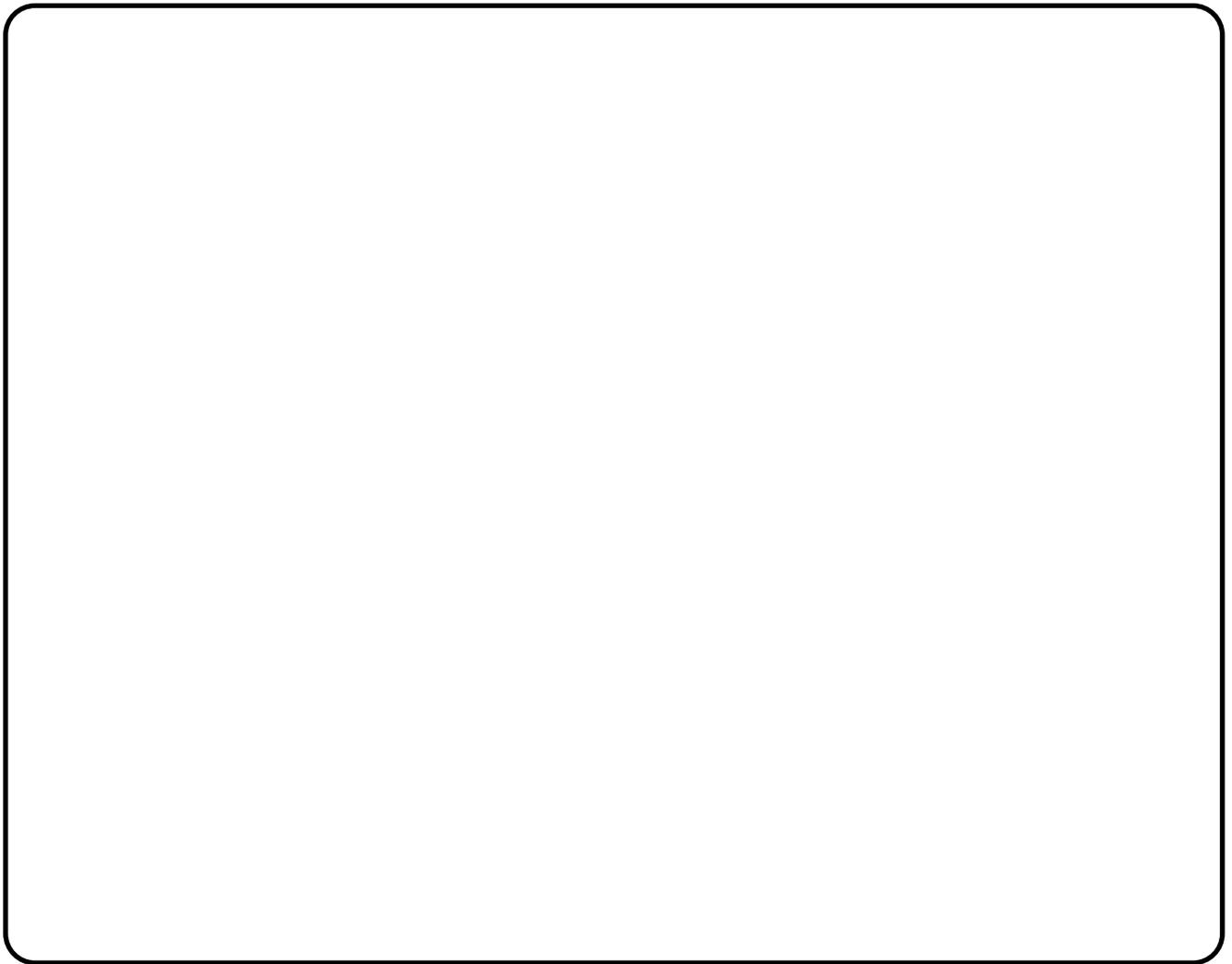
a. El producto de dos números decimales mayores que 1, ¿siempre es mayor que 1?

b. El producto de dos números racionales mayores que 0 y menores que 1, ¿siempre es menor que cualquiera de sus factores?

9. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Un arco de fútbol tiene las siguientes medidas de ancho y alto. Si una pulgada mide 0,0254 m, ¿cuánto miden, en pulgadas, el ancho y el alto del arco?





- b.** Ocho panes iguales tienen una masa total de 1 kg. ¿Cuál es la masa de cada pan? ¿Cuál será la masa de diez panes y medio?



c. Un médico recetó a Elías un medicamento cuya dosis es de un comprimido de 3,1 mg, 4 veces al día, durante 5 días. ¿Qué cantidad del medicamento tomará Elías en total?

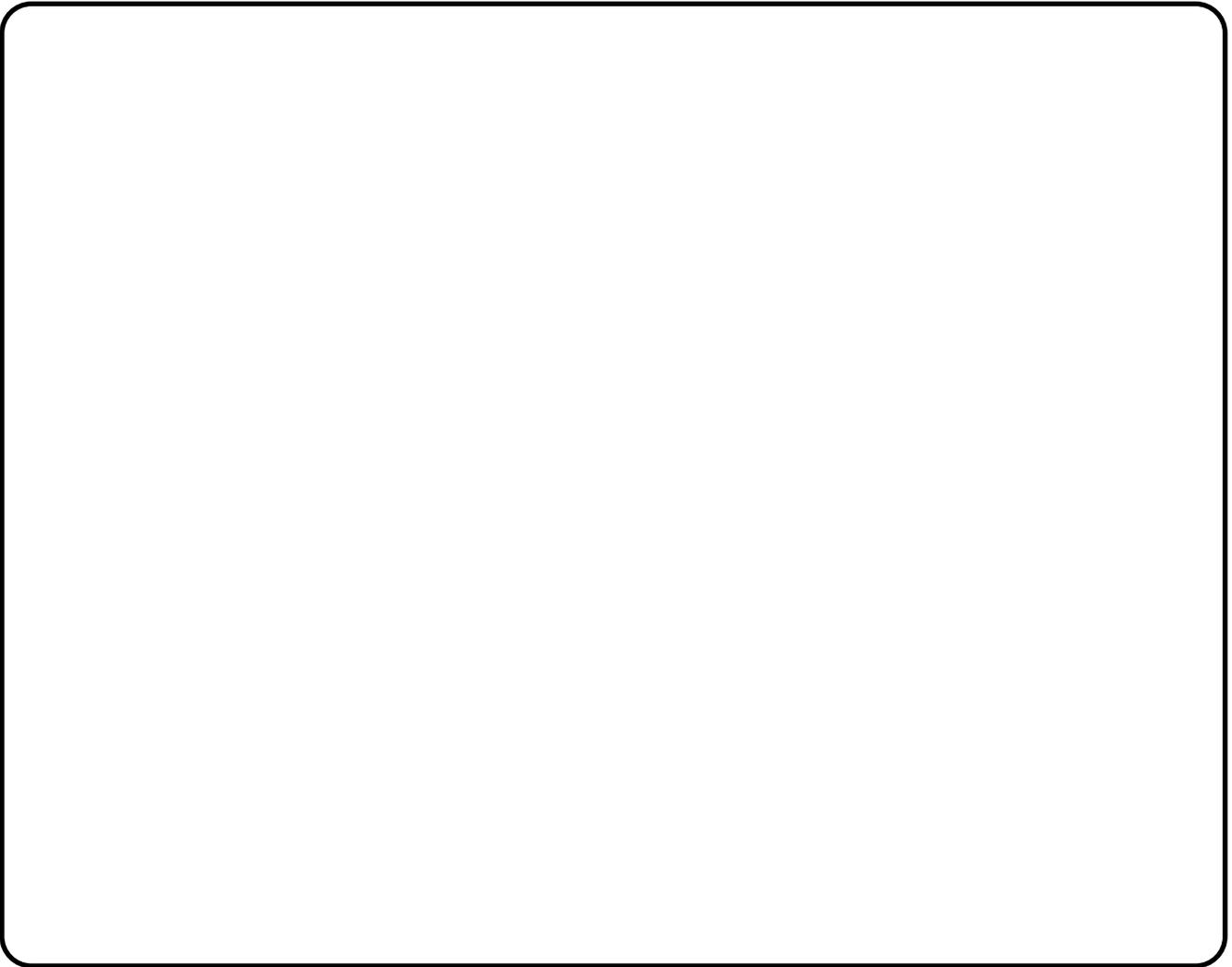
- d. La distancia entre Santiago y Puerto Montt es de, aproximadamente, 1.025 km. Si María Isabel ha recorrido las $\frac{3}{5}$ partes de ese trayecto, ¿cuántos kilómetros le faltan por recorrer?



10. Actividad de profundización. Analicen, y luego respondan.

Claudia necesita comprar 1,2 kg de chocolate en polvo. En la tabla se muestra el precio y cantidad que contiene cada envase.

	Cantidad	Precio
Chocolate pequeño	0,12 kg	\$1.500
Chocolate mediano	0,15 kg	\$1.800





a. ¿Cuál de los dos tipos de chocolate le conviene comprar? ¿Por qué?

b. Si Claudia tiene \$15.000, ¿podrá realizar la compra de los 1,2 kg de chocolate? Justifica.

OPERACIONES COMBINADAS

- 1.** Reúnete con un compañero o compañera y desarrollen el siguiente juego:
 - Elaboren tarjetas con los números del 1 al 10, dos de cada uno, y otras para los signos de las operaciones (+, -, •, :).
 - Antes de jugar, determinen el tipo de jugada que harán (jugada 1 o jugada 2) y cuántas partidas tendrá su juego.



Jugada 1

$$\frac{\square}{\square} \square \frac{\square}{\square} =$$

Jugada 2

$$\frac{\square}{\square} \square \frac{\square}{\square} \square \frac{\square}{\square} =$$

- Pongan las tarjetas sobre la mesa con los números hacia abajo.
- Cada jugador toma cuatro o seis tarjetas con números, dependiendo de la jugada elegida, y una o dos con

signo. Luego, cada uno ubica los números en las casillas correspondientes.

- Se obtiene 1 punto por cada resultado correcto. Pueden comprobar con la calculadora.
- Gana el juego quien tenga más puntos al finalizar todas las partidas.

Al finalizar el juego, responde:

- a.** ¿Qué fue lo que más te gustó del juego?



b. ¿Tuviste dificultades para resolver las operaciones?, ¿por qué?

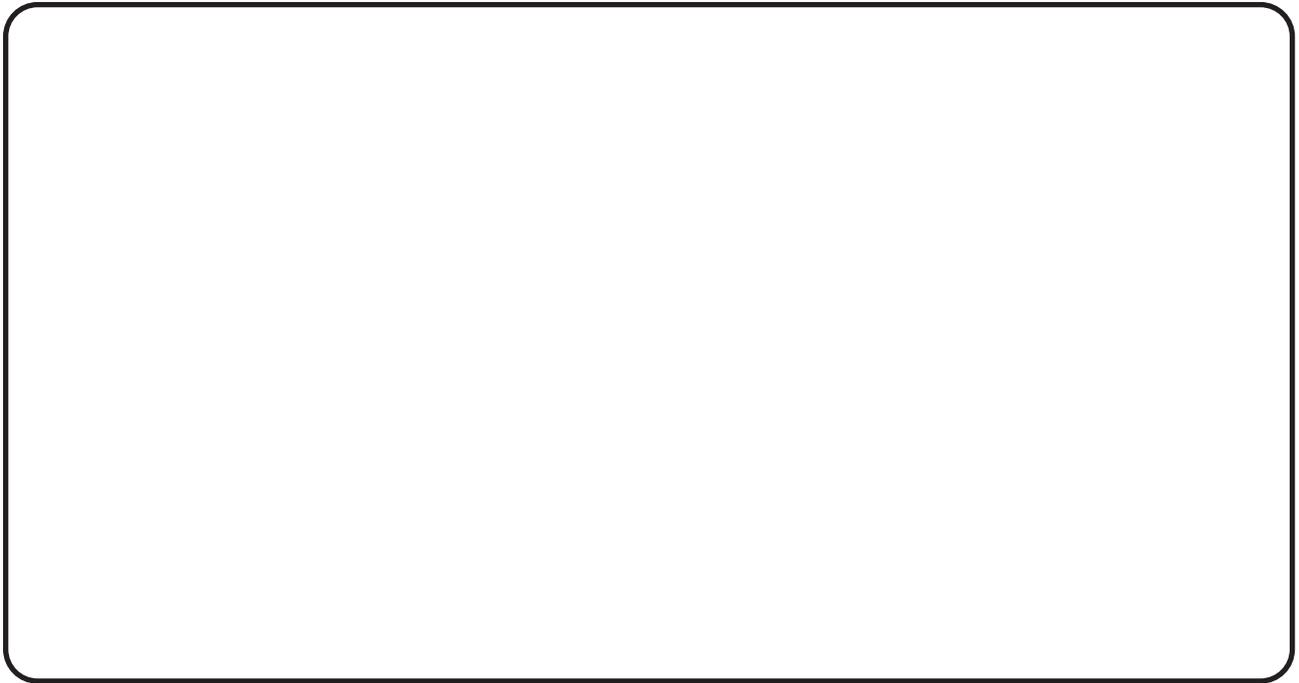
c. ¿Qué reglas modificarías si lo jugaras nuevamente?

► **Recurso Web**

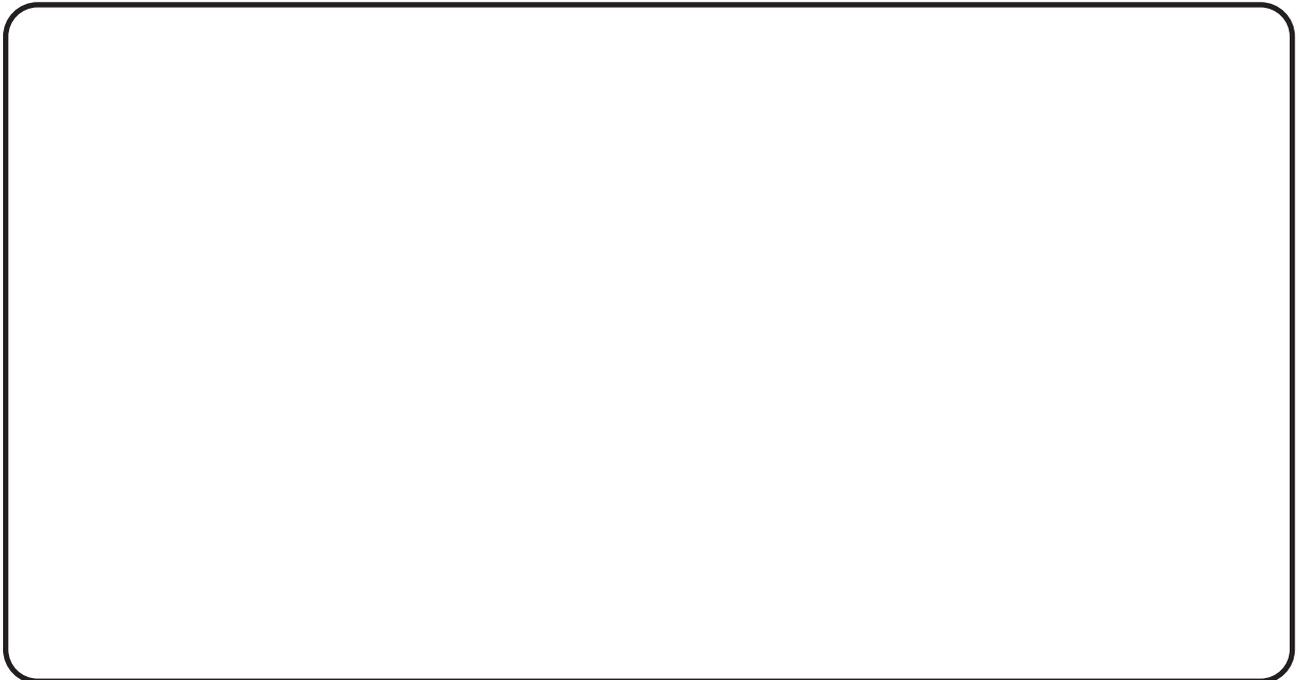
Para practicar más puedes acceder a un recurso interactivo en el siguiente sitio: <https://n9.cl/ouaq>

2. Calcula las siguientes operaciones combinadas.

a. $(0,\overline{5} - 0,1\overline{6}) : 2,\overline{4} + 0,\overline{25}$



b. $[-0,4 + (\cdot 0,6)]: 0,5 - 0,\overline{8}$





3. Sustituye los valores de a , b y c , y completa según corresponda.

a.

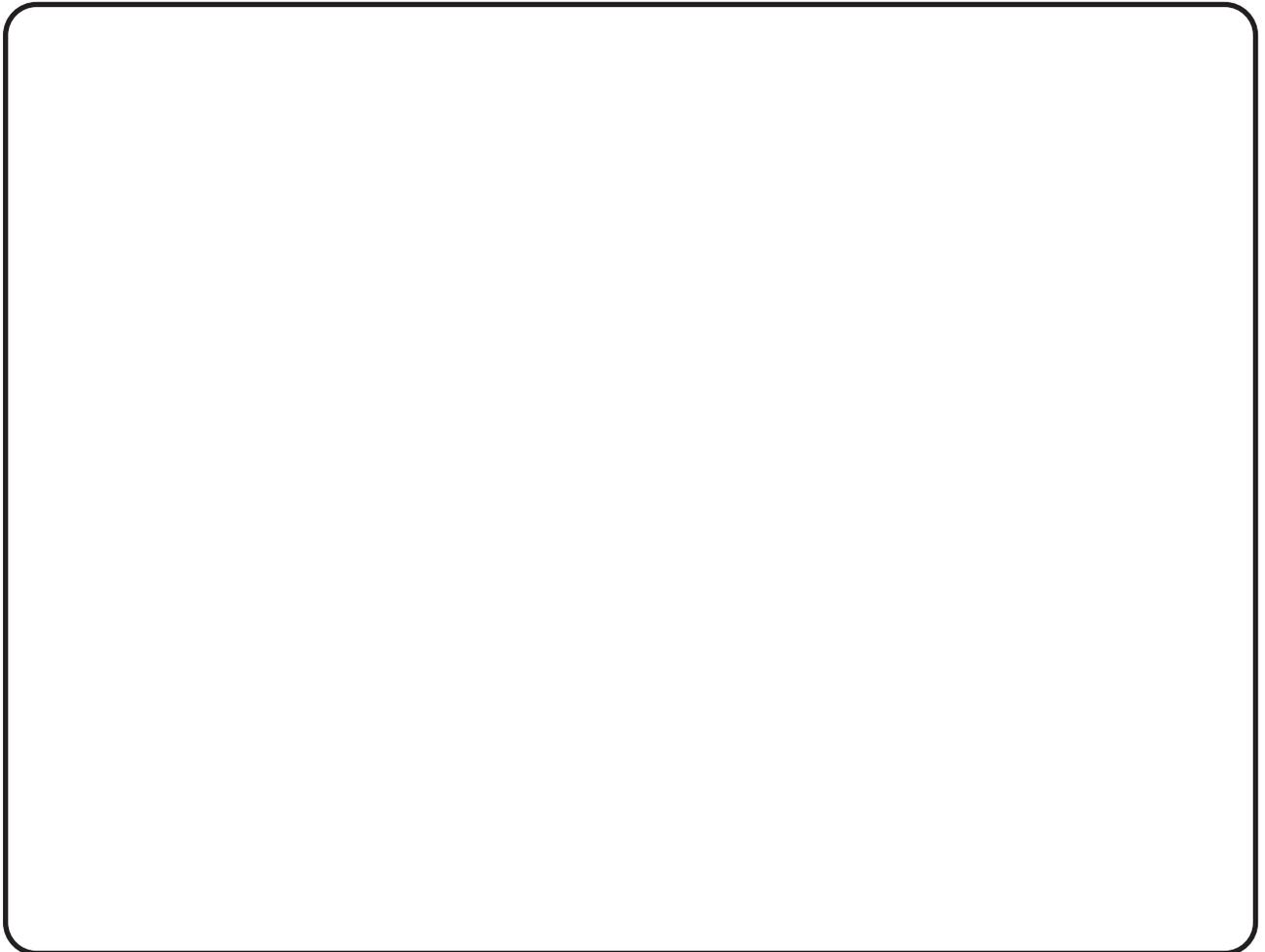
a. 0,75

b. $\frac{1}{2}$

c. 0,1

$$\mathbf{a - b \cdot (c + a)}$$

$$[(a + b) \cdot (b - a)] : c$$





b.

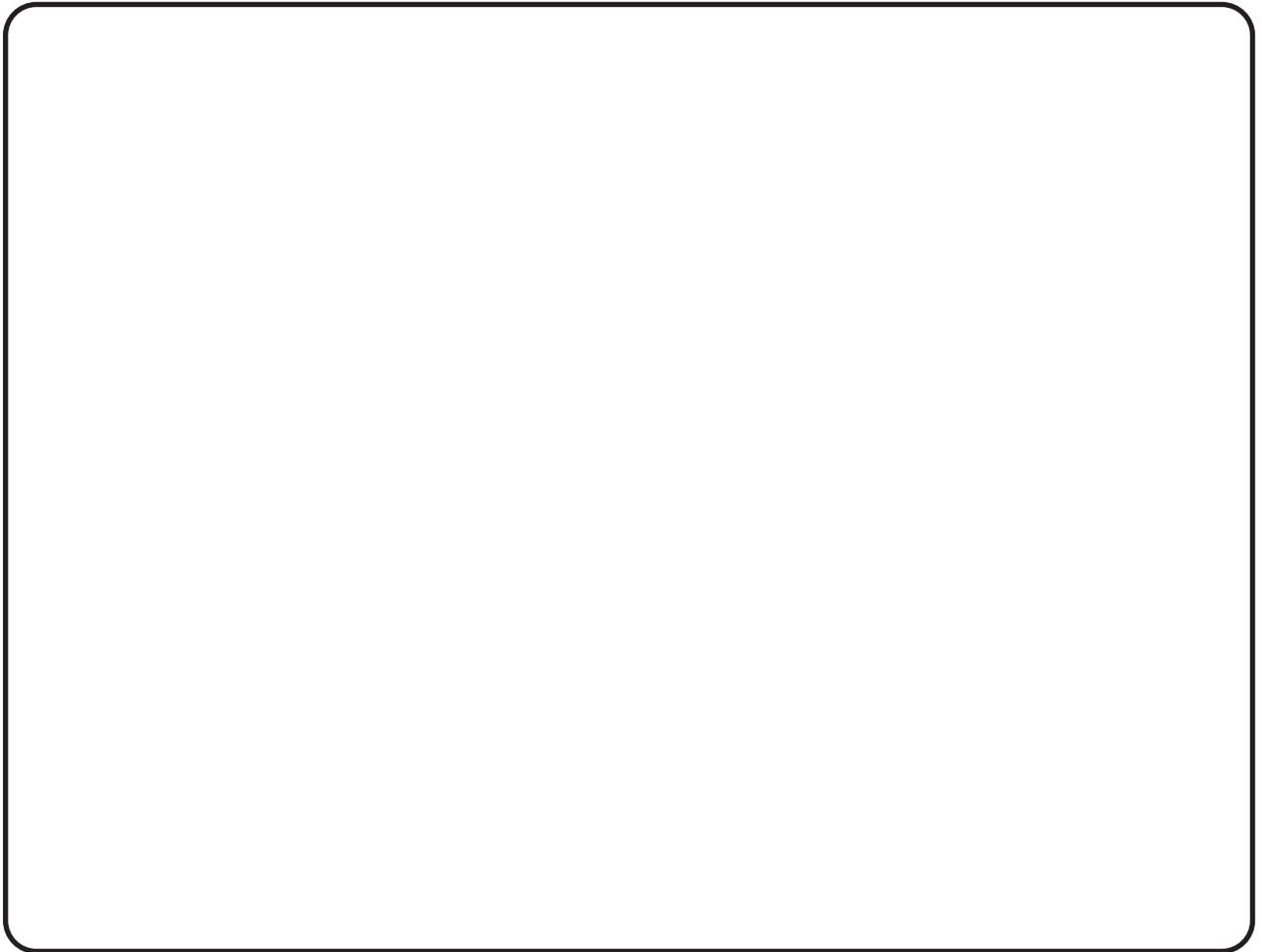
a. $0,\overline{16}$

b. $1\frac{1}{2}$

c. $-\frac{3}{4}$

$$\mathbf{a - b \cdot (c + a)}$$

$$[(a + b) \cdot (b - a)] : c$$





4. Analiza la propiedad indicada y completa con los números que correspondan. Luego, resuelve las operaciones para comprobar que se cumpla la igualdad.

a. Propiedad asociativa

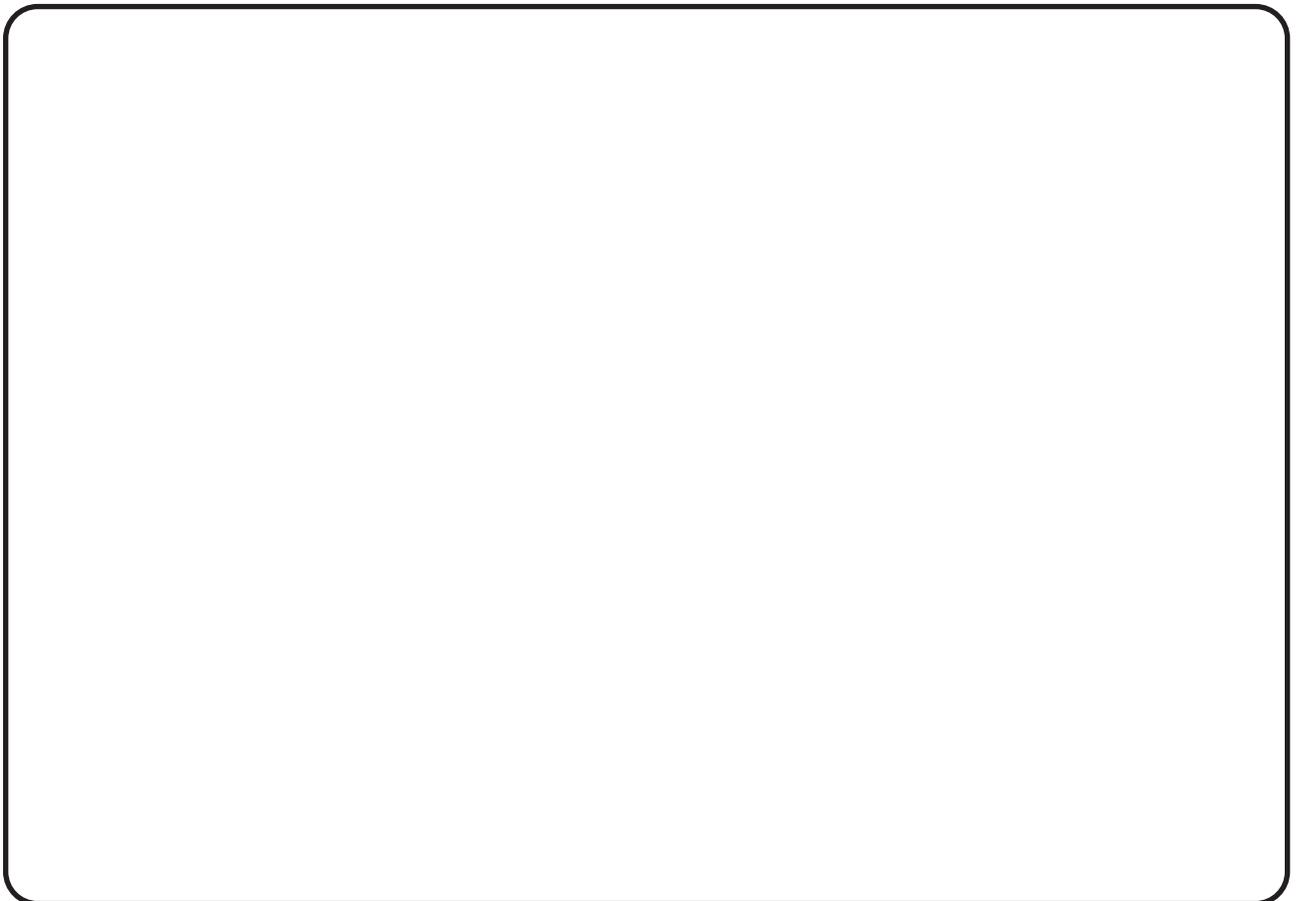
$$1,5 \cdot \left(\underline{\quad} \cdot \frac{1}{5} \right) =$$
$$\left(\underline{\quad} \cdot \frac{3}{8} \right) \cdot \underline{\quad}$$

b. Propiedad distributiva

$$\left(\frac{3}{7} + \frac{1}{3} \right) \cdot 0,2 =$$
$$\frac{3}{7} \cdot \underline{\quad} + \frac{1}{3} \cdot \underline{\quad}$$

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a.** Un camión transporta al sur 8 bloques de mármol de 1,56 toneladas cada uno y 4 vigas de hierro de 0,64 toneladas cada una. Si su carga máxima es 16 toneladas, ¿cuánta carga más puede soportar?





b. Un comerciante tiene dos sacos de harina; uno de $\frac{12}{5}$ kg y otro de 1,6 kg. Quiere distribuirla en paquetes de $\frac{1}{4}$ kg. ¿Cuántos paquetes tendrá en total?

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Conjunto de los números racionales

1. Si $x = 3,25$ e $y = -\frac{10}{3}$, entonces x e y pertenece (\in) o no pertenece (\notin) a:

a. ____ N

b. ____ Z

c. ____ Q



► Adición y sustracción de números racionales

2. Calcula con decimales o fracciones

$$-\frac{10}{3} + 3,25.$$

► Multiplicación y división de números racionales

3. En la multiplicación y división de números racionales siempre se cumple que:

$$+ \cdot + = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$+ \cdot - = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- \cdot - = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$+ : + = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$+ : - = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$- : - = \underline{\hspace{2cm}}$$



► Operaciones combinadas

4. Al resolver operaciones con paréntesis, potencias, multiplicación, división, adición y sustracción el orden en las operaciones es:

1°

2°

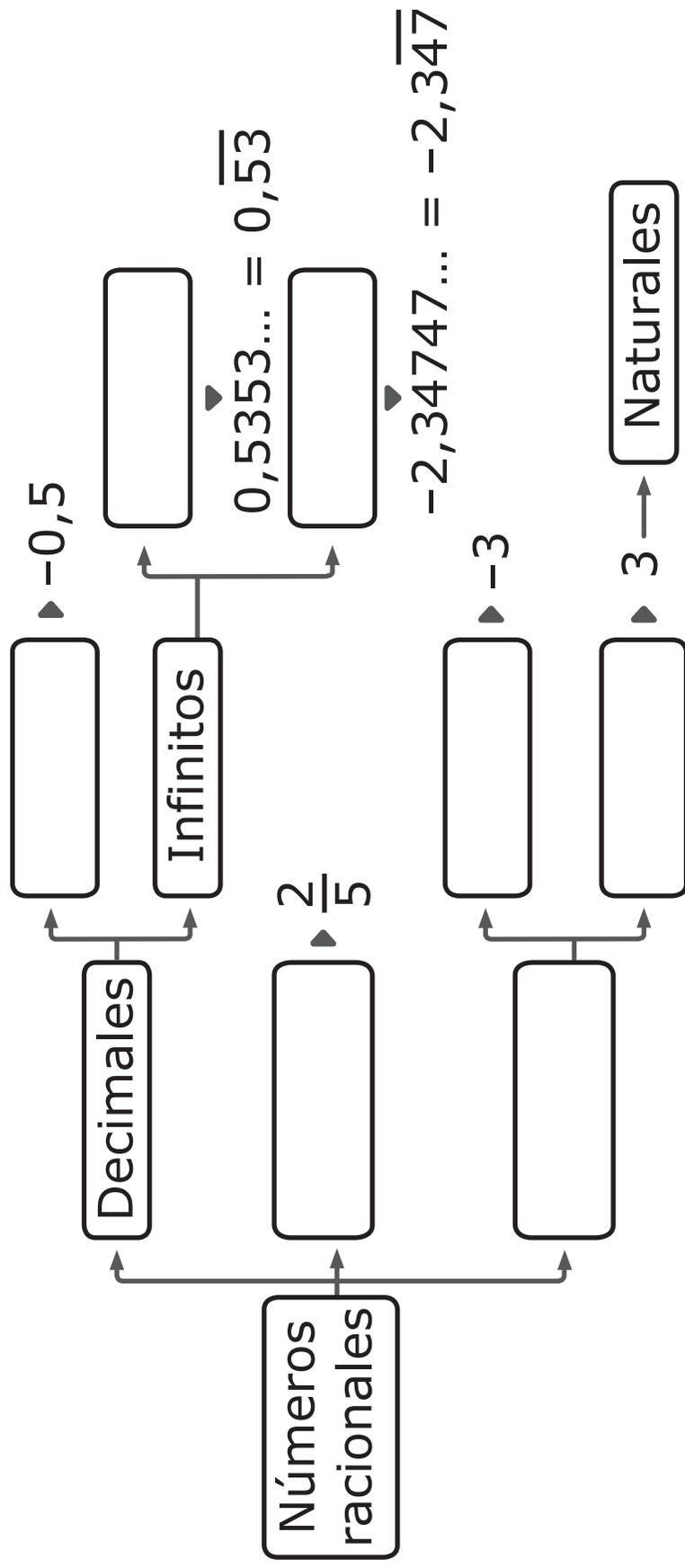
3°

4°

¿Cómo vas?

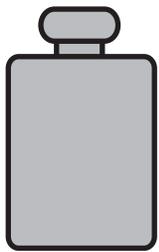
Evaluación Lección 1

1. Completa el siguiente diagrama.





2. ¿Cuántas balanzas de cada tipo se deben usar para obtener el peso señalado en cada caso? Escribe la operación y el resultado según corresponda.



1 kg



$\frac{1}{2}$ kg



$\frac{1}{4}$ kg



$\frac{1}{20}$ kg

a. 2,85 kg

$$\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

b. 5,35 kg

$$\underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} + \underline{\quad\quad} = \underline{\quad\quad}$$

c. 2,05 kg

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

d. 3,60 kg

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

3. Calcula las siguientes operaciones considerando $a = -\frac{10}{3}$, $b = 1\frac{5}{4}$ y $c = 2,8$.

a. $(a \cdot c) : b$



b. $(b : c) \bullet a$

c. $(a : b) \bullet c$

- 4.** Resuelve las operaciones combinadas.
Expresa tu resultado como una fracción irreducible.

a. $0,\overline{3} + \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{11}{3} - \frac{7}{3} \right) + \frac{1}{3} \right]$

b. $\frac{2}{5} + \left[\frac{2}{11} \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{4} \right) : \frac{5}{2} \right] + 2$



5. Analiza la siguiente situación, y luego responde.

En una competencia, Luisa se demoró 9,56 min en llegar a la meta, Andrés tardó $9 \frac{3}{4}$ min, Carlos, $9 \frac{28}{30}$ min y Daniela, 9,92 min.

a. ¿Cuántos segundos antes llegó Luisa que Andrés?

b. ¿Cuántos segundos más tarde llegó Carlos que Daniela?

6. Interpreta la siguiente información, y luego calcula. Los lados de una cancha son: largo (a) y ancho (b).

El largo mide $6 \frac{3}{4}$ m

El ancho mide $4 \frac{2}{3}$ m



a. El perímetro de la cancha:

b. El área de la cancha:

7. Actividad de profundización. Comprueba y explica si la quinta parte de las tres cuartas partes de un número racional es mayor, menor o igual que los tres quintos de la cuarta parte de ese número.



Lección 2

Potencias

POTENCIAS DE BASE Y EXPONENTE ENTERO

1. Escribe cada potencia como un producto de factores iguales.

a. $(-1)^5 =$

b. $(4)^6 =$

c. $(-6)^3 =$

d. $(-7)^4 =$

2. Reúnanse en parejas para jugar al memorice de las potencias.

El objetivo del juego es formar grupos de tarjetas que representen expresiones equivalentes.

$$\frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4}$$

$$\frac{1}{256}$$

$$\frac{1}{4^3} \cdot \frac{1}{4^3}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{64}$$

$$\frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{1}{2^8}$$



$$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$$

$$2^{-4} \cdot 2^{-4}$$

$$\frac{1}{3^4}$$

$$5^{-2} \cdot 5^{-2}$$

$$\frac{1}{81}$$

$$4^{-1} \cdot 4^{-5}$$

$$3^{-4}$$

$$\frac{1}{25} \cdot \frac{1}{25}$$

$$2^{-8}$$

$$\frac{1}{5^2} \cdot \frac{1}{5^2}$$

$$\frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2} \cdot \frac{1}{2^2}$$

$$4^{-3} \cdot 4^{-3}$$

$$2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-2}$$

$$\frac{1}{625}$$

$$5^{-4}$$

$$3^{-2} \cdot 3^{-2}$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4^5}$$

3. Completa la siguiente tabla. Luego responde y comenta para tus respuestas con las de un compañero(a).

Potencia	Multiplicación Iterada	Signo del valor de la potencia	¿Exponente par o impar?	Valor de la potencia
$(-3)^3$				
$(-3)^4$				
$(-2)^5$				
$(-2)^6$				

a. ¿El número de iteraciones de la multiplicación de la base de una potencia corresponde al valor de la base o del exponente?

b. ¿El signo del resultado de una potencia de base negativa depende del exponente? Explica.



4. Escribe el signo, positivo o negativo, que corresponde al valor de cada potencia.

a. $(-8)^{15}$ Signo: _____

b. 12^9 Signo: _____

c. 25^3 Signo: _____

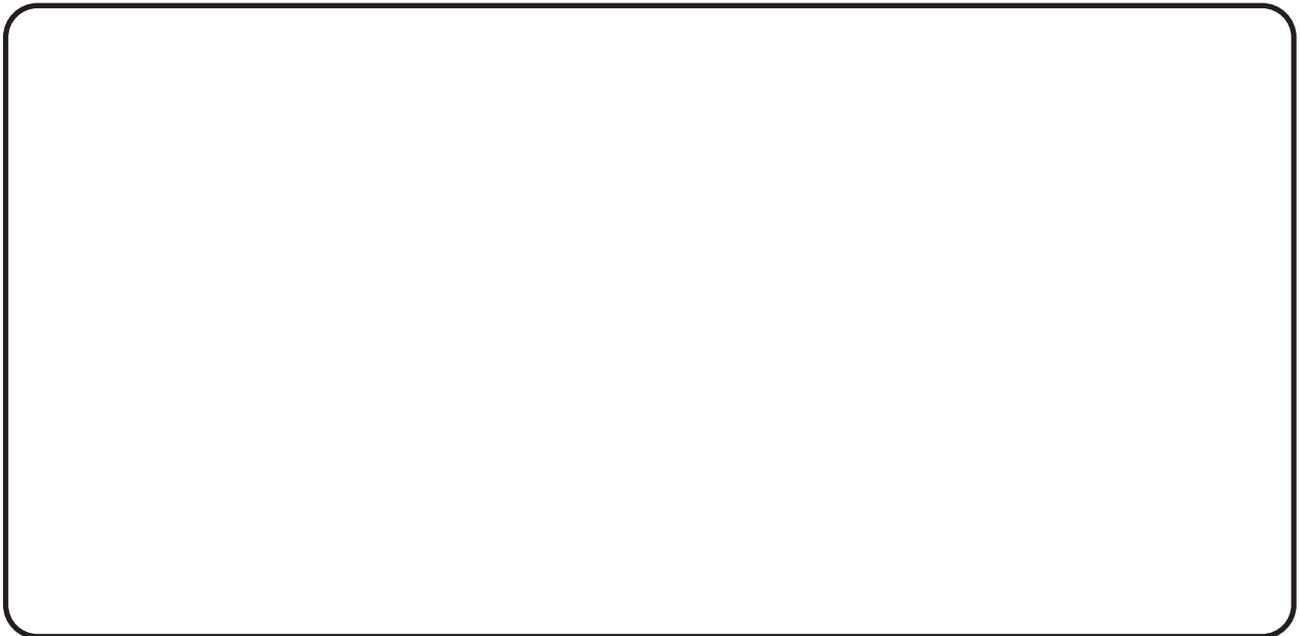
d. $(-6)^4$ Signo: _____

e. $(-5)^{20}$ Signo: _____

f. $(-9)^9$ Signo: _____

5. Resuelve las siguientes operaciones aplicando las propiedades de las potencias.

a.
$$\frac{3^5 \cdot 3^2}{2^7}$$





b.
$$\frac{6^2 \cdot 6^{-4} \cdot 6^3}{2^3 \cdot 2^3}$$

c.
$$\frac{3^2 \cdot 3^6 \cdot 9^2}{81 \cdot 3^{-2}}$$

d.
$$\frac{(-5)^4 \cdot (-5)^3 \cdot 25}{25^2 \cdot (-5)^8}$$



- 6.** Comprueba si el cuadrado de la suma (o diferencia) es igual a la suma (o diferencia) de los cuadrados. Para ello, reemplaza los valores de a y b y calcula en cada caso.

1

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
2	5				
-2	5				

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$
2	-5				
-2	-5				



7. Compara los resultados obtenidos en la tabla del ítem 6, y responde.

a. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular $(a + b)^2$ y $a^2 + b^2$? ¿Por qué?

b. ¿Obtienes los mismos resultados al calcular $(a - b)^2$ y $a^2 - b^2$? ¿Por qué?

POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

1. Escribe las siguientes potencias como potencias de exponente positivo.

a. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = \square^{\square}$

b. $(0,2\overline{7})^{-7} = \square^{\square}$

c. $\left(-\frac{10}{7}\right)^{-4} = \square^{\square}$



$$\mathbf{d.} \quad (-1)^{-10} = \boxed{}^{\boxed{}}$$

$$\mathbf{e.} \quad \left(-\frac{1}{11}\right)^{-1} = \boxed{}^{\boxed{}}$$

$$\mathbf{f.} \quad (2,0\overline{3})^{-12} = \boxed{}^{\boxed{}}$$

$$\mathbf{g.} \quad \left(\frac{1}{5}\right)^{-11} = \boxed{}^{\boxed{}}$$

$$\mathbf{h.} \quad (-5)^{-10} = \boxed{}^{\boxed{}}$$

2. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $\left(-\frac{77}{11}\right)^0 =$

b. $\left(\frac{2}{9}\right)^1 =$

c. $-\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$

d. $2^{-2} =$



e. $-(0,9)^0 =$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} =$

g. $0,4^{-1} =$

h. $-(0,1)^{-1} =$

i. $\left(\frac{272}{100}\right)^0 =$

3. Desarrolla las siguientes potencias y compara utilizando los signos $<$, $>$ o $=$.

a. $(-\frac{1}{8})^0$ $9,92^0$



b. $0,5^{-2}$ $0,5^2$

c. $4,82^{-4}$ $4,84^4$

d. $1^{-2} \square \left(-\frac{92}{10}\right)^0$

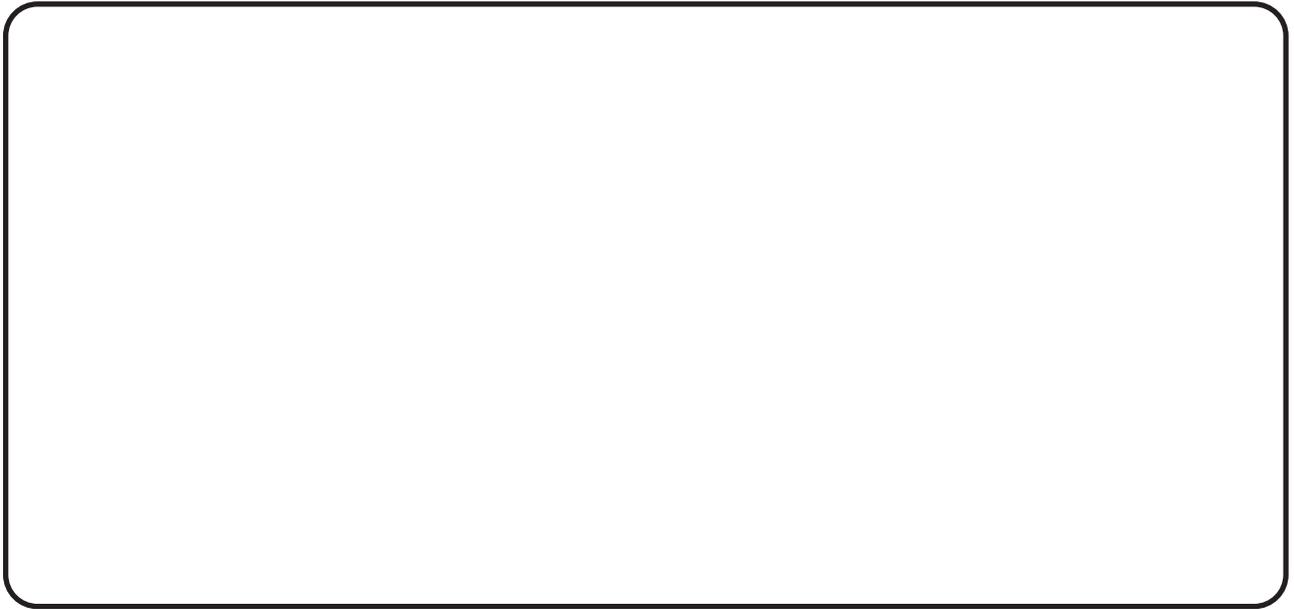
e. $\left(\frac{9}{10}\right)^5 \square \left(-\frac{9}{10}\right)^6$



4. Resuelve las potencias y completa la igualdad.

$$\text{a. } \left(-\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{\boxed{}}{32}$$

$$\mathbf{b.} \left(-\frac{4}{5}\right)^4 = \frac{\square}{625}$$



$$\mathbf{c.} 0,5 \square = 0,125$$

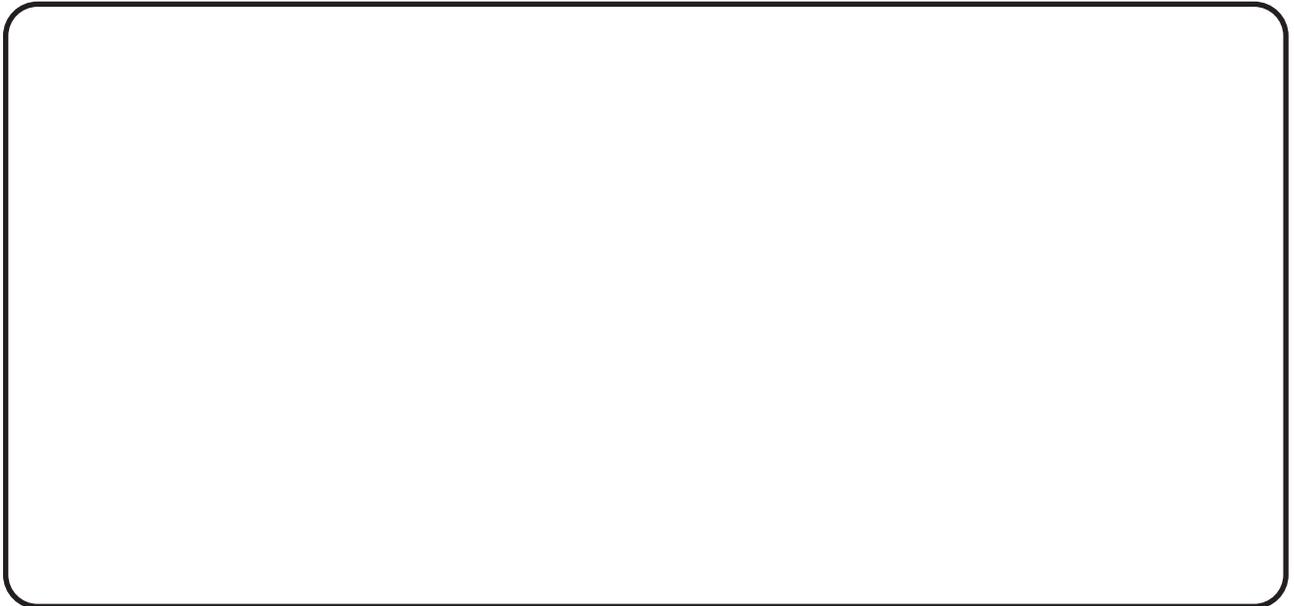




d. $0,04 \square = 0,0016$

5. Comprueba si se cumple cada una de las igualdades. Corrige de ser necesario.

a. $\left[\left(\frac{4}{5}\right)^0\right]^6 = 1$



b. $\left[\left(\frac{6}{11}\right)^{-1}\right]^{-1} = \frac{6}{11}$



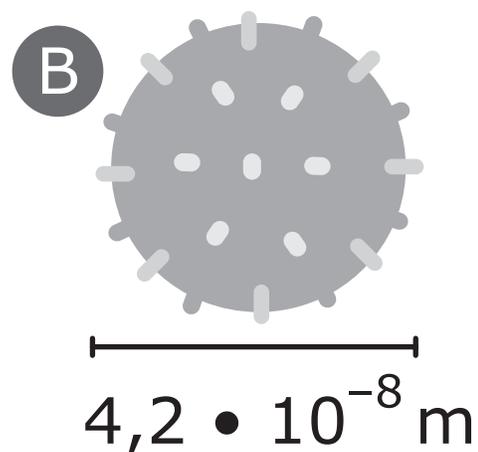
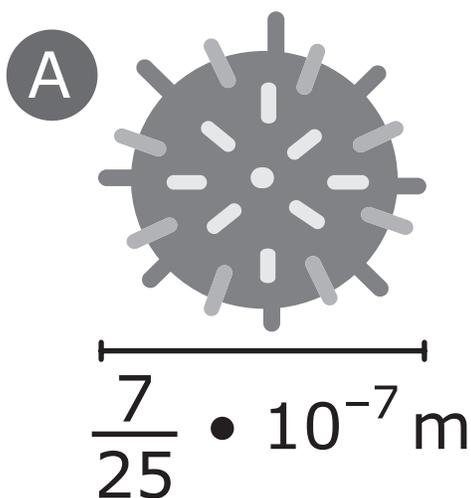


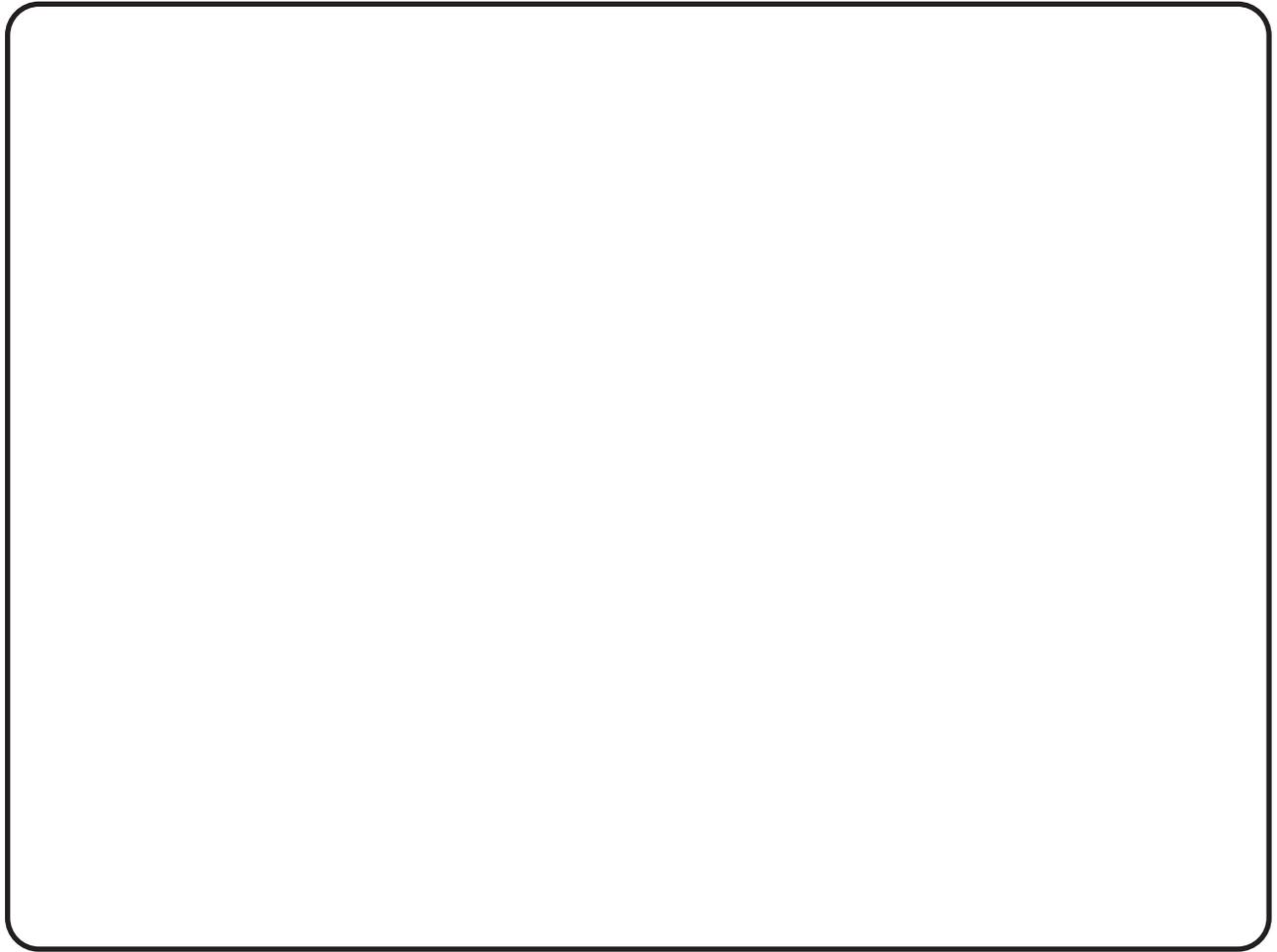
c.
$$\left[\left(\frac{7}{8}\right)^3\right]^4 = \left[\left(\frac{7}{8}\right)^4\right]^3$$

d.
$$\left[\left(\frac{1}{9}\right)^{-2}\right]^5 = (9^5)^2$$

6. Analicen cada situación, y luego respondan.

- a.** El profesor de biología presenta una lámina con la información de la imagen, que contiene la medida aproximada del diámetro de los virus de la hepatitis A y B. Si el profesor pregunta: ¿cuál de los dos virus tiene un mayor diámetro? ¿Cuál es la respuesta correcta?





b. En las siguientes figuras el área pintada corresponde a $\frac{1}{n}$ del área pintada del cuadrado anterior. Si el área del primer cuadrado es 1 m^2 , ¿qué potencia puede usarse para expresar el área de los cuadrados de las **Figuras 2 y 3**?

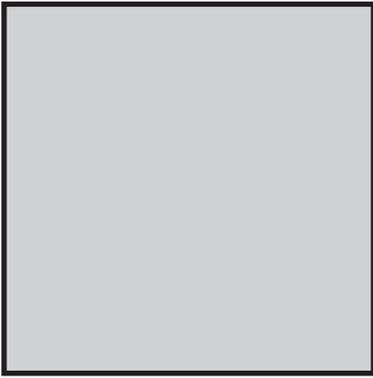


Figura 1

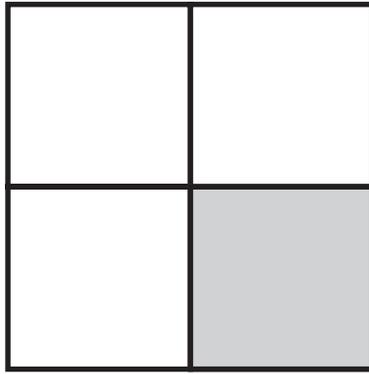


Figura 2

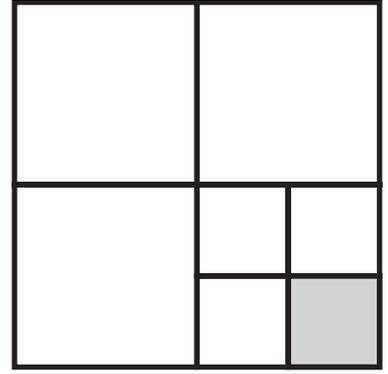
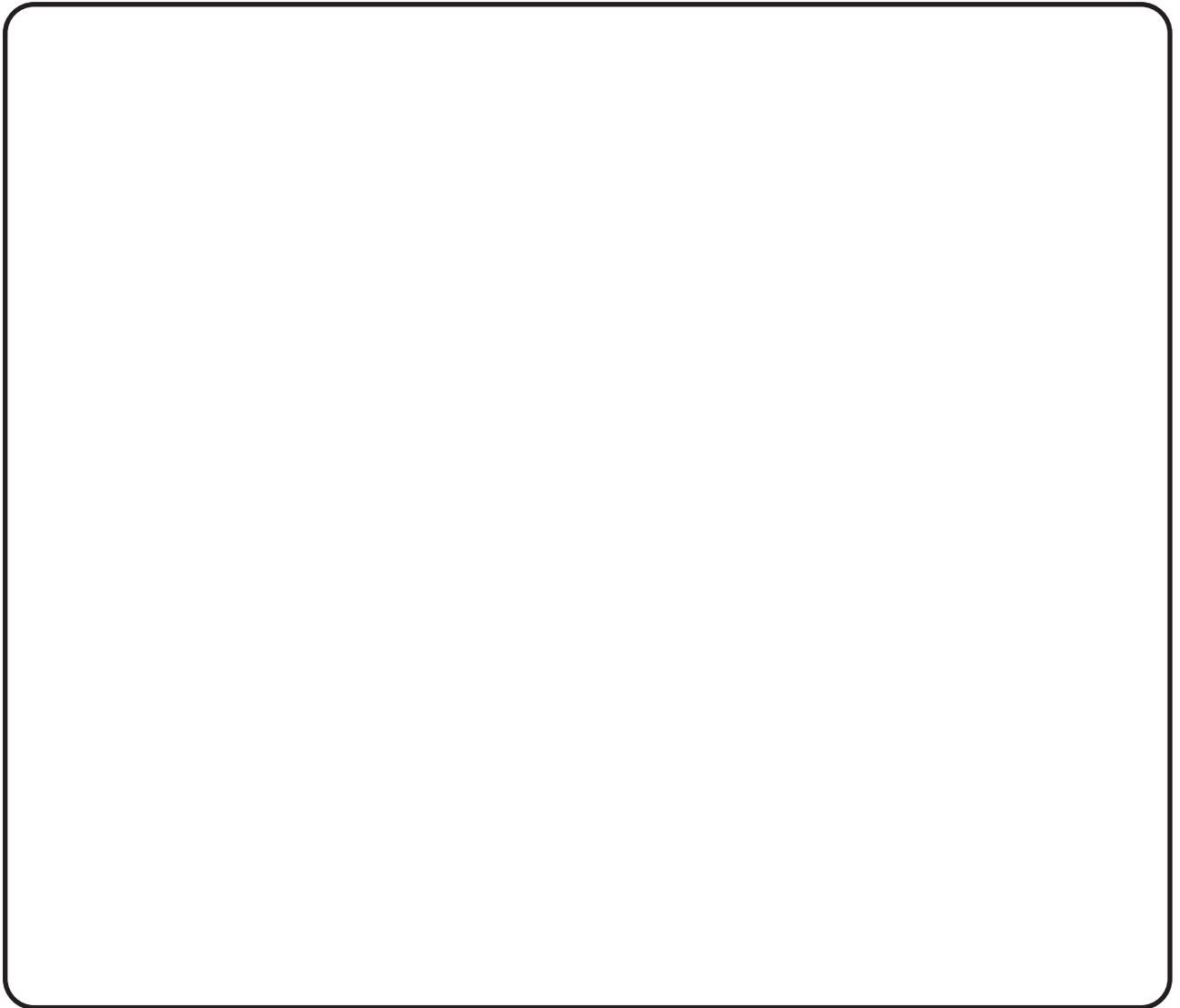


Figura 3





MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POTENCIAS

1. Completa para que se cumpla cada igualdad.

a. $\left(-\frac{7}{4}\right)^{-8} \bullet \left(-\frac{7}{4}\right)^{-4} = \left(-\frac{4}{7}\right) \square$

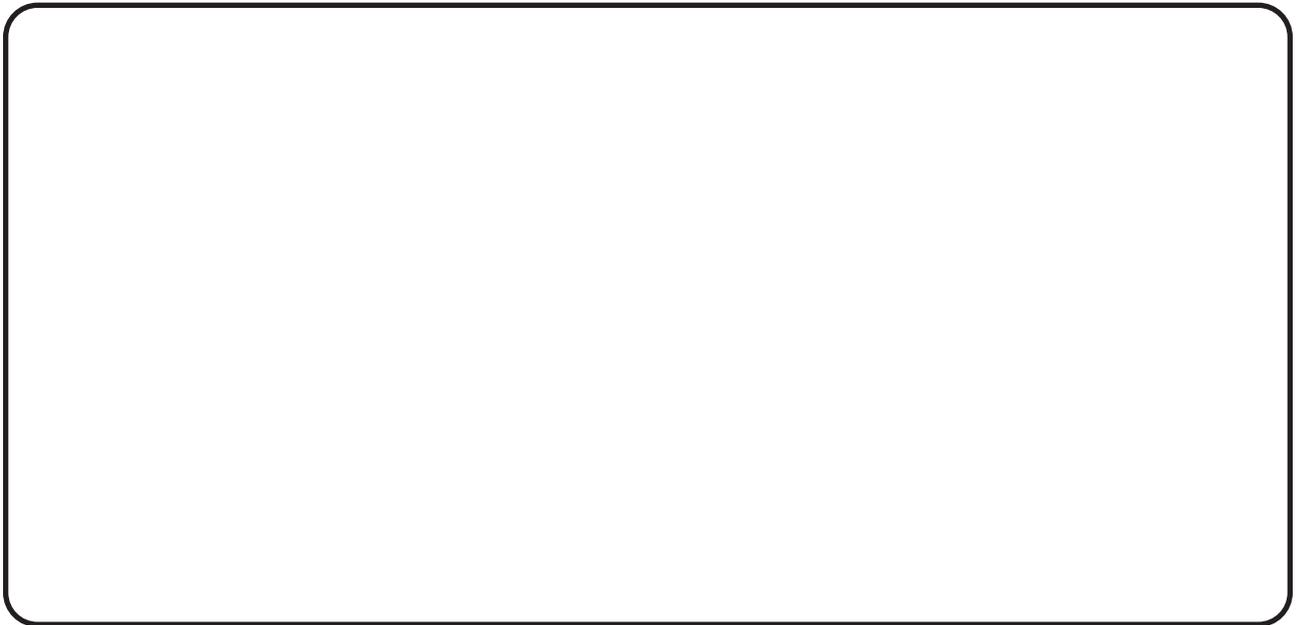
b. $\left(\frac{9}{8}\right)^{-4} \bullet \left(\frac{8}{9}\right) \square = \left(\frac{9}{8}\right)^{-6}$

c. $(0,2) \square : (0,2)^8 = (0,2)^6$

d. $\left(-\frac{1}{2}\right) \square : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

2. Aplica las propiedades de las potencias y resuelve las siguientes operaciones.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot 5$

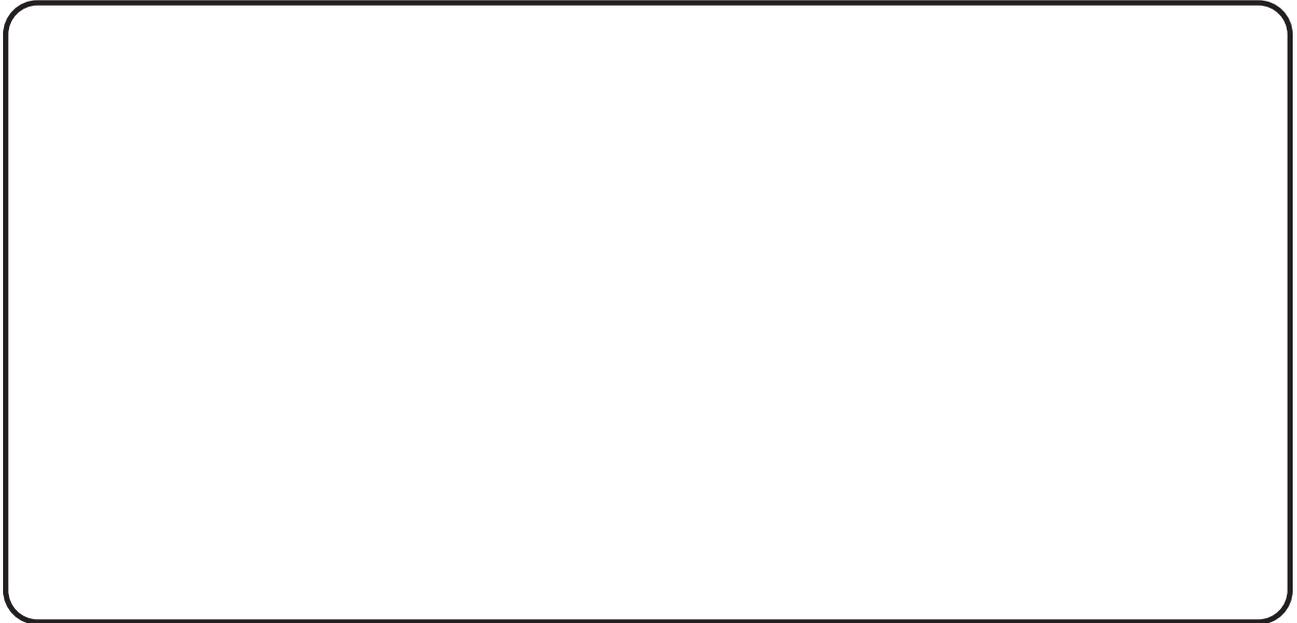




b. $\left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4}$

c. $0,25^5 \cdot 8,5^5$

d. $7,4^7 : \left(\frac{74}{10}\right)^1$



e. $3^{-2} : \left(\frac{1}{3}\right)^{-9}$

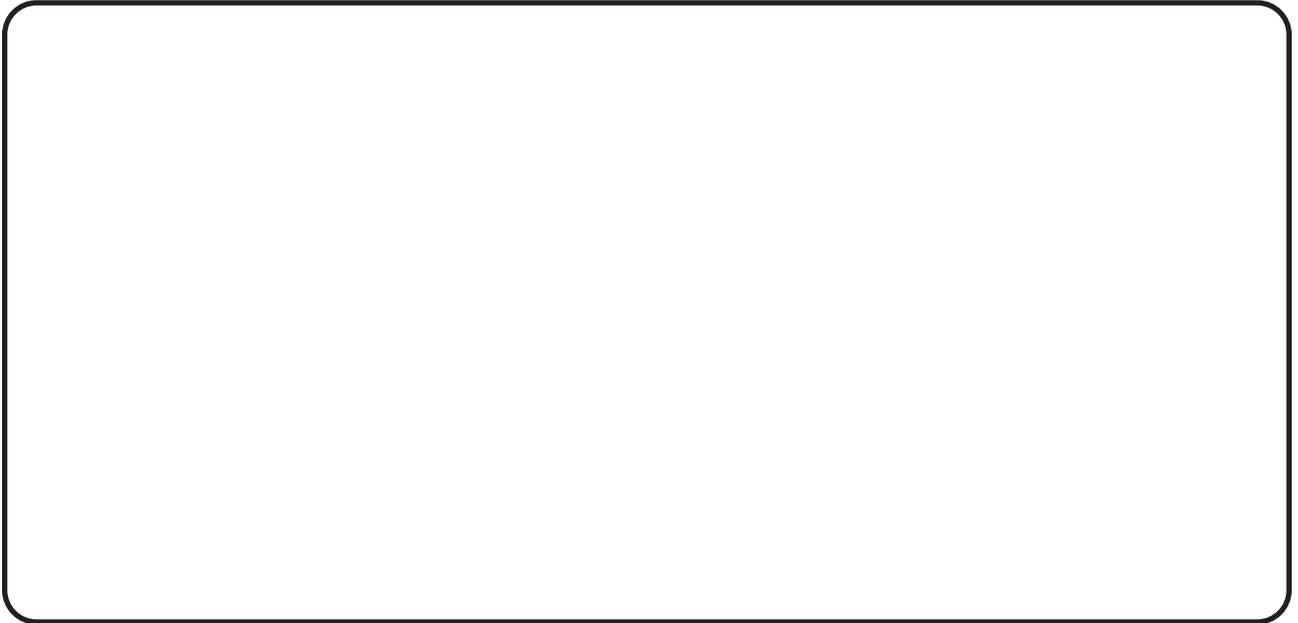




3. Sustituye los valores de $a = 2$, $b = -2$, $c = -1$ y $d = 3$. Luego calcula y simplifica cuando sea necesario.

a. $\left(\frac{1}{5}\right)^b \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^a$

b. $\left(\frac{d}{7}\right)^5 \div \left(\frac{d}{7}\right)^a$



c. $\left(\frac{1}{2}\right)^d \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^c$





d. $\left(\frac{a}{4}\right)^4 \bullet \left(\frac{1}{a}\right)^b$

e. $\left(\frac{1}{9}\right)^a \div \left(\frac{9}{c}\right)^b$

4. Analiza y completa los recuadros de manera que las igualdades sean verdaderas.

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^{\square} =$

$$\left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} + \square = \left(\frac{\square}{\square}\right)^7$$

b. $\left(\frac{1}{\square}\right)^{\square} \div \left(\frac{\square}{2}\right)^5 =$

$$\left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square} - \square = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$



c. $\left(\frac{5}{6}\right) \square \bullet \left(\frac{1}{4}\right)^2 =$

$$\left(\frac{\square}{\square}\right) \square = \left(\frac{\square}{\square}\right)^2$$

d. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-4} \div \left(\frac{2}{3}\right) \square =$

$$\left(\frac{\square}{\square}\right) \square = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{-4}$$

5. Comprueba si se cumple cada una de las igualdades. Corrige de ser necesario.

a.
$$\left[\left(\frac{1}{6} \cdot \frac{7}{5} \right)^3 \right]^2 = \left(\frac{1}{6} \right)^6 \cdot \left(\frac{7}{5} \right)^2$$



b. $\left[\left(\frac{2}{5}\right)^3 \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-3}\right]^{-5} = 1$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot (2)^{-4} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12}$

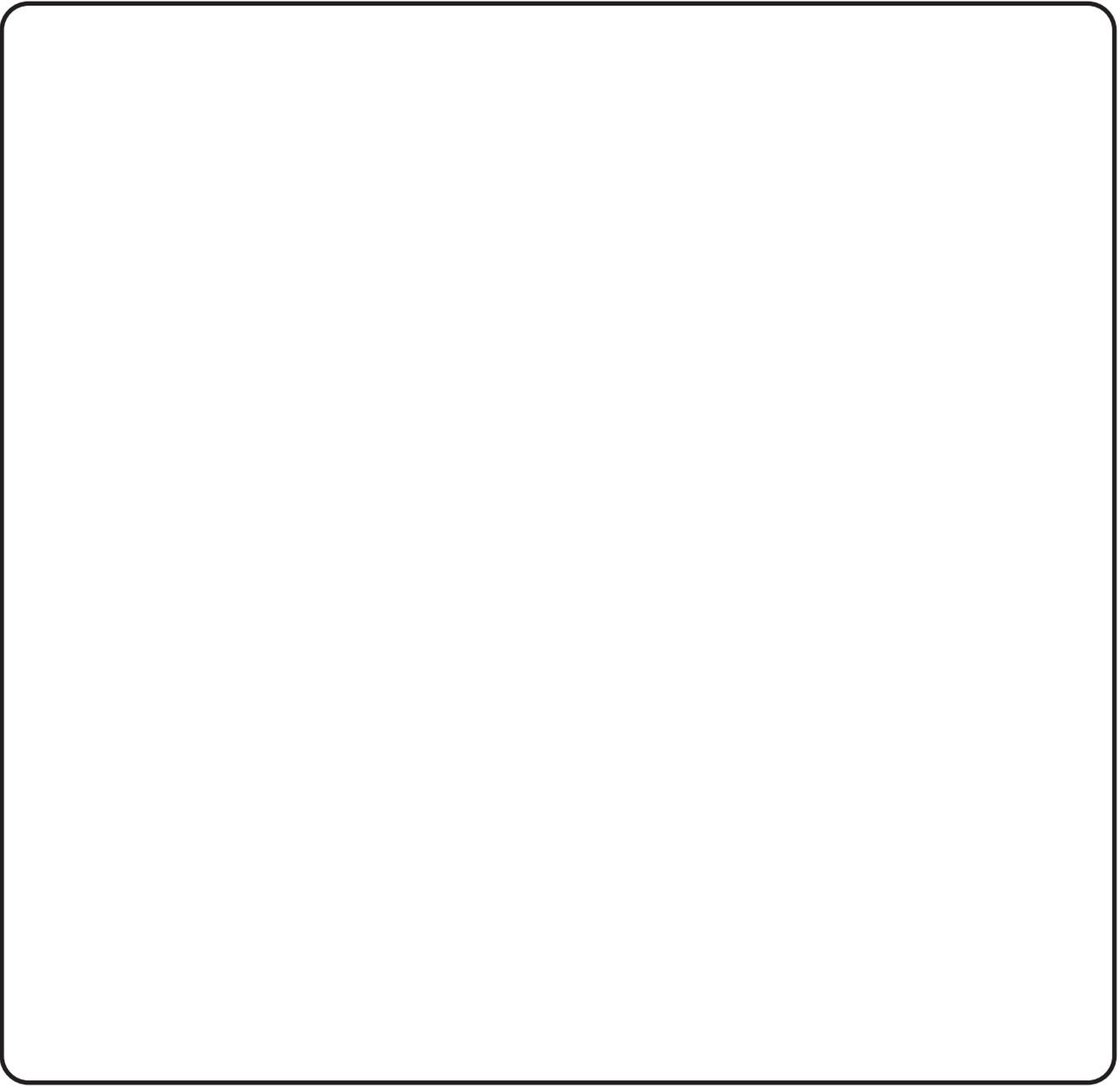
d. $\left(\frac{2}{3}\right)^8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^8 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^8 = \left(\frac{1}{5}\right)^8$

e. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right] \cdot \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} : \left(\frac{3}{2}\right)^3\right]^{-1} = \left(\frac{3}{2}\right)^5$



6. Resuelvan y elaboren un dibujo con los datos del siguiente problema.

Una arquitecta debe diseñar un tanque en forma de prisma rectangular con base cuadrada que contenga $1,25 \text{ m}^3$ de agua. Si la superficie disponible es de $1,44 \text{ m}^2$, ¿qué altura debe tener el tanque?





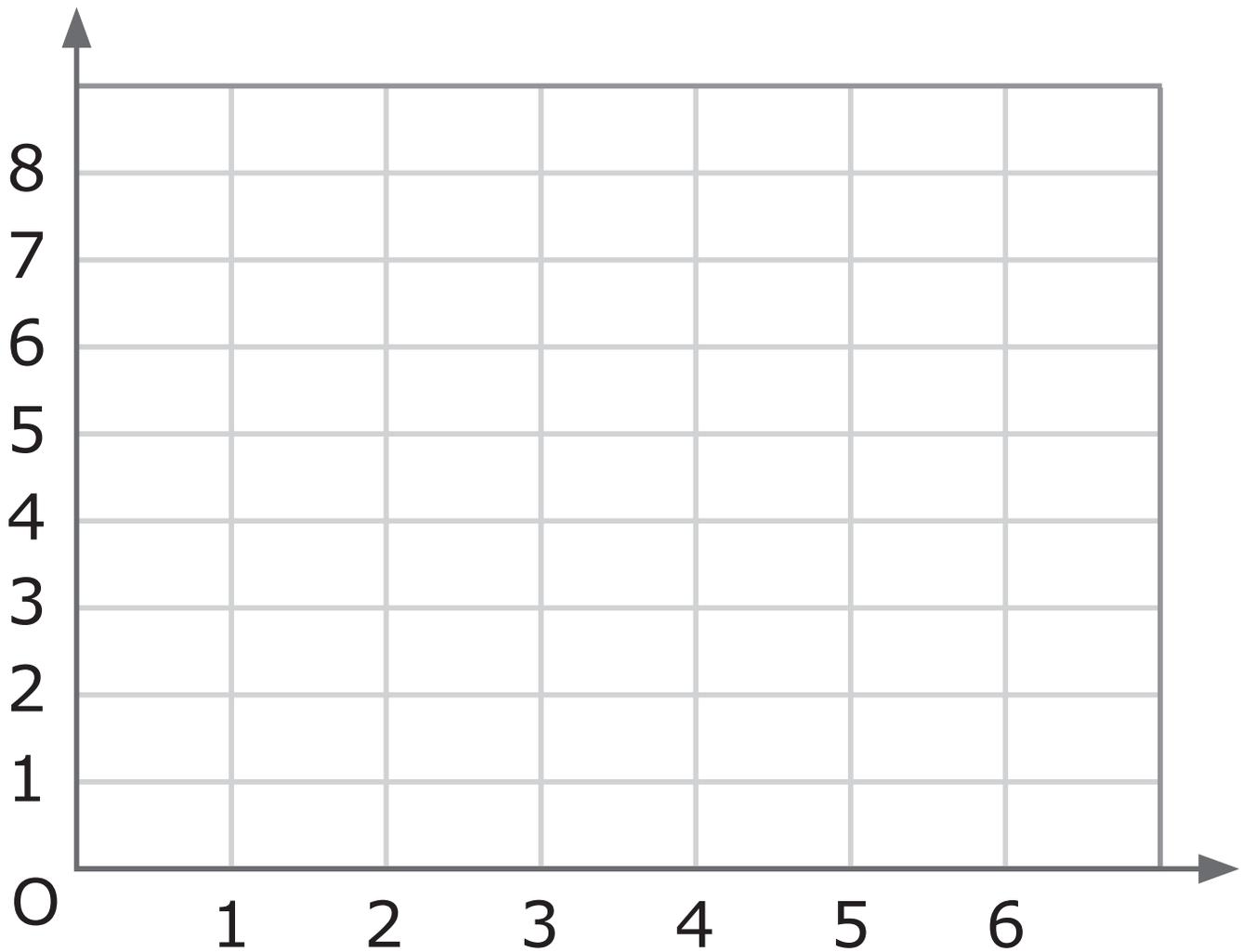
CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL

1. Completa la tabla, y luego construye el gráfico correspondiente.



Utiliza la Calculadora para comprobar tus cálculos.

x	$y = (1,5)^x$
0	
1	
2	
3	
4	
5	



2. Analiza la siguiente información. Luego, desarrolla las actividades.



Una bacteria se reproduce en un laboratorio y cada hora se duplica. Al comenzar se tiene 1 bacteria.

- a.** Completa la tabla con la cantidad de bacterias según las horas transcurridas y con la potencia que permite calcularla.

Hora	0	1	2	3	4	5
Cantidad de bacterias	1	2	4	8		
Potencia						

b. ¿Qué expresión exponencial modela el crecimiento de esta bacteria?

c. Completa el gráfico de la reproducción de bacterias a partir de los datos de la tabla.





d. ¿El número de bacterias a las 12 horas es el doble de la cantidad que hay a las 6 horas? Justifica tu respuesta.

3. Resuelve los siguientes problemas.

a. Francisco quiere ahorrar \$1.000.000 a plazo fijo. El banco le ofrece dos planes: el primero es semestral, con una tasa de interés simple de 4,5%, y el otro es mensual, con una tasa de interés de 0,8%. Si Francisco pretende

ahorrar su dinero durante 1 año, ¿cuál de los dos planes le conviene más? ¿Cuánto dinero pierde Francisco si no elige la mejor opción?



Recuerda que el porcentaje de interés que otorga un banco se puede expresar como un factor que se multiplica cada cierto tiempo por el monto inicial. Por ejemplo:

$$0,5\% \rightarrow 1,005$$

$$1\% \rightarrow 1,01$$

$$5\% \rightarrow 1,05$$

- b.** Una comunidad escolar se ha visto afectada por una enfermedad muy contagiosa. Cada enfermo contagia a tres personas al día. Si el lunes hay uno, ¿cuántas personas serán contagiadas al finalizar el viernes?



c. Actividad de profundización. Un cubo de hielo de 4 cm^3 se introduce en un vaso con agua. Si cada minuto que pasa se derrite el 20% de su volumen, ¿cuántos minutos deben pasar para que se derrita en su totalidad?

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Potencias de base y exponente entero

1. Si a y $n \in \mathbb{Z}$.

Potencia	Base	Exponente	Signo del resultado
a^n	$a > 0$	Par	
		Impar	
	$a < 0$	Par	
		impar	



► Potencias de base racional y exponente entero

2. Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, n y $m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^n\right)^m = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$

► Multiplicación y división de potencias

3. Si $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, n y $m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^m = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{a}{b}\right)^m = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{c}{d}\right)^m = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^m = \boxed{\phantom{\frac{a}{b}}}$$



► Crecimiento y decrecimiento exponencial

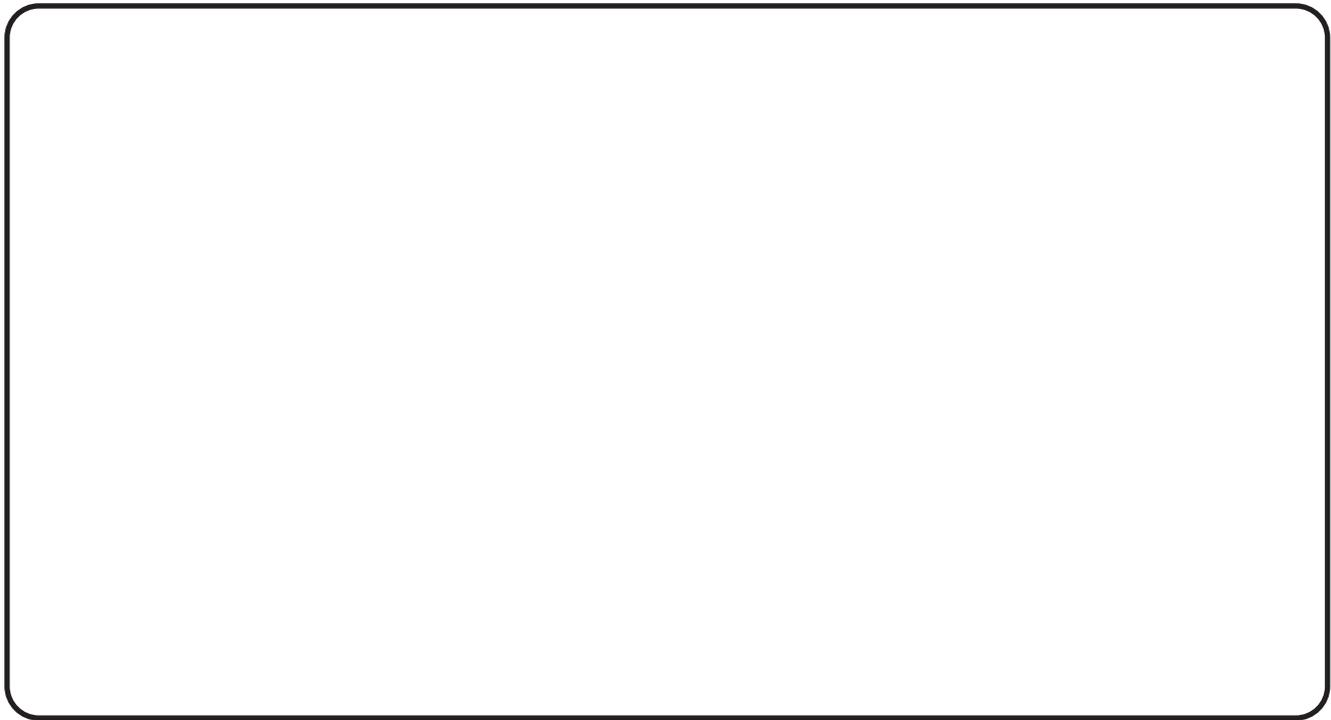
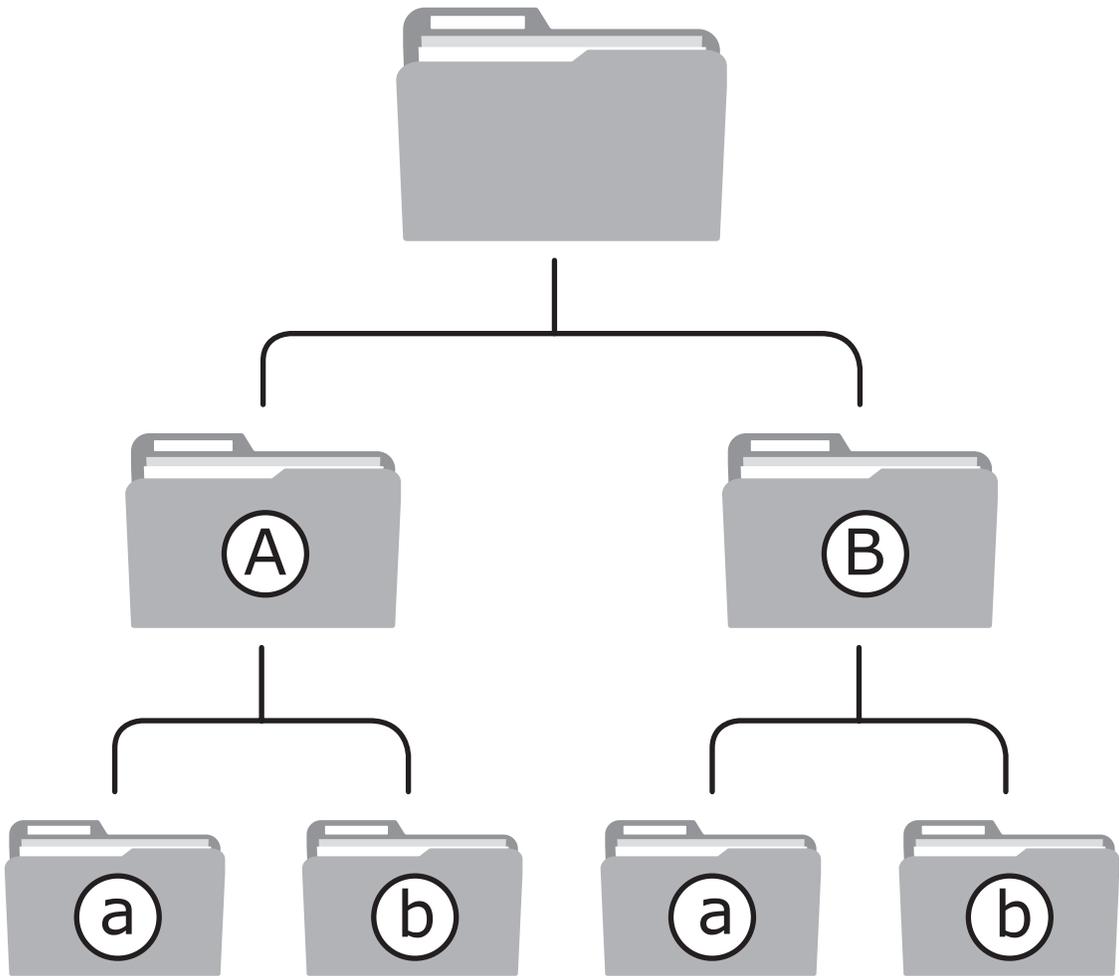
4. • Si la base de la potencia es mayor que 1, se da un _____ exponencial.
- Si la base de la potencia es mayor que 0 y menor que 1, _____ se da un exponencial.

¿Cómo vas?

Evaluación lección 2

1. Analiza la situación y responde.

En la carpeta de un computador se abrieron dos carpetas: **A** y **B**. Después, para cada una de estas, se abrieron otras dos: **a** y **b**, como se muestra en la imagen. Si dentro de cada carpeta se guardan 2 archivos, ¿cuántos archivos se guardaron en total? Expresa tu respuesta como una potencia de base 2.



2. Comprueba con un ejemplo o un contra ejemplo si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

- a.** ____ El valor de una potencia de base y exponente enteros es siempre positiva.
- b.** ____ Para calcular la potencia de una potencia, se conserva la base y se multiplican los exponentes.
- c.** ____ Si la base de una potencia es un número negativo, el valor de la potencia también lo es.



d. ____ Toda potencia de base 1 es igual a 1, sin importar el valor de su exponente.

e. ____ Una potencia de exponente negativo es siempre positiva.

f. ____ Una potencia de exponente 0 es siempre el mismo valor de la base.

3. Aplica las propiedades de las potencias y calcula las siguientes operaciones.

a.
$$\frac{3^5 \cdot 5^5 \cdot 0,\bar{3}^5}{5^4 \cdot (5^2)^3}$$

b.
$$\left(-\frac{2}{5}\right)^8 : \left(-\frac{2}{5}\right)^{-4}$$

$$\left(-\frac{5}{2}\right)^{-3} : \left(-\frac{5}{2}\right)^{-8}$$



4. **Resuelve** el siguiente problema.

En una fábrica se estudió el rebote de una pelota. Se concluyó que si se deja caer de 1 m de altura, el primer rebote alcanza 0,8 m de alto, el segundo $(0,8)^2$ m, y así sucesivamente. Si la pelota se deja caer a 2 m de altura:

- a.** ¿Cuántos rebotes se necesitan para alcanzar, aproximadamente, 1 m de altura?

b. ¿Qué altura alcanza la pelota en el décimo rebote?



c. ¿Después de 24 rebotes, seguirá rebotando la pelota? Justifica tu respuesta.

5. Actividad de profundización. Demuestra cada igualdad utilizando las propiedades estudiadas.

a. $\frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$,
y $n \in \mathbb{N}$

b. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{N}$



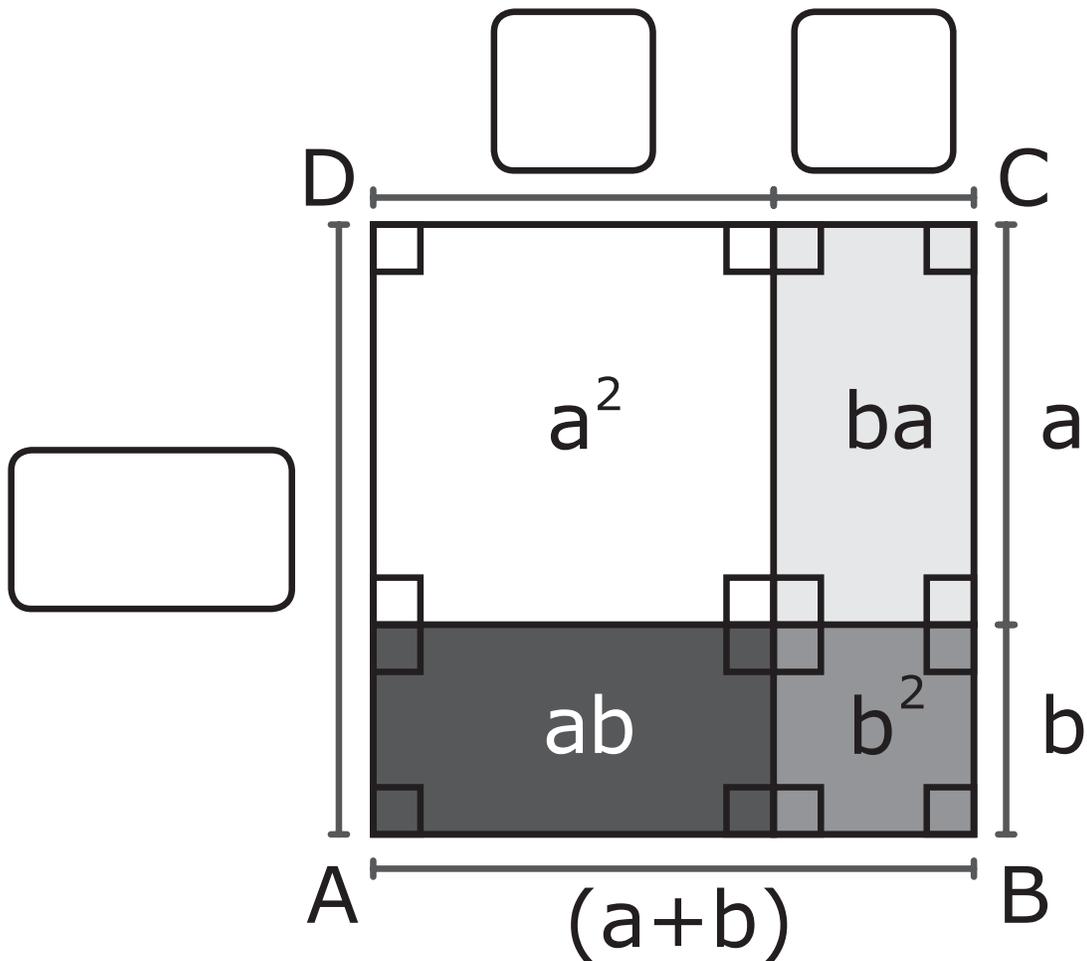
Lección 3

Productos notables

CUADRADO DE UN BINOMIO

- 1.** El área de un cuadrado cuyo lado mide a se calcula utilizando la expresión a^2 . En la figura se muestra un cuadrado cuyo lado mide $(a + b)$.

a. Anota las medidas que faltan en el cuadrado ABCD.





b. Completa el cálculo del área del cuadrado ABCD.

$$(a+b)^2 = (a+b) \bullet (\quad + \quad)$$

$$= \quad \bullet (a+b) + b \bullet (a+b)$$

$$= a^2 + \quad + ba + \quad^2$$

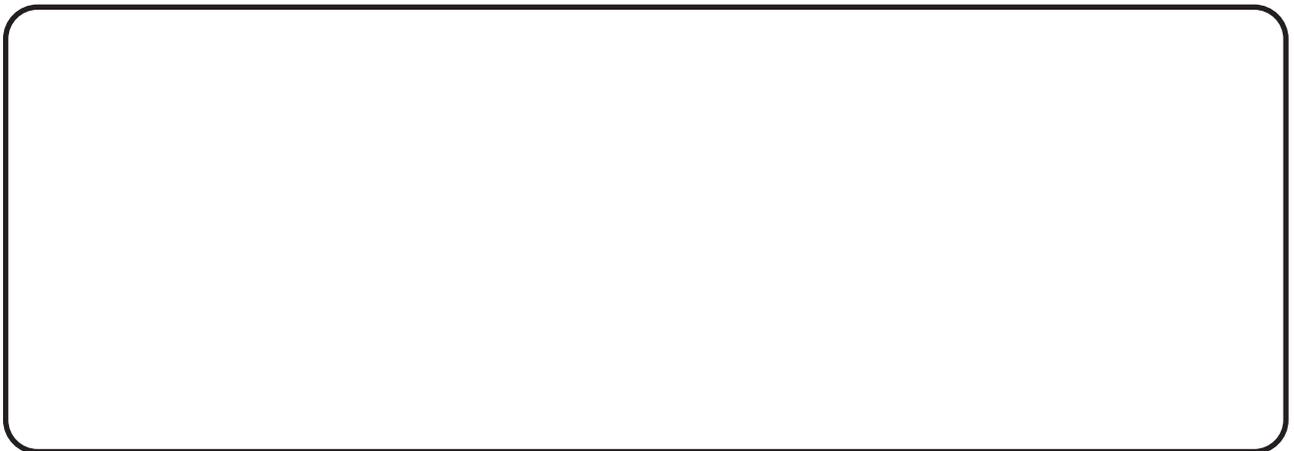
$$= a^2 + 2 \quad + b^2$$

2. Calcula los siguientes cuadrados de binomio.

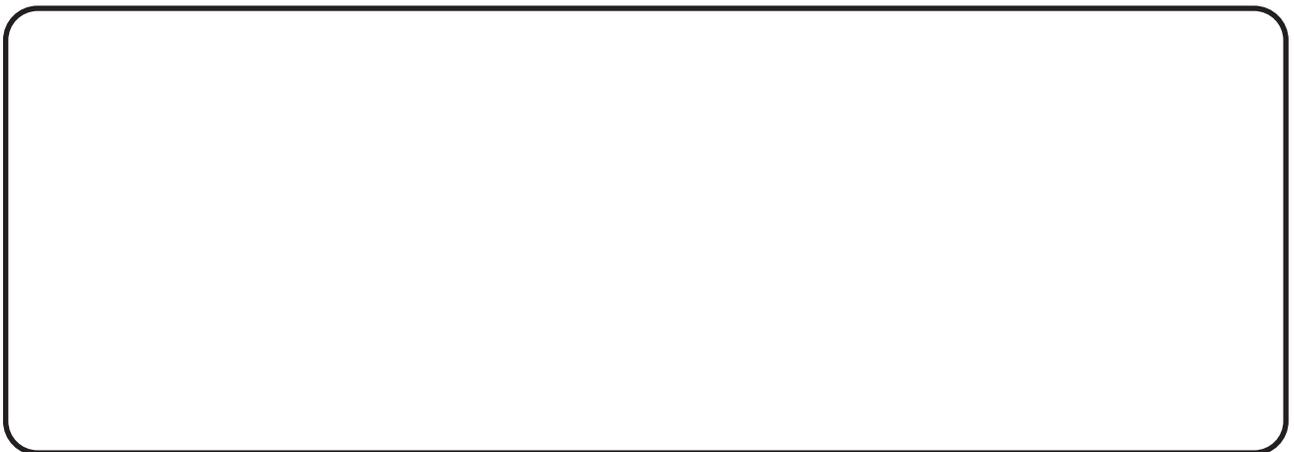
a. $(x + 2y)^2$



b. $(3x - 5)^2$



c. $(2x - 3y)^2$





d. $(4a + 5)^2$

e. $(6 + 3b)^2$

f. $(a^2 - 10)^2$

g. $(2x + y^2)^2$



h. $(2a^2 - a)^2$





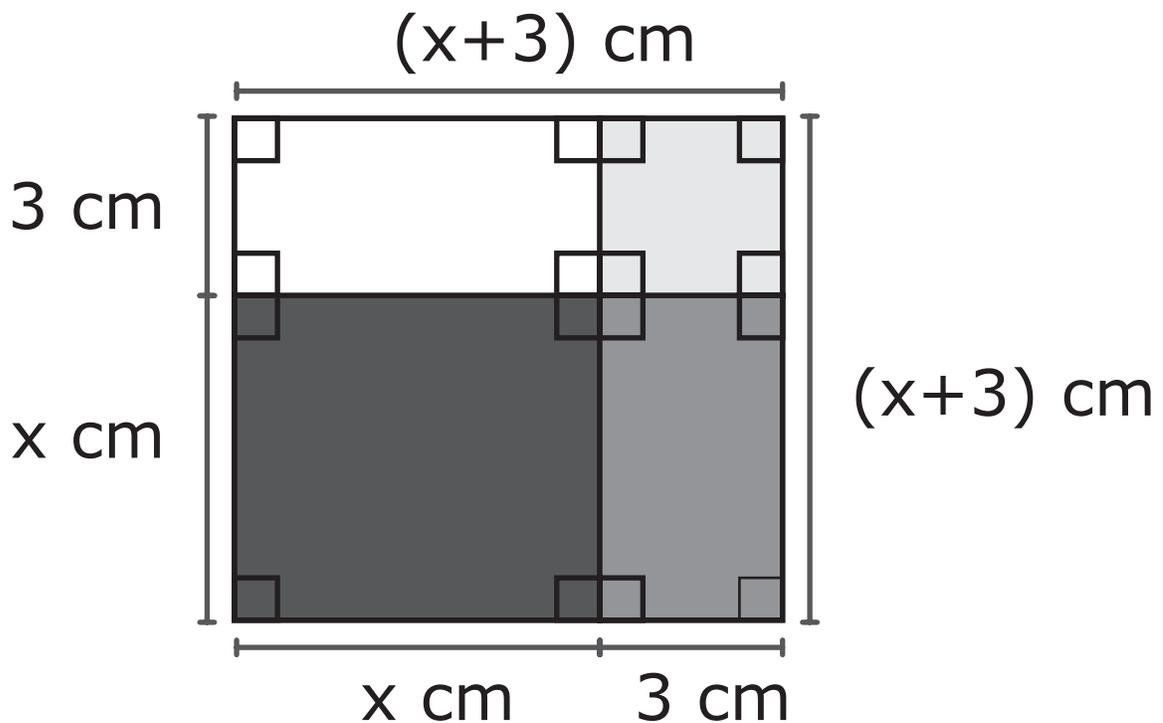
- 3.** Calcula el área de cada cuadrado sumando las áreas de las figuras que lo componen.

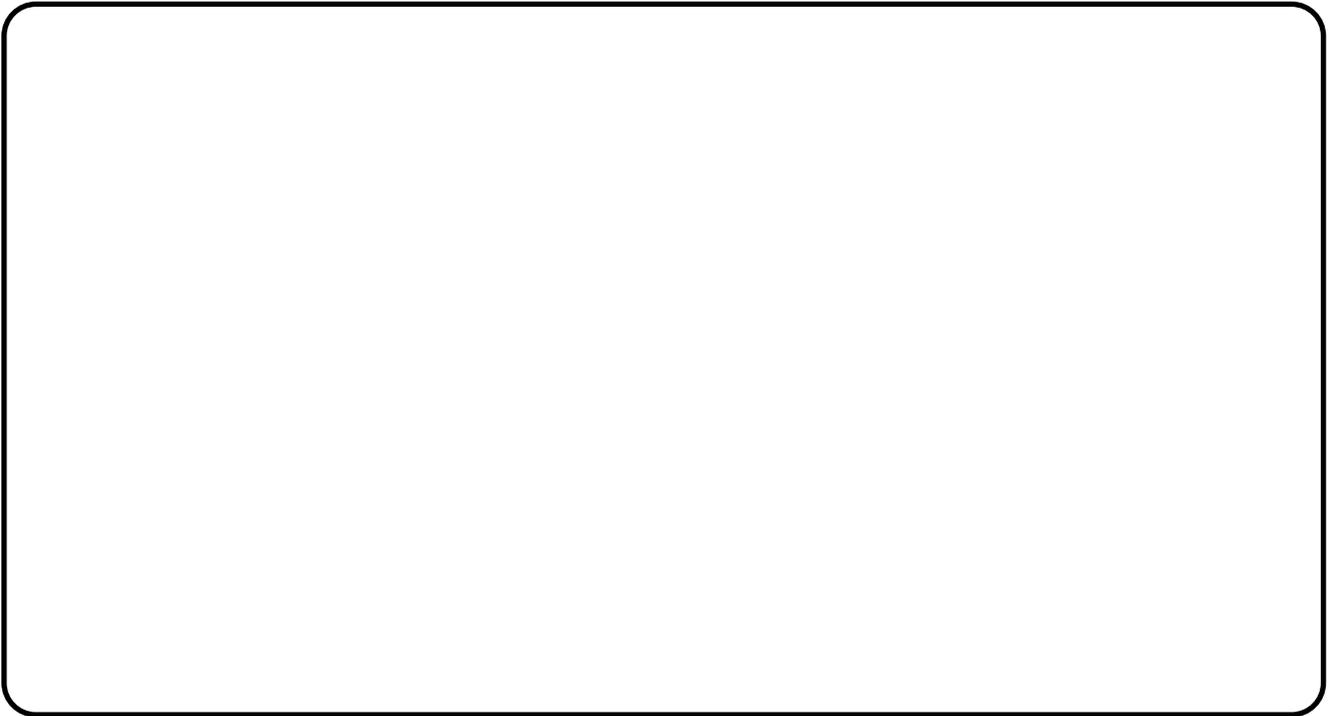
Recuerda que para calcular el cuadrado de un binomio puedes utilizar lo siguiente:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

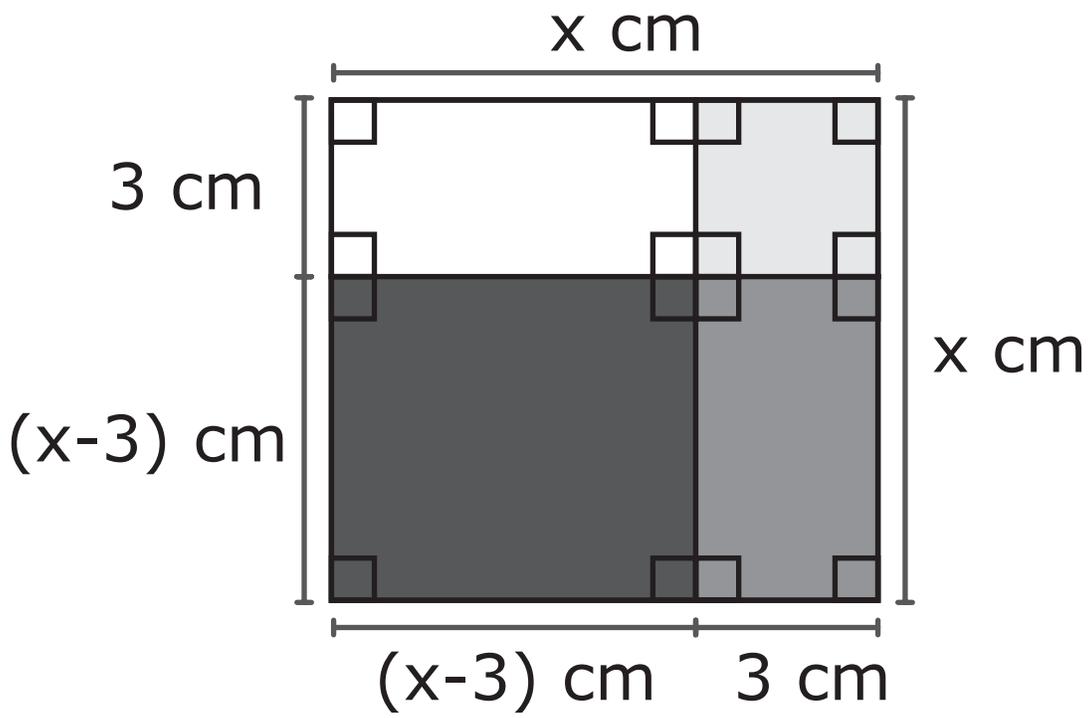
$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

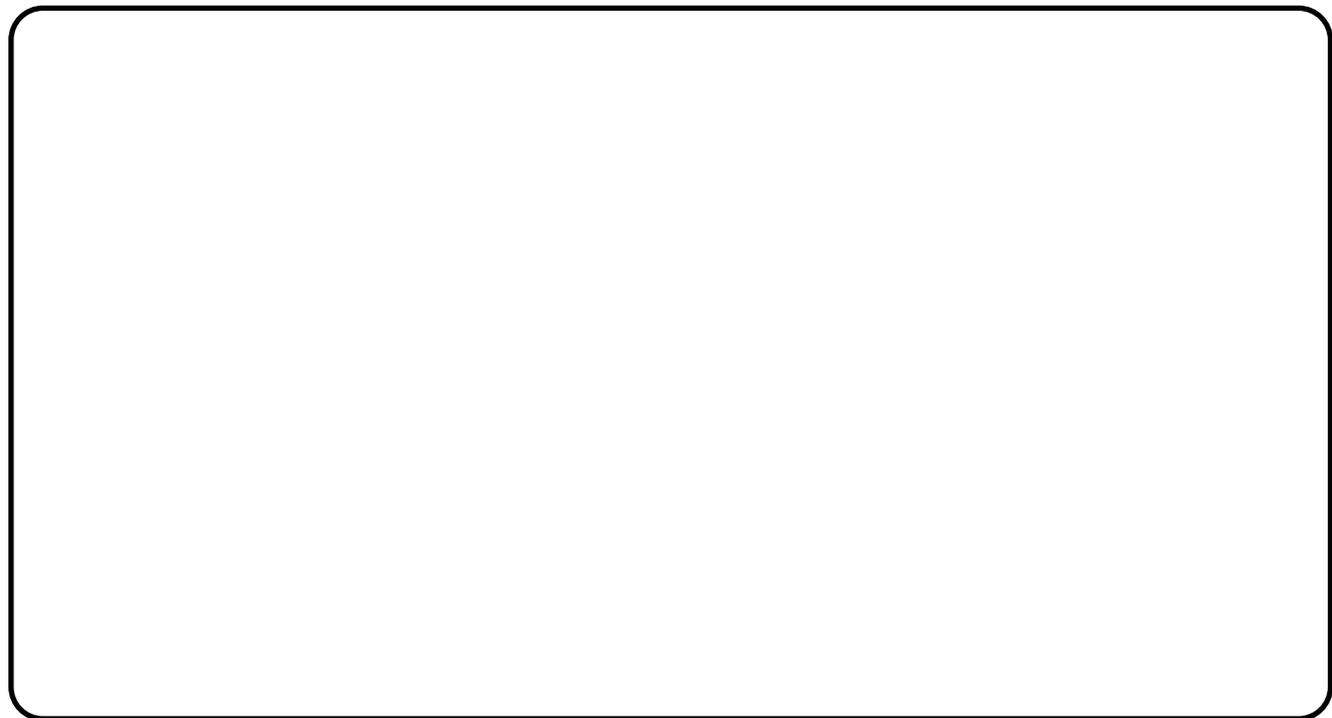
a.





b.





4. Analiza cada expresión y completa con los términos que faltan.

a. $(a - 3)^2 = a^2 - 6 \square + \square$

b. $(2n + \square)^2 = \square + \square n + 36$

$$\mathbf{c.} (2x + 1)^2 = \boxed{} x^2 + 4x + \boxed{}$$

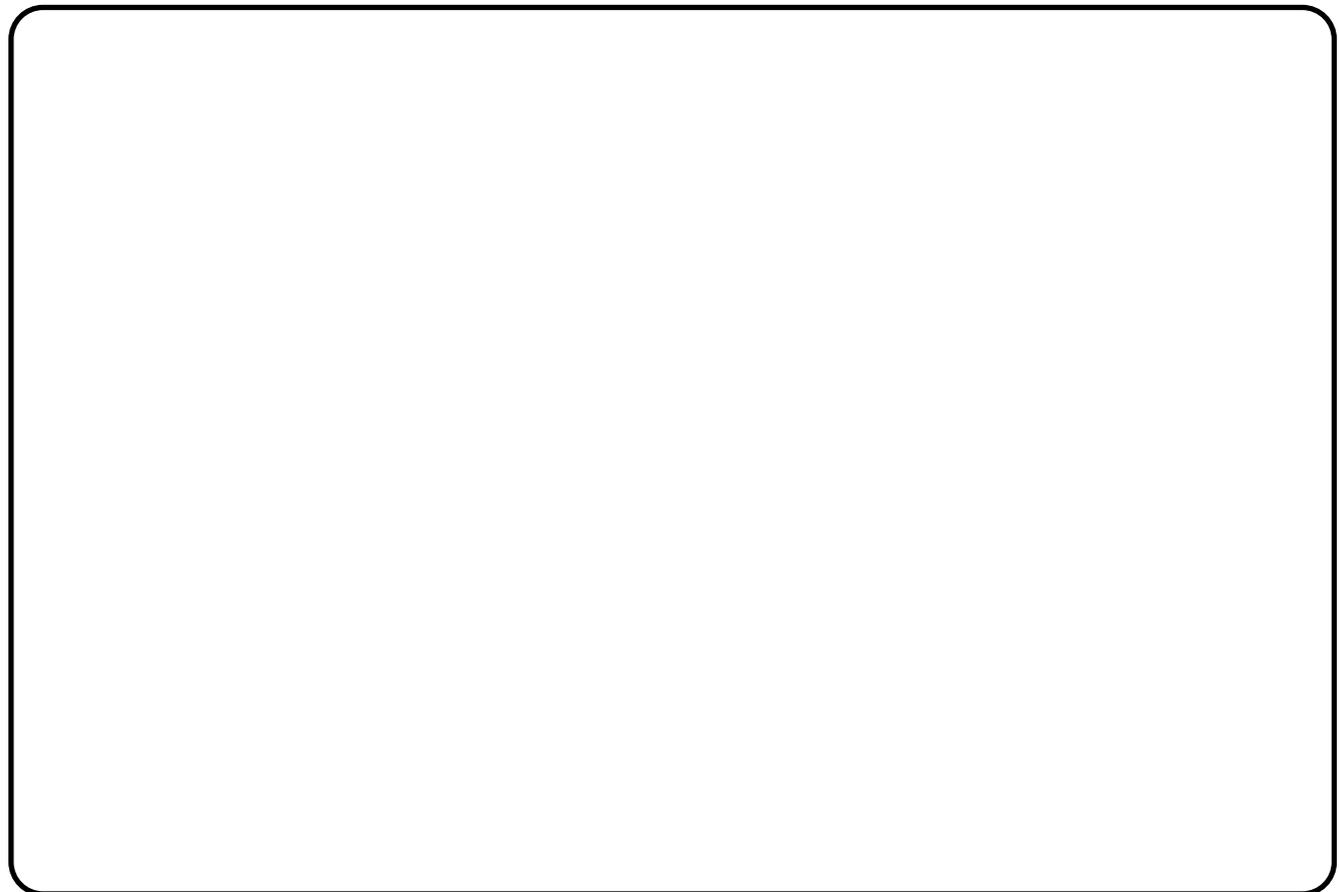
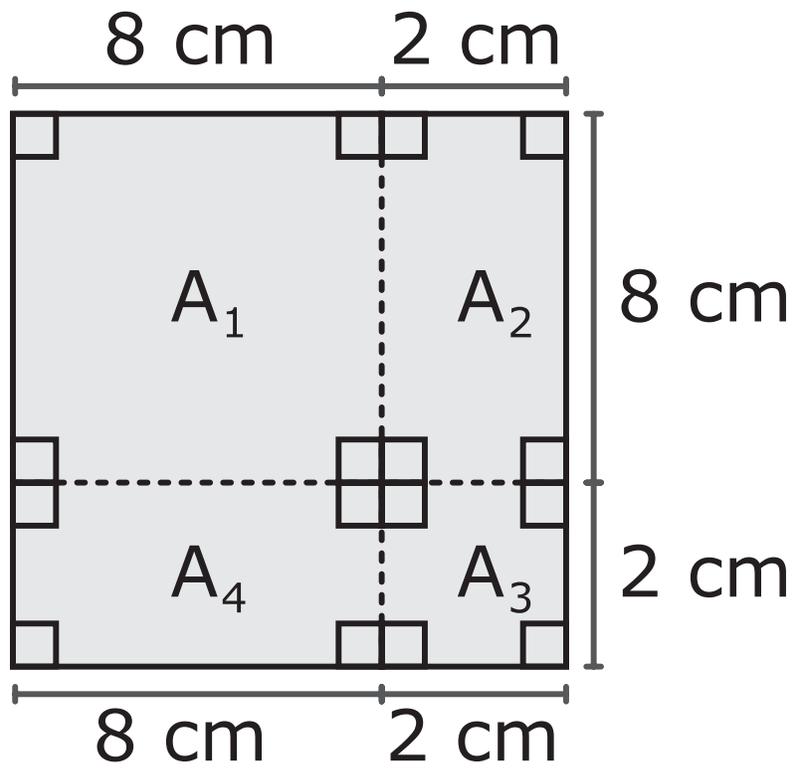
$$\mathbf{d.} (3a - \boxed{})^2 = \boxed{} - 12x + 4$$

$$\mathbf{e.} (x^3 - 6)^2 = \boxed{} - 12x^3 + \boxed{}$$

$$\mathbf{f.} (\boxed{} + a^5)^2 = 25 + \boxed{} a^5 + \boxed{}$$

$$\mathbf{g.} (3x^2 - 4y^3)^2 = \boxed{} - 24x^2y^3 + \boxed{}$$

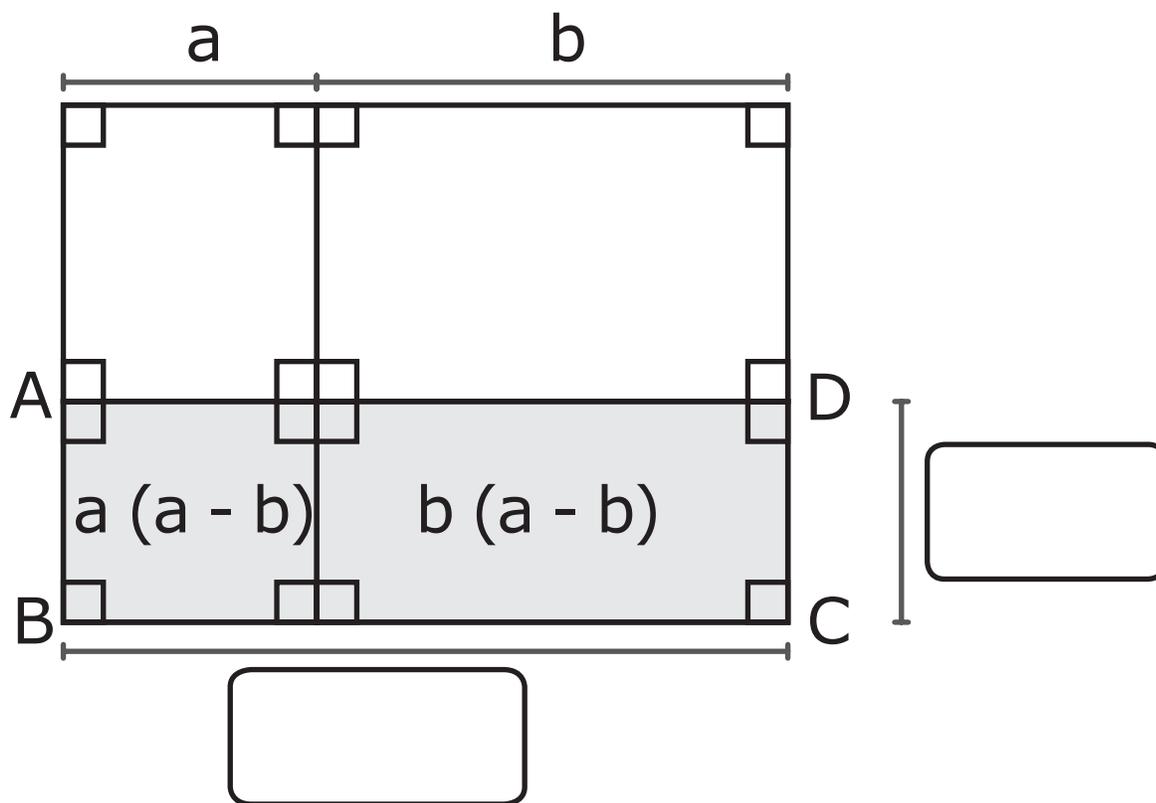
5. Actividad de profundización. Resuelve el siguiente problema. Calcula el área de cada una de las áreas que componen el cuadrado de la imagen y compárala con el área del cuadrado inicial.



SUMA POR SU DIFERENCIA

1. Se quiere calcular el área del rectángulo ABCD que se muestra en la figura.

a. Escribe las medidas que faltan en el cuadrado ABCD.





b. Completa el cálculo del área del cuadrado ABCD.

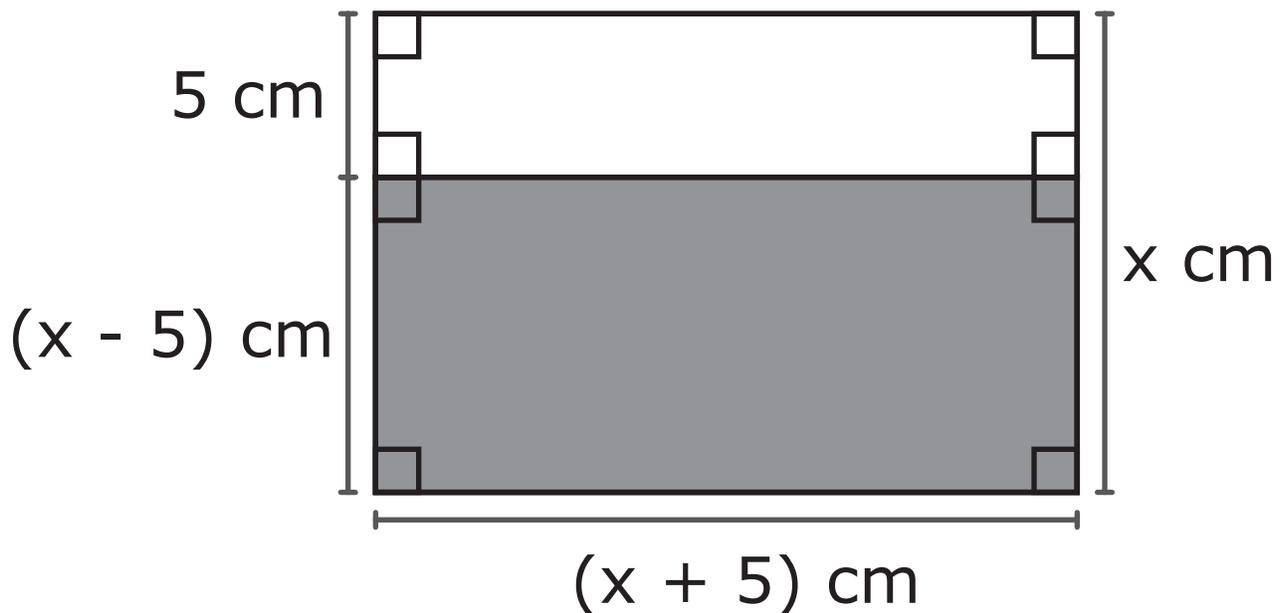
$$\begin{aligned}(a + b)(a - b) \\ &= \boxed{} \cdot (a - b) + \boxed{} \cdot (a - b) \\ &= a^2 - \boxed{} + \boxed{} - \boxed{} \\ &= a^2 - \boxed{}\end{aligned}$$

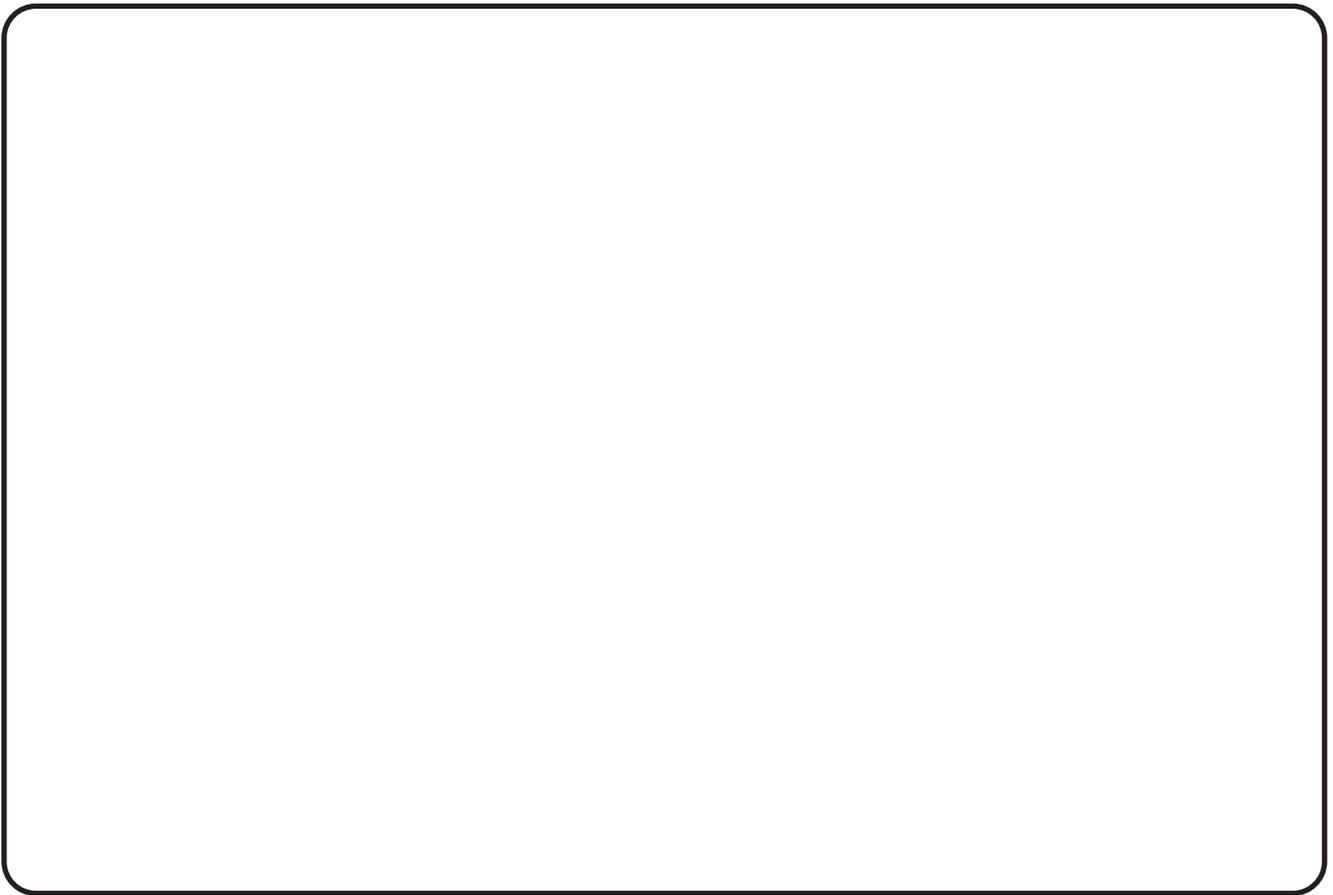
2. Calcula el área de cada figura sumando las áreas de los rectángulos que la componen.

Recuerda que para calcular la suma por su diferencia puedes utilizar lo siguiente:

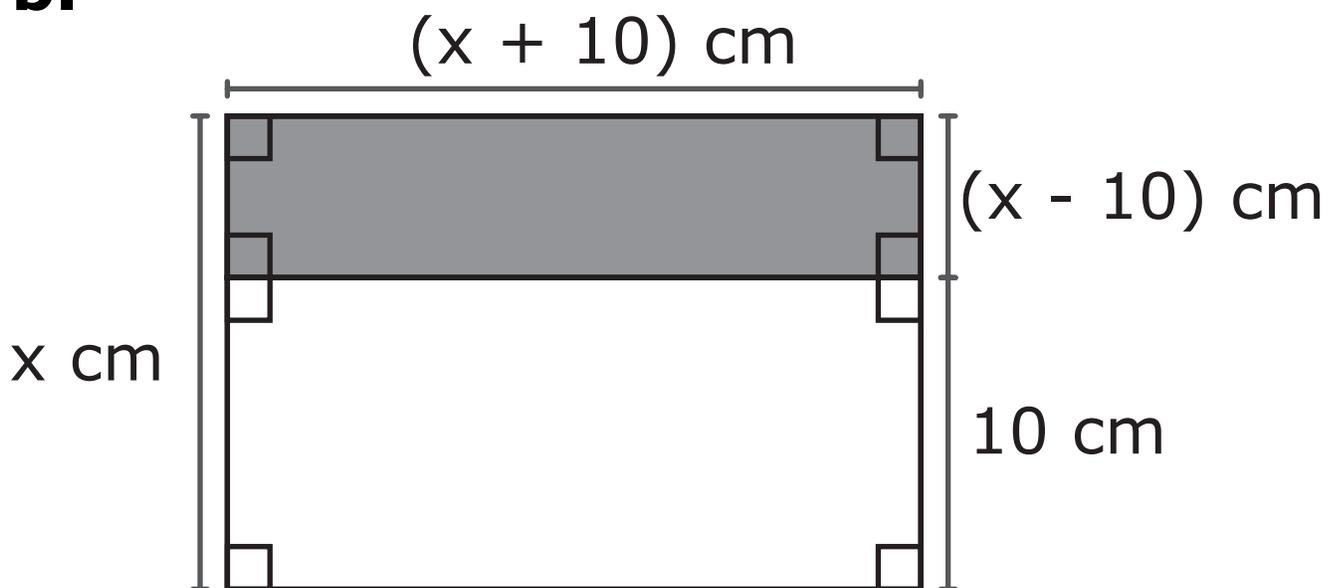
$$(a - b)^2 = a^2 - b^2$$

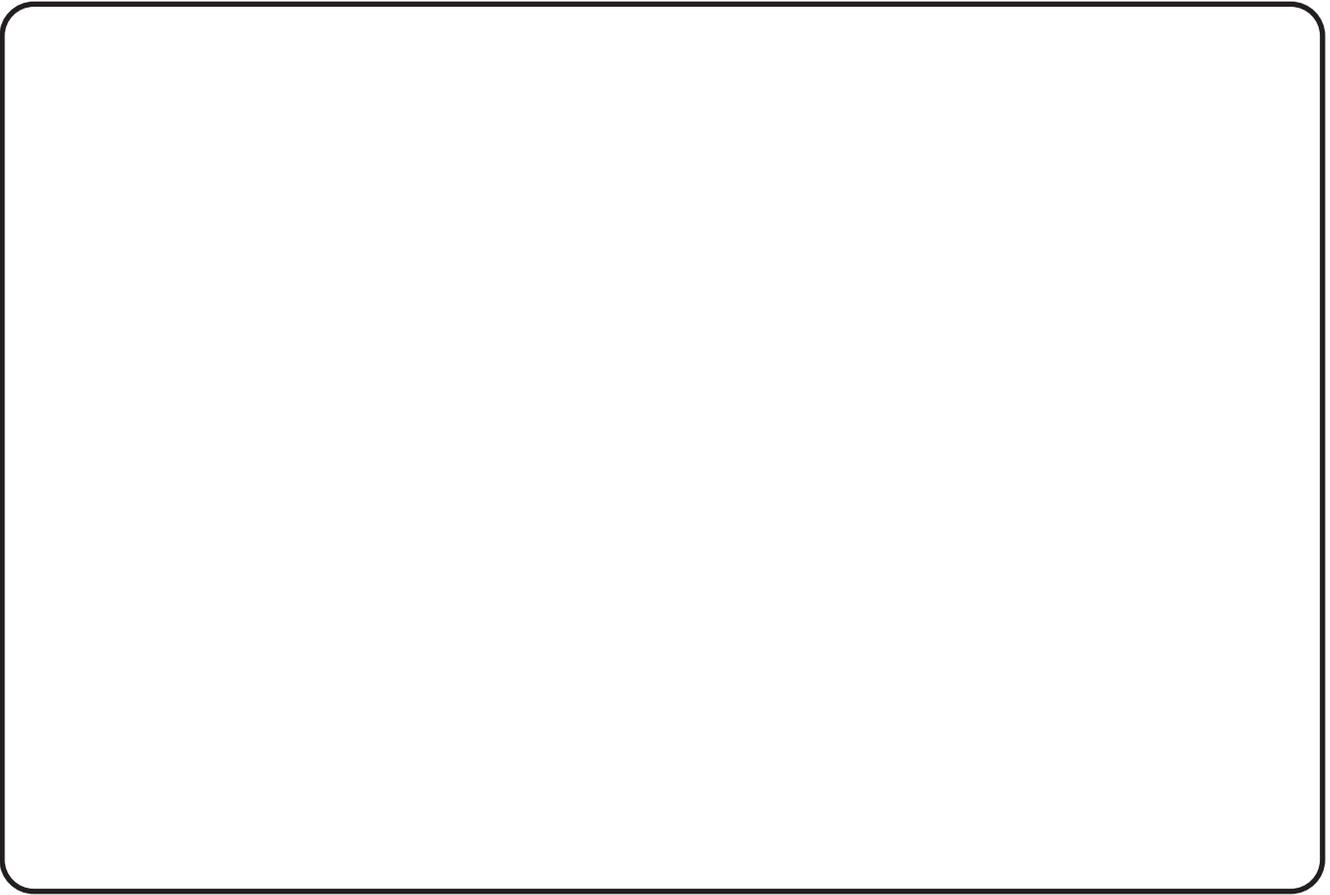
a.





b.







3. Analiza cada expresión y completa con los términos que faltan.

a. $(n + 3)(n - 3) = \square - \square$

b. $(2n + \square)(2n - 5) = \square - 25$

c. $(\square + 1)(x^2 - 1) = x^4 - \square$

d. $(3a - 4)(3a + 4) = \square - \square$

e. $(y - 1)(y + \square) = \square - 1$

f. $(\square + x)(5 - \square) = 25 - x^2$

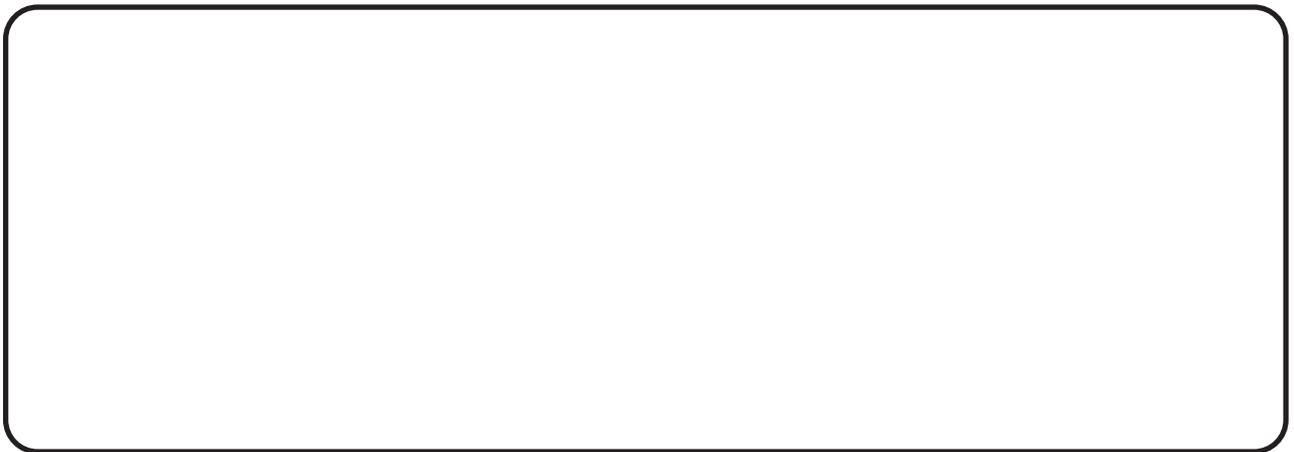
g. $(3x^2 + y^3)(3x^2 - y^3) = 9\square - \square$

4. Resuelve los siguientes productos.

a. $(x + 2y)(x - 2y)$



b. $(4x^2 + x)(4x^2 - x)$





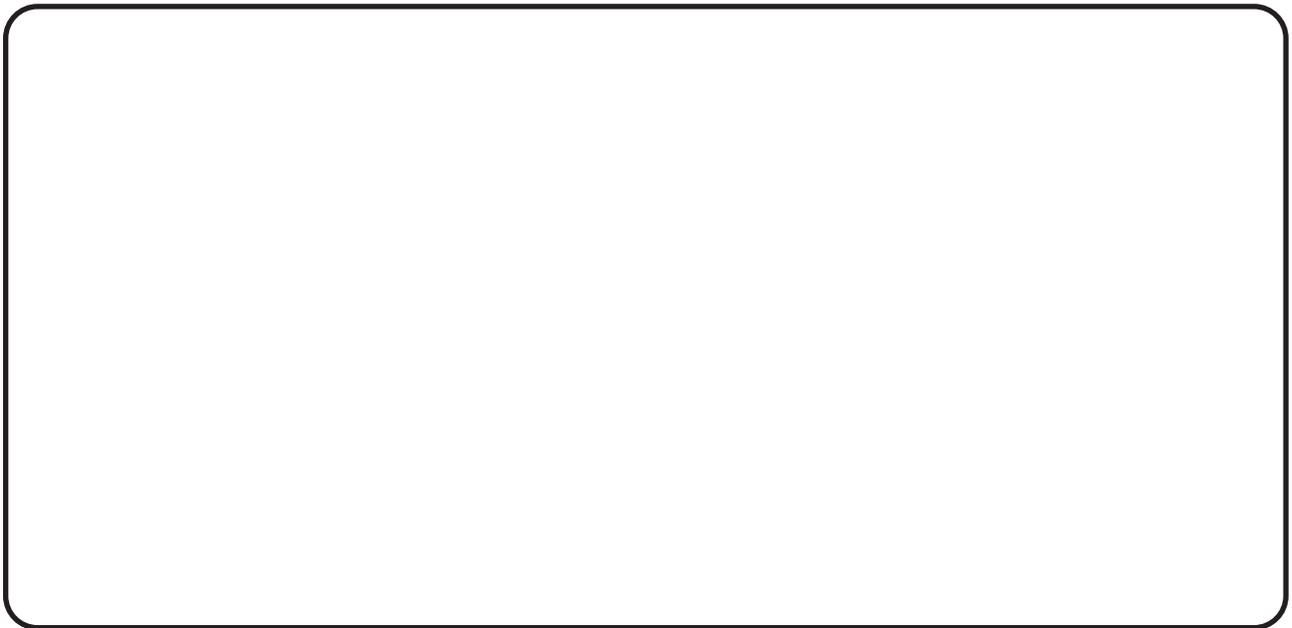
c. $(6 - 8b)(8b + 6)$

d. $(7n + 6)(-6 + 7n)$

e. $(5a^2 - 1)(5a^2 + 1)$

5. Resuelve los siguientes problemas.

- a.** Un cuadrado de área $x^2 \text{ cm}^2$ se reduce 5 cm de ancho y se aumenta 5 cm de largo. ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? ¿Cuántos cm^2 se redujo el área?

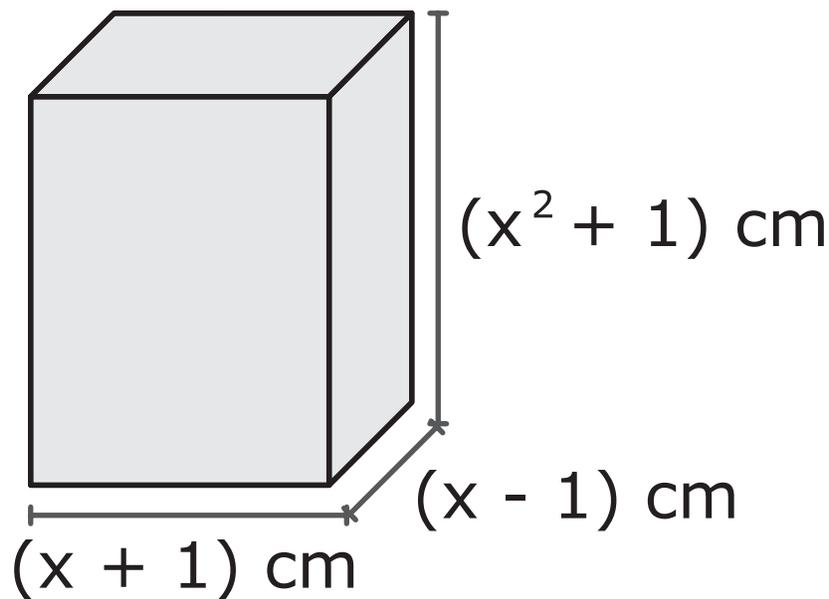




b. Dafne tiene un jardín de forma rectangular de $(4a - 5)$ m de ancho y $(4a + 5)$ m de largo. ¿Cuál es el área del jardín? ¿A cuántos metros cuadrados equivale si $a = 2$?

6. Actividad de profundización. Analiza la información y responde.

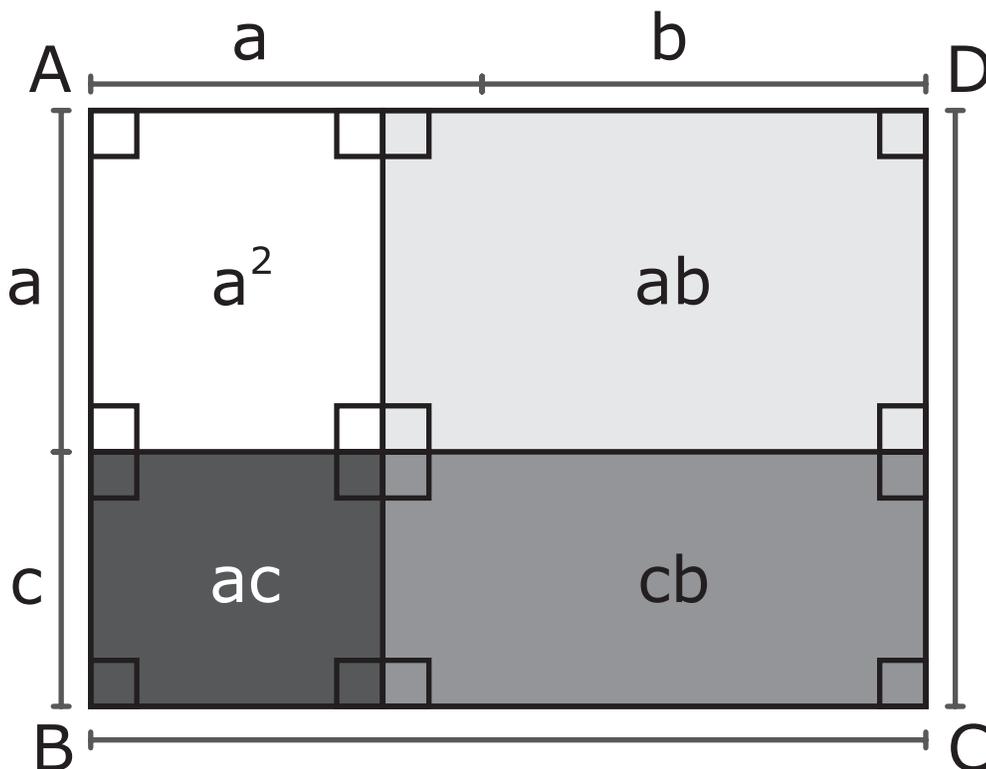
Las medidas de los lados de un prisma rectangular están dadas en función de una variable x , como se muestra en la imagen. Expresa y calcula el volumen del prisma rectangular aplicando la suma por su diferencia.





PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TÉRMINO EN COMÚN

1. Se quiere calcular el área del rectángulo ABCD que se muestra en la figura.
 - a. Anota las medidas que faltan en el cuadrado ABCD.



b. Completa el cálculo del área del cuadrado ABCD.

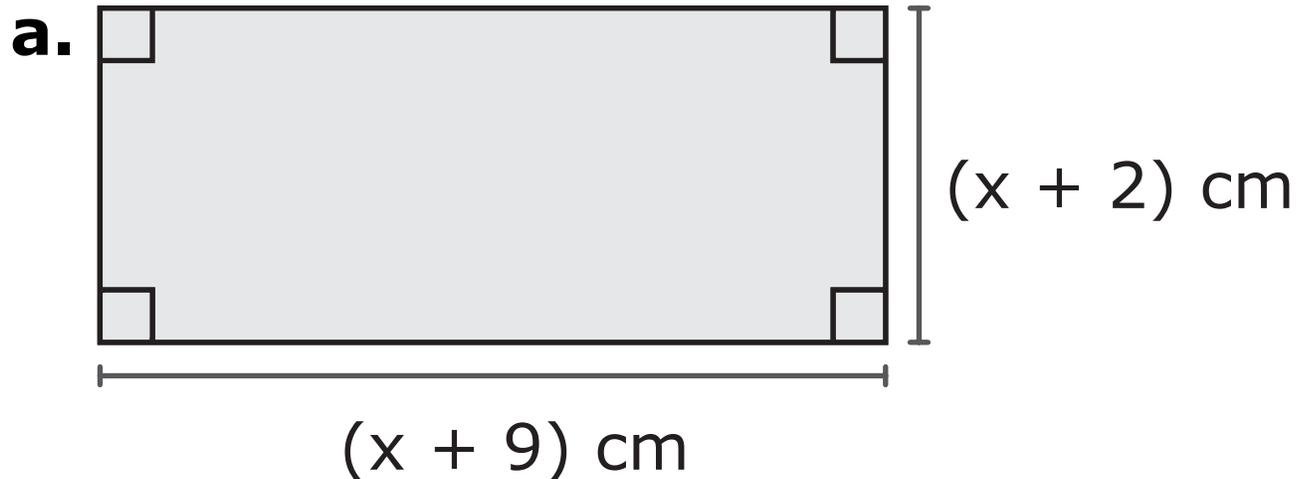
$$\begin{aligned}(a + b)(a + c) \\ &= \boxed{} (a + c) + \boxed{} (a + c) \\ &= a^2 + \boxed{} + \boxed{} + bc \\ &= a^2 + (c + b) \boxed{} + bc\end{aligned}$$

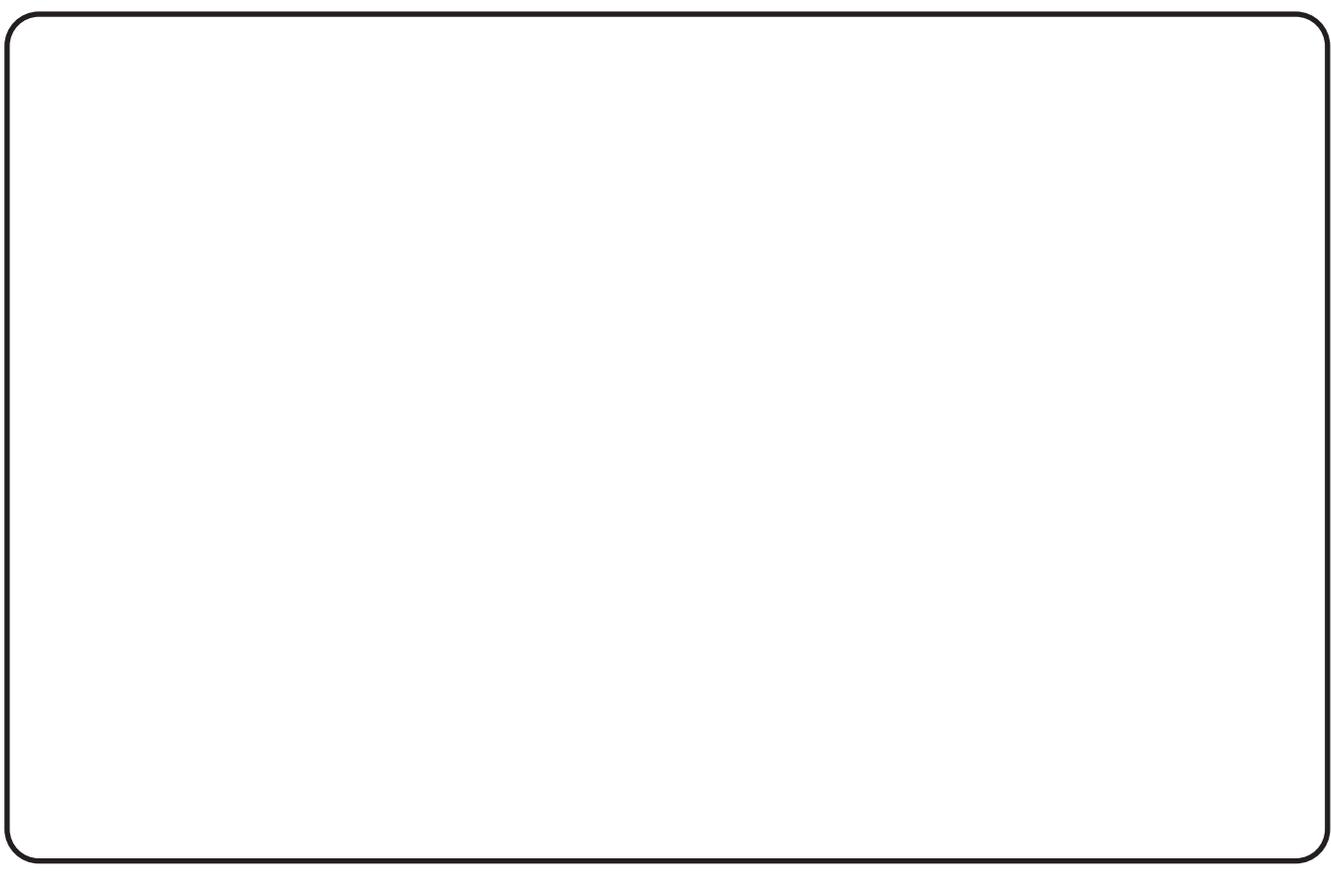
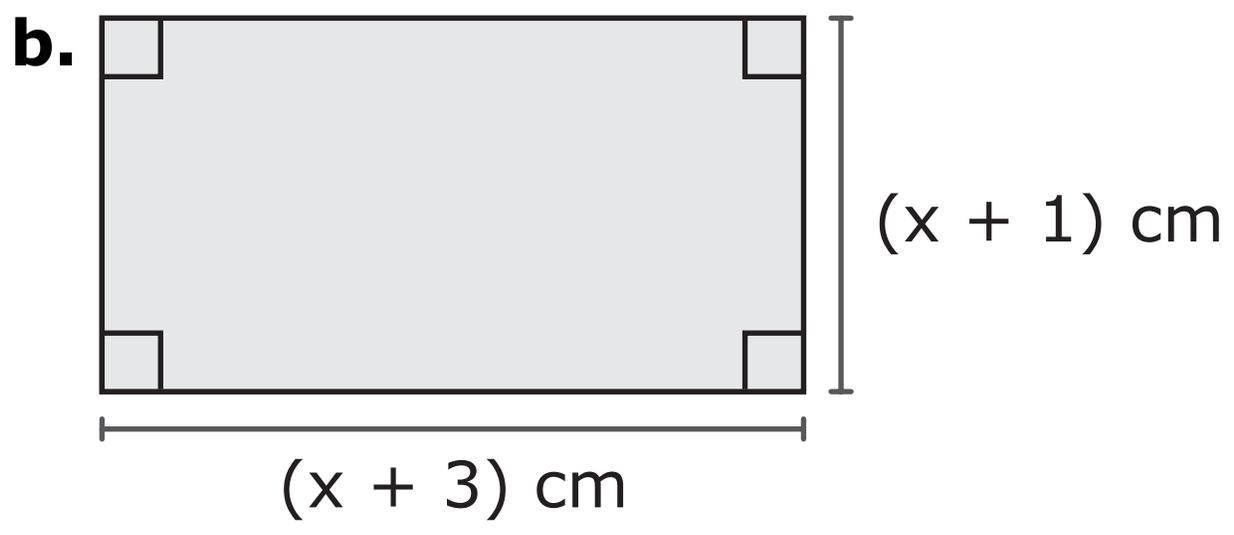
2. Escribe la expresión que representa el área de cada rectángulo, y luego resuelve.



Recuerda que para calcular el producto de binomios con un término en común puedes utilizar lo siguiente:

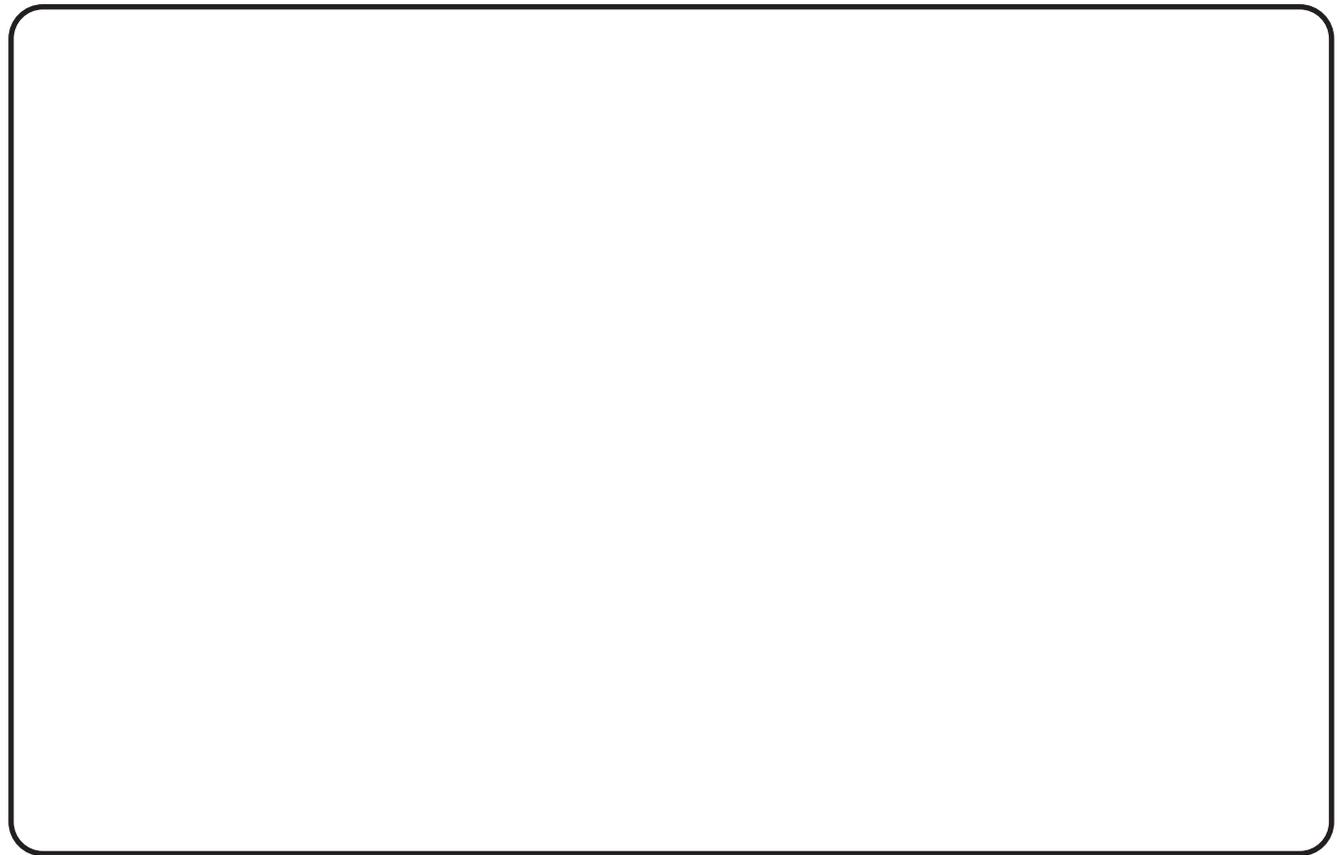
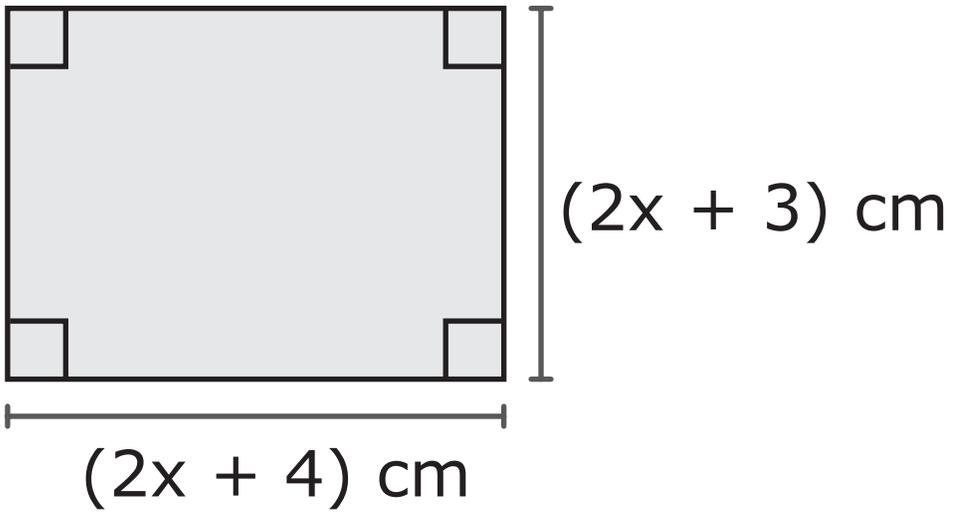
$$(a + b)(a + c) = a^2 + (b + c)a + bc$$







c.



3. Analiza cada expresión y completa con los términos que faltan.

a. $(3a + 3)(3a + 5) = \square + 24a + \square$

b. $(2n - \square)(2n + 6) = \square + 10n - 6$

c. $(\square + 4)(x^2 - 5) = x^4 - \square - 20$

d. $(3x + 1)(3x + 4) = 9x^2 + \square x + \square$

e. $(y + 2)(y + \square) = y^2 + \square + 8$

f. $(\square + 10)(\square - 5) = x^2 + \square x - \square$

g. $(n + 4)(n - \square) = \square + 3n - \square$



4. Resuelve los siguientes productos de binomios con un término en común.

a. $(8b + 2)(8b + 6)$

b. $(4x^2 + 1)(4x^2 - 9)$

c. $(n^2 + 6n)(n^2 + 7n)$

d. $(2x - 2y^2)(2x + y^2)$

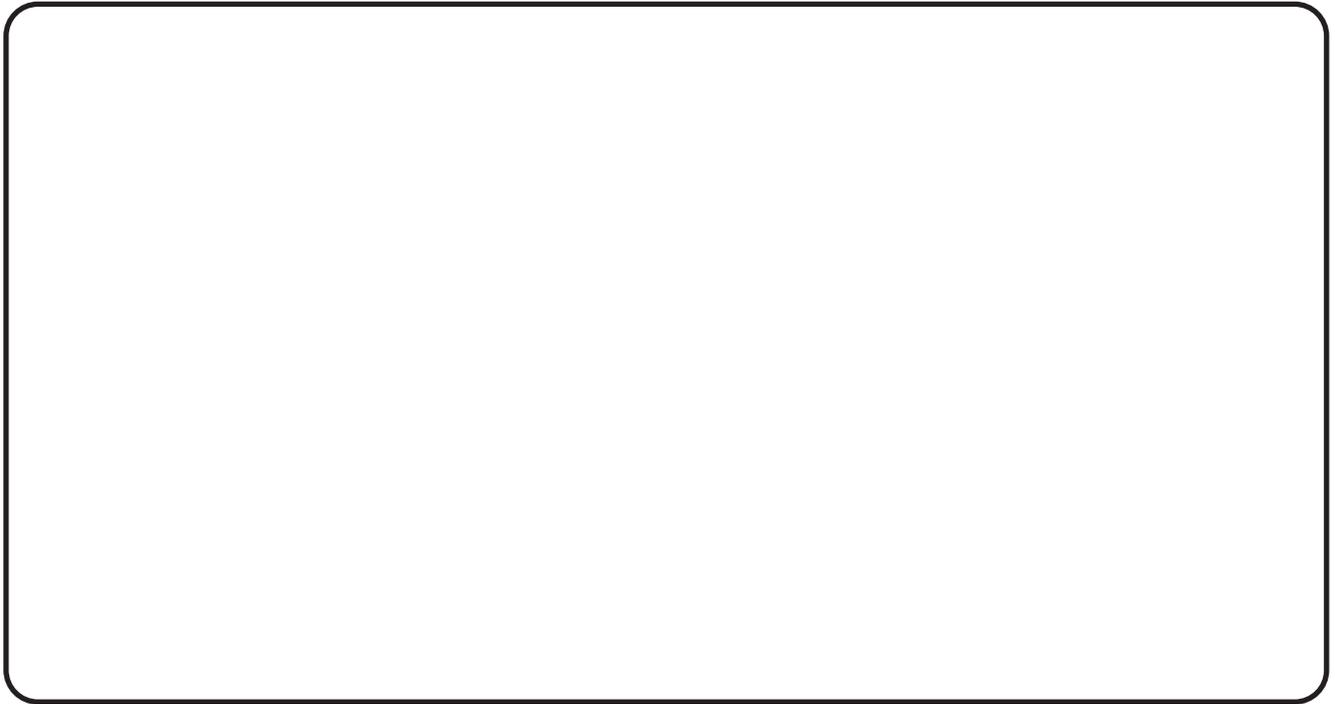


► **Recurso Web**

Para profundizar o practicar puedes acceder a un recurso interactivo de Currículum Nacional en el siguiente sitio: <https://n9.cl/w89c>

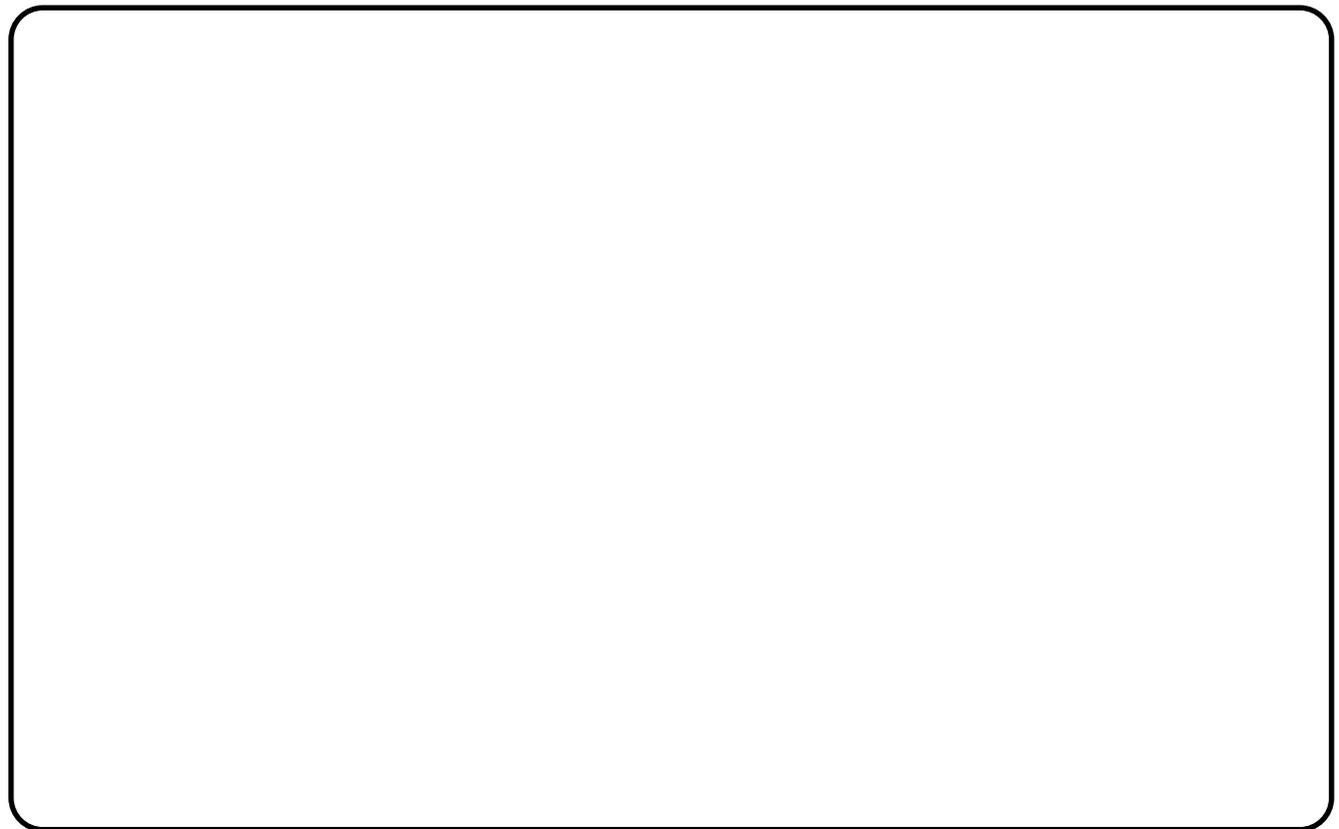
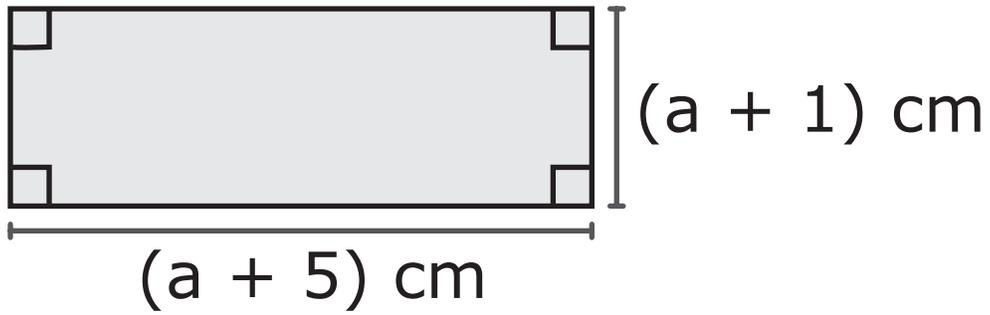
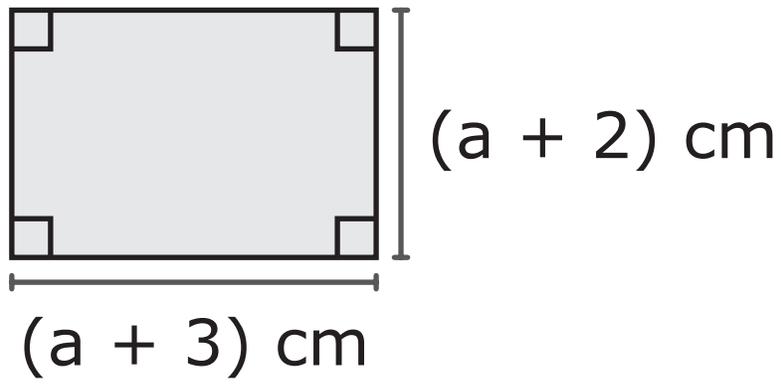
5. Resuelve el siguiente problema.

Un cuadrado de área $x^2 \text{ m}^2$ se le aumentan 5 m de ancho y 2 m de largo. ¿Cuál es el área del nuevo rectángulo? ¿Aumenta o disminuye el área del rectángulo con respecto a la del cuadrado?



6. Actividad de profundización. Analicen la información y respondan.

Los rectángulos de la imagen en la siguiente página tienen igual área. ¿Cuál es el valor de a ?



Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Cuadrado de un binomio

1. Completa las igualdades correspondientes:

$$(a^2 + b^2) = \square \square \square \square$$

$$(\square \square \square)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$



► **Suma por su diferencia**

2. Completa la igualdad correspondiente:

$$(\square + \square)(\square \square \square) = a^2 + b^2$$

► **Producto de binomios con un término en común**

3. Completa la igualdad correspondiente:

$$(x + a)(x + b) =$$

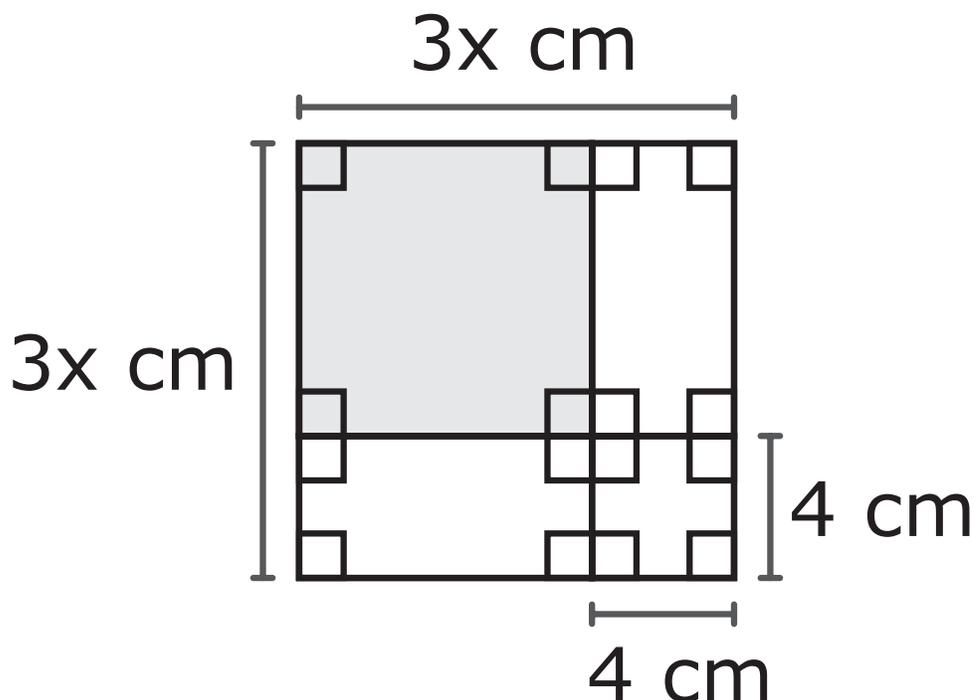
$$\square \square (a + b) \square \square \square$$

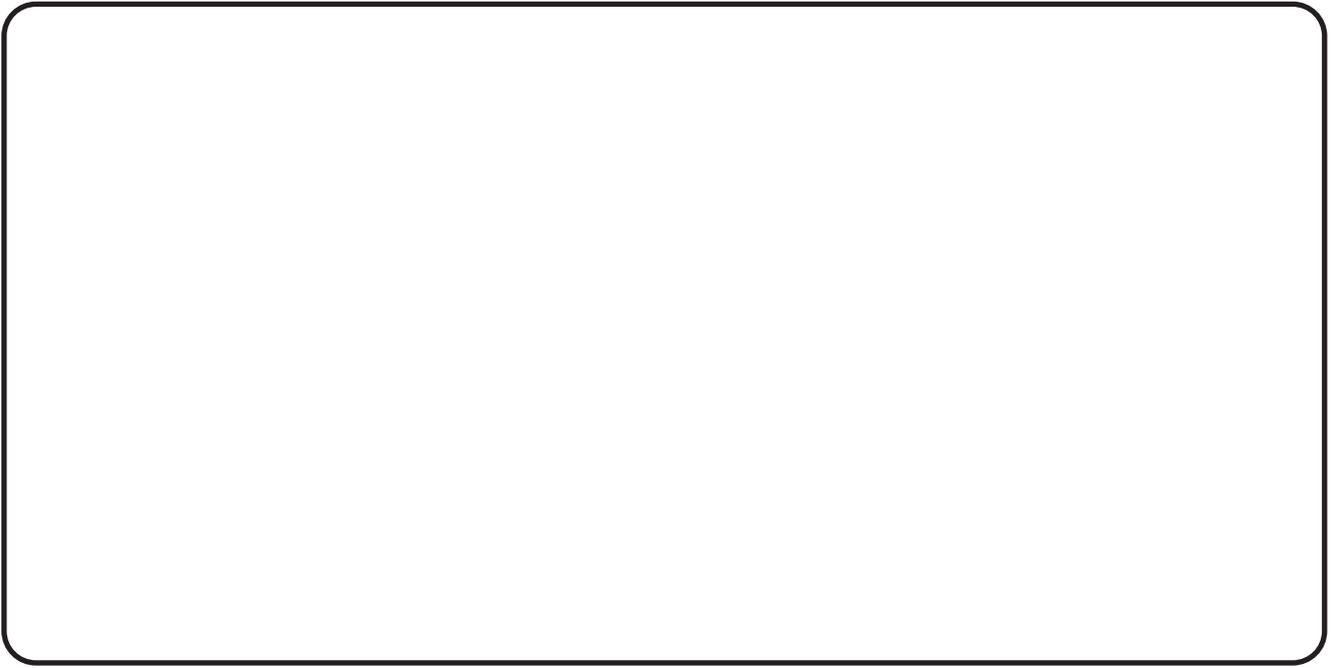
¿Cómo vas?

Evaluación Lección 3

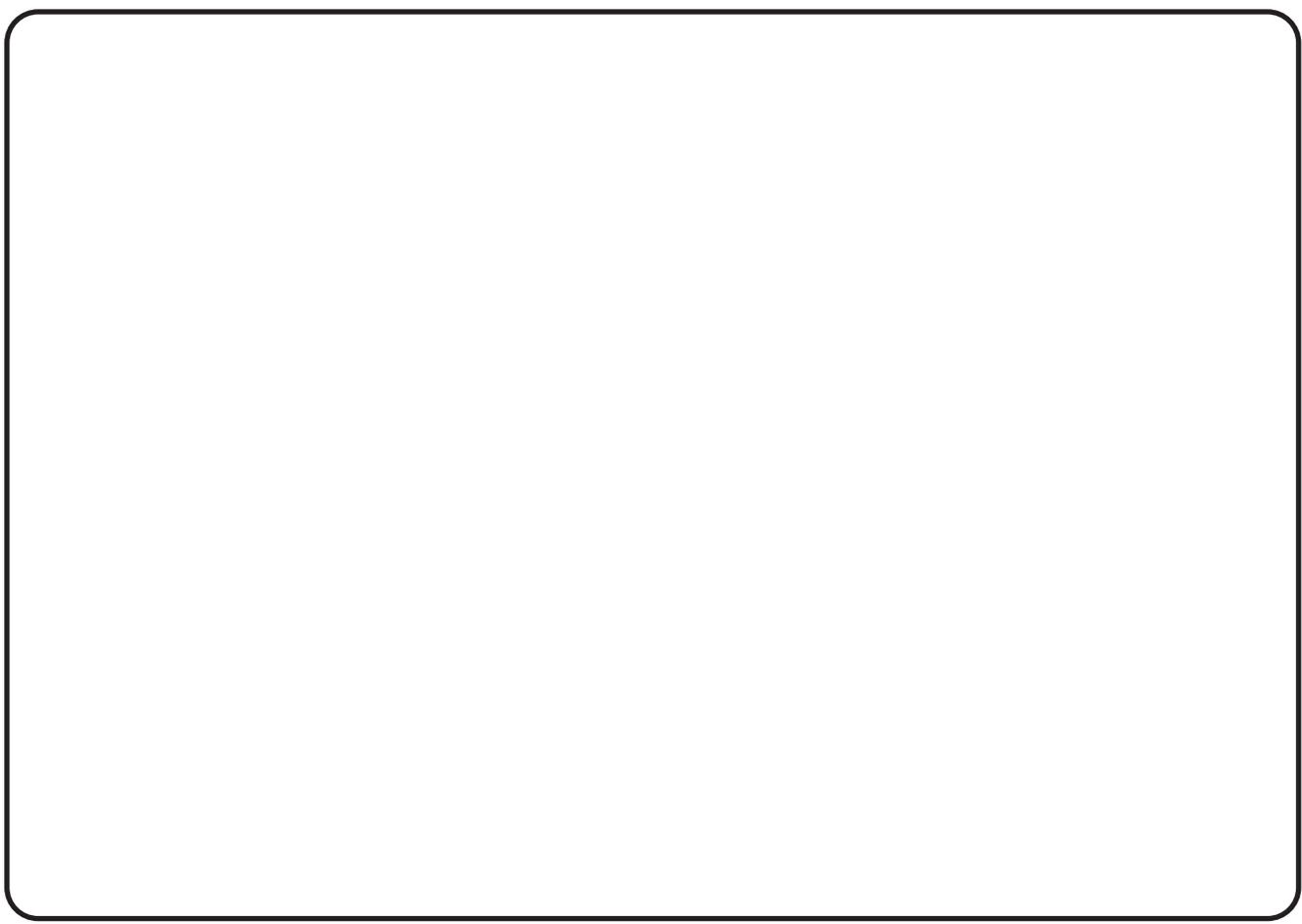
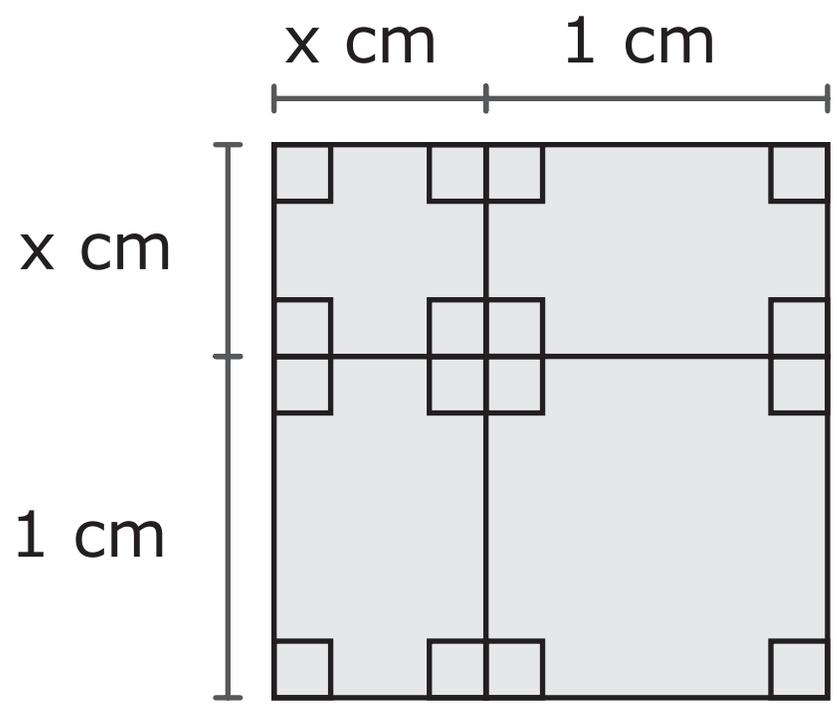
- 1.** Interpreta las medidas de cada figura y escribe el producto notable que corresponde al área pintada en cada caso. Luego calcula su desarrollo.

a.



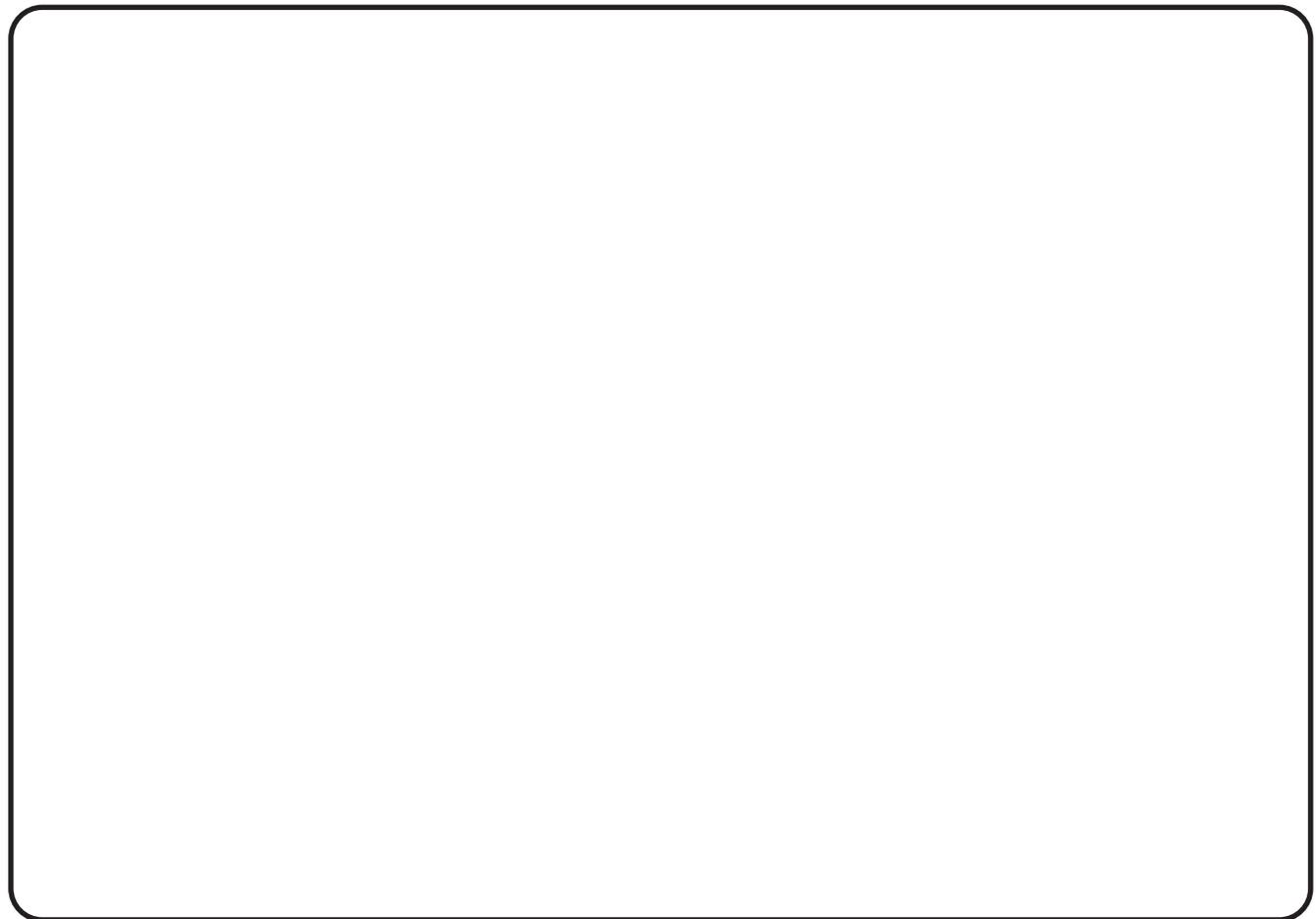
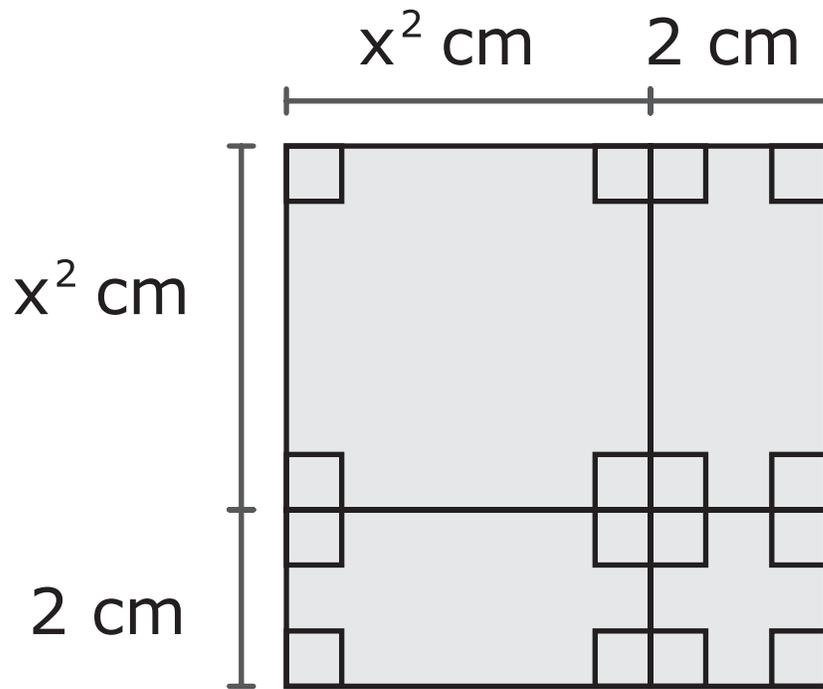


b.

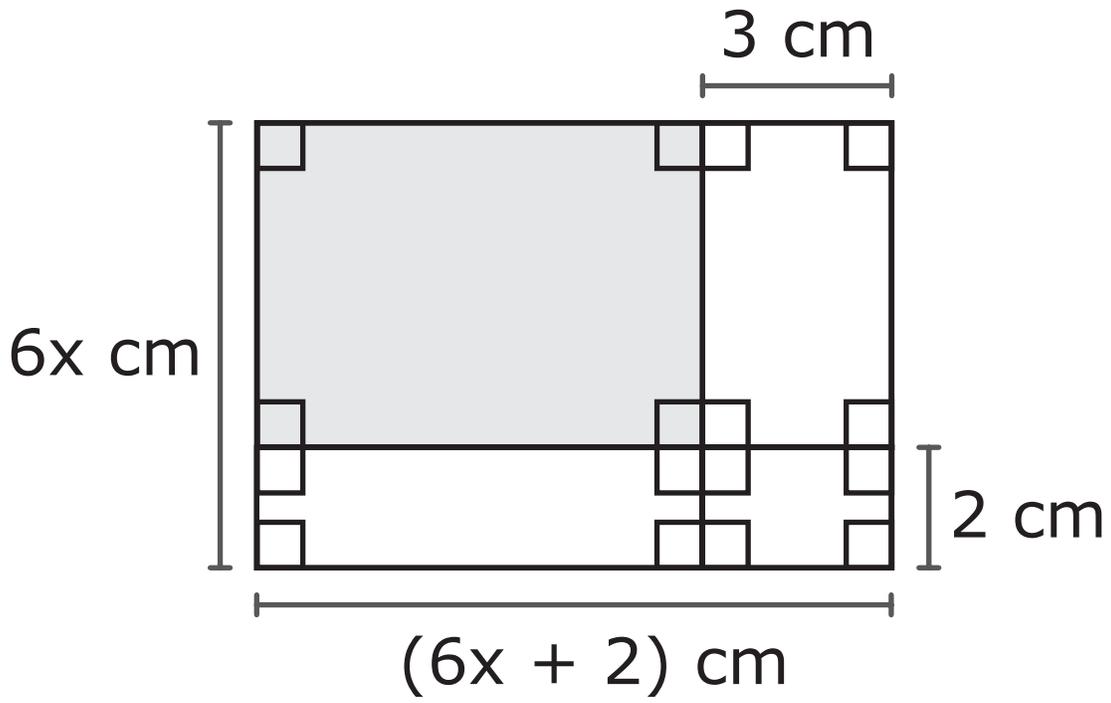




c.



d.





3. Construye un cuadrado o un rectángulo, según corresponda, que represente el área (A) indicada en cada caso.

a. $A = (x^2 + 6x + 9) \text{ cm}^2$

b. $A = (x^2 + 5x + 6) \text{ cm}^2$

4. Analiza si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

Justifica en cada caso.

- a.** ____ La expresión $x^2 + 1$ es el resultado del desarrollo de una suma por su diferencia.
- b.** ____ La expresión $x^2 + 2x + 1$ es el resultado del desarrollo de un cuadrado de binomio.



5. Resuelvan los siguientes problemas.

- a.** La profesora les pide a Daniela y Jorge que completen el siguiente producto de binomios con un término en común: $(x + \underline{\quad})(x - \underline{\quad}) = x^2 - 5x + 6$. Ellos responden como se muestra a continuación:

Daniela

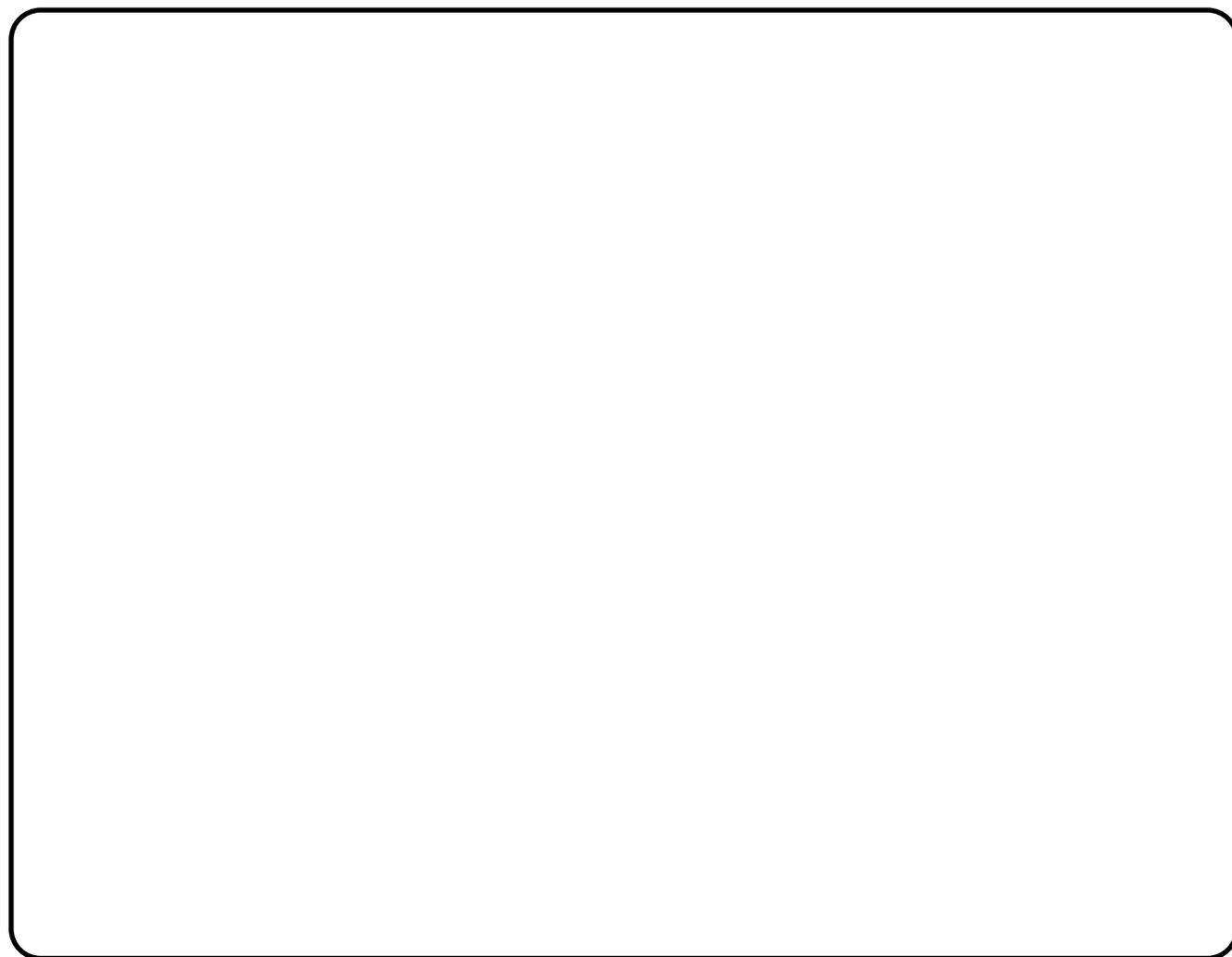
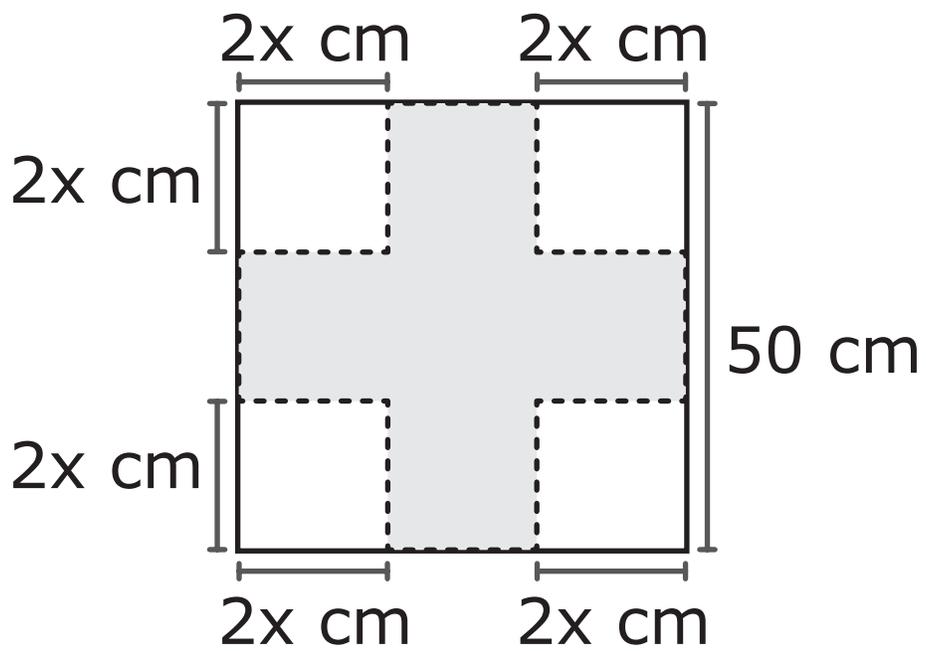
$$(x + 6)(x - 1) = x^2 - 5x - 6$$

Jorge

$$(x + 1)(x - 6) = x^2 - 5x - 6$$

¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?

- b.** Mónica quiere construir una cruz a partir de un trozo cuadrado de cartulina de 50 cm de lado. Para ello, recortó cuadrados de lado $2x$ cm en las esquinas, como se muestra en la figura. Si luego quiere pintar la cruz de color rojo, ¿cuál es el área que debe pintar?



Lección 4

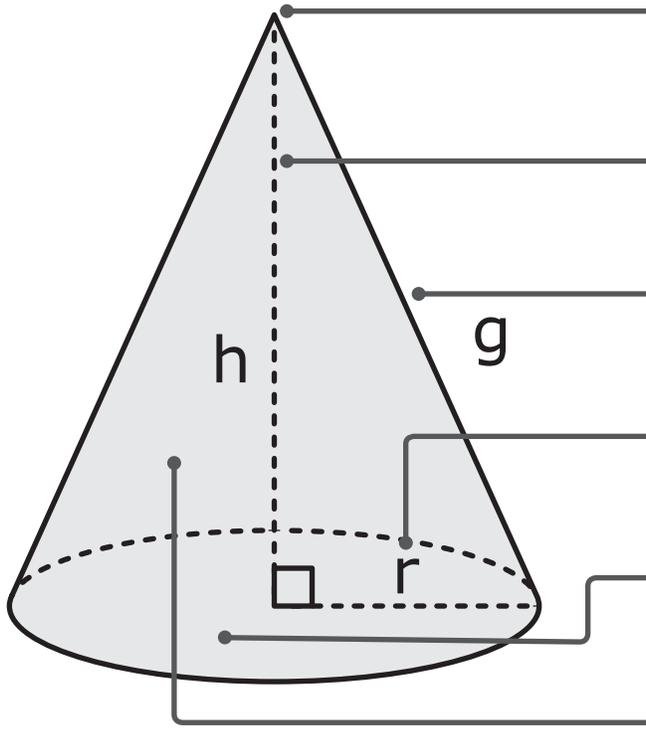
Área de la superficie y volumen del cono

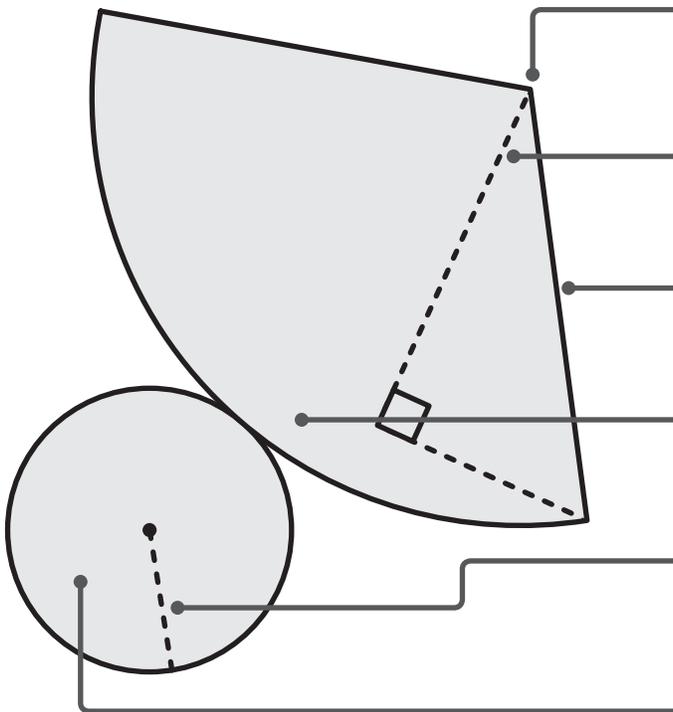
ÁREA DE LA SUPERFICIE DEL CONO



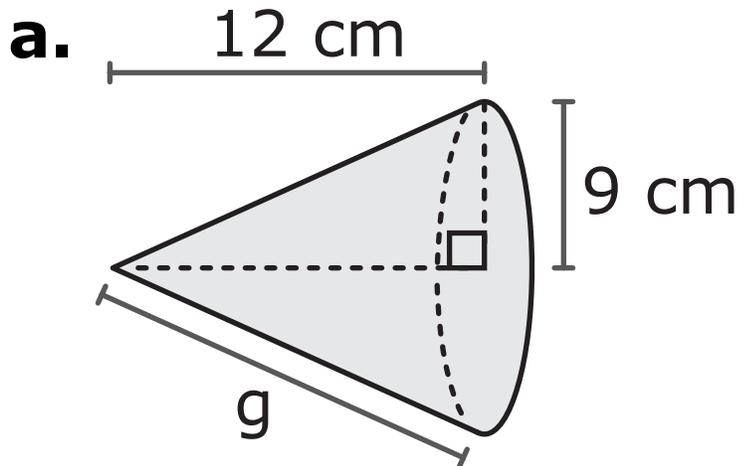
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

- 1.** Identifica los elementos en el cono y en su red de construcción.



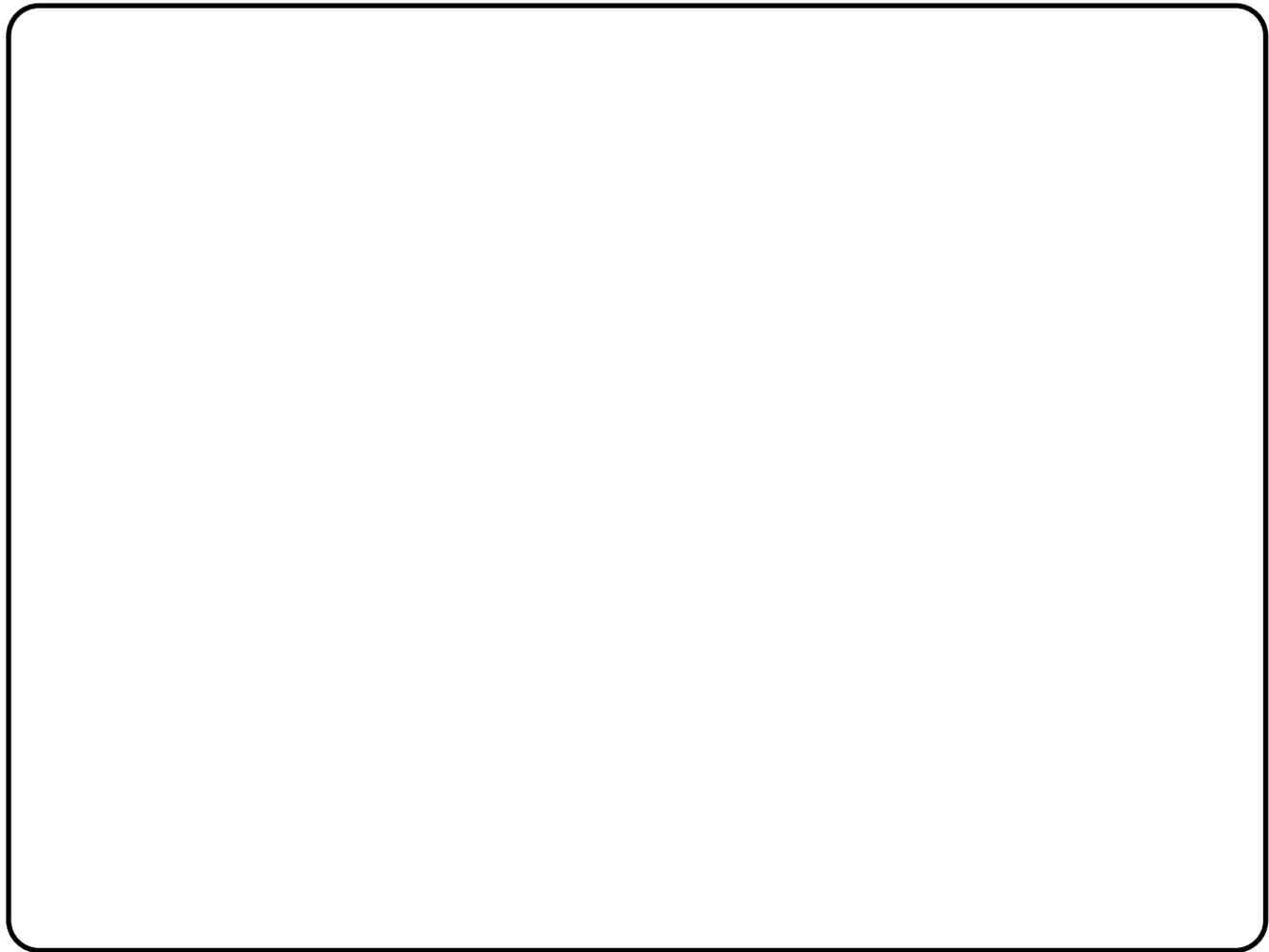
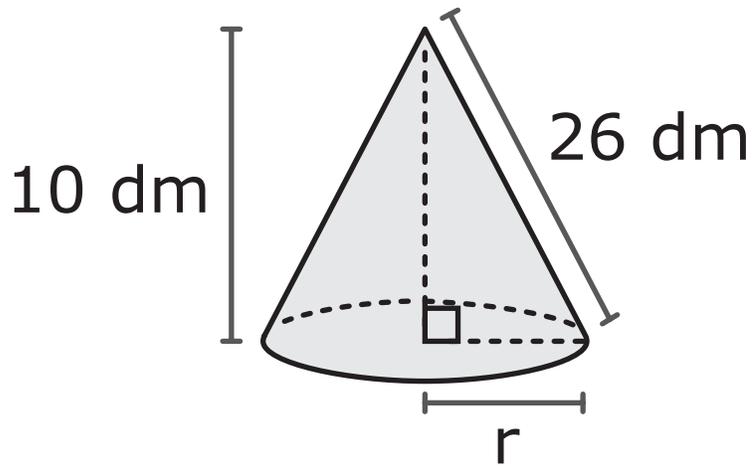


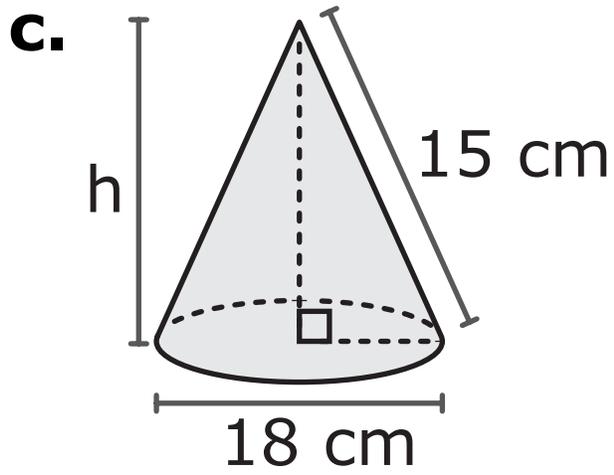
2. Calcula la generatriz (g), altura (h) o radio (r) del cono según corresponda.





b.



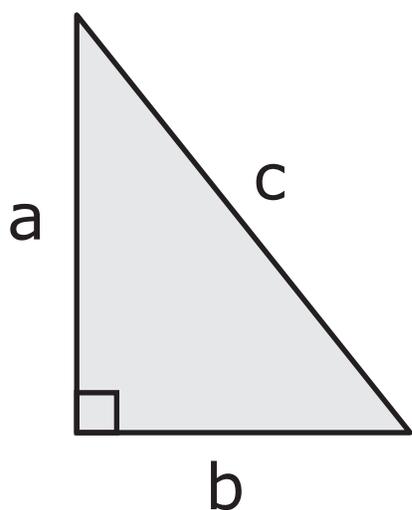


A large empty rounded rectangular box for writing the solution.



Recuerda que en un triángulo rec-
tángulo el teorema de Pitágoras es-
tablece que:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

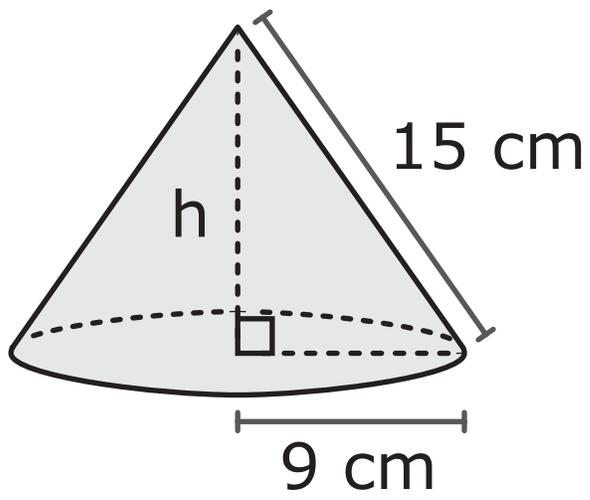


En consecuencia:

- $c = \sqrt{(a^2 + b^2)}$
- $a = \sqrt{(c^2 - b^2)}$
- $b = \sqrt{(c^2 - a^2)}$

3. Calcula el área lateral o manto de los siguientes conos o redes. Considera $\pi \approx 3,14$.

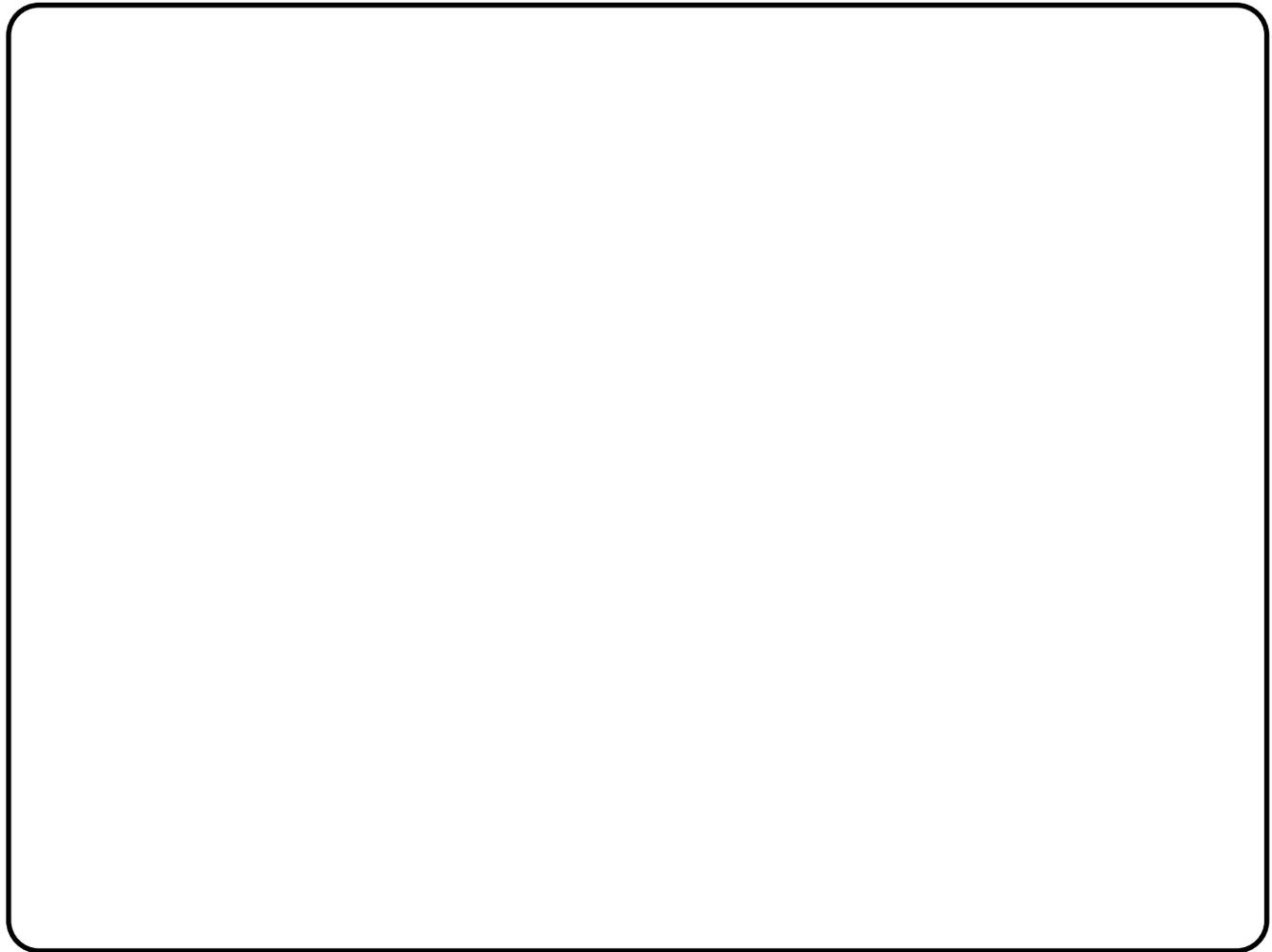
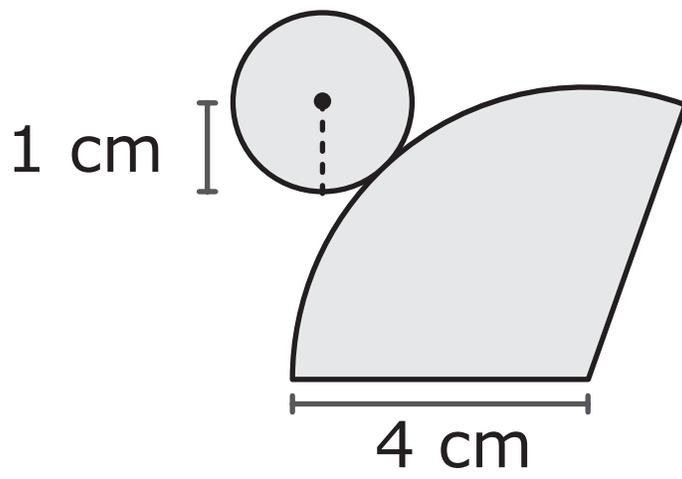
a.



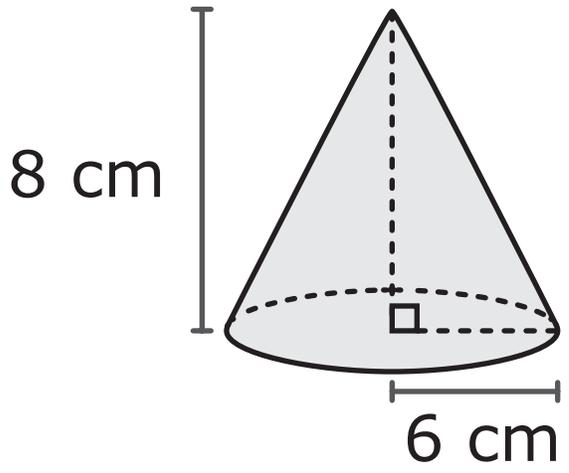
A large empty rounded rectangular box for writing the solution.



b.



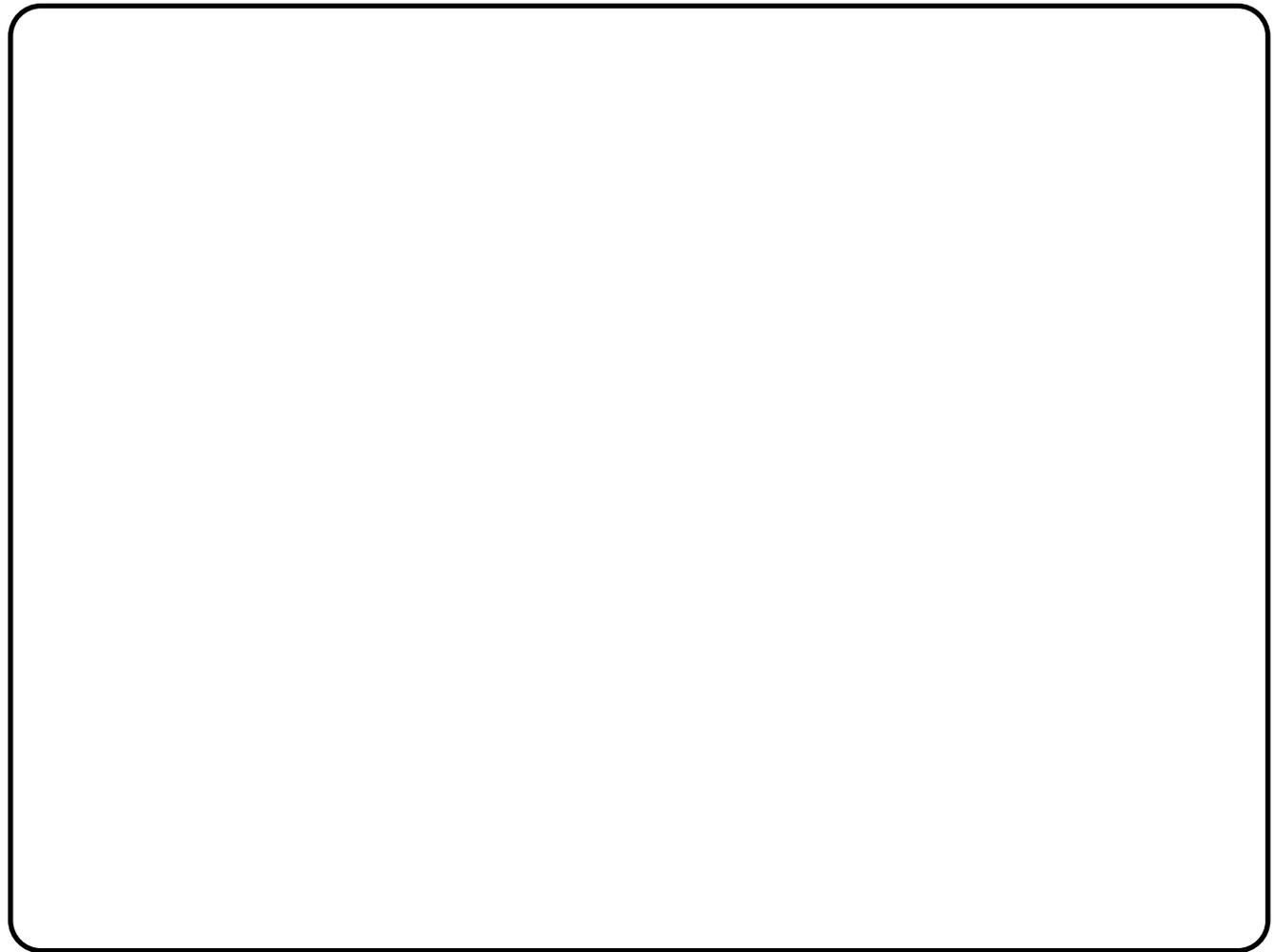
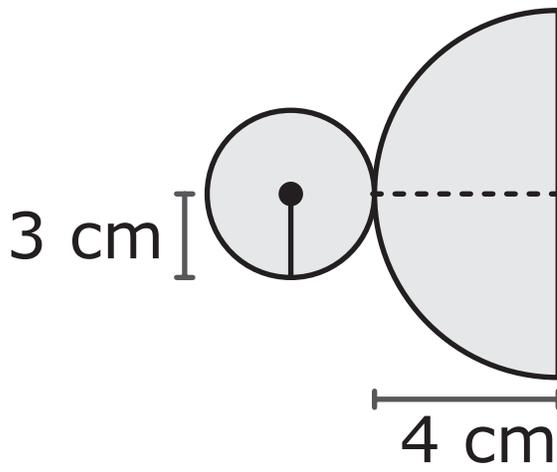
c.



A large empty rounded rectangular box for writing the solution.



d.



4. Calcula el área (A) de los siguientes conos. Considera $\pi \approx 3,14$.



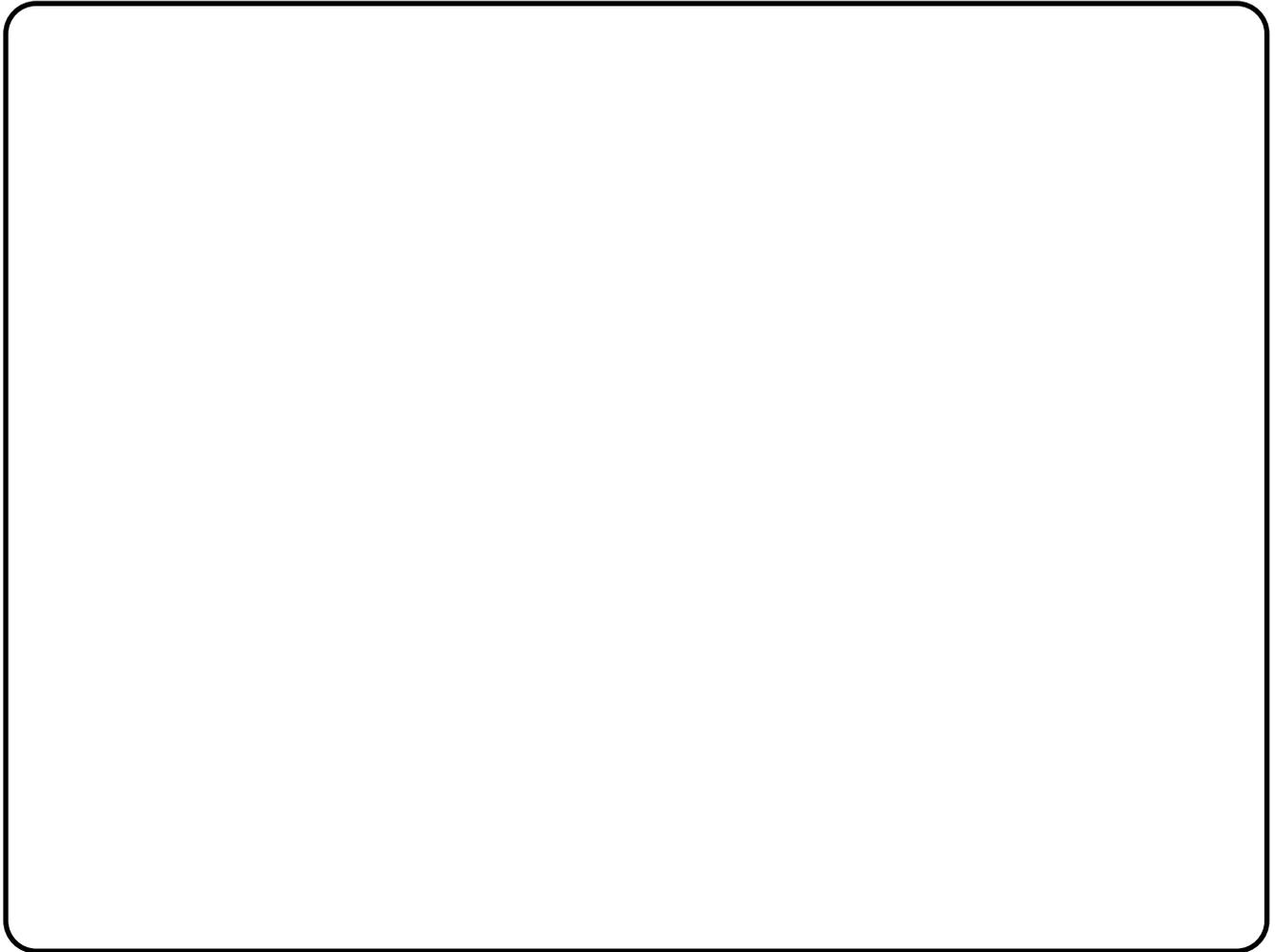
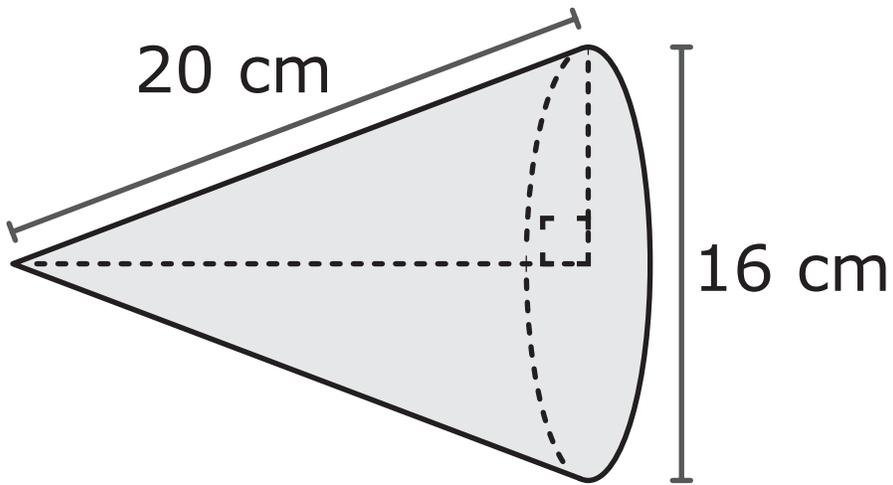
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

Recuerda que el área (A) de un cono puedes obtenerla al visualizar su red de construcción y la calculas utilizando:

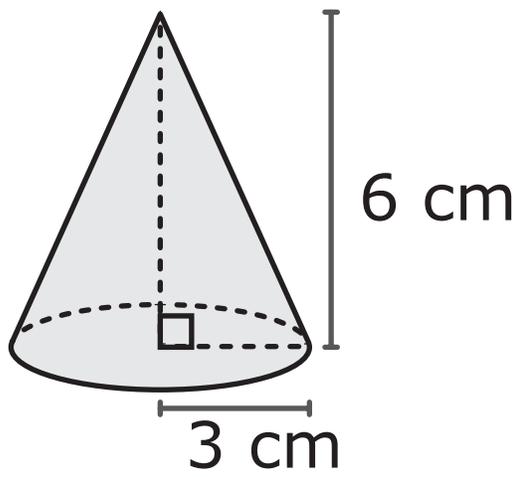
$$\begin{aligned}A_{(\text{cono})} &= A_{(\text{base})} + A_{(\text{lateral})} \\ &= \pi r^2 + \pi r g \\ &= \pi r(r + g)\end{aligned}$$



a.



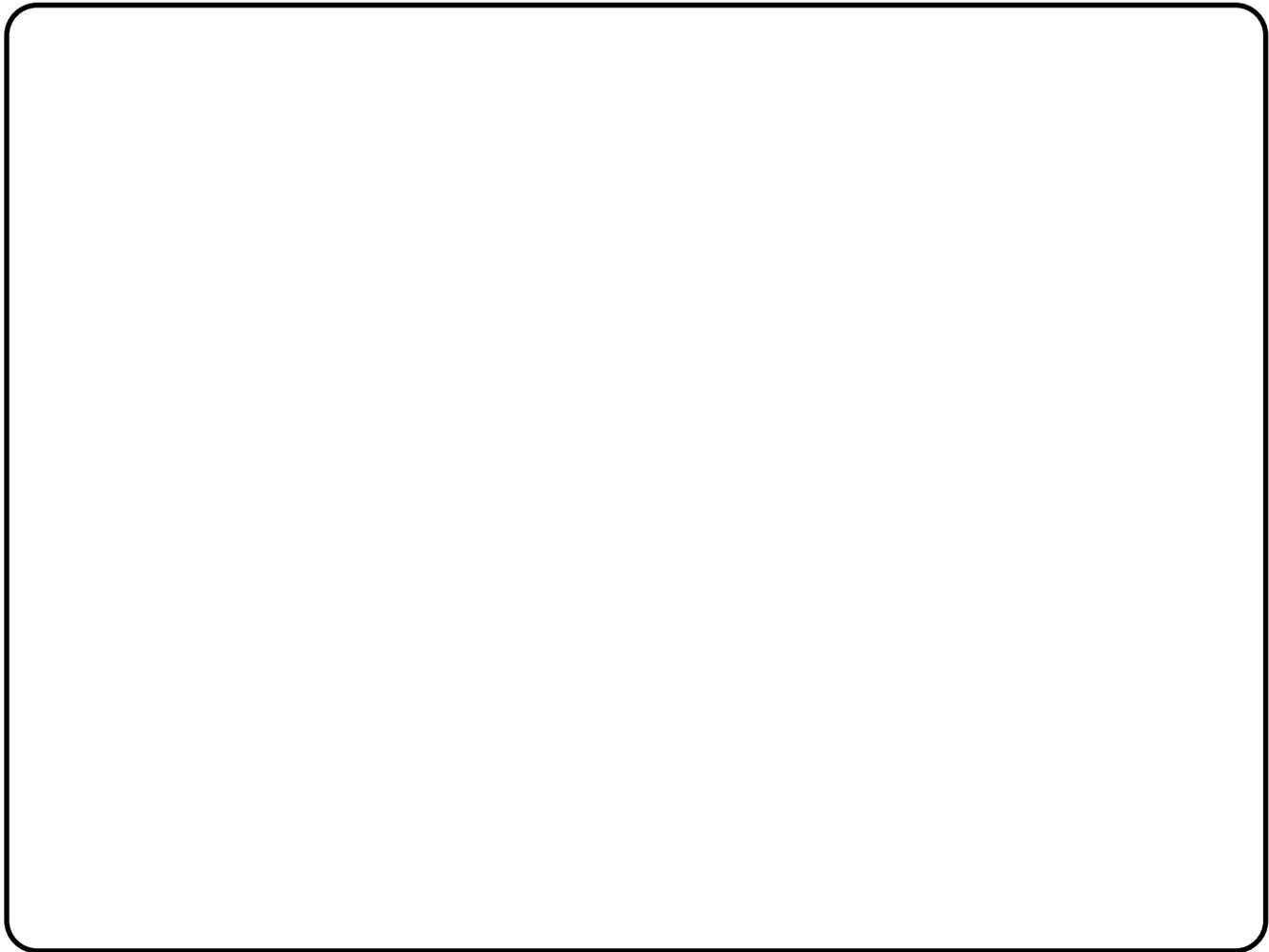
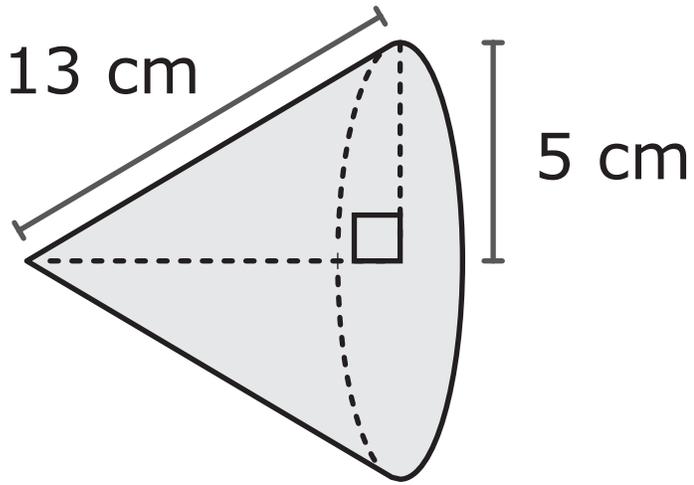
b.



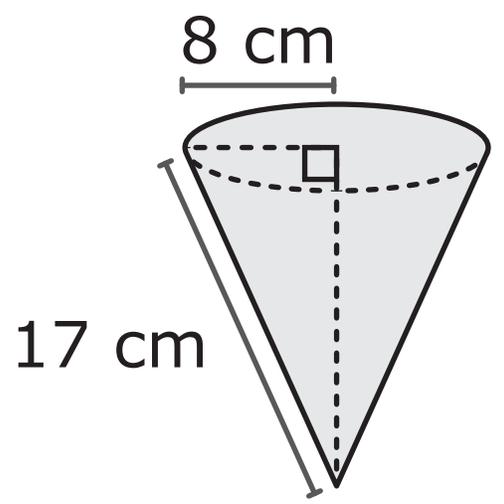
A large empty rounded rectangular box for writing the answer.



c.



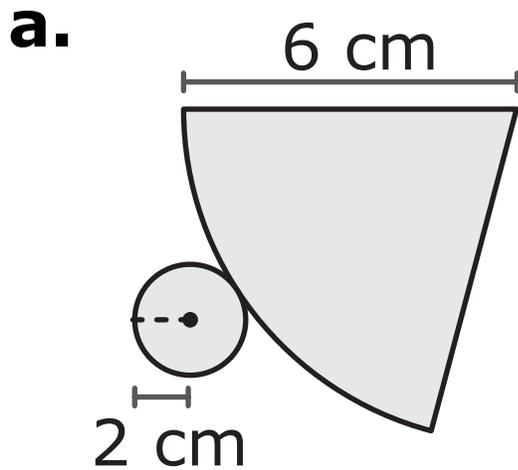
d.



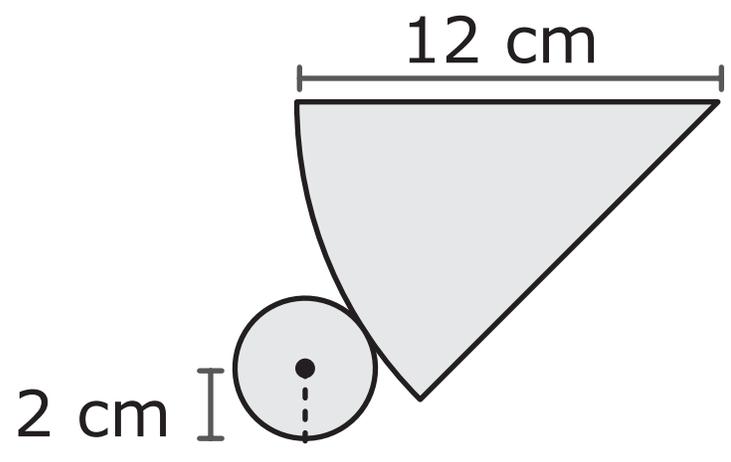
A large empty rectangular box with rounded corners, intended for the student's answer.



5. Observa cada red del cono, y luego calcula su área. Considera $\pi \approx 3,14$.



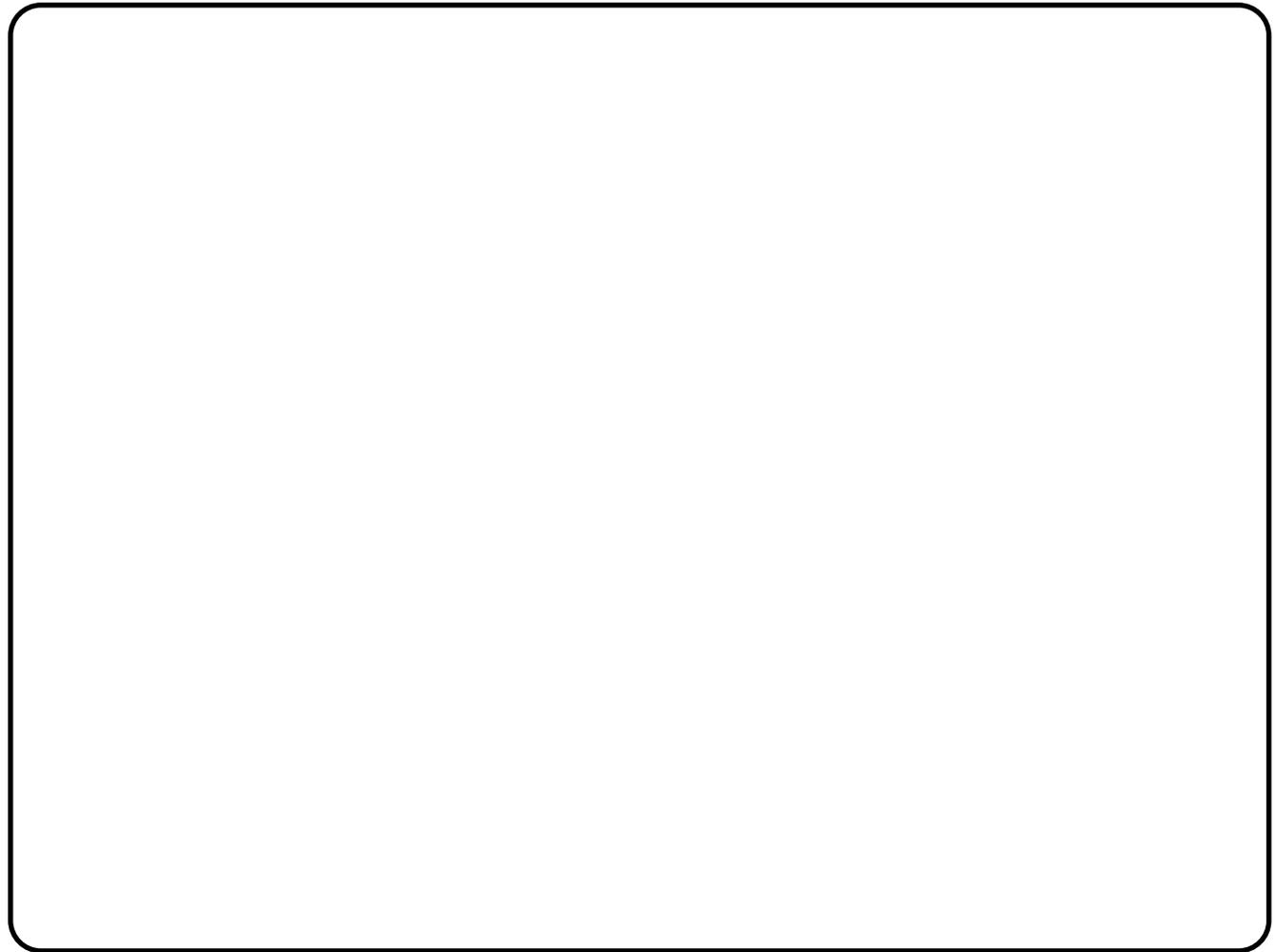
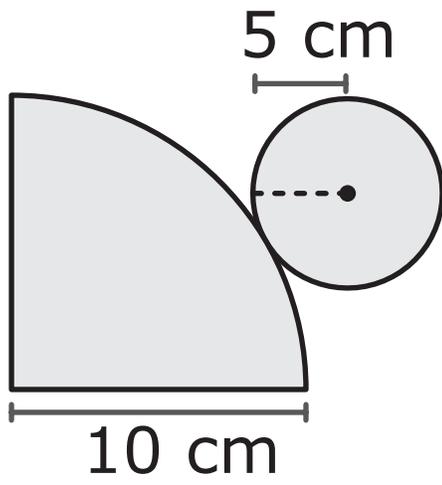
b.



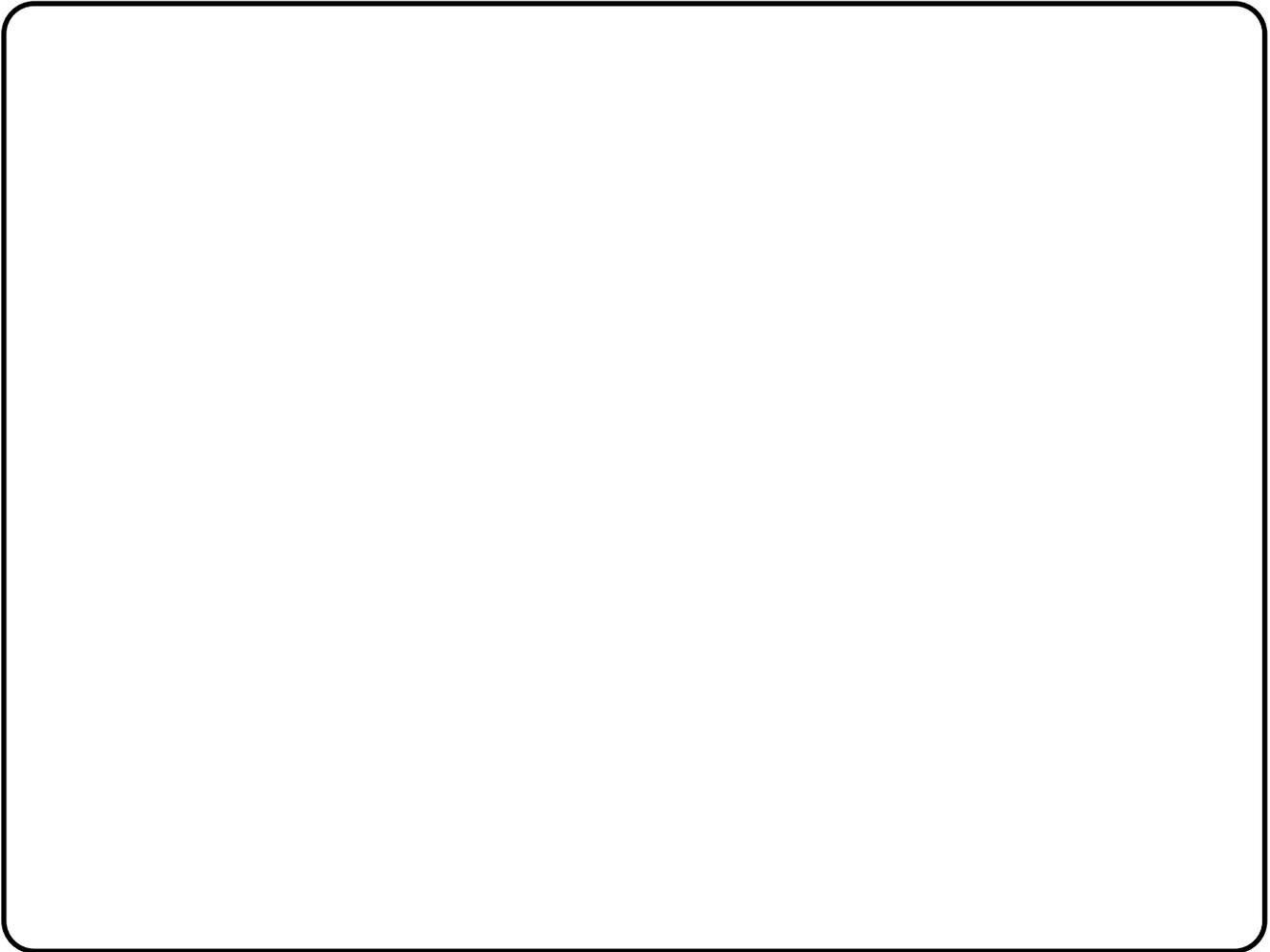
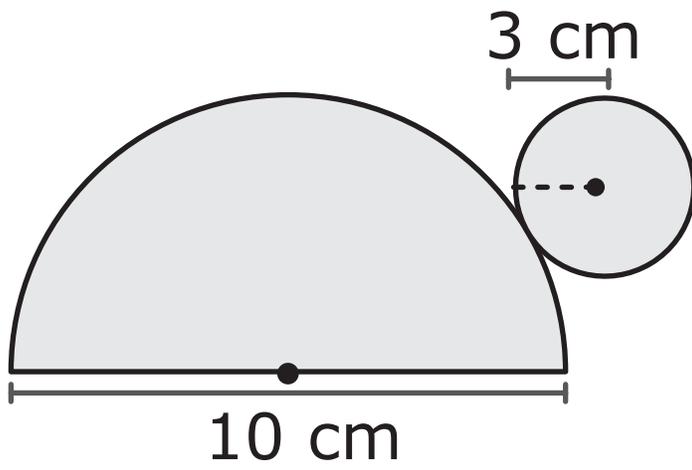
A large empty rounded rectangular box for writing the solution.



c.



d.



6. En la tabla se muestran las medidas del radio, generatriz y área del cono. Calcula el dato que falta y complétala según corresponda. Considera $\pi \approx 3,14$.

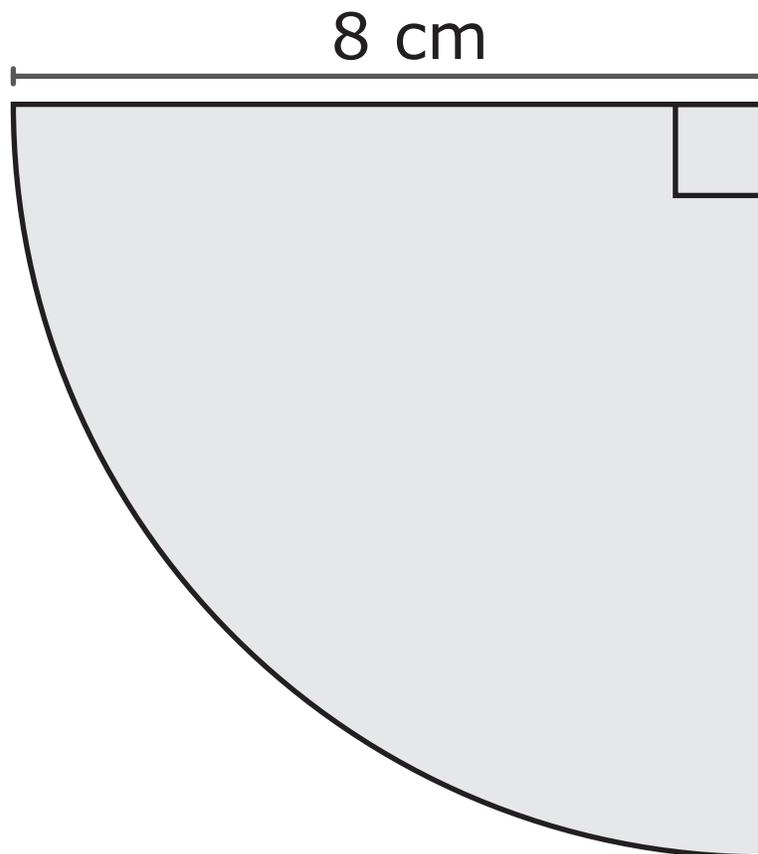
	Radio (r)	Generatriz (g)	Área del cono (A) $A = \pi r (r + g)$	Cálculo
a.	10 cm	14 cm		

	Radio (r)	Radio Generatriz (g)	Área del cono (A) $A = \pi r (r + g)$	Cálculo
b.	7 cm		$105 \pi \text{ cm}^2$	
c.	8 cm		$200 \pi \text{ cm}^2$	

	Radio (r)	Generatriz (g)	Área del cono (A) $A = \pi r (r + g)$	Cálculo
d.	3 cm	5 cm		
e.	10 cm		$250 \pi \text{ cm}^2$	

7. Analiza la siguiente información, y luego responde. Considera $\pi \approx 3,14$.

Un estudiante quiere confeccionar la red de un cono y solo ha elaborado la red del manto que se muestra en la imagen.

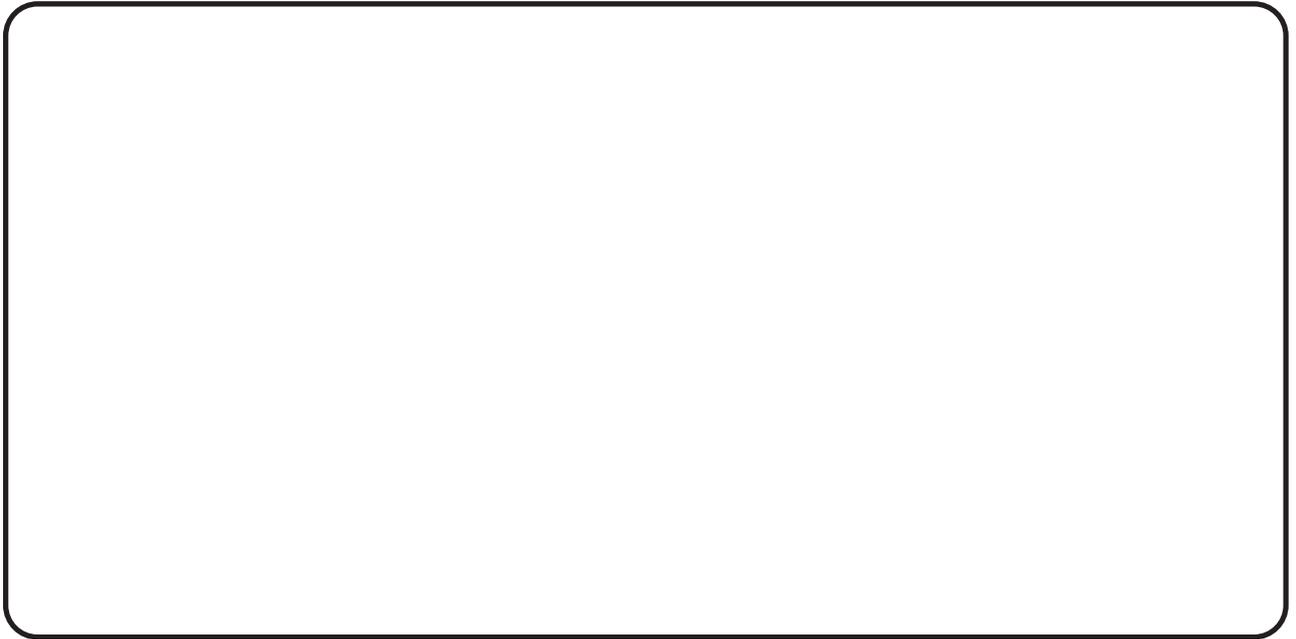




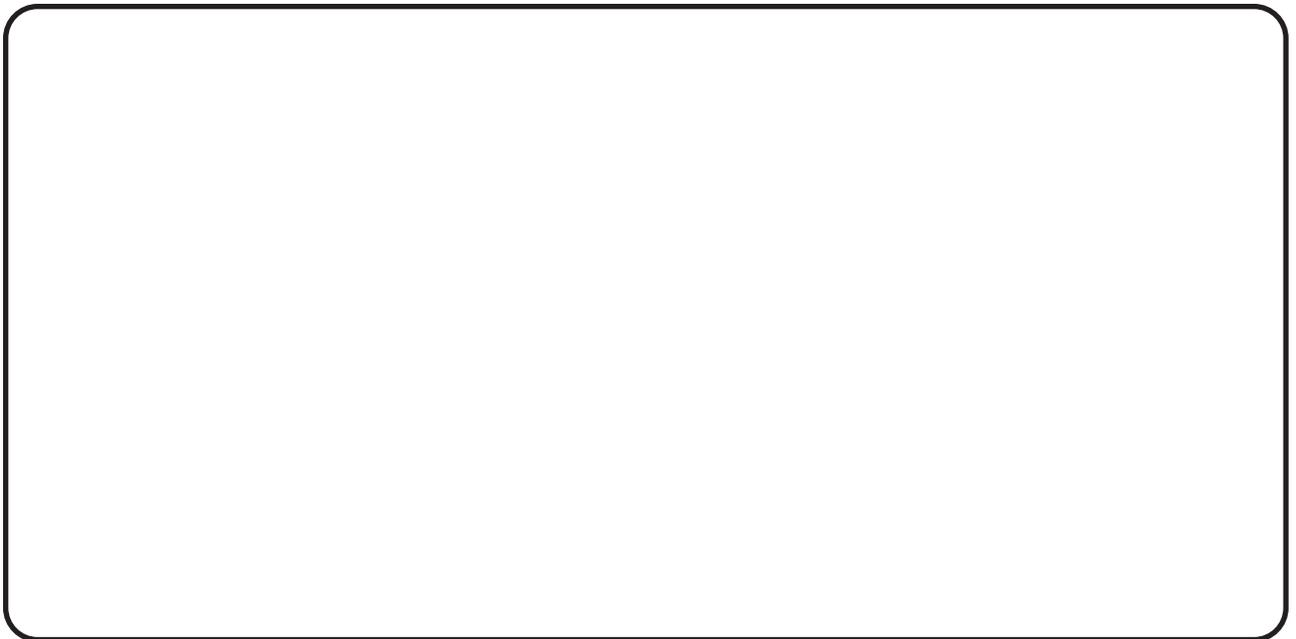
a. ¿Cuánto debe medir el radio de la base del cono?

b. ¿Cuál es el área del manto?

c. ¿Cuál es el área de la base del cono?



d. ¿Cuál es el área del cono?





8. Resuelve el siguiente problema. Para ello, considera $\pi \approx 3,14$.

Sobre un espacio circular de diámetro 9 m se quiere instalar una carpa con forma de cono, hecha de tela, cuya altura es de 4 m.

a. ¿Cuál es la medida del radio de la base del cono?

b. ¿Cuál es la medida de la generatriz del cono?

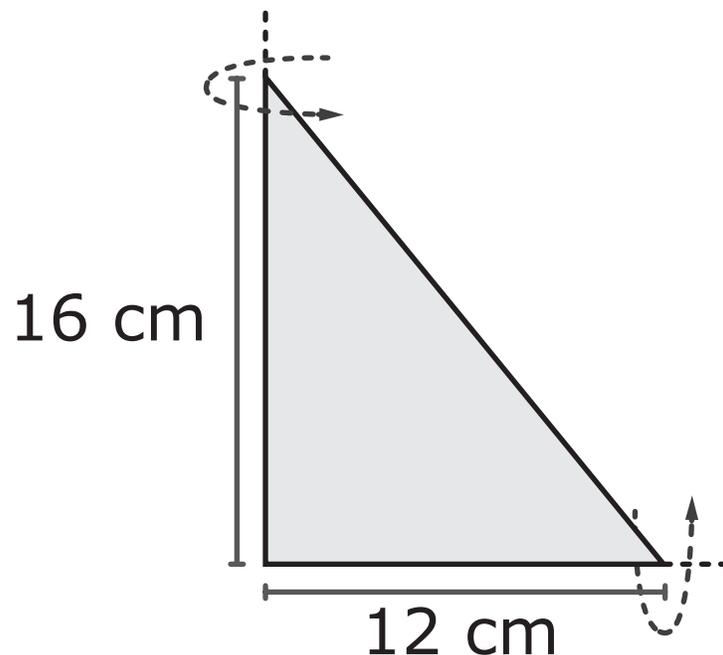


c. Julio y Sandra realizan una estimación del total de la tela que se necesita. Julio afirma que para el manto se requieren 20 m^2 de tela, en cambio Sandra dice que se necesitan más. ¿Quién está en lo correcto? Explica.



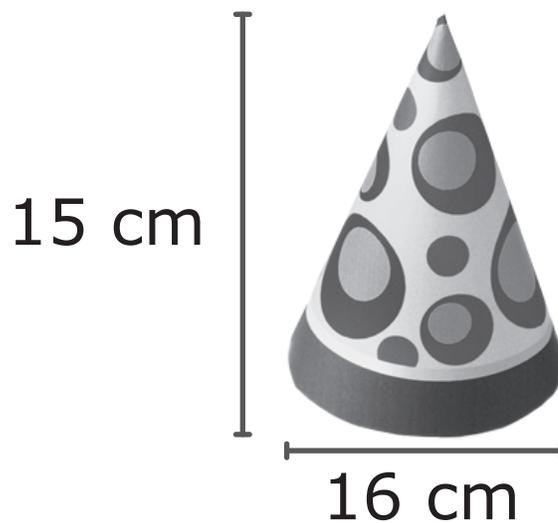
9. Resuelvan los siguientes problemas y comparen sus conclusiones.

a. Al girar un triángulo rectángulo alrededor de cada uno de sus catetos se obtienen dos conos, uno en cada giro, como se muestra en la imagen.



- Calcula el área del cono en ambos casos.
- ¿Cuál tiene mayor área?

- b.** Cristian confecciona gorros cónicos con cartulina, como el que se muestra en la imagen. Como mínimo, ¿cuánta cartulina necesitará para fabricar 50 gorros?





10. Actividad de profundización. Confecciona la red de un cono de radio 5 cm y generatriz 7 cm, y luego responde.

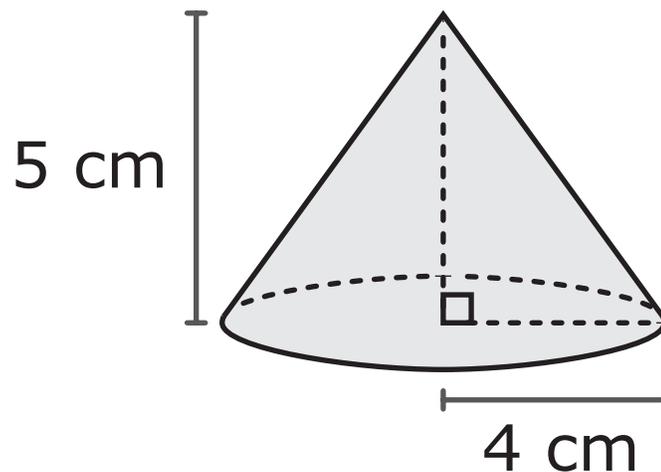
a. ¿Cuánto mide la altura del cono?

b. ¿La generatriz del cono puede ser de 5 cm y el radio de 7 cm?, ¿por qué?

VOLUMEN DEL CONO

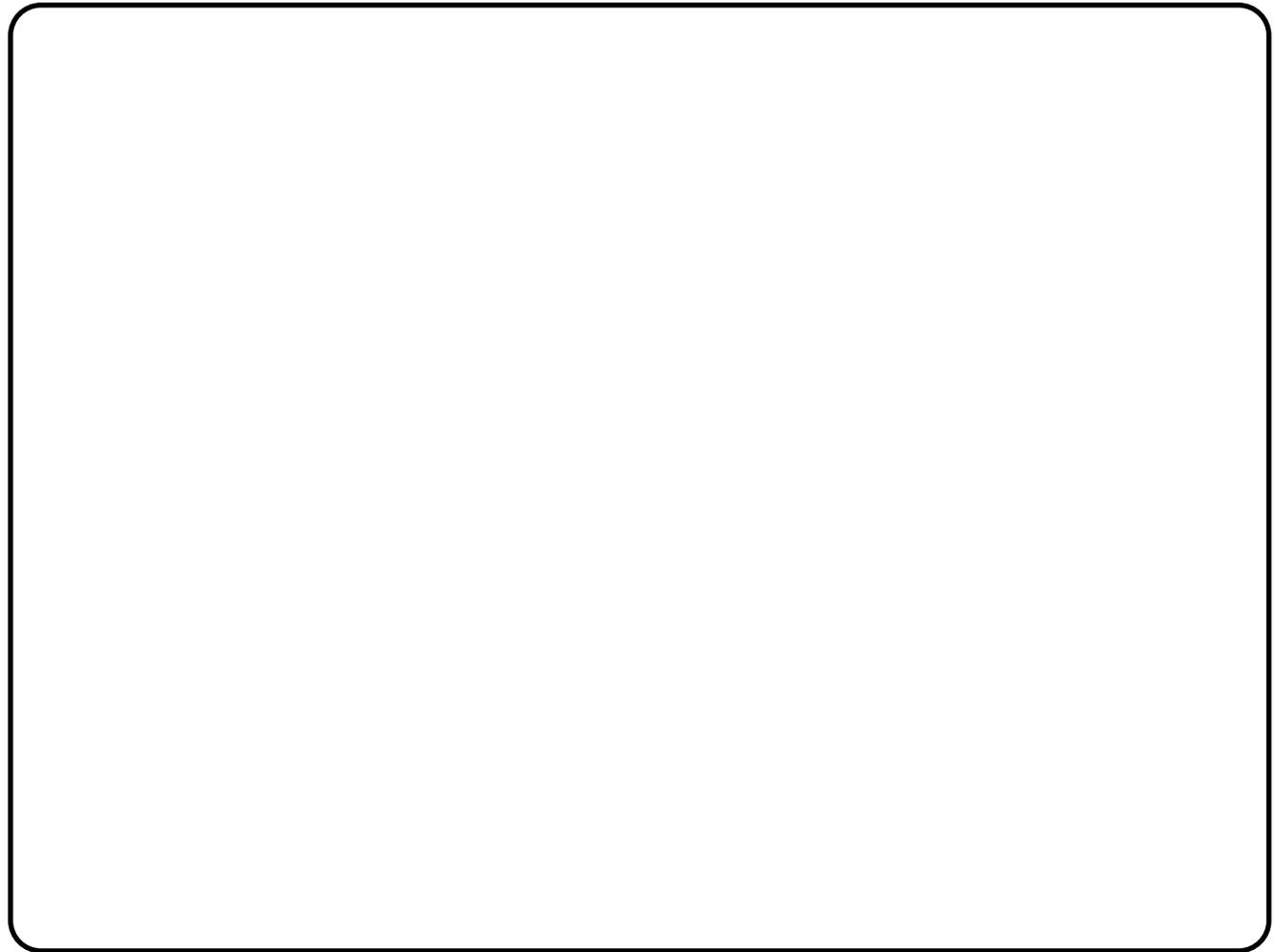
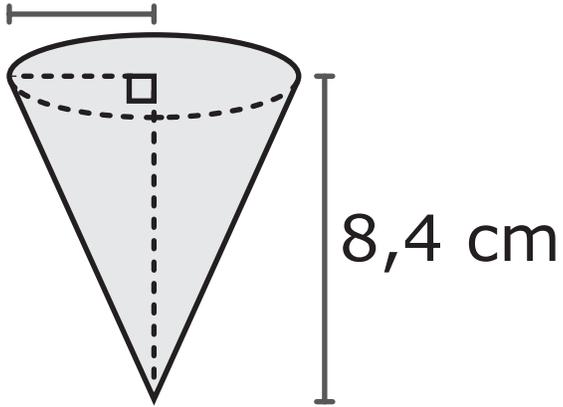
- 1.** Calcula el volumen de los siguientes conos. Para ello, considera $\pi \approx 3,14$.

a.

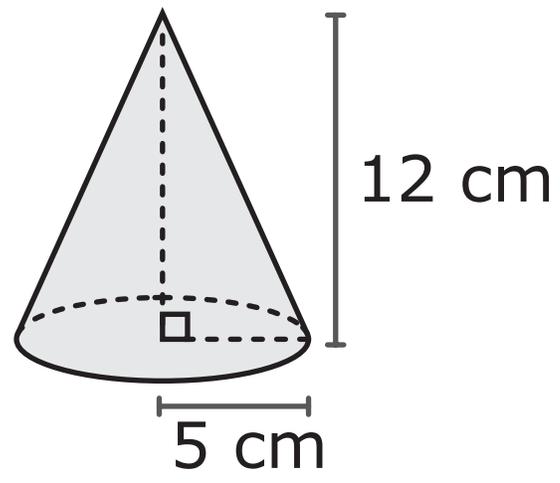




b. 1,25 cm



c.

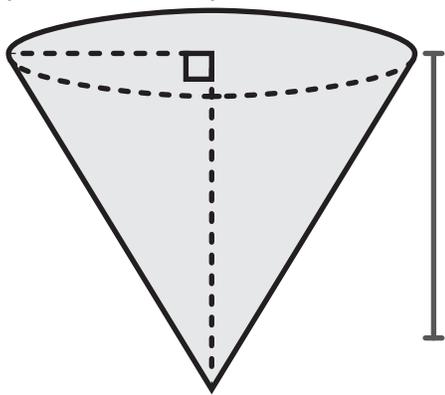


A large empty rectangular box with rounded corners, intended for a student's answer.

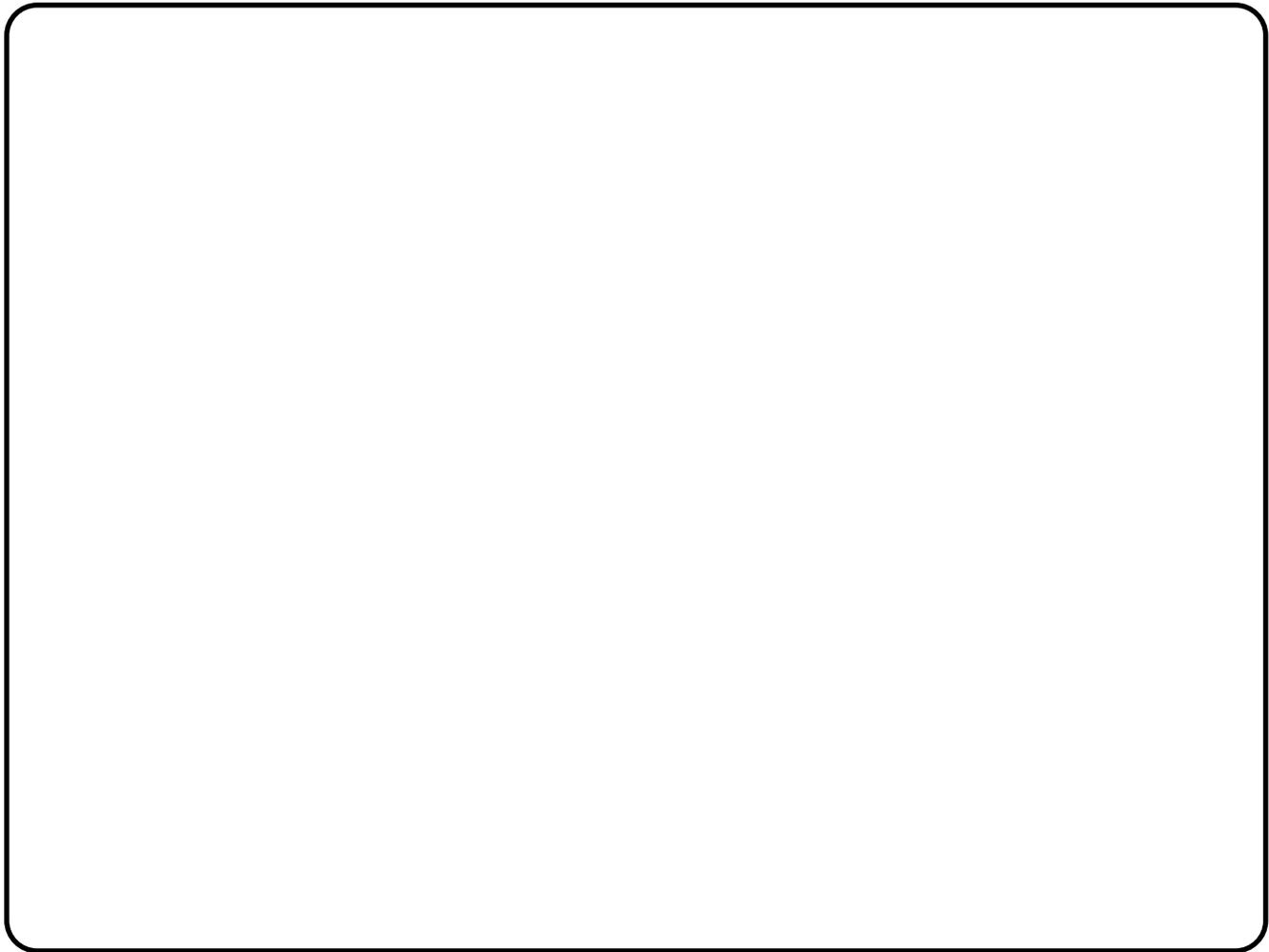


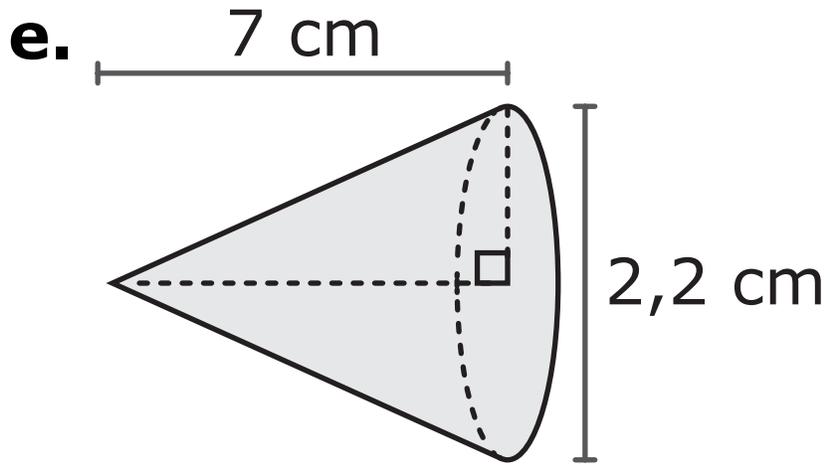
d.

6,2 cm



3,5 cm

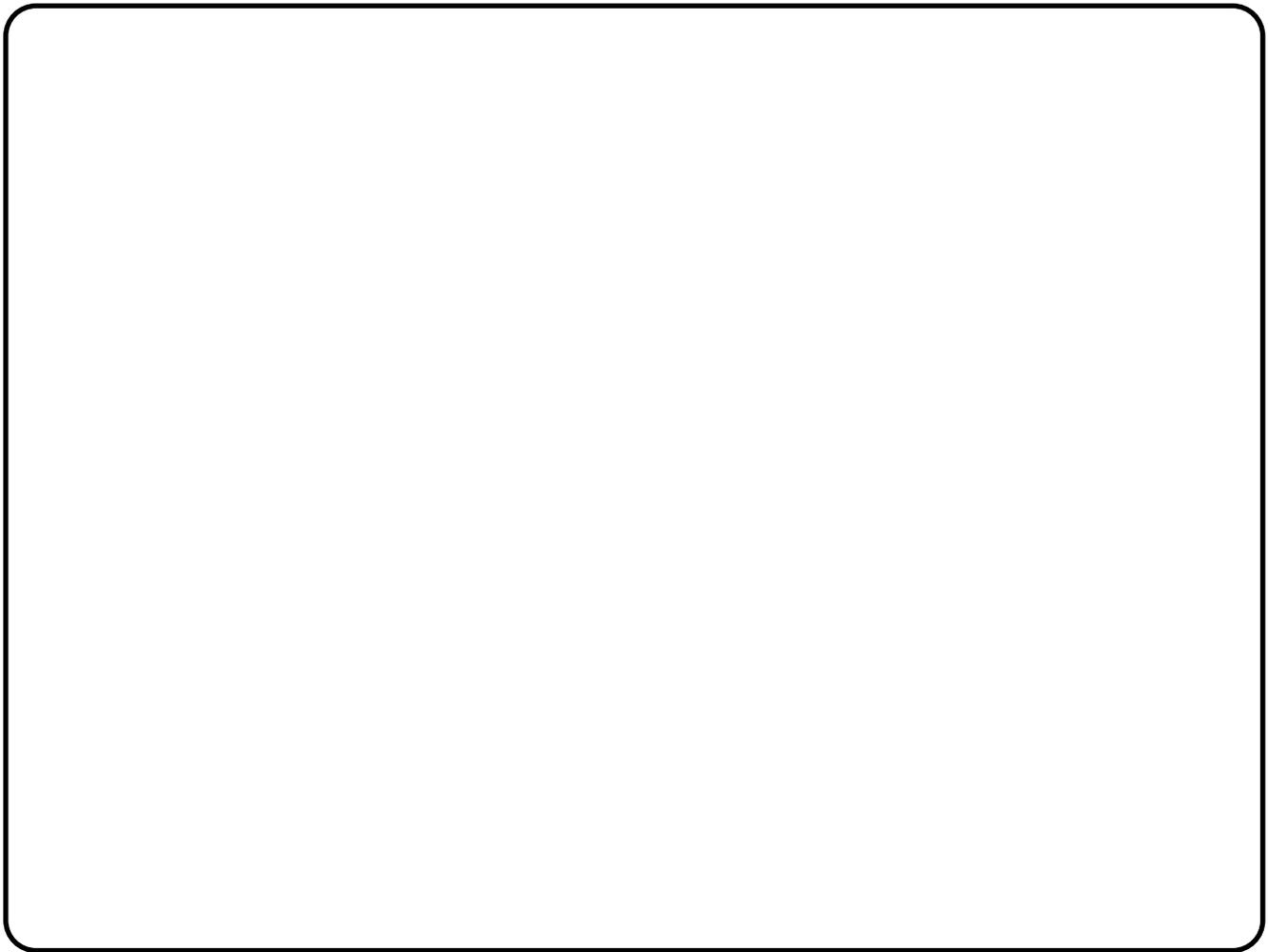
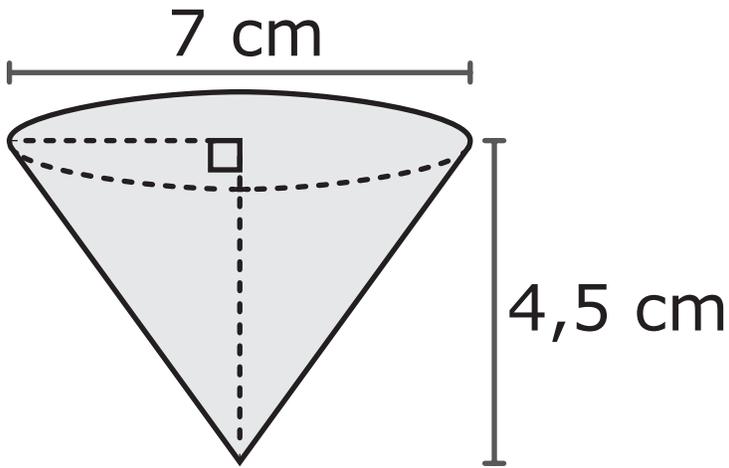




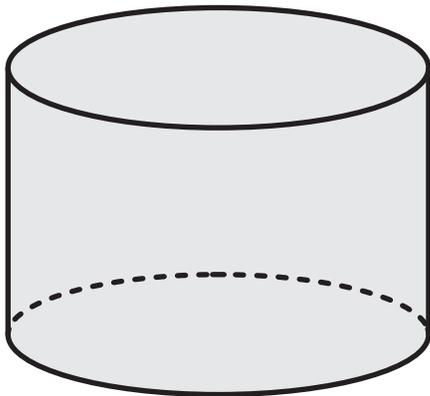
A large, empty rectangular box with rounded corners, intended for a student's answer or work.



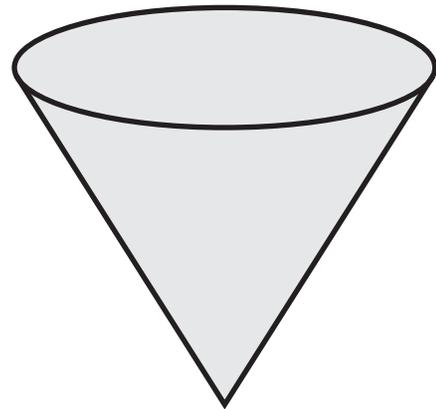
f.



2. Responde las siguientes preguntas teniendo en cuenta la relación entre la fórmula del volumen (V) de un cilindro de radio r y altura h y la fórmula del volumen (V) de un cono de igual radio y altura.



$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 h$$



$$V_{\text{cono}} = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

► Recurso Web

Para comprobar la relación entre el volumen del cilindro y el cono puedes acceder al recurso interactivo: <https://n9.cl/8cj9>

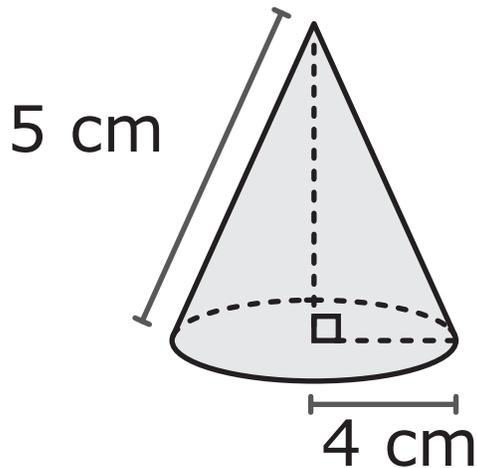


a. Si el volumen del cilindro es igual a $1.296 \pi \text{ cm}^3$, sin utilizar la fórmula indicada cuánto es el volumen del cono. Explica cómo lo calculaste.

b. Para tener el mismo volumen del cilindro, ¿cuántas veces debe aumentar la altura del cono? Argumenta tu respuesta.

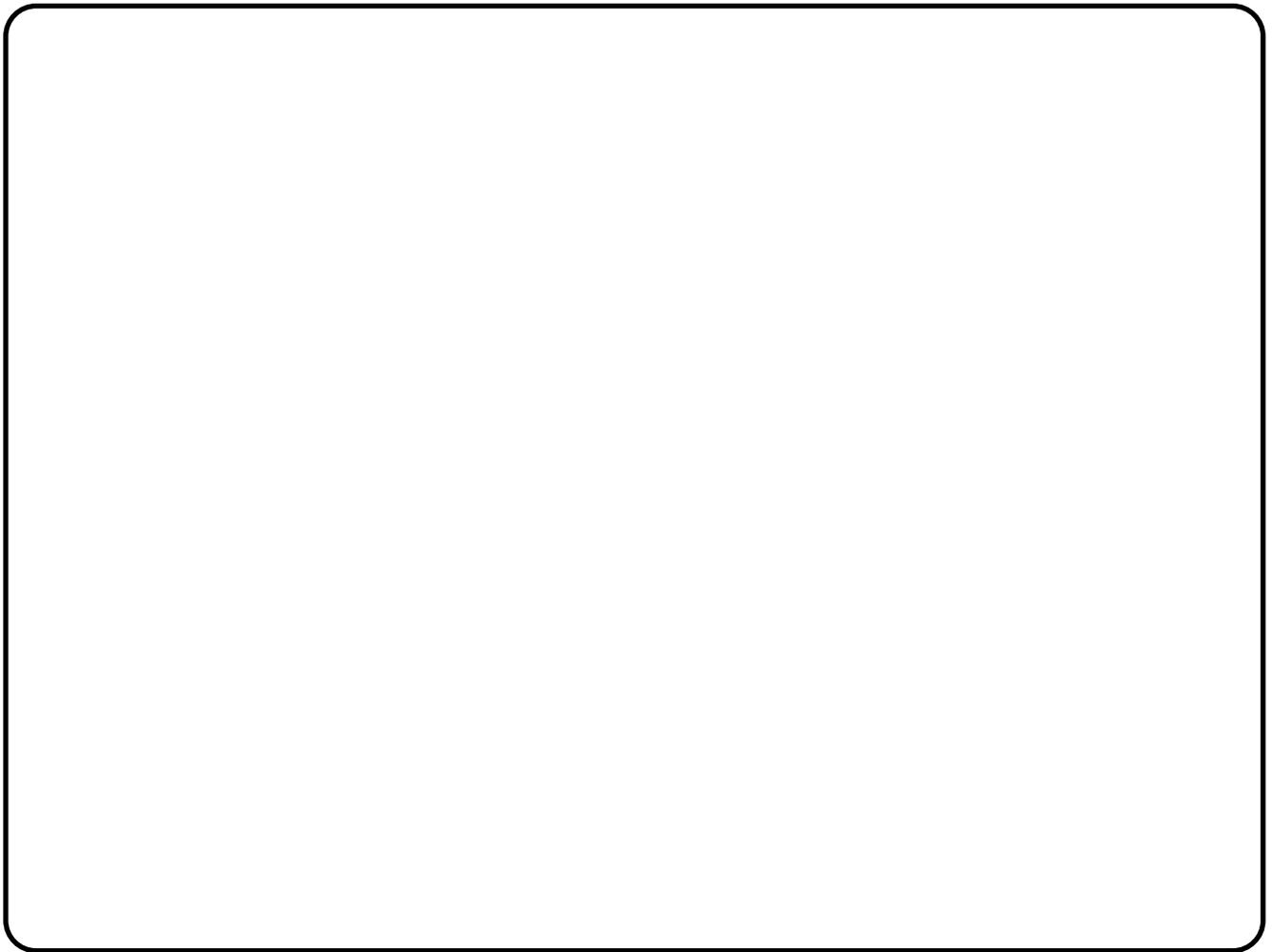
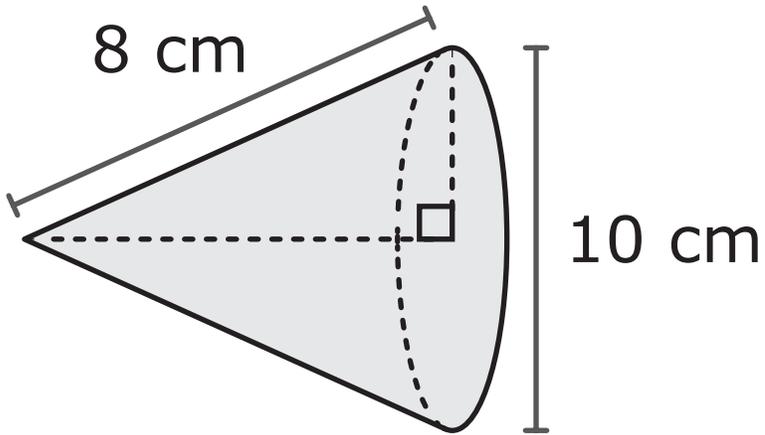
3. Usa el teorema de Pitágoras para calcular la altura (h) de cada cono. Luego determina el volumen. Considera $\pi \approx 3,14$.

a.

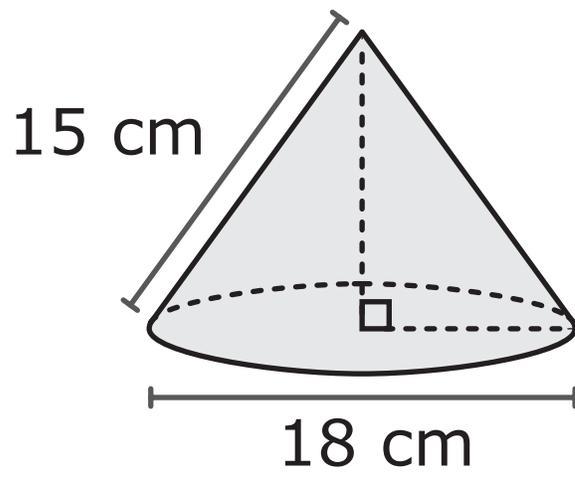




b.



c.





4. Resuelve los siguientes problemas.
Considera $\pi \approx 3,14$.

a. El volumen de un cono es 1.000 cm^3
y el área de su base es 314 cm^2 .

- ¿Cuánto mide el radio de la base?

- ¿Cuánto mide su altura?

Recuerda que:

- El área de una circunferencia es
 $A = \pi r^2$
- El perímetro de una circunferencia es $P = 2\pi r$

En ambos casos el radio (r) se puede calcular así, respectivamente:

$$r = \sqrt{\frac{a}{\pi}}$$

$$r = \frac{p}{2\pi}$$



b. El volumen de un cono es 1.500 cm^3 y el perímetro de su base es $94,2 \text{ cm}$.

- ¿Cuánto mide el radio de su base?

- ¿Cuánto mide su altura?

5. Analiza la información presentada en cada caso y responde.

a. Un cono macizo de metal de radio 6 cm y altura 18 cm se fundió para hacer un cilindro.

- ¿Cuál sería la altura del cilindro si se mantiene el mismo radio del cono?



- ¿Cuál sería el radio del cilindro si se mantiene la misma altura del cono?

b. Un reloj de arena se compone por dos conos iguales unidos por su vértice. La altura total mide 19 cm y su diámetro 12 cm. Considera $\pi \approx 3,14$.

- Calcula el volumen máximo de arena que puede haber en el interior de uno de ellos.

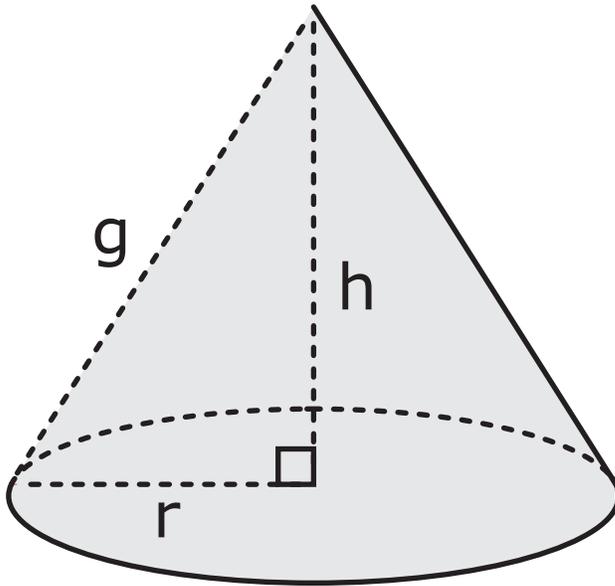


- Si cada segundo cae $0,1 \text{ cm}^3$ de arena, ¿cuánto tiempo tarda en pasar la arena de un lado al otro?





6. Analicen la información y respondan.

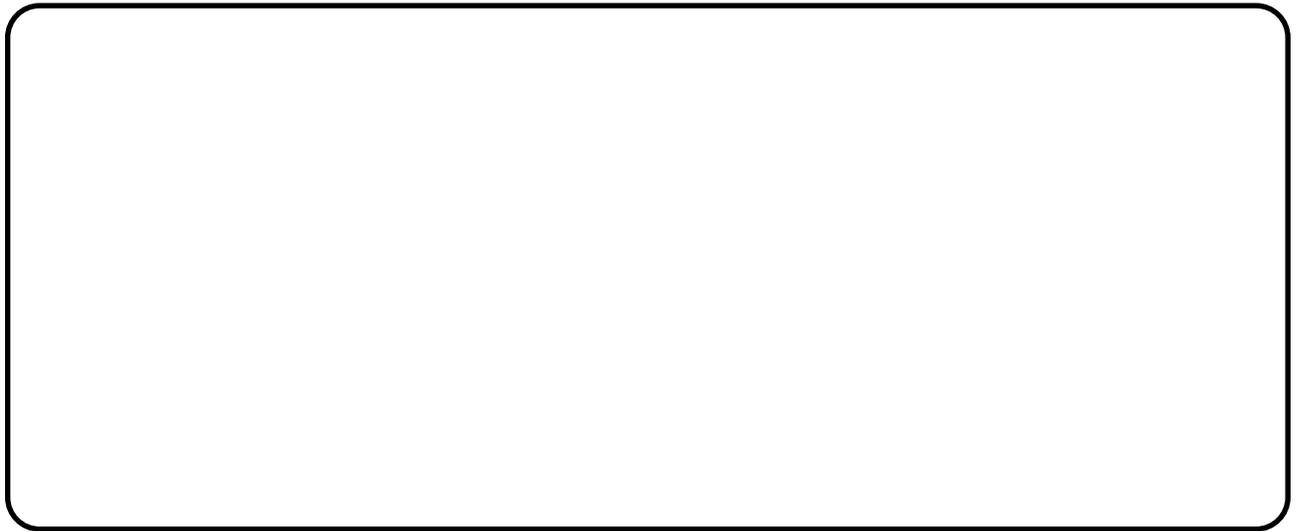


$$A = \pi r^2 + \pi r g$$

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3}$$

- a.** Si el radio aumenta al doble y su altura se reduce a la mitad, ¿cuál es la expresión que corresponde al volumen del cono?

b. Si el radio disminuye a la mitad y su altura aumenta al doble, ¿cuál es la variación porcentual respecto del cono original?



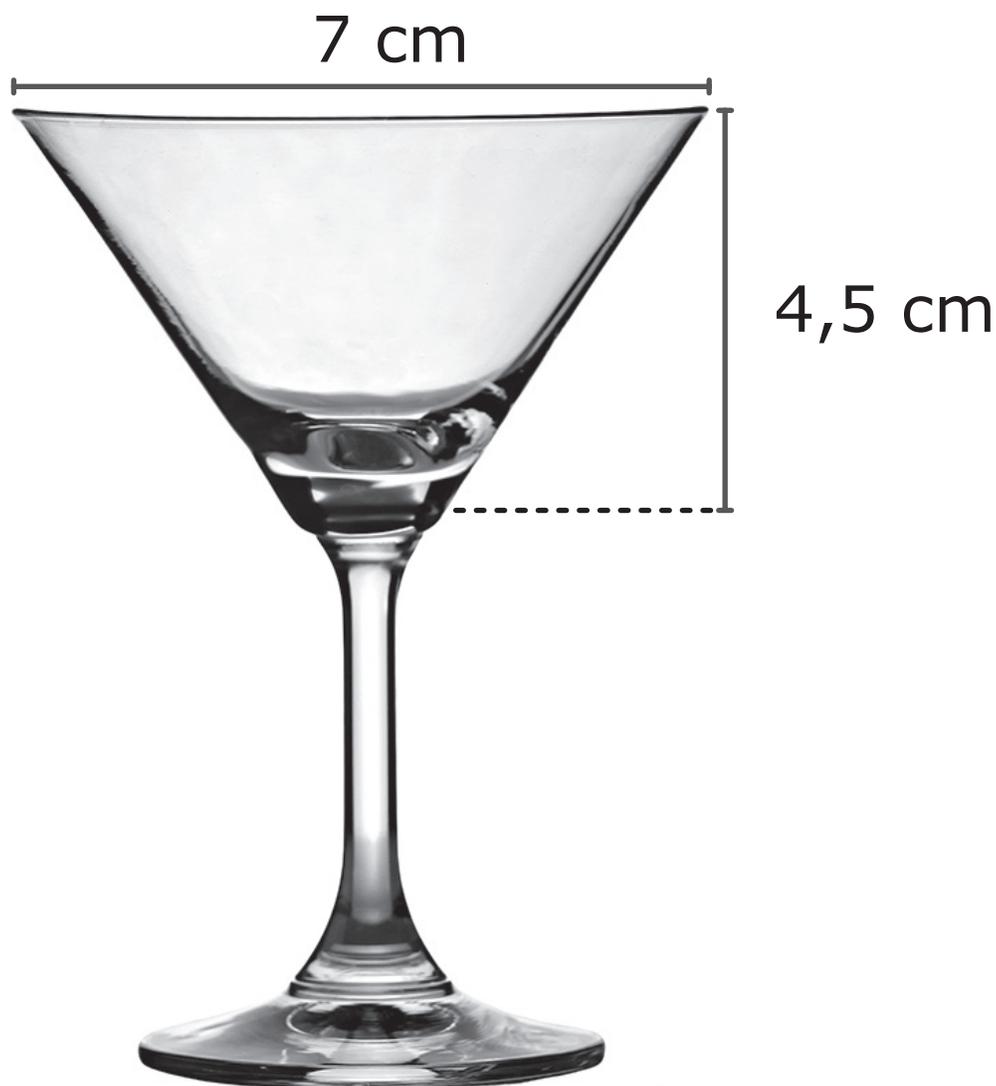
c. Comprueba si al aumentar el triple del radio (r), el volumen también aumenta al triple respecto del volumen original.



d. Comprueba que si el radio aumenta el triple el área también aumenta el triple.

7. Actividad de profundización.

Analiza la información, y luego responde. Considera $\pi \approx 3,14$. Una copa con forma cónica tiene las medidas que se observan en la imagen.





a. ¿Cuánto es el máximo de agua que podemos verter en ella?

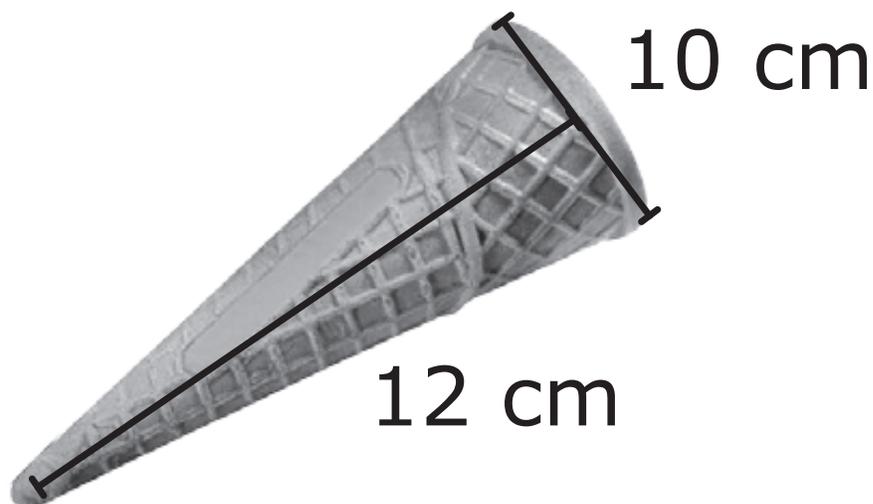
b. ¿Cuántas copas iguales son necesarias para servir 500 cm^3 de agua?

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Área de la superficie del cono

1. Escribe lo solicitado y responde: ¿cuál es el área total del barquillo?



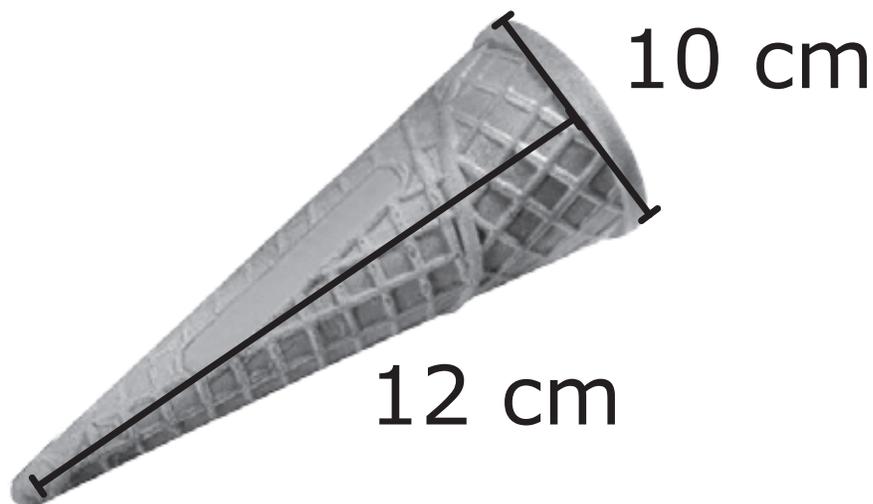


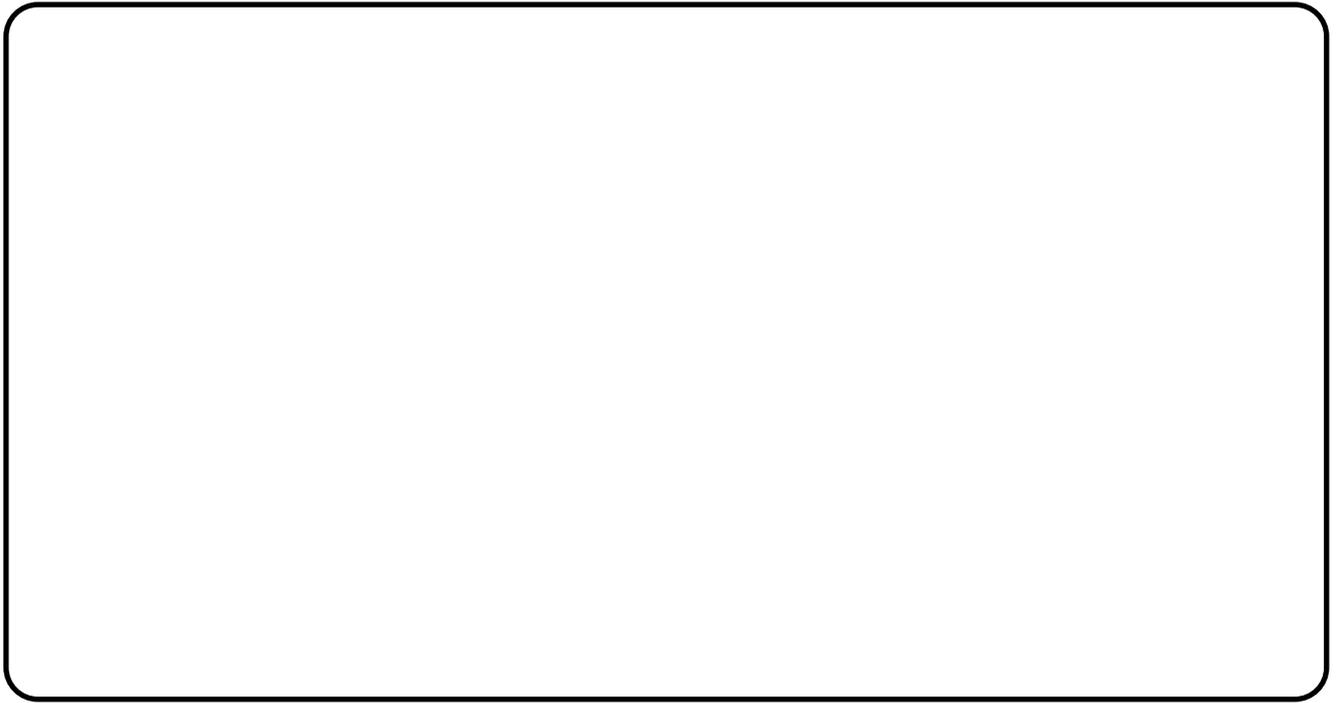
$$A_t = \begin{array}{c} \text{Área basal} \\ \square \end{array} + \begin{array}{c} \text{Área lateral} \\ \square \end{array}$$

► Volumen del cono

2. Completa la fórmula y responde: ¿cuántos cm^3 de helado, aproximadamente, alcanzan hasta el borde del barquillo?

$$V = \frac{\pi \square \square \square}{\square}$$



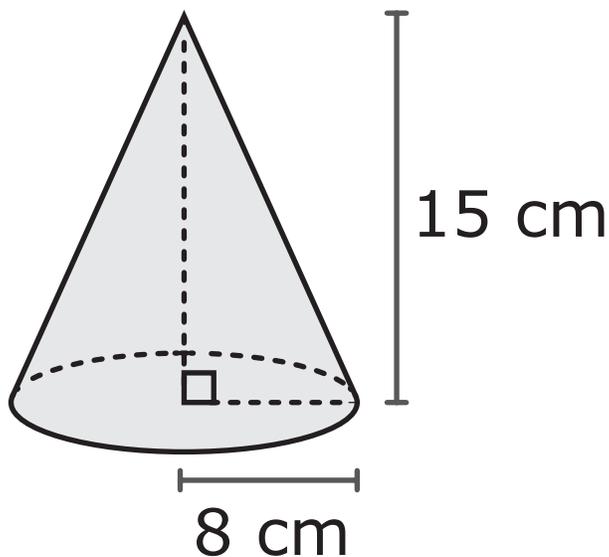


¿Cómo vas?

Evaluación Lección 4

1. Calcula el área y el volumen de cada cono.

a.

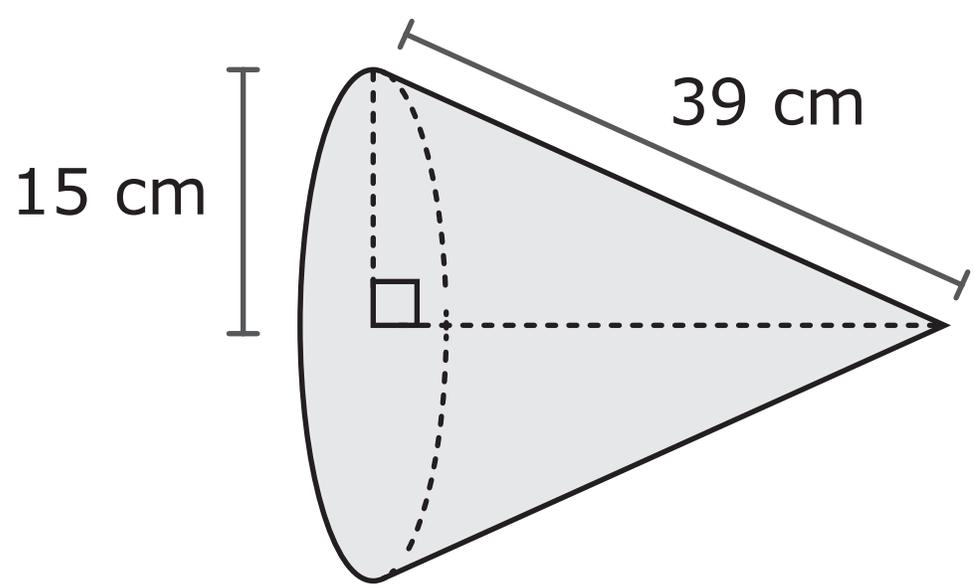




Área (A)

Volumen (V)

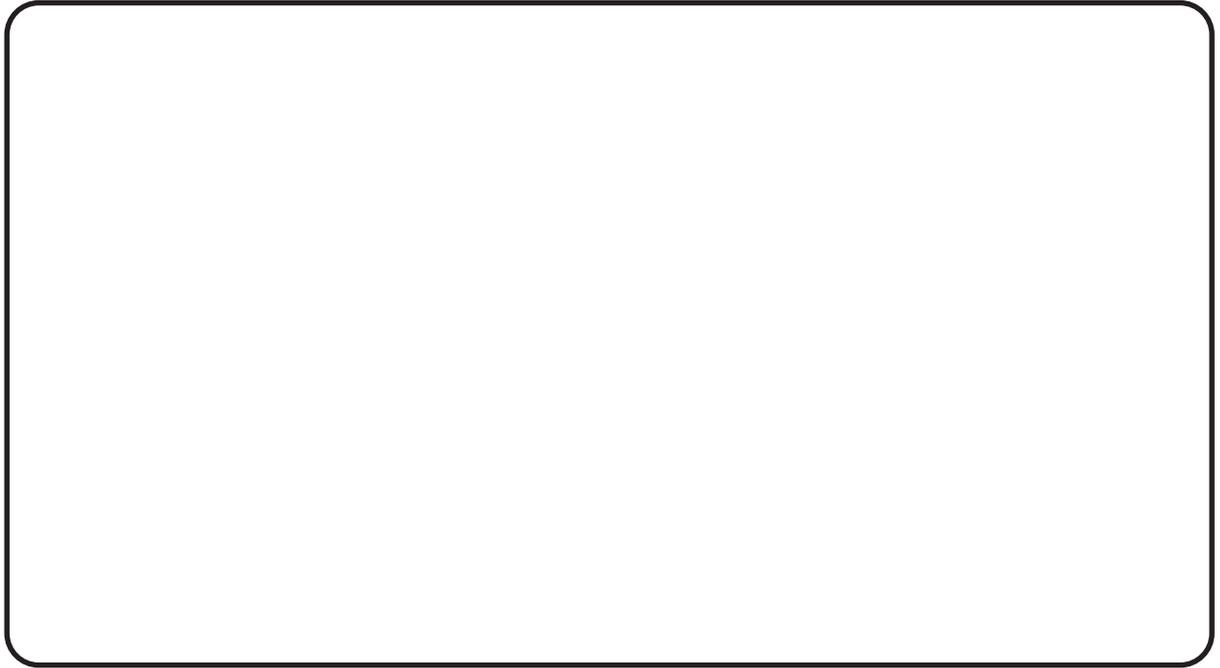
b.



Área (A)



Área (A)



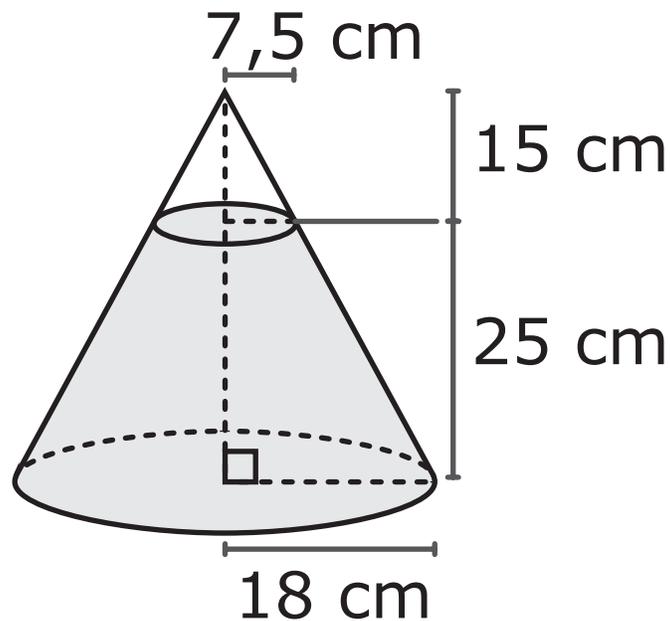
2. Analiza si las expresiones son verdaderas (V) o falsas (F). **Justifica.**

a. ____ Si el radio basal de un cono aumenta al doble, su volumen también aumenta al doble.

- b.** ____ Si el radio basal de un cono disminuye a la mitad, su área también disminuye a la mitad.
- c.** ____ Se llama generatriz a la altura del cono.
- d.** ____ Si la altura de un cono aumenta al doble, su área también aumenta al doble.
- e.** ____ Si la altura de un cono disminuye a la mitad, su volumen también disminuye a la mitad.



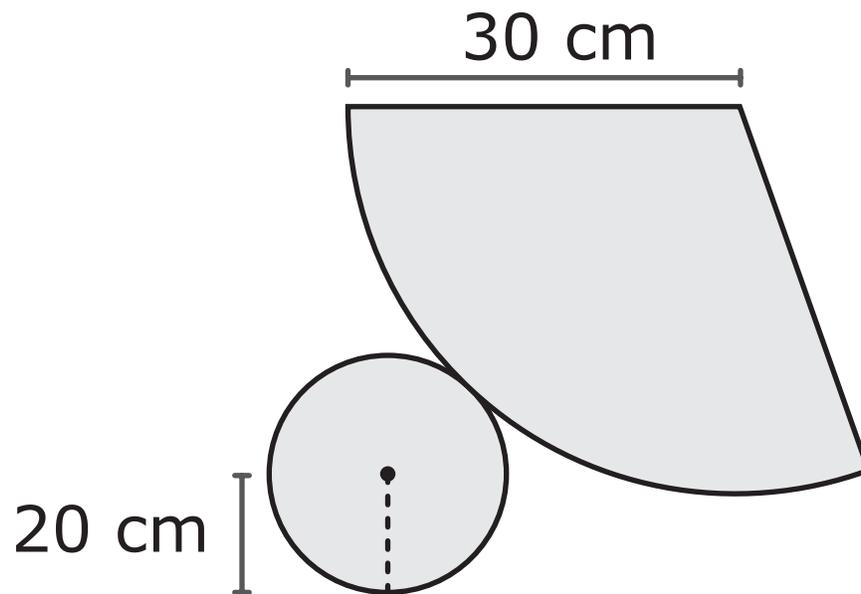
3. Analiza las medidas del cono y calcula el volumen del cono truncado delimitado por la región pintada.



A large empty rounded rectangular box for the student's solution.

4. Analiza la información, y luego responde.

Se quiere construir un cono a partir de la red que se muestra en la imagen.



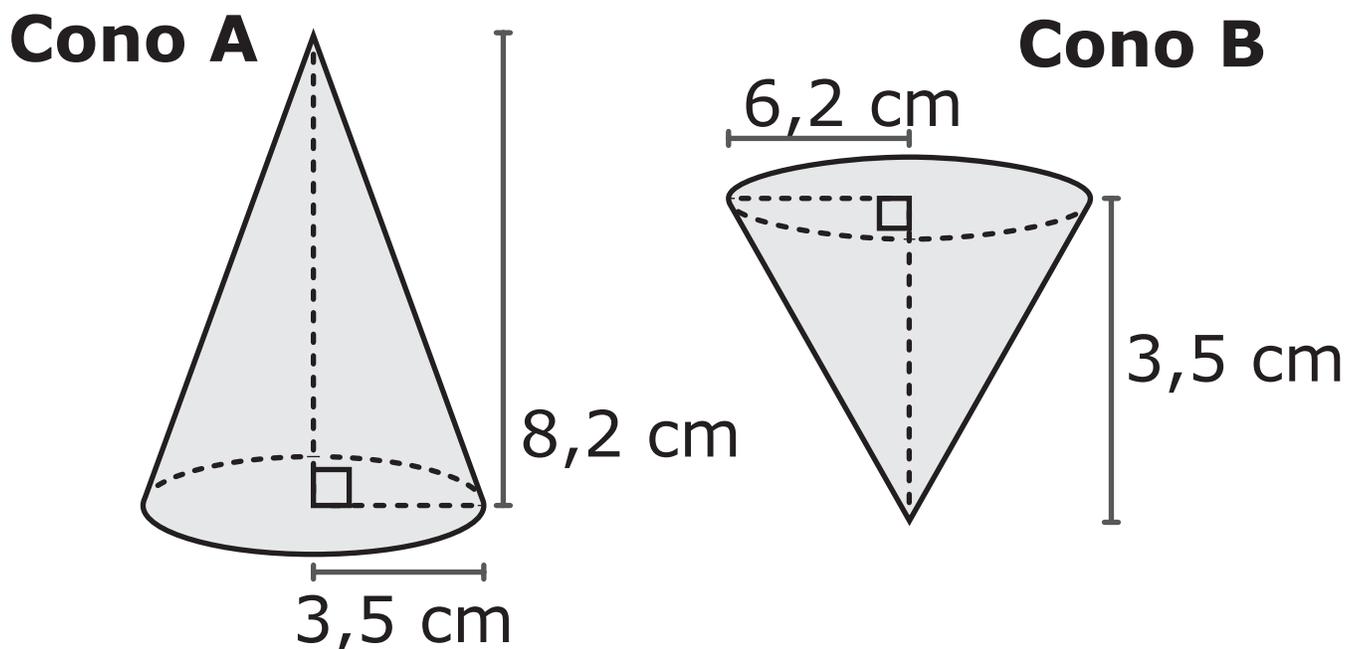


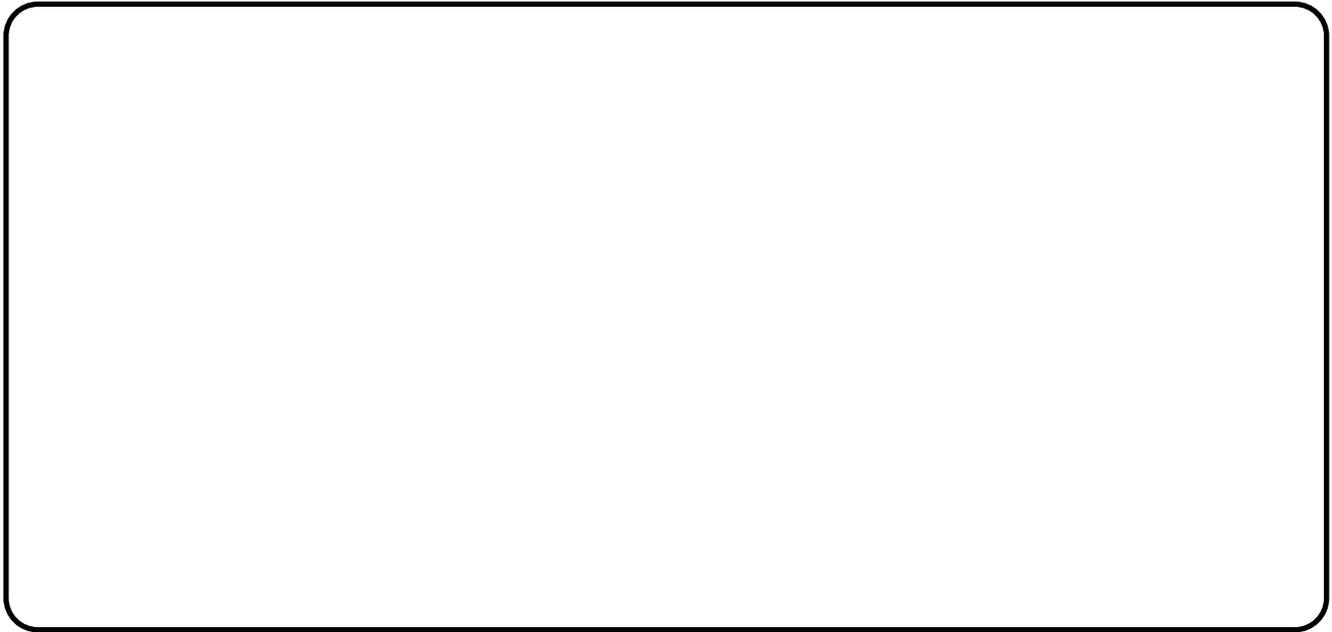
a. ¿Cuánto mide la altura (h) del cono?

b. ¿Cuánto es el área del cono?

c. ¿Cuánto es el volumen del cono?

5. Compara los dos conos, calcula y responde. ¿Cuál de los conos tiene menos capacidad?





6. Resuelve el siguiente problema.

En la calle, para advertir de una pista que se va acerrar, se pusieron 10 conos plásticos, de 36 cm de diámetro y 50 cm de altura cada uno.

¿Cuál es el área del manto de cada cono?





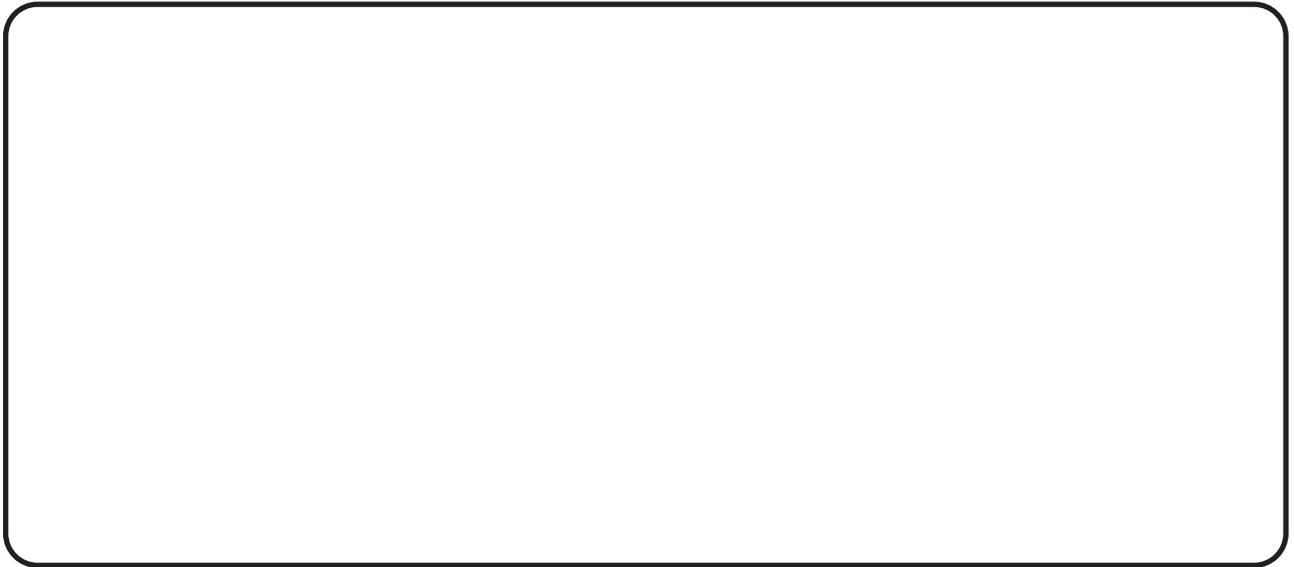
¿Qué aprendiste?

Evaluación Unidad 1

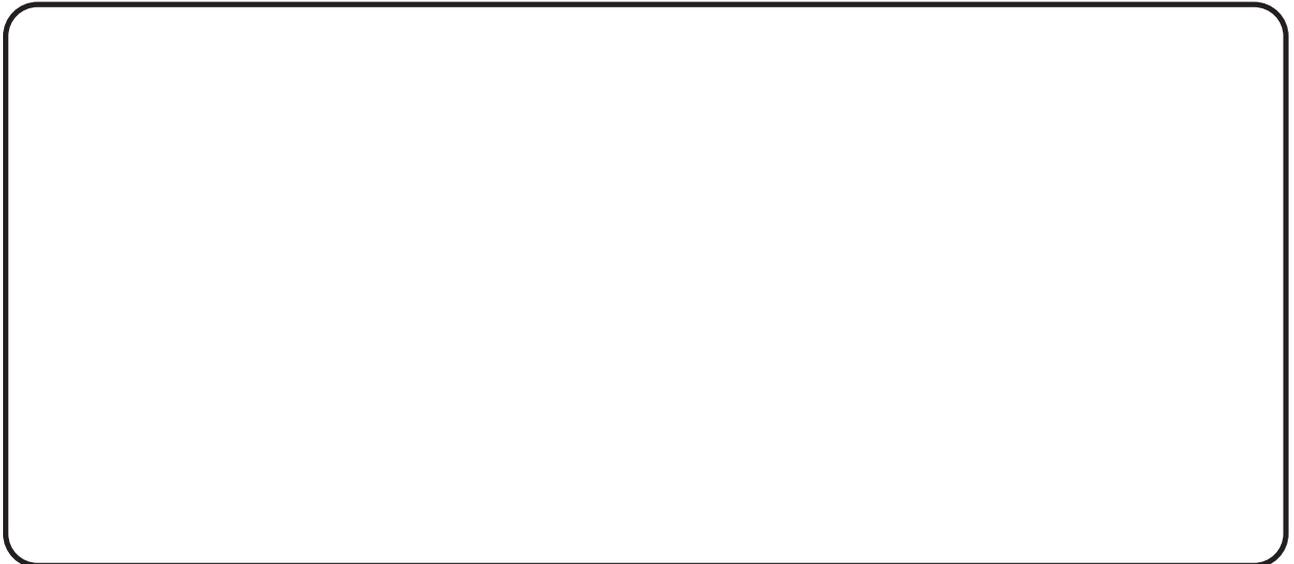
1. Resuelve las operaciones solicitadas tomando en cuenta que: $X = \frac{1}{4}$; $Y = 0,\overline{4}$; $W = 2\frac{1}{2}$; y $Z = -1,6$.

a. $X + W - Z$

b. $(Y \cdot Z) : X$



c. $(W - X) : Y$

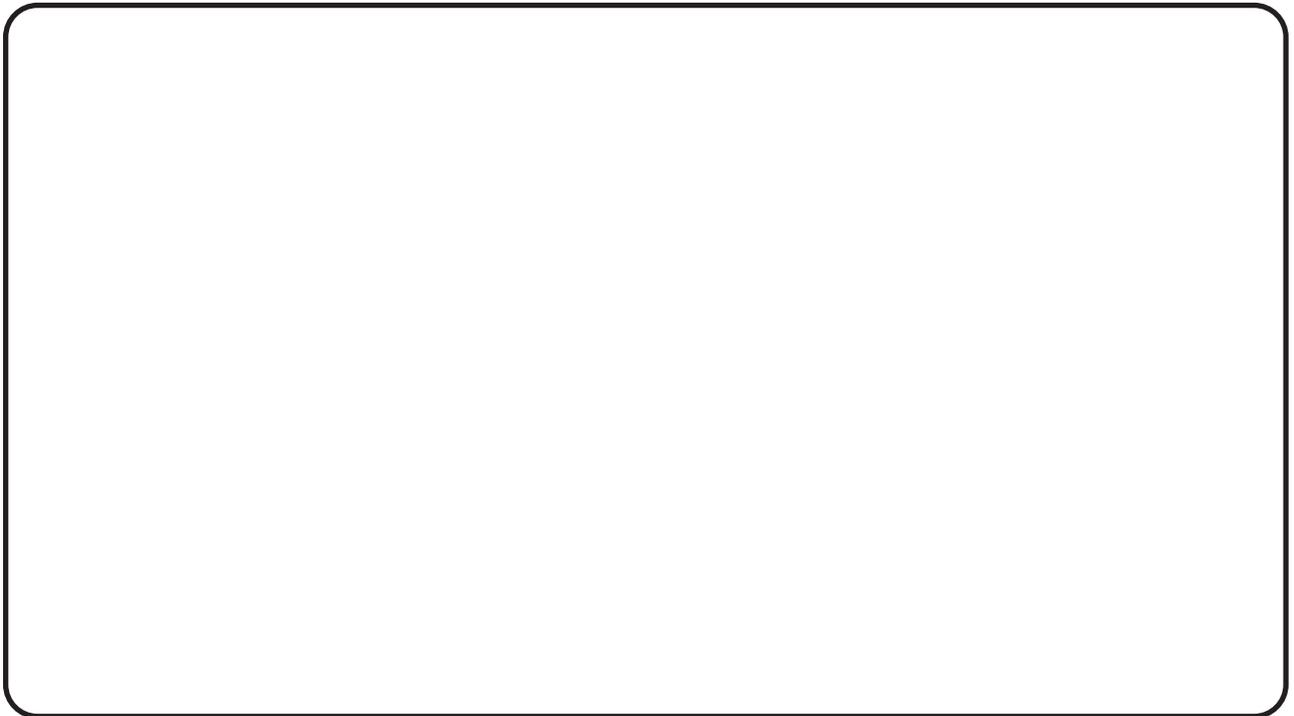




2. Resuelve las siguientes operaciones combinadas.

$$\mathbf{a.10} \bullet \frac{5}{4 : \frac{3}{2 - \frac{1}{5}}}$$

$$\mathbf{b.} \ 0,6 - \frac{3}{2 + \frac{1}{5 \cdot \frac{1}{3}}}$$





3. Resuelve las siguientes operaciones con potencias.

a.
$$\frac{(-4)^8 \cdot (-4)^6 \cdot 16}{16^{-2} \cdot (-4)^{10}}$$

b.
$$\frac{3^{-5} \cdot 3^5 \cdot 5^2}{3^{-1} \cdot 5^2 \cdot 5}$$

c.
$$\frac{(-3)^{-2} \cdot (-3)^3 \cdot 3^6}{3^2 \cdot (-3)^3 \cdot (-9)^{-4}}$$

4. Completa los productos notables con los términos que faltan.

a. $(4n + 2)^2 = \underline{\hspace{2cm}} + 16n + \underline{\hspace{2cm}}$

b. $(x - \underline{\hspace{2cm}})(x - 5) = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} + 10$

c. $(\underline{\hspace{2cm}} + y)(2x^2 - y) = 4x^4 - \underline{\hspace{2cm}}$



d. $(5a^2 - 4a)^2 = \underline{\hspace{2cm}} - 40a^3 + \underline{\hspace{2cm}}$

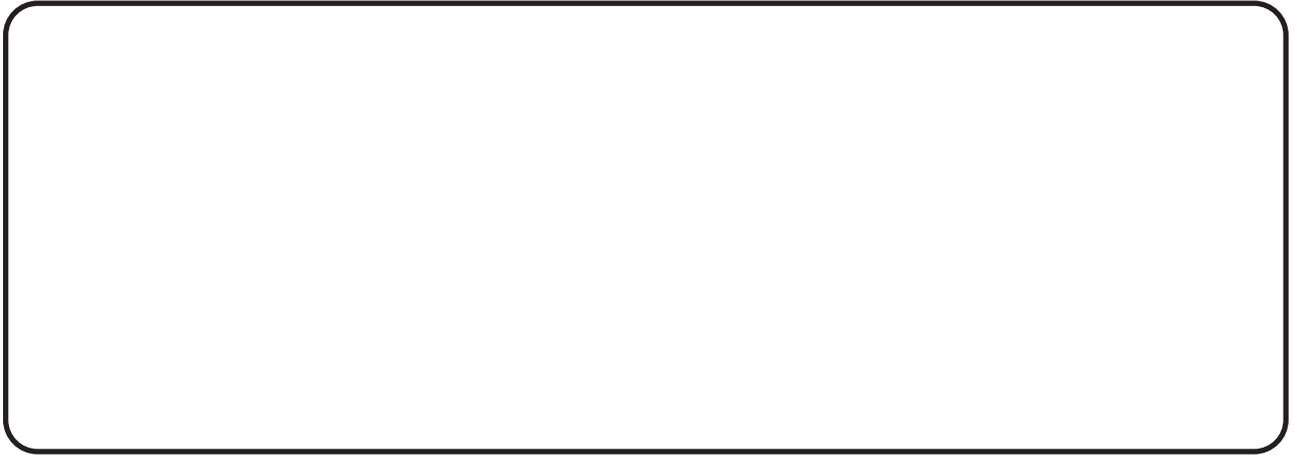
e. $(6y - \underline{\hspace{2cm}})^2 = \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}} + 1$

f. $(\underline{\hspace{2cm}} + x)^2 = 25 + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$

5. Resuelve los siguientes productos notables.

a. $(8b^2 + 2b)^2$

b. $(a + 3y)(-a + 3y)$



c. $(4x^2 - 9)^2$





6. Comprueba si se cumple cada una de las igualdades.

a. $\left[\left(\frac{1}{5}\right)^3 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3\right]^2 \cdot \left[\left(\frac{5}{3}\right)^{-6} \div \left(\frac{2}{3}\right)^{-6}\right]^{-1} = 1$

b. $\left[\left(\frac{3}{2}\right)^5 \div \left(\frac{3}{2}\right)^4\right] + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^{-1} = \frac{13}{6}$

7. Resuelve los siguientes problemas.
Considera $\pi \approx 3,14$.

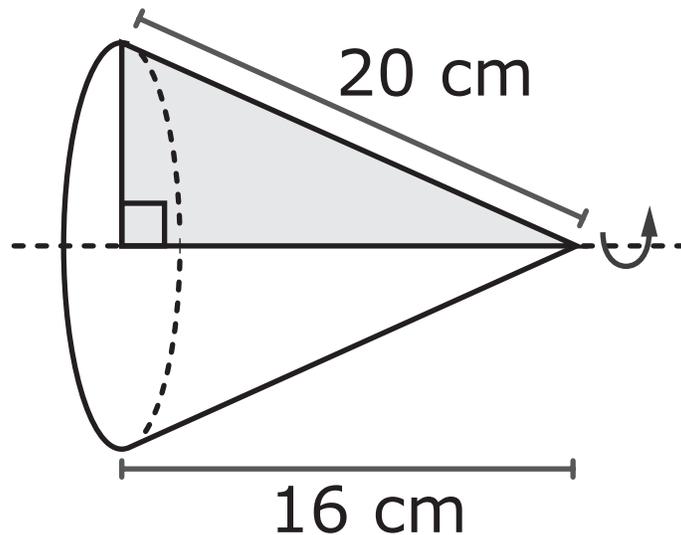
a. ¿Cuál es la generatriz del cono que tiene un volumen de $6\pi \text{ cm}^3$ y una altura de 2 cm?

b. ¿Cuál es el volumen de un cono si su área lateral es $15\pi \text{ cm}^2$ y su área total es $24\pi \text{ cm}^2$?



8. Analiza la siguiente información, y luego responde.

Para generar un cono se hace girar un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos, como se muestra en la imagen.



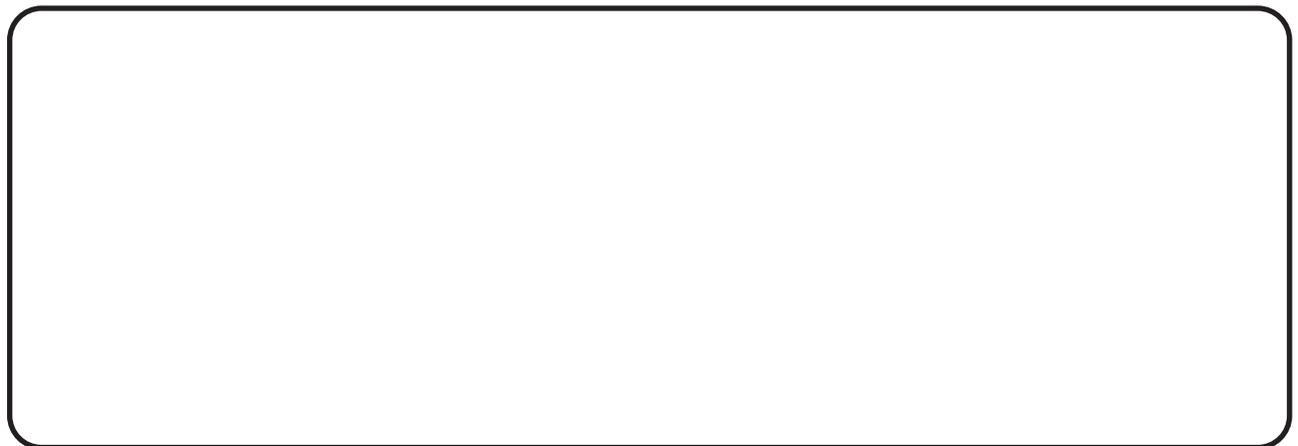
a. ¿Cuál es el volumen del cono generado?



b. ¿Cuál es el área de la base circular del cono generado?



c. ¿Cuál es el área del cono generado?





Cierre

- De las cuatro lecciones estudiadas en esta unidad, ¿cuál fue la que te gustó más? ¿Por qué?
- ¿En qué situaciones de la vida cotidiana se aplica lo aprendido en esta unidad? Menciona un ejemplo.

UNIDAD 2

NUESTRO ENTORNO

Lección 5

Sistema de ecuaciones lineales

ECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

1. Marca con un ✓ las expresiones algebraicas que sean una ecuación lineal con dos incógnitas y con una X las que no lo sean.



a. _____ $4x + 5y = 9$

b. _____ $-x + 8y^2 = 1$

c. _____ $6y + 8y = 12$

d. _____ $x - x = 0$

e. _____ $2x + 2y = 0$

f. _____ $2x = 2y$

g. _____ $x^2 + 4y^2 = 10$

h. _____ $x + 8y + 6$

i. _____ $x^2 - y = 5$

2. Escribe una ecuación que represente algebraicamente cada situación. Luego, intercambia tus respuestas con las de un compañero(a) y compáralas.

a. La edad de Pedro y la edad de Luis suman 24 años.

b. Un número más el triple de otro es igual a 8.



c. El perímetro de una cancha de lados x e y es de 90 m.

d. Dos billetes de diferente denominación suman \$15.000.

3. En cada caso, marca con un la ecuación con la solución correcta.

a. $x = 1$ e $y = 2$

___ $x + y = -3$

___ $x + y = 3$

___ $2x - y = 4$

b. $x = 2$ e $y = 3$

___ $2x + y = 5$

___ $x + y = 5$

___ $2x - 2y = 6$

c. $x = 0$ e $y = -1$

___ $2x + y = -3$

___ $2x - 2y = -2$

___ $2x - y = 1$



d. $x = -2$ e $y = 1$

_____ $2x + y = 5$

_____ $x - y = -3$

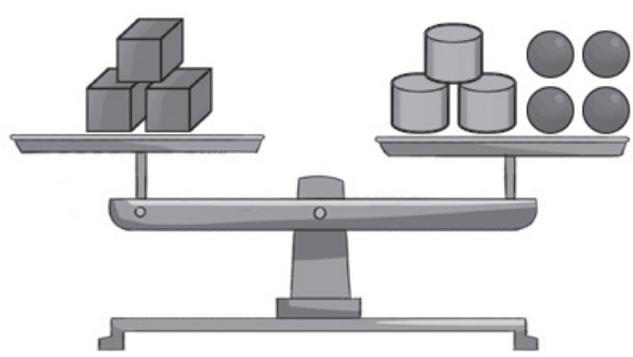
_____ $x + y = 1$

► **Recurso Web**

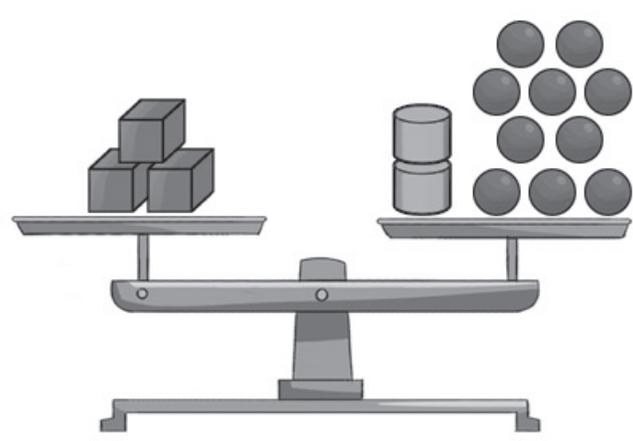
Para practicar más, puedes acceder al recurso interactivo del Mineduc Explorador de igualdades: Dos variables en el siguiente sitio: <https://n9.cl/kker>

4. Interpreta las siguientes balanzas en las que los cilindros representan la variable x ; los cubos, la variable y , y las bolas, las unidades de masa. Escribe en cada caso la ecuación lineal de la forma $ax = by + c$.

a.

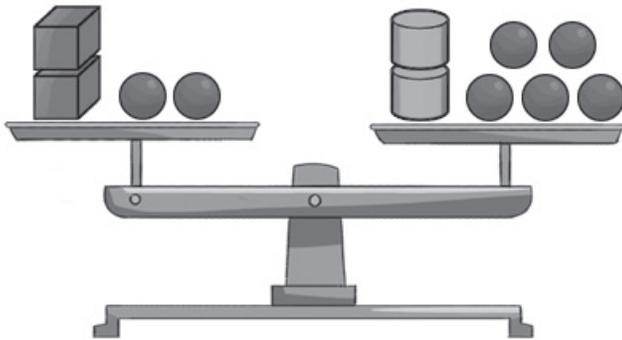


b.

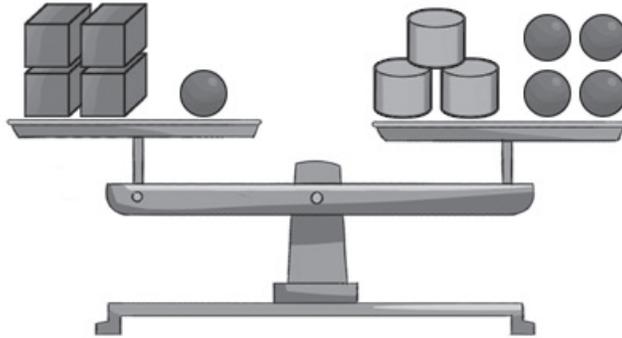




C.



d.



5. Argumenten a partir de la siguiente situación problemática.

En un estacionamiento hay motos y autos. En total se cuentan 14 ruedas.



a. ¿Es posible que haya 4 autos?, ¿por qué?

b. ¿Es posible que haya 1 solo auto?, ¿por qué?

c. ¿Es posible que haya 6 motos?, ¿por qué?

d. ¿Es posible que haya solo 1 moto?,
¿por qué?

e. ¿Cuáles son las posibles combinaciones de autos y motos que puede haber?



SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS

1. Identifica los dos sistemas de ecuaciones que son equivalentes.

A
$$\begin{array}{l} 3x + 2y = 12 \\ x - 3y = 6 \end{array}$$

B
$$\begin{array}{l} \frac{5x}{2} - 2y = 2 \\ x - y = 6 \end{array}$$

C
$$\begin{array}{l} 5x - 4y = 4 \\ 4x - 4y = 24 \end{array}$$

D
$$\begin{array}{l} 9x + 6y = 36 \\ 2x - 2y = 12 \end{array}$$

Respuesta:

2. Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F).

- a.** ____ Un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas es compatible si tiene solo una solución.
- b.** ____ Todo sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre tiene, por lo menos, una solución.
- c.** ____ Las ecuaciones $x + y = 4$ y $2x + 2y = 8$ forman un sistema incompatible.



d. ____ Dos sistemas de ecuaciones lineales son equivalentes si tienen las mismas soluciones.

e. ____ La solución única de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas corresponde al punto de intersección de las dos rectas determinadas por las ecuaciones.

3. Asignen las incógnitas y planteen un sistema de ecuaciones que represente cada situación.

- a.** La suma de dos números es 20 y su diferencia es 10.

Incógnitas:

Sistema de ecuación



b. En un número de dos cifras se cumple que la segunda cifra es el triple de la primera y la suma de las cifras es 8.

Incógnitas:

Sistema de ecuación

- c. En una granja, la suma de pollos y caballos es 120 y la de sus patas es 210.

Incógnitas:

Sistema de ecuación



MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

► Método gráfico

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones en forma gráfica debes:

- 1-** Despejar la incógnita y en ambas ecuaciones.
- 2-** Construir, para cada función, la tabla de valores correspondientes.
- 3-** Representar gráficamente ambas rectas en el plano.

1. Completa cada paso y resuelve el sistema usando el método gráfico.

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \quad x - y = 1 \\ \textcircled{2} \quad 2x - y = 3 \end{array}$$

$\textcircled{1} \quad y =$

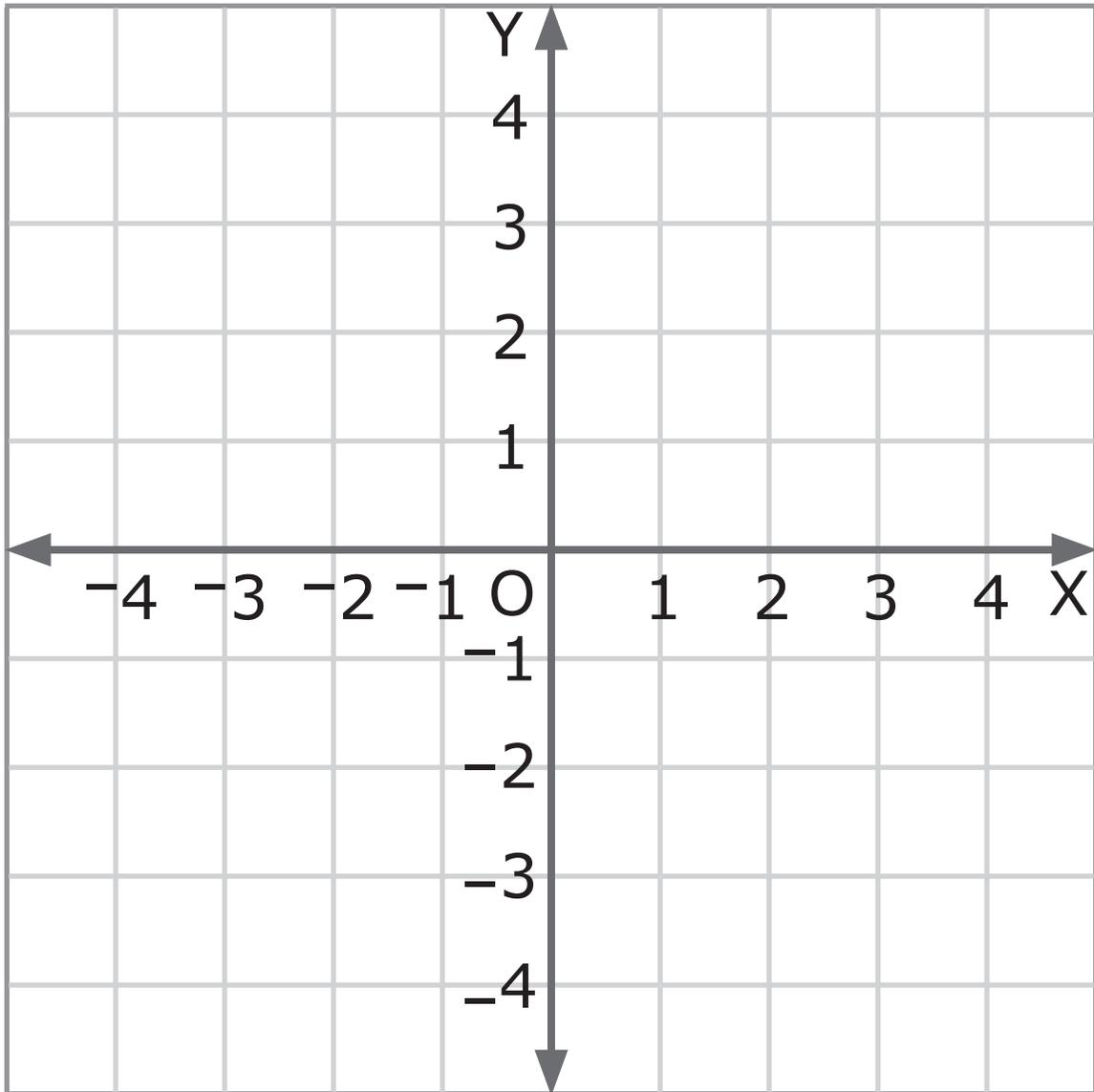
$\textcircled{2} \quad y =$

x	0	1	2
y			

$x =$

x	-1	0	1
y			

$y =$

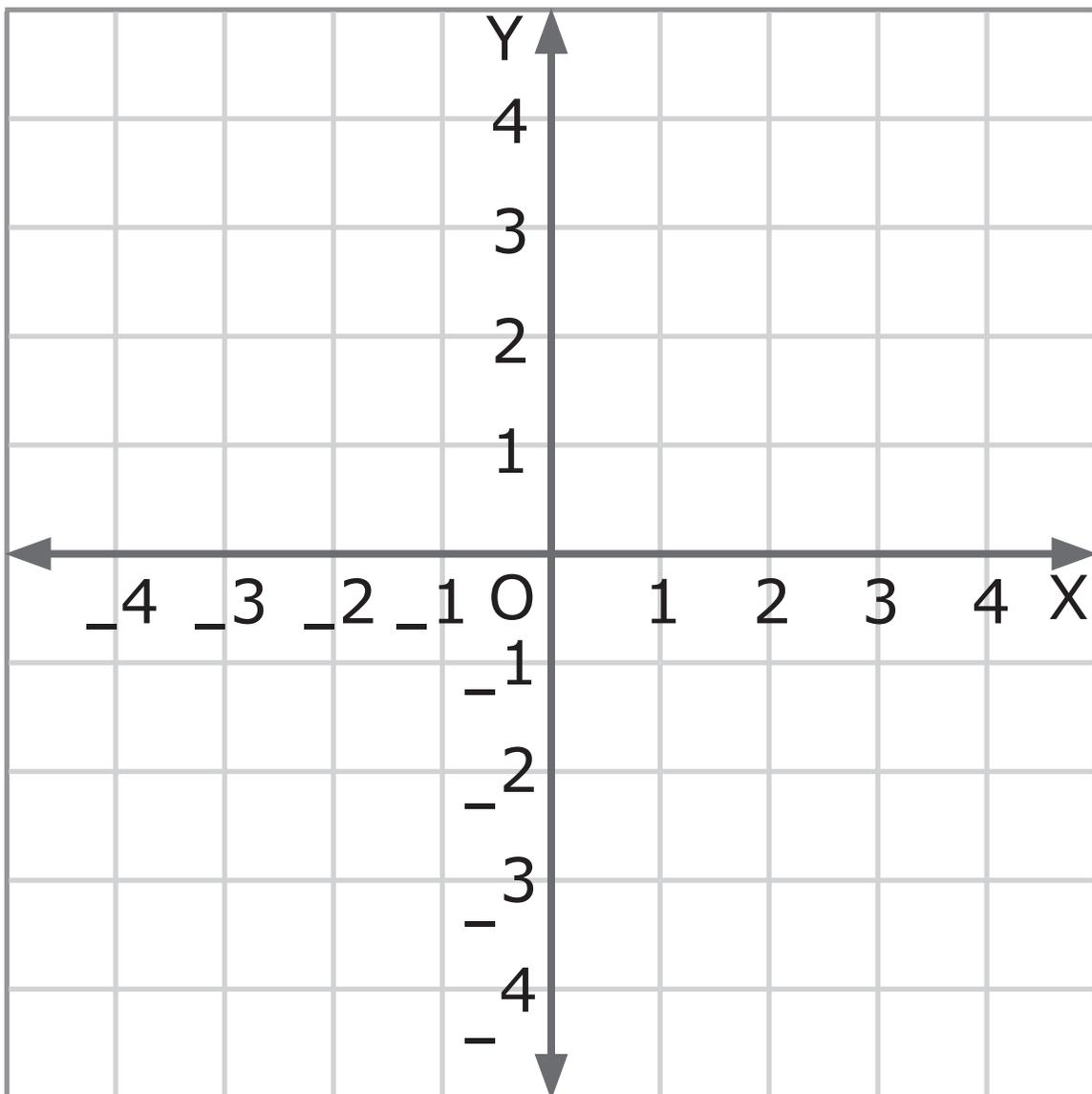


2. Representa gráficamente las ecuaciones de cada sistema y escribe la solución.

a.
$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

$x =$

$y =$

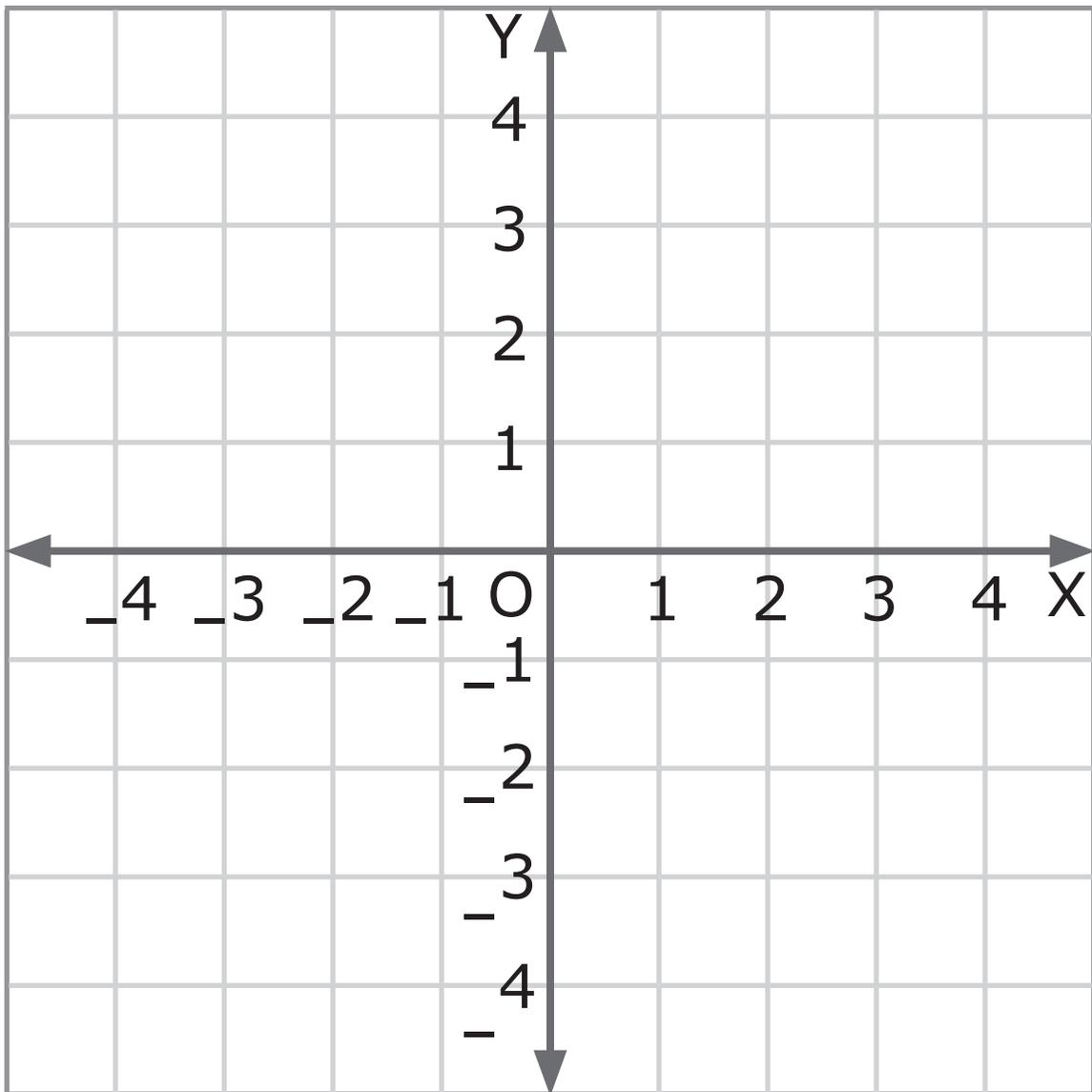




b.
$$\begin{array}{l} 4x + 2y = 4 \\ 6x + 3y = -6 \end{array}$$

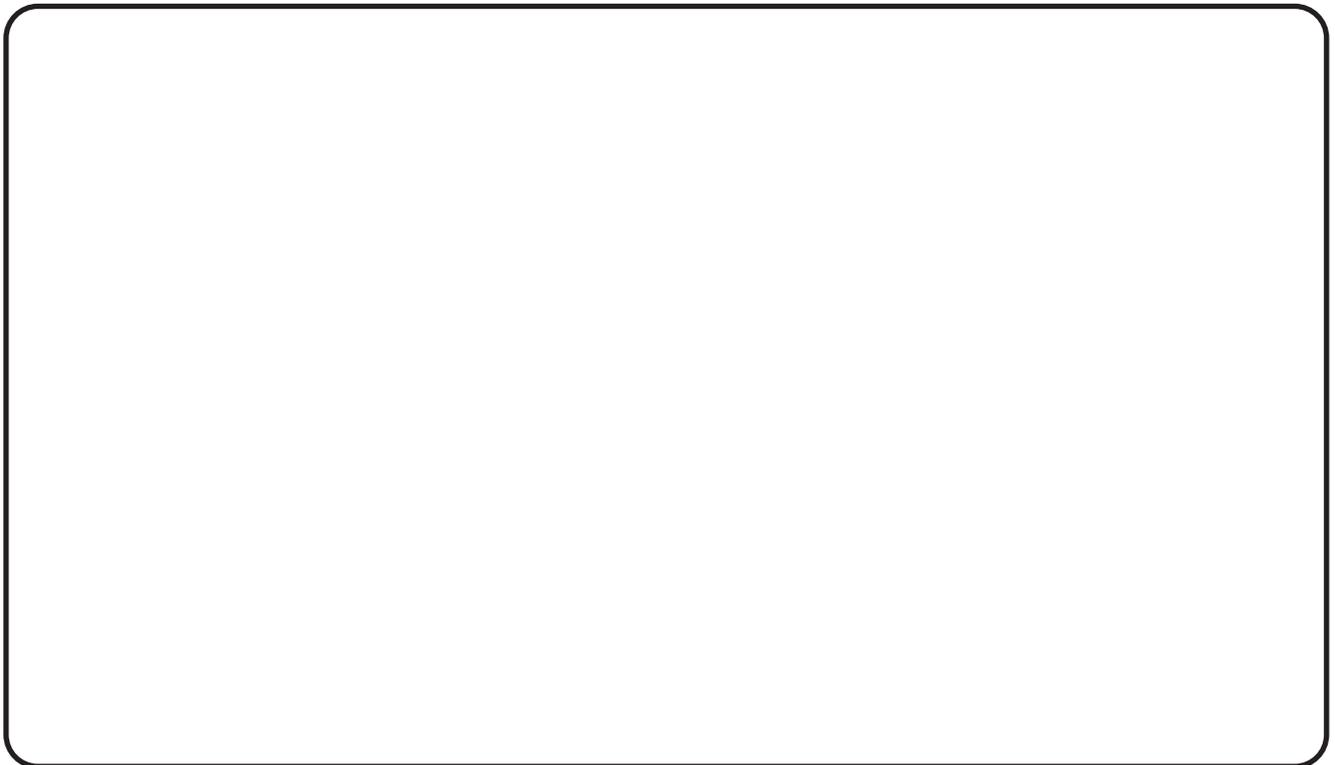
$x =$

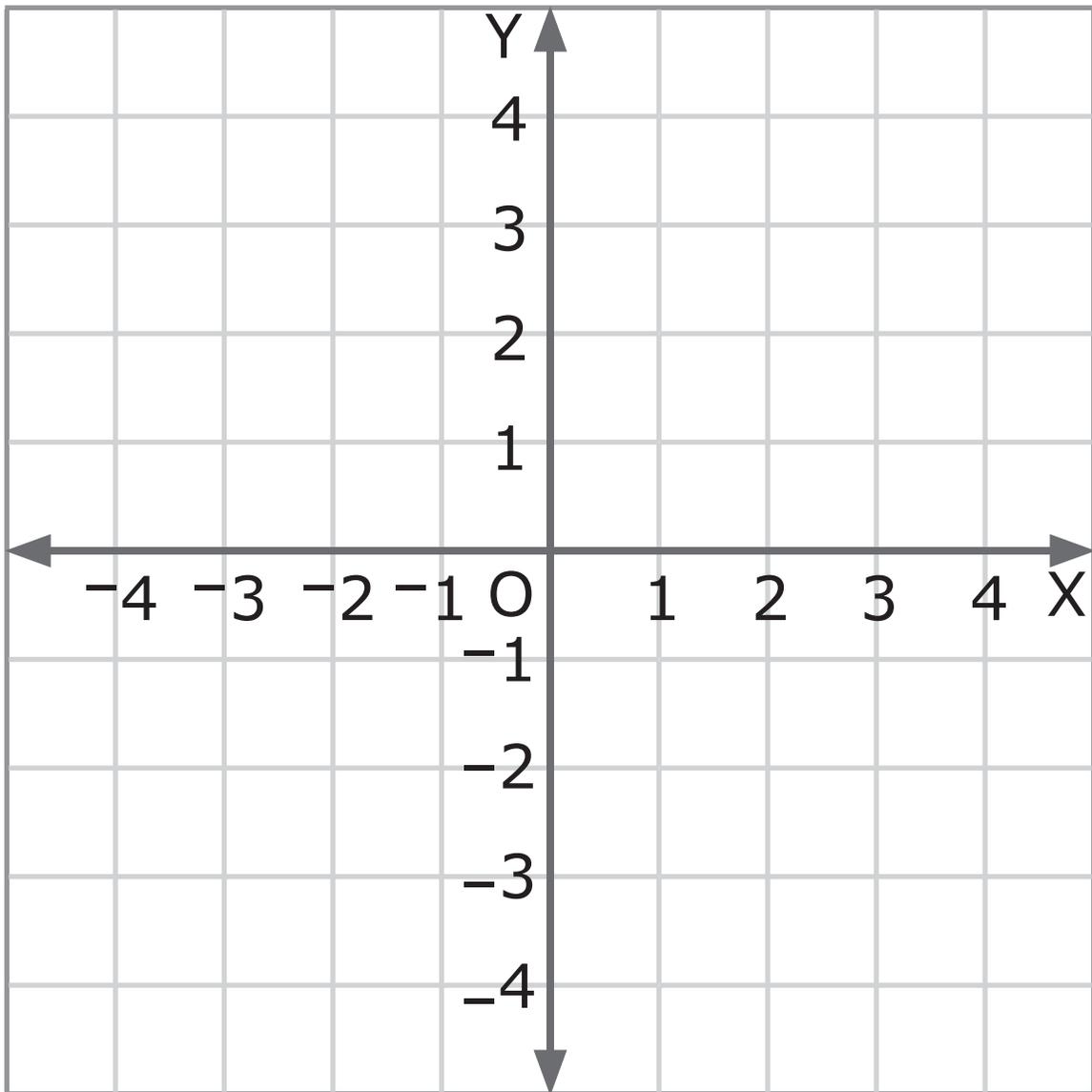
$y =$



3. Analicen el siguiente problema y resuelvan usando el método gráfico.

Antonia tiene el doble de la edad de Loreto, pero en dos años, Loreto tendrá dos tercios de la edad de Antonia. ¿Qué edad tienen Antonia y Loreto en la actualidad?





► **Recurso Web**

Para revisar tus soluciones o para seguir practicando, puedes consultar el Simulador de sistemas de ecuaciones lineales en el siguiente sitio: <https://n9.cl/coqr>

► Método de igualación

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones por igualación, debes:

- 1-** Despejar, en ambas ecuaciones, la misma incógnita.
- 2-** Igualar las expresiones obtenidas.
- 3-** Reemplazar el valor de la incógnita en una de las ecuaciones del sistema.
- 4-** Verificar y escribir la solución.



1. Completa cada paso y resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones aplicando el método de igualación.

a. **1** Despejas.

$$\begin{array}{l} 12x + y = -70 \\ -6x + y = 38 \end{array}$$

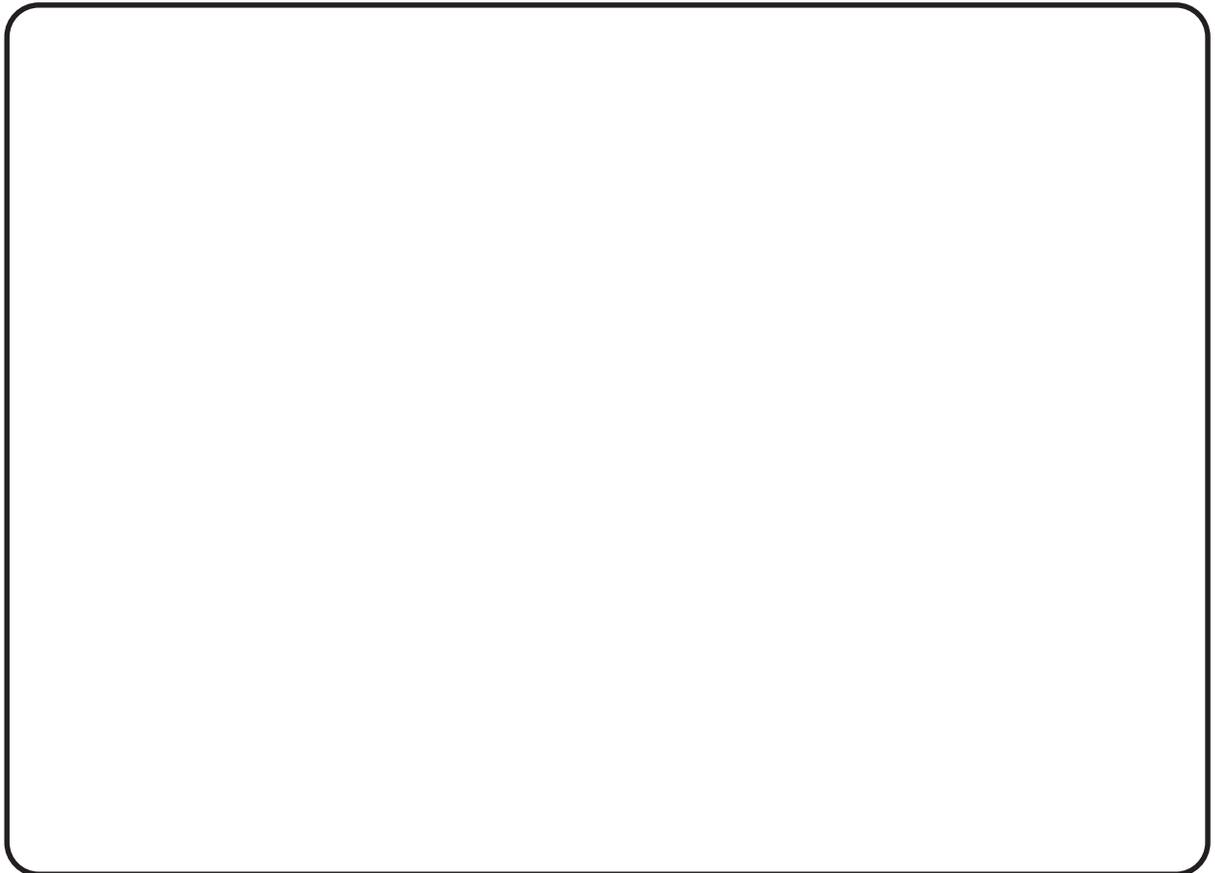
$x =$

$y =$

2 Iguala las ecuaciones y resuelve.

=

- 3 Reemplaza el valor obtenido y resuelve.



- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$



b. ① Despejas.

$$\begin{array}{l} 4x + 15y = 34 \\ x + 15y = 26 \end{array}$$

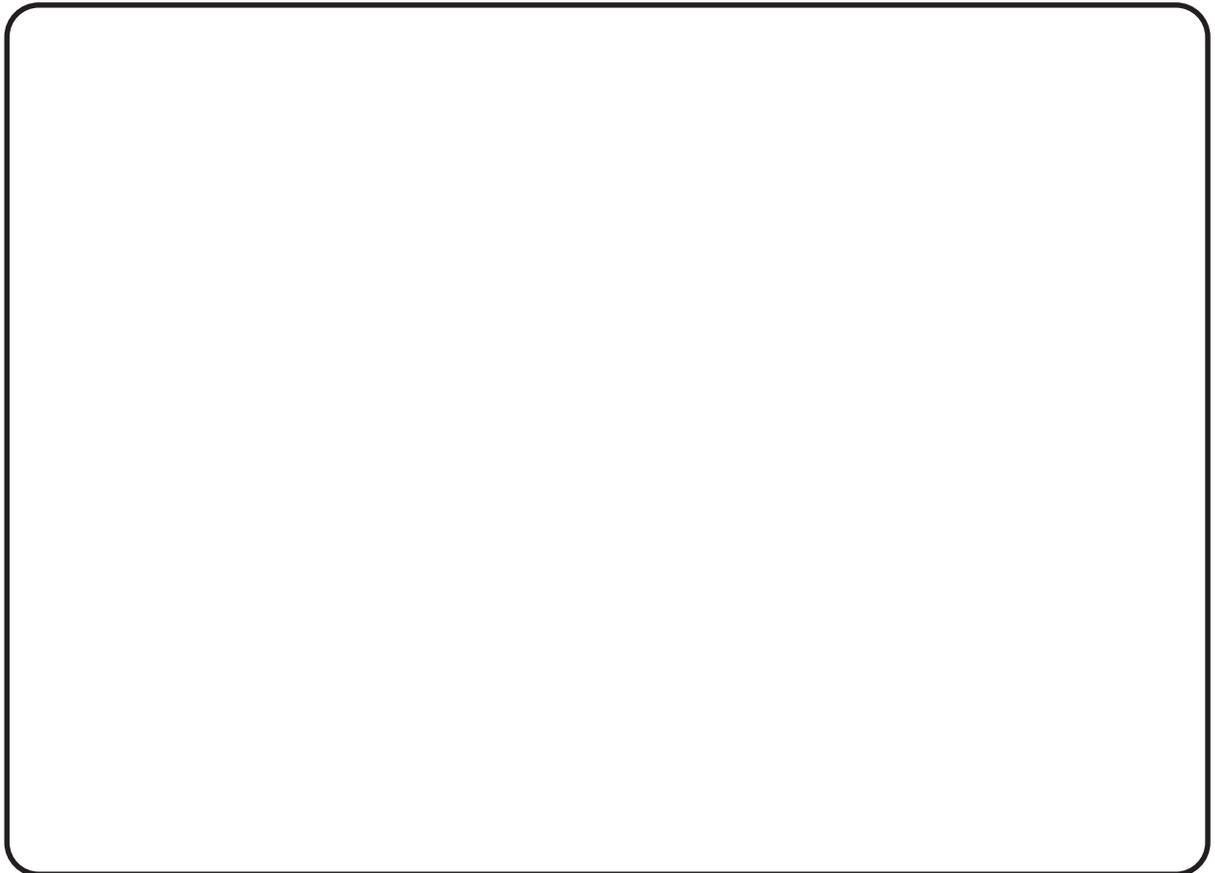
$x =$

$y =$

② Iguala las ecuaciones y resuelve.

=

- 3 Reemplaza el valor obtenido y resuelve.



- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$



c. **1** Despejas.

$$\begin{array}{l} 3x + 8y = 75 \\ -x + 4y = 35 \end{array}$$

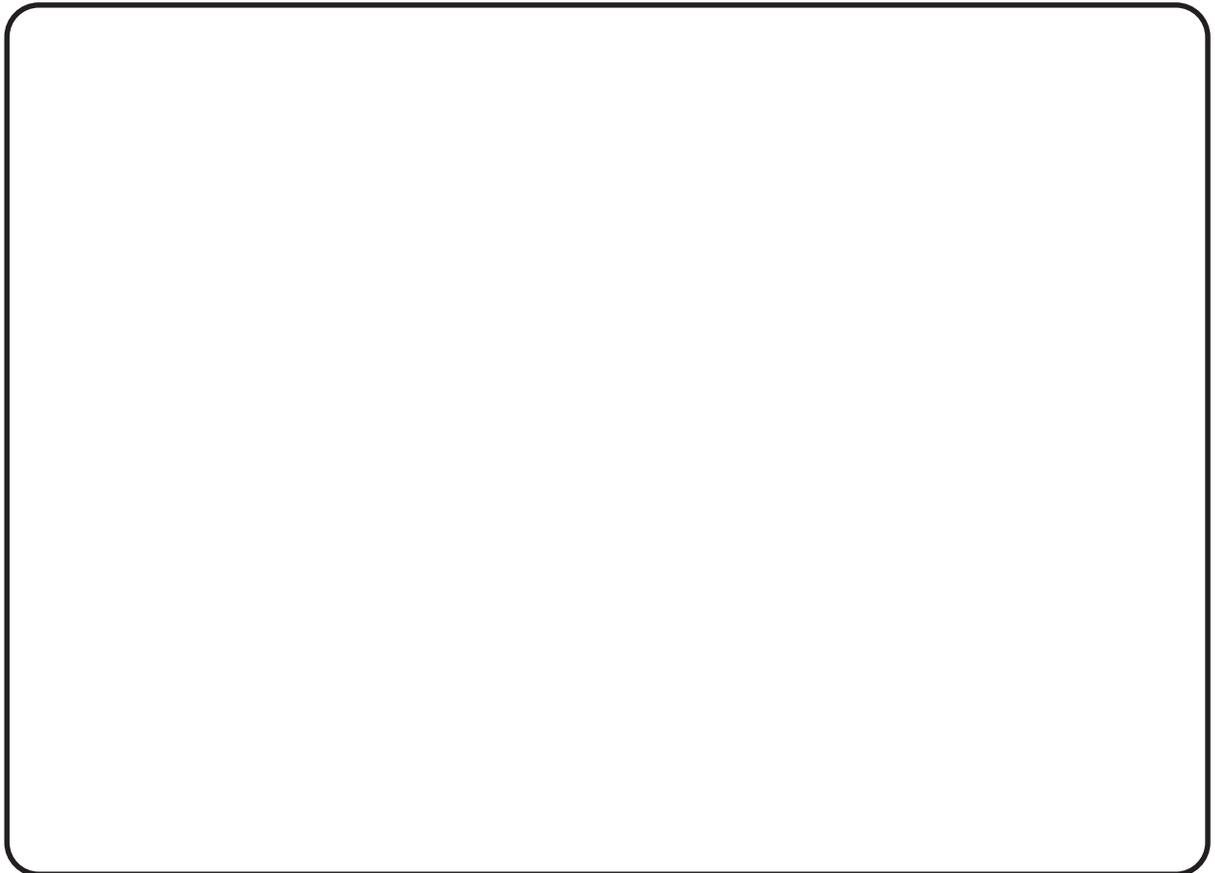
$x =$

$y =$

2 Iguala las ecuaciones y resuelve.

=

- 3 Reemplaza el valor obtenido y resuelve.



- 4 La solución del sistema es:

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$



2. Utiliza el método de igualación y resuelve.

a.
$$\begin{array}{l} 6x + 2y = 0 \\ -3x + 2y = 9 \end{array} \Bigg|$$

$x =$

$y =$

b.

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = -14 \\ x - 6y = -60 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$

c.

$$\begin{array}{l} 3x + 8y = 75 \\ -x + 4y = 35 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$



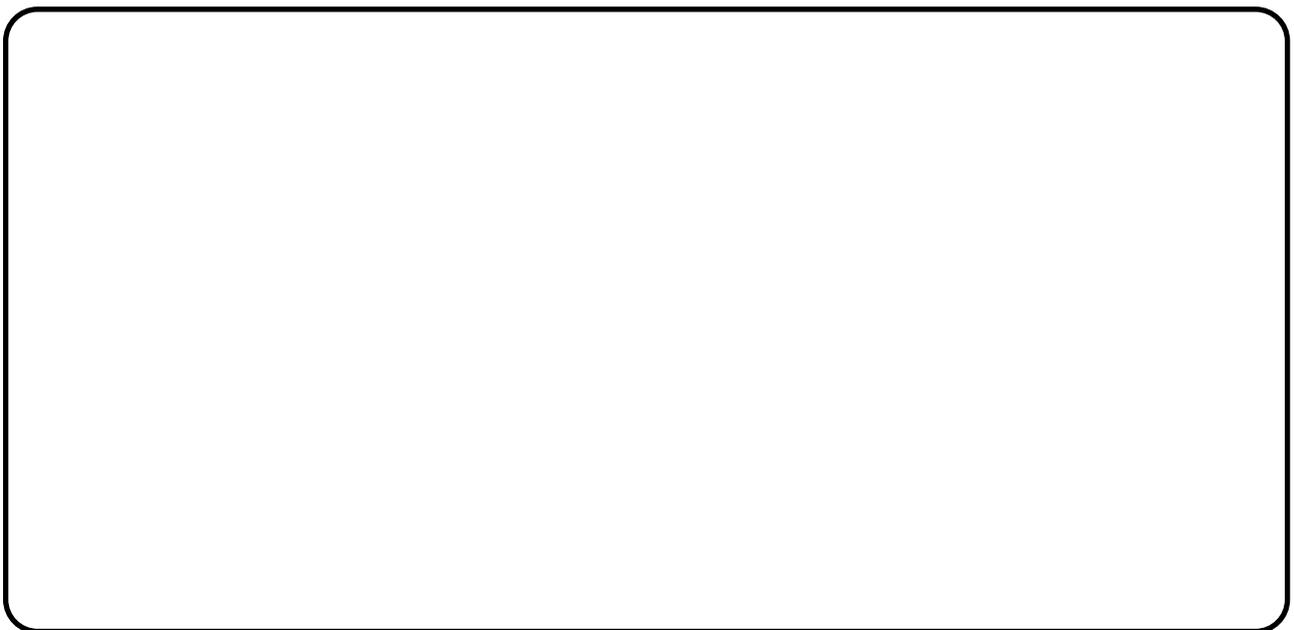
d.
$$\begin{array}{l} 5x - 2y = -4 \\ 3x + 4y = -18 \end{array}$$

$x =$

$y =$

3. Interpreten cada situación como un sistema de ecuaciones y resuelvan aplicando el método de igualación.

- a.** Carlos llevó a sus nietos al teatro en dos ocasiones. La primera vez pagó \$15.000 por dos adultos y dos niños, y la segunda vez canceló \$13.500 por un adulto y tres niños. Entonces, ¿cuánto pagó Carlos por cada entrada de adulto y de niño?





b. Al repartir las cartas de un juego, entregué 5 a cada jugador y sobraron 3. Luego, llegaron 2 jugadores más y repartí 3 cartas nuevamente a cada uno, y sobró una. ¿Cuántos jugadores había al principio y cuántas cartas tenía?

► Método de sustitución

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones por sustitución, debes:

- 1-** Despejar una de las incógnitas en una de las ecuaciones.
- 2-** Reemplazar la expresión obtenida en la otra ecuación.
- 3-** Reemplazar la solución de la ecuación en una de las ecuaciones del sistema.
- 4-** Verificar y escribir la solución.



1. Completa cada paso y resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de sustitución.

a.
$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 4 \\ x - y = 3 \end{array}$$

1 Despeja x de la segunda ecuación.

$$x = \boxed{}$$

2 Reemplaza la expresión en la primera ecuación y resuelve.

$$2(\boxed{}) - 3y = 4$$

- 3** Reemplaza el valor de y en una ecuación y resuelve.

- 4** La solución del sistema es:

$$x = \boxed{}$$

$$y = \boxed{}$$



b.
$$\begin{array}{l} 6x + 4y = 20 \\ 4x - 8y = -8 \end{array}$$

1 Despeja x de la segunda ecuación.

$x =$

2 Reemplaza la expresión en la primera ecuación y resuelve.

$2(\text{ }) - 3y = 4$

- 3 Reemplaza el valor de y en una ecuación y resuelve.

- 4 La solución del sistema es:

$x =$

$y =$



c.

$$\begin{array}{l} -12x - y = 33 \\ 7x - 8y = 58 \end{array}$$

1 Despeja x de la segunda ecuación.

$$x = \boxed{}$$

2 Reemplaza la expresión en la primera ecuación y resuelve.

$$2(\boxed{}) - 3y = 4$$

- 3 Reemplaza el valor de y en una ecuación y resuelve.

- 4 La solución del sistema es:

$x =$

$y =$

2. Utiliza el método de sustitución y resuelve.



a.

$$\begin{array}{l} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 0 \end{array}$$

$x =$

$y =$

b.

$$\begin{array}{l} 3x + y = 4 \\ 2x - y = 1 \end{array}$$

$x =$

$y =$

c.

$$\begin{array}{l} 2x + 3y = 9 \\ x - 5y = 24 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$

d.

$$\begin{array}{l} 4x + y = 14 \\ 3x - 2y = 5 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$



3. Interpreten cada situación como un sistema de ecuaciones y **resuelvan** aplicando el método de sustitución.

- a.** Con 5 billetes iguales y 18 monedas iguales la suma es de \$19.000, mientras que con 7 billetes y 16 monedas la suma es de \$22.000. ¿Cuál es el valor de cada billete y de cada moneda?

- b.** Asistieron 90 personas a una fonda. La entrada para adultos costó \$8.000 y la de niños, \$5.000. Ese día se recaudaron \$570.000. ¿Cuántos adultos y niños entraron a la fonda?



► Método de reducción

Recuerda que para resolver un sistema de ecuaciones por reducción, debes:

- 1-** Multiplicar, si es necesario, los coeficientes para obtener inversos aditivos.
- 2-** Sumar ambas ecuaciones para obtener una ecuación de una incógnita.
- 3-** Reemplazar la solución en una de las ecuación es del sistema.
- 4-** Verificar y escribir la solución.

1. Completa cada paso y resuelve los sistemas de ecuaciones aplicando el método de reducción:

a.

1 Multiplica los coeficientes para tener inversos aditivos

$$\begin{array}{r|l}
 x + 3y = -4 & \bullet \quad \boxed{} \\
 x - y = 12 & \bullet \quad \boxed{} \\
 \hline
 \end{array}$$

2 Suma ambas ecuaciones.

$$\begin{array}{r|l}
 \boxed{} & \\
 \boxed{} & \\
 \hline
 \boxed{} & \\
 \end{array}$$



3 Resuelve y reemplaza la solución en una ecuación.

4 La solución del sistema es:

$x =$

$y =$

b.

- 1 Multiplica los coeficientes para tener inversos aditivos

$$\begin{array}{r|l} -7x + 5y = 7 & \bullet \quad \boxed{} \\ 8x - 7y = -8 & \bullet \quad \boxed{} \\ \hline \end{array}$$

- 2 Suma ambas ecuaciones.



3 Resuelve y reemplaza la solución en una ecuación.

4 La solución del sistema es:

$x =$

$y =$

C.

- 1** Multiplica los coeficientes para tener inversos aditivos

$5x + 2y = 52$	•	
$4x - 3y = 60$	•	

- 2** Suma ambas ecuaciones.



- 3** Resuelve y reemplaza la solución en una ecuación.

- 4** La solución del sistema es:

$x =$

$y =$

- 2.** Utiliza el método de reducción y resuelve.

a.

$$\begin{array}{l} 3x + 8y = 30 \\ 4x - 5y = -7 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

$y = \boxed{}$

b.

$$\begin{array}{l} x - 3y = 21 \\ 3x + 14y = 121 \end{array}$$

$x = \boxed{}$

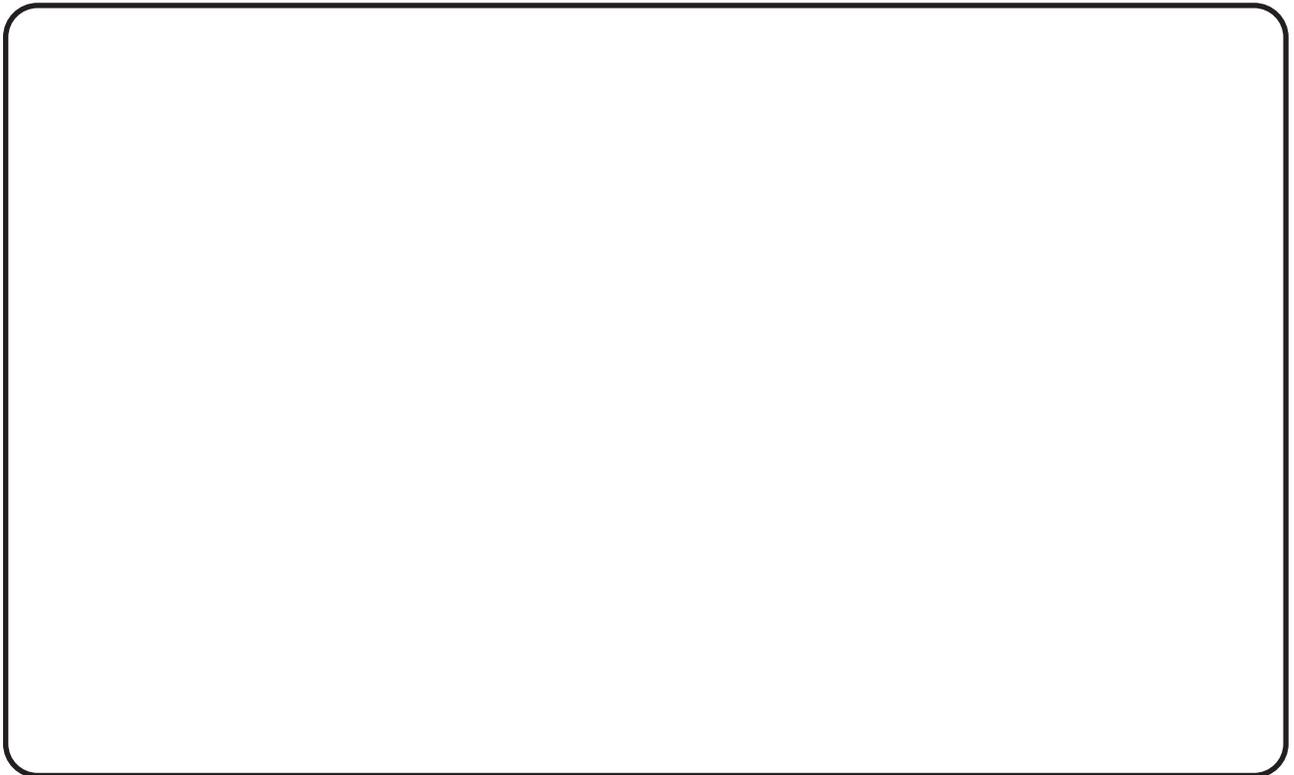
$y = \boxed{}$



3. Interpreten cada situación como un sistema de ecuaciones y **resuelvan** aplicando el método de reducción.

- a.** La entrada al cine de 3 adultos y 4 niños cuesta \$23.000. La de 2 adultos y 1 niño, cuesta \$13.500. ¿Cuánto cuesta cada entrada?

b. En una granja crían gallinas y conejos. Si contamos 83 cabezas y 216 patas, entre gallinas y conejos, ¿cuántos animales de cada especie hay?





Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Ecuación lineal con dos incógnitas

1. En la ecuación de forma $ax + by = c$, con $a, b, c \in \mathbb{R}$; $a \neq 0$ y $b \neq 0$, se cumple que:

- Tiene _____ soluciones.
- Su representación en el plano cartesiano es _____.

► **Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas**

2. Responde las siguientes preguntas considerando un sistema de ecuaciones de la forma
$$\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}$$
 con a, b, c, d, e y $f \in \mathbb{R}$; donde x e y son incógnitas:

a. Marca con una **X** la alternativa falsa.

Un sistema de ecuaciones puede:

___ tener solución única.

___ tener infinitas soluciones.

___ no tener solución.

___ tener solo dos soluciones.



b. Escribe los métodos de resolución estudiados de un sistema de ecuaciones.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 5

1. Analiza los siguientes sistemas de ecuaciones, y luego responde:

a.
$$\begin{array}{l} 2x + y = 4 \\ -6x + 3y = 0 \end{array} \left| \right.$$

- ¿Cuál de los puntos $(2, 1)$, $(1, 2)$ o $(-1, -2)$ es una solución del sistema?

- ¿La solución gráfica del sistema corresponde a una recta o a un punto?

- ¿El sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible?



b.

$$\begin{array}{l} 5x - y = -8 \\ -10x + 2y = 16 \end{array}$$

- ¿Cuál de los puntos $(8, 0)$, $(0, 8)$ o $(-1, 3)$ es una solución del sistema?

- ¿La solución gráfica del sistema corresponde a una recta o a un punto?

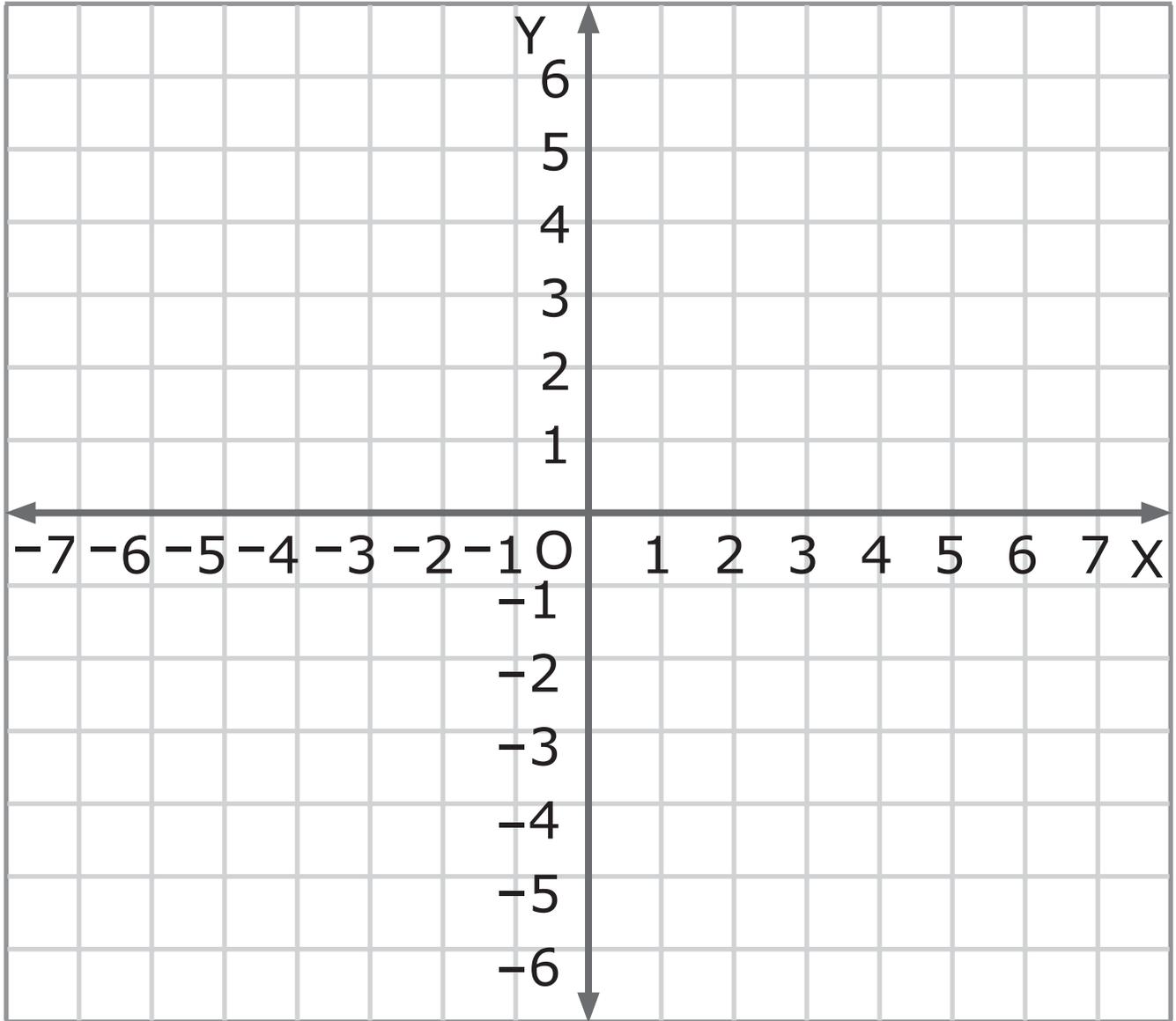
- ¿El sistema de ecuaciones es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible?

2. Resuelve el sistema de ecuaciones por el método de igualación, sustitución o reducción. Luego, **comprueba** el resultado obtenido por el método gráfico.

$$\begin{array}{r|l} x - y = -1 & \\ -x + 2y = -1 & \end{array}$$



Comprobación gráfica



3. Actividad de profundización.

Resuelve los siguientes problemas aplicando el método de resolución que estimes conveniente.

- a.** Al comprar 3 bolitas de cristal y 2 de acero, se debe pagar con 20 monedas, y al comprar 2 de cristal y 3 de acero, se debe pagar con 15 monedas del mismo valor. ¿Cuáles son los precios de una bolita de cristal y de una de acero?





b. Una alumna rindió una prueba de 100preguntas. Por cada respuesta correcta, el profesor asignó 5 puntos, y por cada incorrecta, descontó 1. Si contestó 59 preguntas y obtuvo 169 puntos, ¿cuántas preguntas respondió correctamente?

4. Interpreta la siguiente información nutricional, y luego responde.

Cada porción de frutillas y de naranjas aporta las cantidades de calcio y vitamina C indicadas en la tabla:

	Calcio (g)	Vitamina C (g)
Frutillas	0,3	0,4
Naranjas	0,35	0,6

Si una cierta dieta recomienda consumir 5 g de calcio y 8 g de vitamina C, aproximadamente, ¿cuántas porciones de cada fruta se deberían consumir para cumplir con las cantidades propuestas?



Lección 6

Relaciones lineales en dos variables

RELACIONES LINEALES DE LA FORMA $F(X, Y) = AX + BY$

1. Valoriza las siguientes expresiones de la forma $f(x, y) = ax + by$ para las x e y dadas.

a. $f(x, y) = -3x + 3y$; con $x = 3$, $y = -1$

$$f(3, -1) = \boxed{}$$

b. $f(x, y) = 4x + 8y$; con $x = -6$, $y = 3$

$$f(-6, 3) = \boxed{}$$

c. $f(x, y) = -5x - 6y$; con $x = -\frac{1}{5}$, $y = -\frac{1}{2}$



$$f\left(-\frac{1}{5}, -\frac{1}{2}\right) = \boxed{}$$

d. $f(x, y) = -4x + 2y$; con $x = -\frac{1}{2}$, $y = 2$

$$f\left(-\frac{1}{2}, 2\right) =$$

2. Marca con un ✓ a relación de la forma $f(x, y) = ax + by$, en la que se cumple que:

a. $f(1, -1) = -4.$

_____ $f(x, y) = -x + 3y$

_____ $f(x, y) = 2x + y$

_____ $f(x, y) = -4x - y$

b. $f(2, 3) = -9.$

_____ $f(x, y) = -6x + 3y$

_____ $f(x, y) = 4x - y$

_____ $f(x, y) = -3x - y$

c. $f(6, -2) = 0.$

_____ $f(x, y) = -x - 3y$

_____ $f(x, y) = 2x + y$

_____ $f(x, y) = -4x - y$



d. $f(-5, 0) = -10.$

_____ $f(x, y) = -2x - 2y$

_____ $f(x, y) = 2x + y$

_____ $f(x, y) = 10x + y$

e. $f(4, -3) = 5.$

_____ $f(x, y) = 2x + y$

_____ $f(x, y) = -x - 3y$

_____ $f(x, y) = -6x + 3y$

3. Completa las siguientes tablas valorizando $f(x, y) = ax + by$ para x e y dados.

a.

(x, y)	$f(x, y) = x + y$
$(-2, 3)$	
$(1, 1)$	
$(3, -2)$	

b.

(x, y)	$f(x, y) = x - 3y$
$(0, 0)$	
$(5, 3)$	
$(3, 2)$	



c.

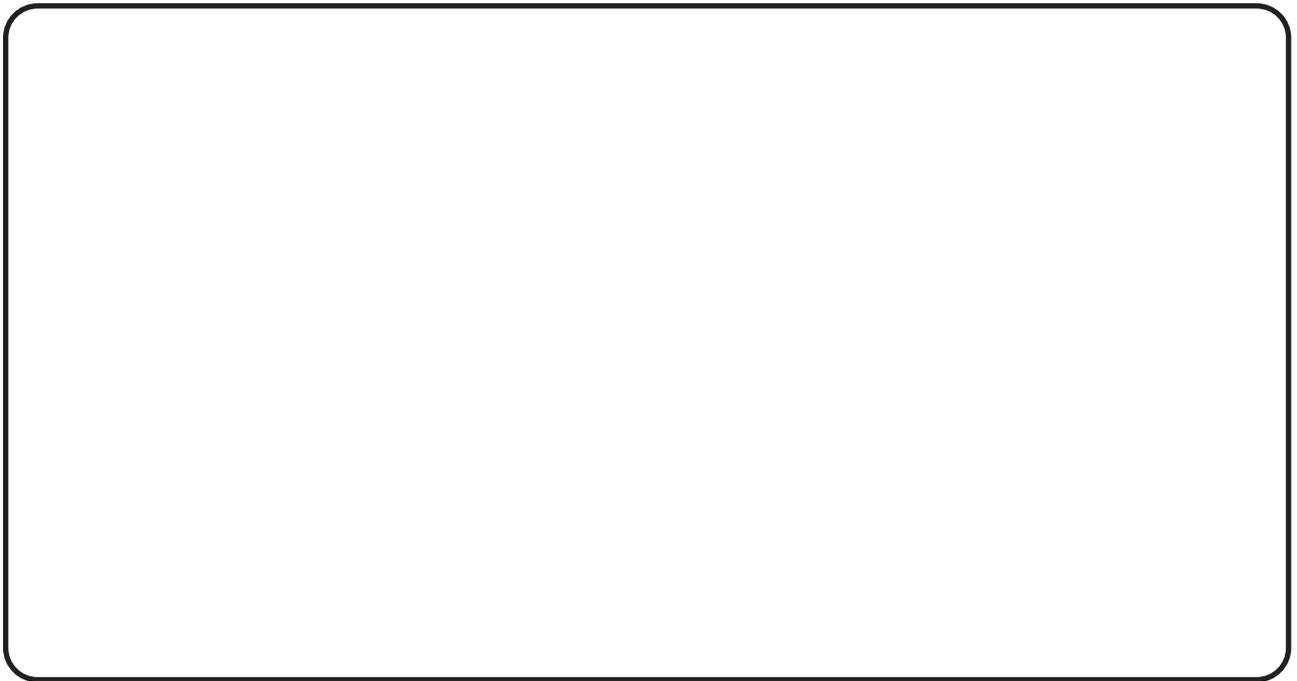
(x, y)	$f(x, y) = -x + y$
$(5, 3)$	
$(1, 5)$	
$(-2, -4)$	

d.

(x, y)	$f(x, y) = 0,5x - y$
$(-1, 4)$	
$(4, -1)$	
$(2, 3)$	

4. Determina los valores de la pendiente m y el coeficiente de posición n de las siguientes relaciones lineales.

a. $f(x, y) = 2x + y$, si $f(x, y) = -4$



b. $f(x, y) = -12x + 4y$, si $f(x, y) = 20$





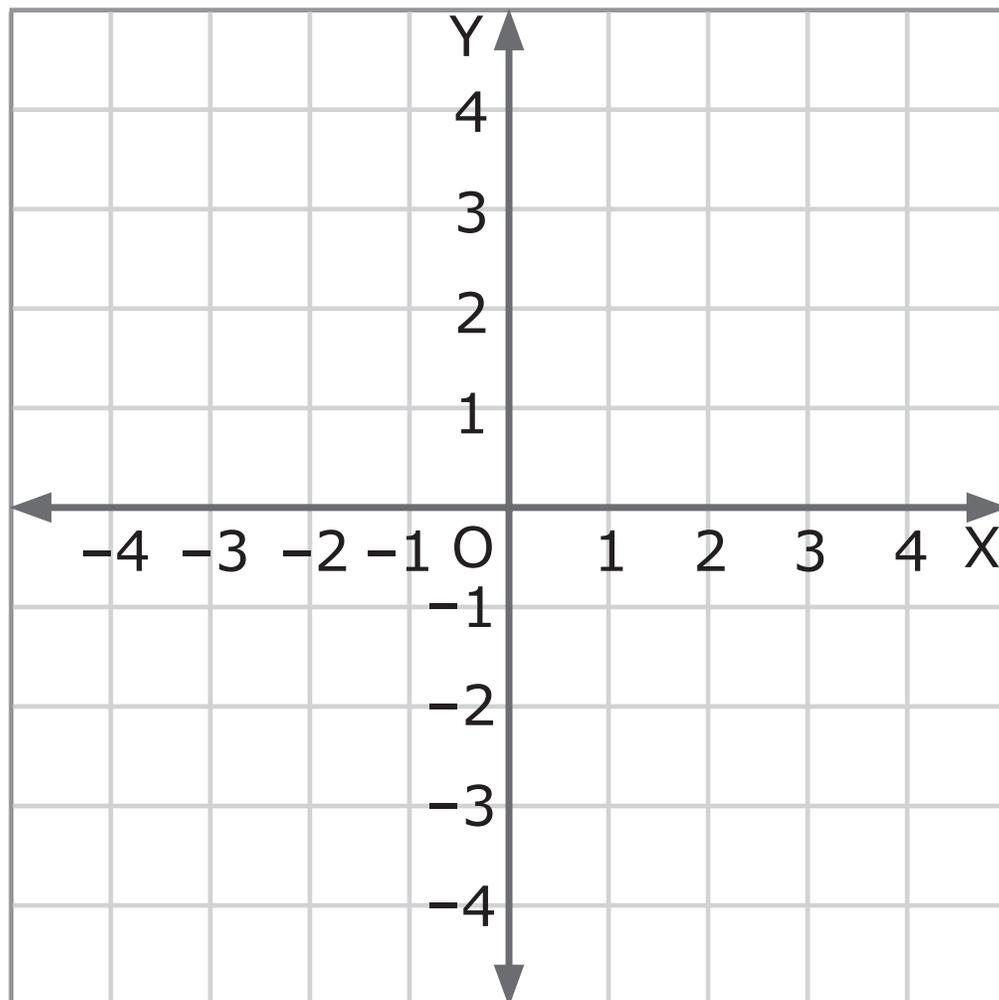
c. $f(x, y) = -5x - 3y$, si $f(x, y) = 9$

d. $f(x, y) = 8x - 2y$, si $f(x, y) = -7$

5. Escribe las expresiones $f(x, y) = ax + by$ como una ecuación lineal de la forma $y = mx + n$. Luego, gráficalas en el plano cartesiano.

a. $f(x, y) = 5x + 4y$, si $f(x, y) = 2$

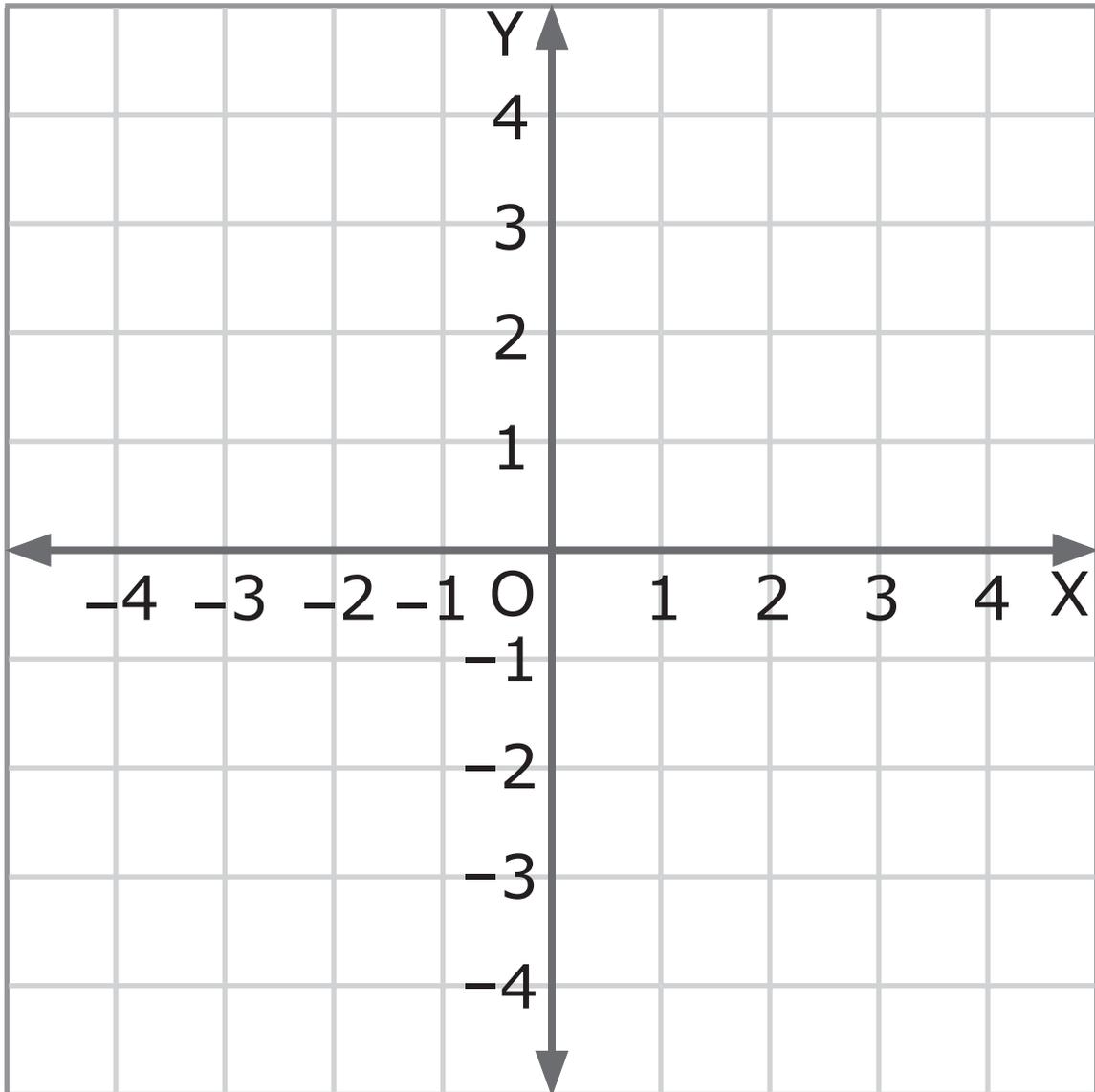
Ecuación:





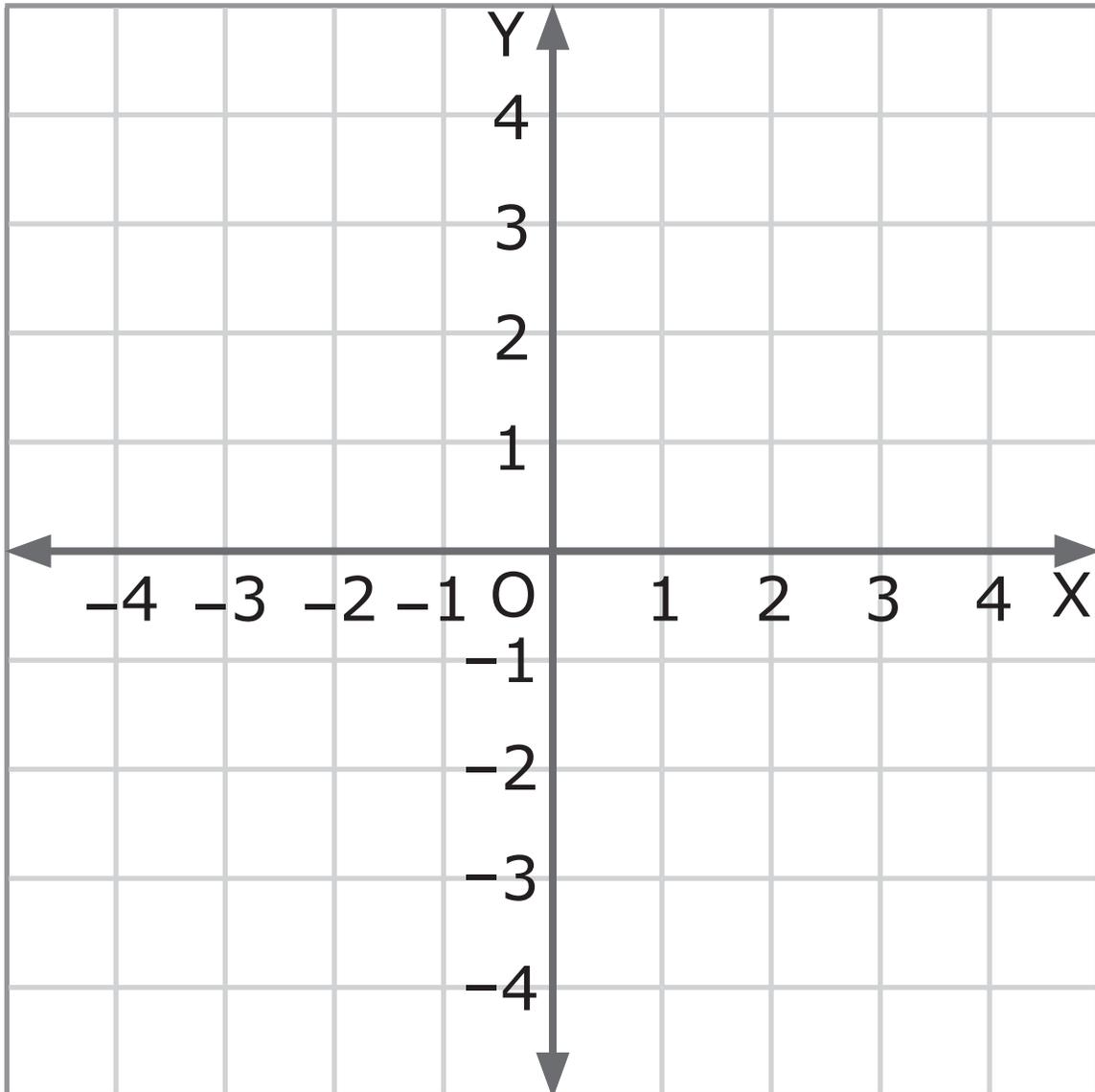
b. $f(x, y) = x - 3y$, si $f(x, y) = -6$

Ecuación:



c. $f(x, y) = 2x - y$, si $f(x, y) =$

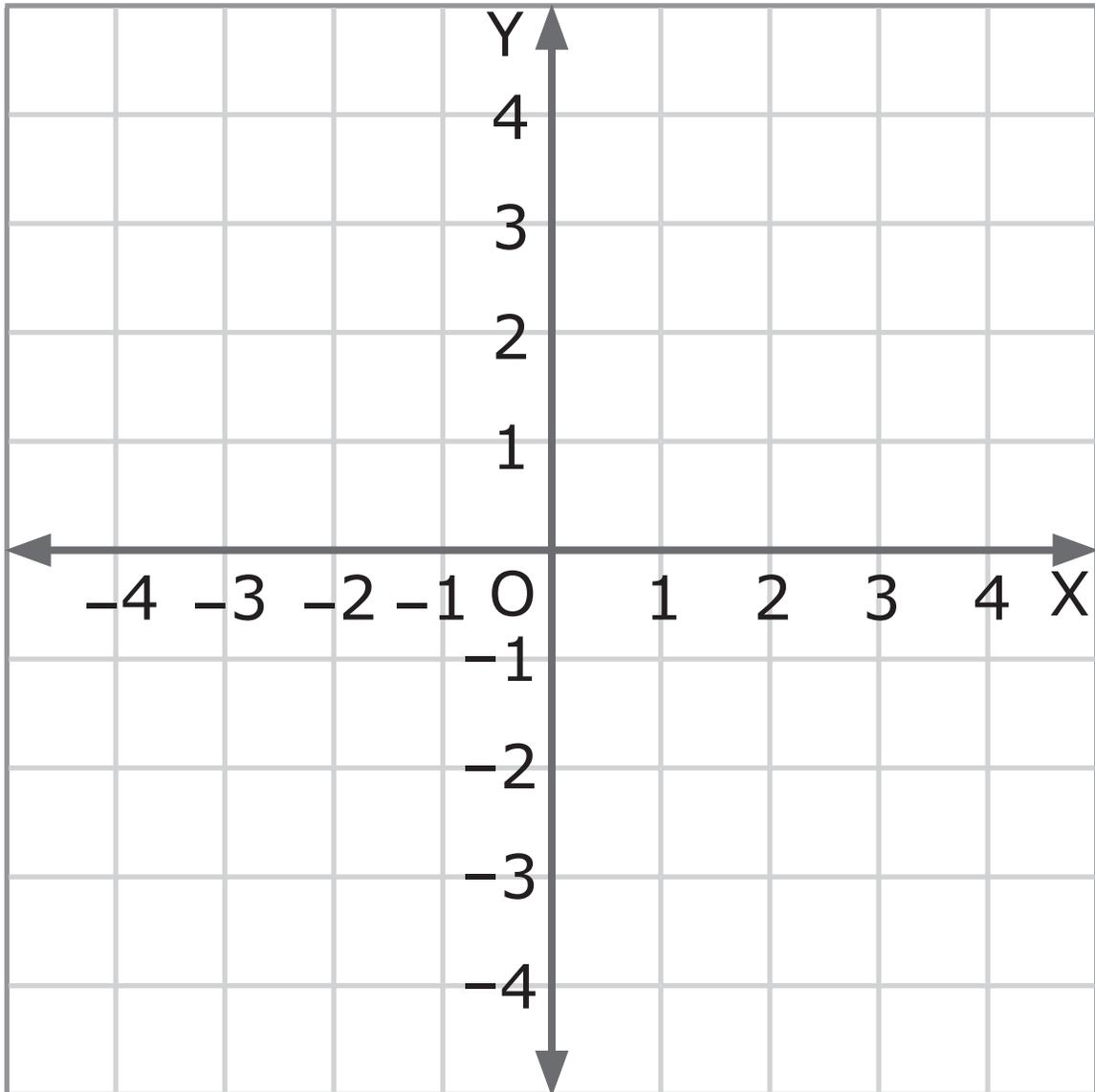
Ecuación:





d. $f(x, y) = 6x - 4y$, si $f(x, y) = -2$

Ecuación:



6. Evalúa los datos que se representan en cada tabla. Determina los valores de a y b . Luego, escribe la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$.

a.

x	y	$f(x, y)$
2	-3	5
0	-1	5

Ecuación:



b.

x	y	f(x, y)
3	0	1
1	3	1

Ecuación:

7. Resuelve los siguientes problemas.

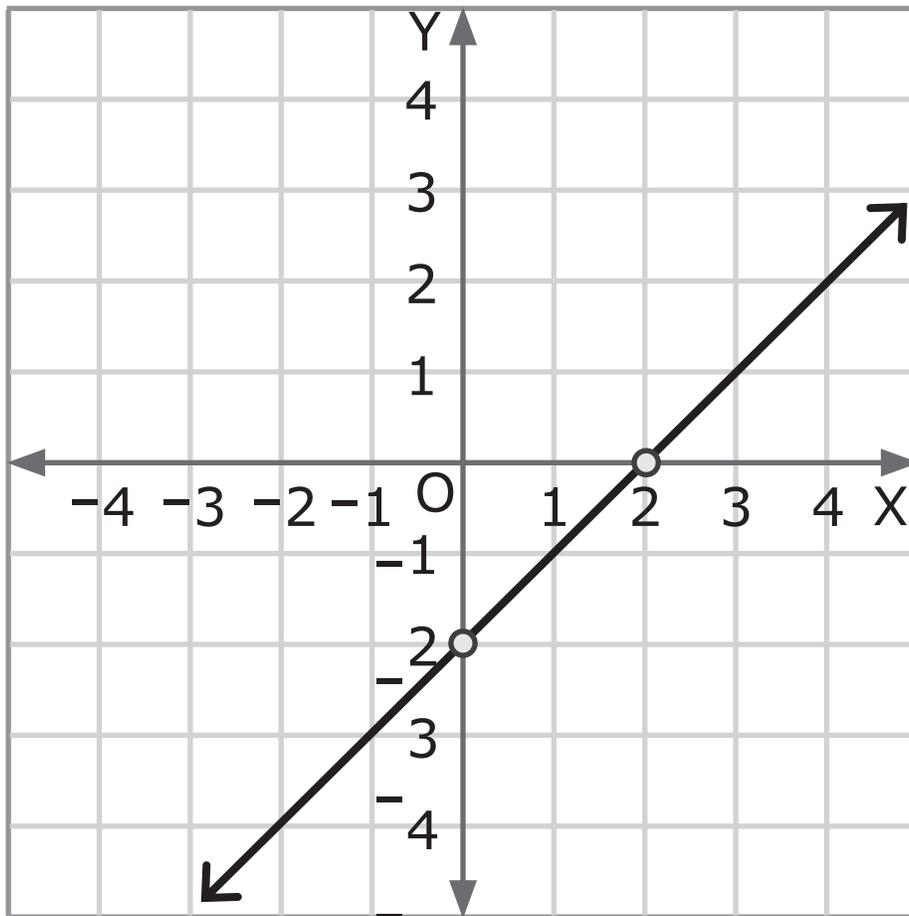
a. Si $f(x, y) = -2x - y$, ¿se cumple que $f(-2, 1)$ es igual a -5 ? Explica.



b. En una relación lineal de dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$ se sabe que $f(x, y) = 3$ y que la gráfica pasa por los puntos $P(-5, -1)$ y $Q(-1, 1)$. ¿Cuáles son los valores de a y b ?

8. Interpreten el gráfico y escriban la relación lineal de la forma:

$$f(x, y) = ax + by$$





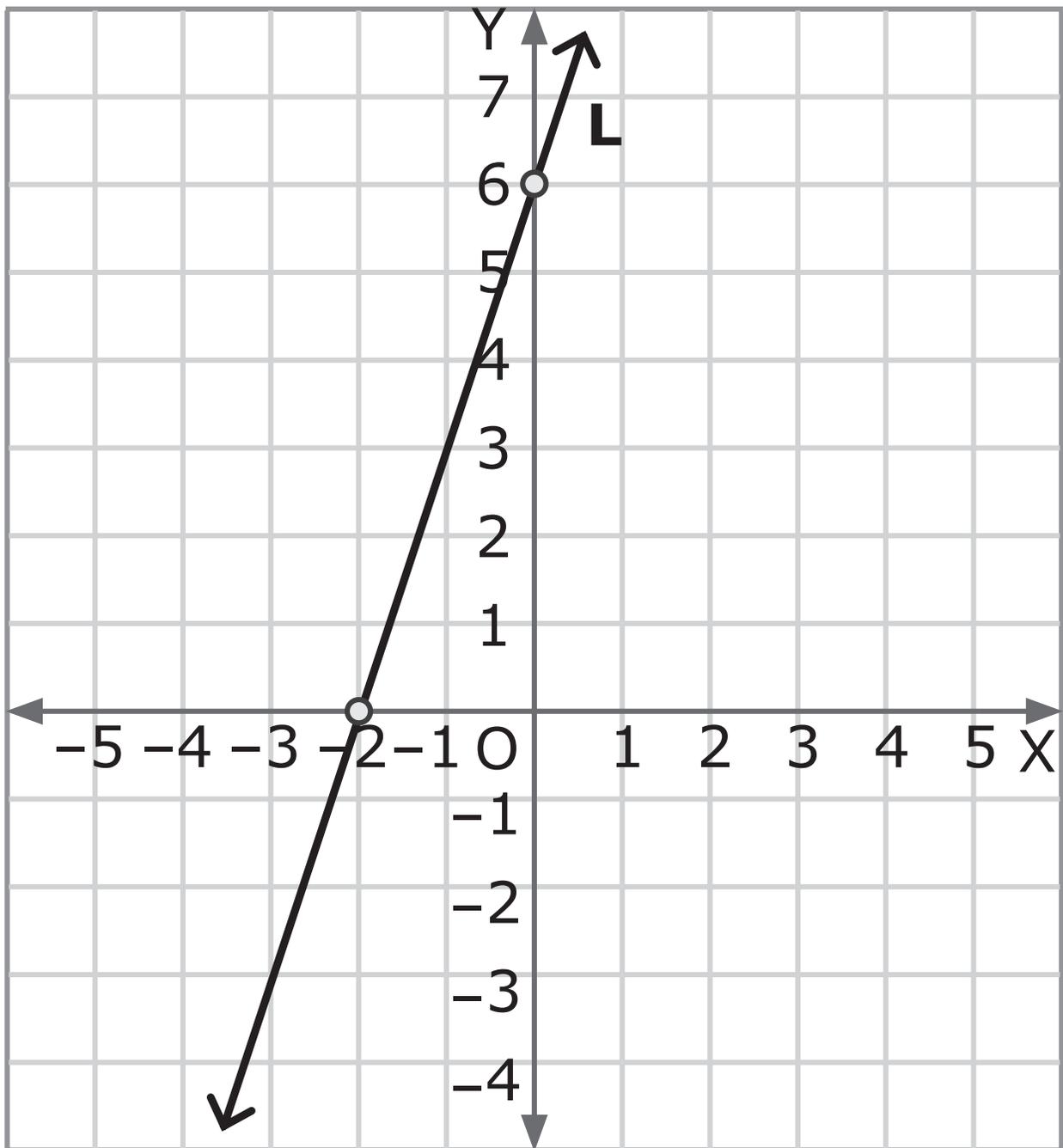
VARIACIÓN DE PARÁMETROS

1. En el plano se observa la gráfica de la ecuación lineal de dos variables $L: 6x - 2y = -12$.

a. Completa cada tabla según corresponda.

$6x - 2y = -6$	
X	Y
-2	
	0
0	
	6

$6x - 2y = 0$	
X	Y
-1	
	0
1	
	6



- b.** Grafica en el plano cartesiano dos rectas, L_1 y L_2 , paralelas a L , que corten al eje Y en 3 y en 0, respectivamente.



c. Para cada recta, escribe la ecuación de la forma $ax + by = c$.

L_1 :

L_2 :

d. En cada ecuación, determina la pendiente de la recta.

L :

L_1 :

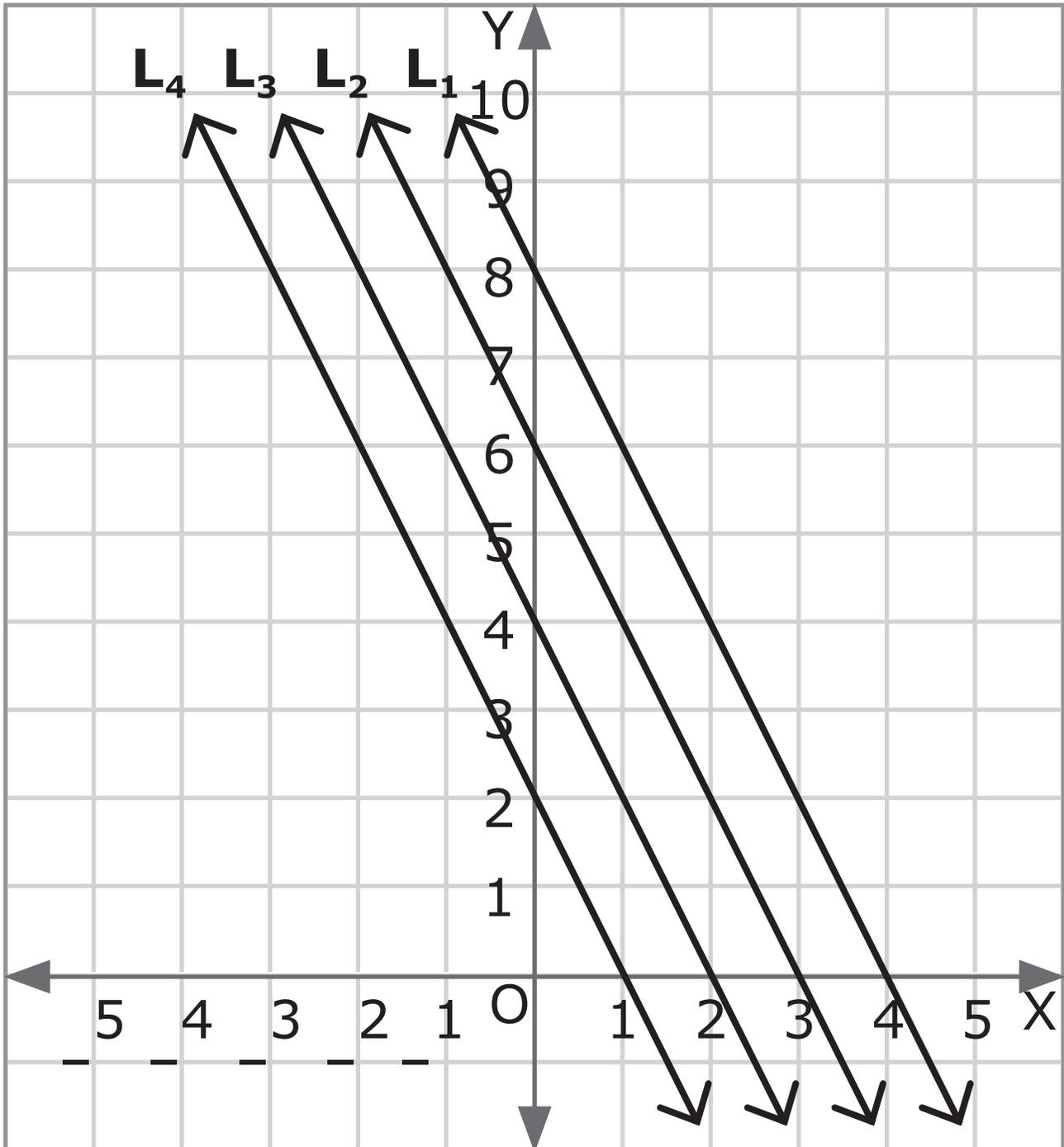
L_2 :

e. ¿Qué puedes concluir con respecto a los valores de las pendientes?, ¿por qué?

f. ¿Cuál es la función que representa al haz de rectas de la forma $f(x, y) = ax + by$?



2. Observa las rectas en el plano y asigna, a cada ecuación, las rectas L_1 , L_2 , L_3 y L_4 según corresponda.



$2x + y = 4$

$2x + y = 6$

$2x + y = 2$

$2x + y = 8$

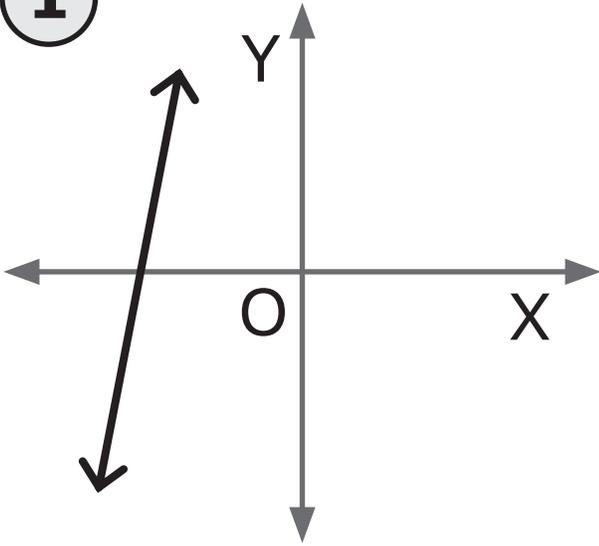
► Recurso Web

Para practicar más o comprobar tu respuesta, puedes acceder al recurso interactivo de Mineduc Graficando rectas pendiente-intersección, disponible en el siguiente sitio: <https://n9.cl/ft17>

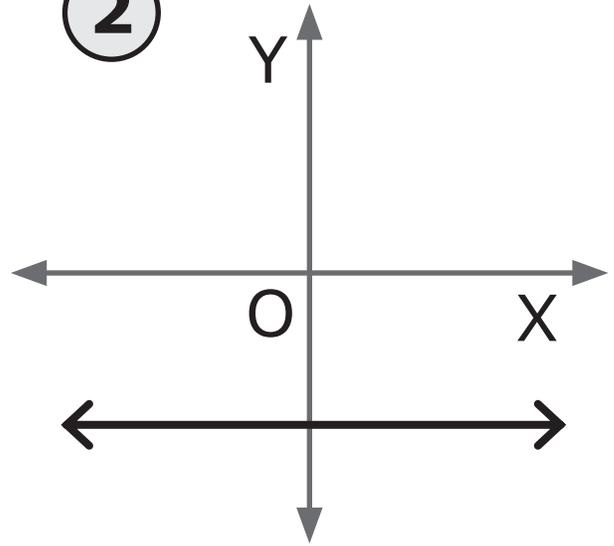
3. Analicen las siguientes gráficas de la relación entre dos variables de la forma $ax + by = c$. Luego respondan las preguntas:



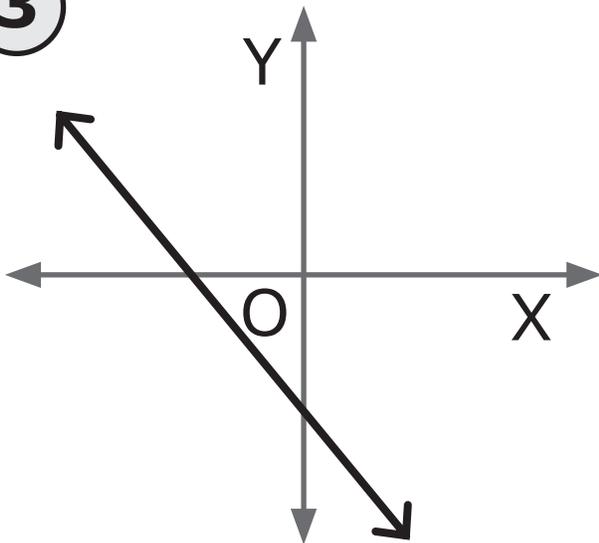
1



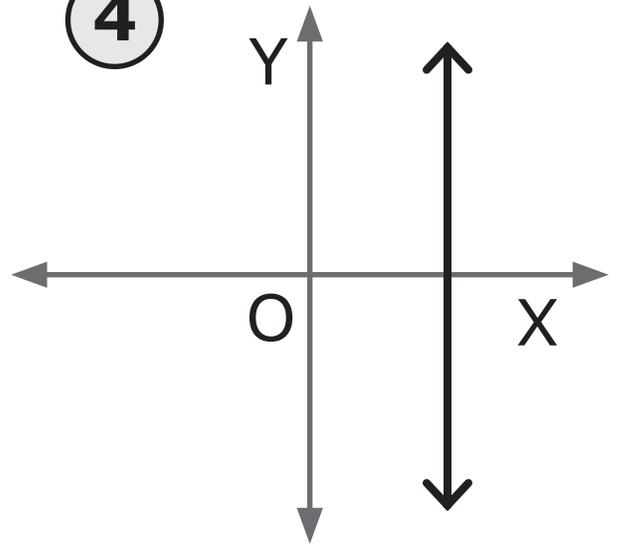
2



3



4



- a.** ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a = 0$, $b < 0$ y $c > 0$?
- b.** ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a < 0$, $b < 0$ y $c > 0$?
- c.** ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a > 0$, $b = 0$ y $c > 0$?
- d.** ¿En cuál de los gráficos los puntos satisfacen las condiciones $a > 0$, $b < 0$ y $c < 0$?



Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$

1. Una relación lineal $f(x, y) = ax + by$ se puede relacionar con una ecuación de la forma: _____, con $a, b, c \in \mathbb{Q}$.
2. Si $f(x, y) = 2$ y $f(x, y) = 4x + 2y$, marca con un la ecuación de la forma $y = mx + n$ que le corresponde.

$$\underline{\quad} y = 2x - 1$$

$$\underline{\quad} y = -2x + 1$$

$$\underline{\quad} y = -2x - 1$$

$$\underline{\quad} y = 2x + 1$$

► Variación de parámetros

- 3.** En la ecuación $ax + by = c$, con $a, b, c \in \mathbb{Q}$, al variar a, b, c , es posible tener rectas con características comunes. Escribe la ecuación de una recta paralela a $4x + 2y = 6$.



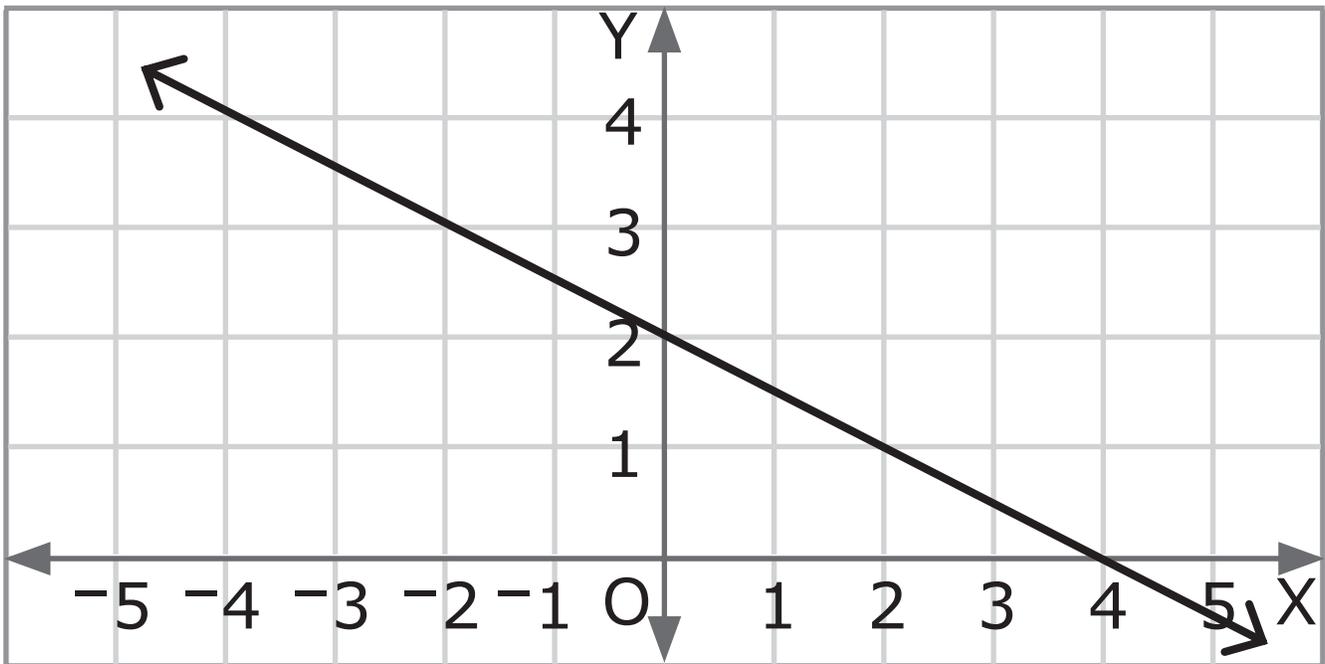
4. ¿Cuál es el parámetro que varía?

¿Cómo vas?

Evaluación lección 6

1. Marca con un ✓ la respuesta correcta en cada caso.

a. ¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde a la ecuación lineal representada en el plano cartesiano?



___ $x + 2y = 4$

___ $2x + y = 4$

___ $x + 4y = 4$

___ $x - 2y = 4$

b. Si $f(x, y) = -6x + 8y$, y $f(x, y) = -1$,
¿cuál es la pendiente (m) y el coeficiente de posición (n) de la recta?

___ $m = -12; n = -2$

___ $m = -\frac{1}{8}; n = \frac{3}{4}$



_____ $m = -12; n = 16$

_____ $m = \frac{3}{4}; n = -\frac{1}{8}$

2. A partir de los datos de las tablas, construye la gráfica que corresponda y determina la pendiente en cada caso.

a.

x	y	$f(x, y) = 4x + 3y$
-3	-2	
3	-10	

$$m = \boxed{}$$

b.

x	y	$f(x, y) = 4x + 3y$
	4	-2
2		-2



$$m = \boxed{}$$

c. Compara la pendiente (m) de ambas rectas, y luego responde: ¿cómo se relacionan?

3. Actividad de profundización.

Evalúa las siguientes relaciones de la forma $f(x, y) = ax + by$ y **comprueba** si pueden ser paralelas o no.

$$f(x, y) = -2x + 3y$$

$$f(x, y) = 3x + 2y$$

$$f(x, y) = -2x - 3y$$

Justifica tu respuesta: _____

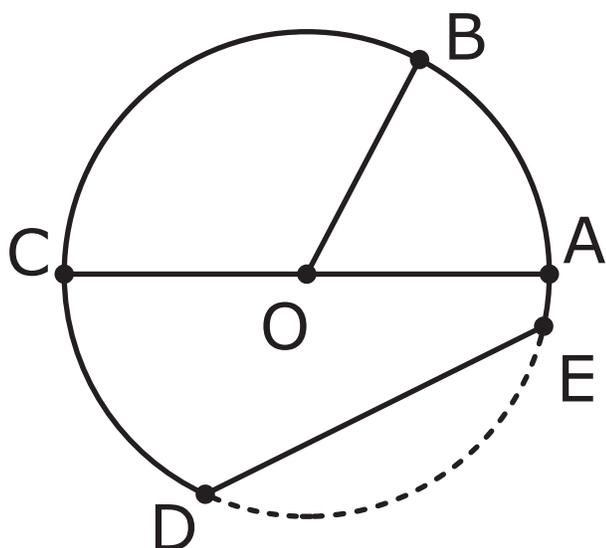


Lección 7

Perímetro y área de sectores y segmentos circulares

PERÍMETRO Y ÁREA DE SECTORES CIRCULARES

1. Escribe el nombre de los siguientes elementos del círculo de centro O.



a. \overline{OA} : _____

b. \overline{DE} : _____

c. \widehat{DE} : _____

d. \overline{CA} : _____

2. Dibuja un círculo con un radio de 2 cm y divídelo en cuatro partes iguales. Luego responde.

a. ¿Cuánto mide el ángulo central de cada sector?

b. ¿Qué parte del área del círculo corresponde a cada sector?

c. ¿Cuánto mide el área de uno de los sectores? ¿Cómo lo calculaste?



d. ¿Qué parte del perímetro del círculo corresponde al arco de cada sector?

3. Reúnete con un compañero(a) y desarrollen la siguiente actividad.

a. Sin utilizar ningún dibujo, describe detalladamente las regiones del círculo:

- Sector circular: _____
- Segmento circular: _____

b. Intercambia tus definiciones con las de tu compañero(a) y realiza lo siguiente:

- Traza los dibujos correspondientes a cada definición. ¿Son correctas?



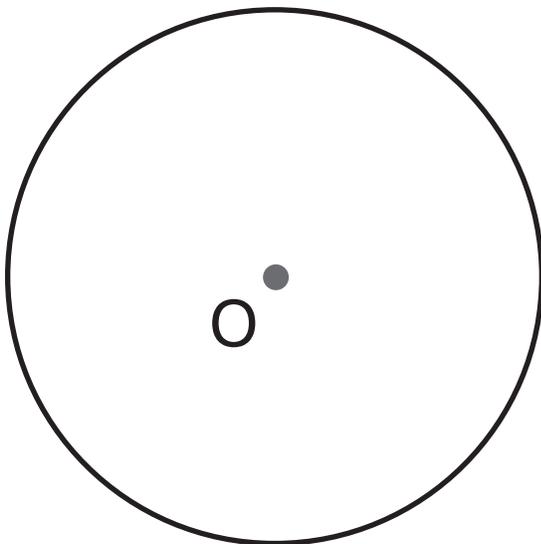
- ¿Qué podrías agregar a sus definiciones para mejorarlas?



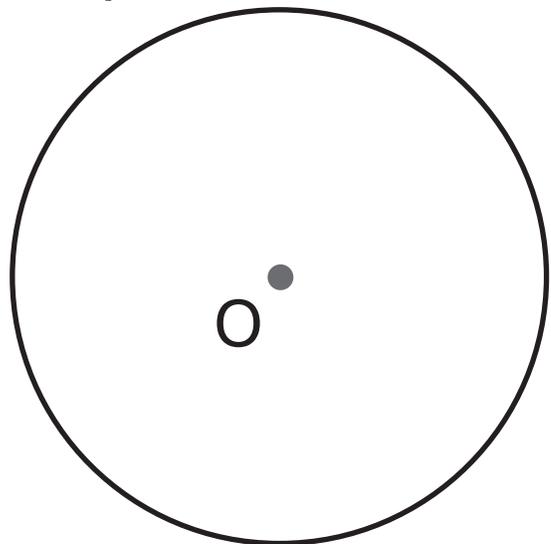
- ¿Hay algún elemento que haya considerado tu compañero(a), pero tú no?, ¿cuál?

4. Construye el ángulo del centro, según las medidas presentadas, en cada círculo de centro O.

a. $\alpha = 60^\circ$



b. $\beta = 120^\circ$



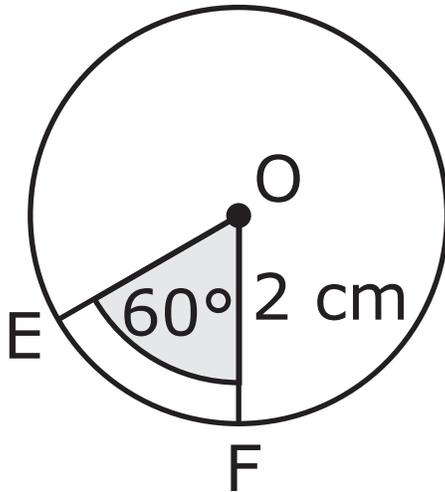
5. Completa la siguiente tabla.

Ángulo central	Parte del ángulo completo	Parte del círculo	Área del sector con radio r	Longitud del arco con radio r
180°			$r^2 \cdot \pi \cdot$	$2r \cdot \pi \cdot$
120°				
90°				
60°				

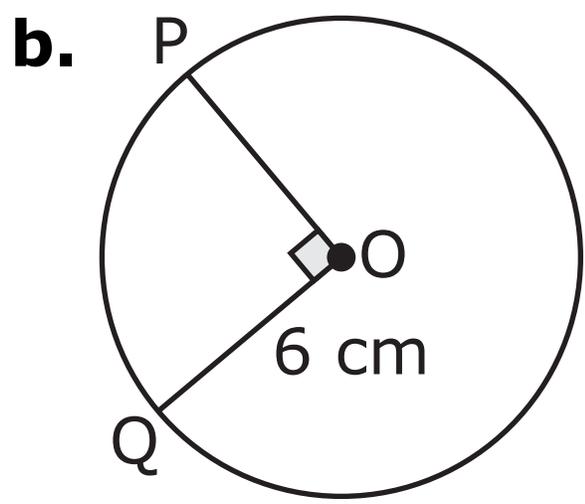


6. Calcula la longitud del arco de cada círculo de centro O . Considera $\pi \approx 3,14$.

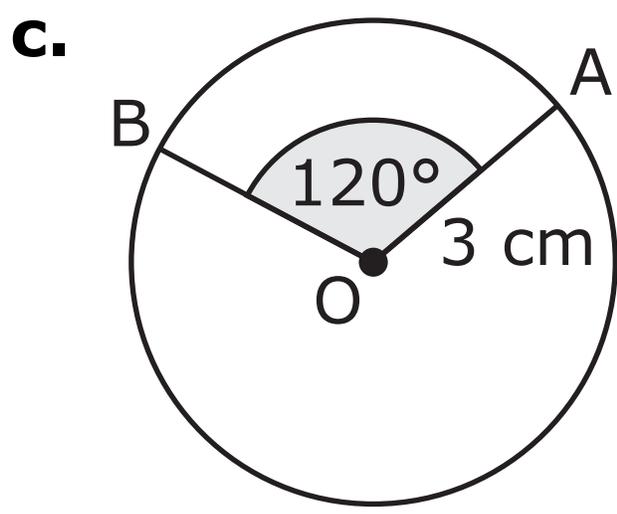
a.



$$L(\widehat{EF}) \approx$$



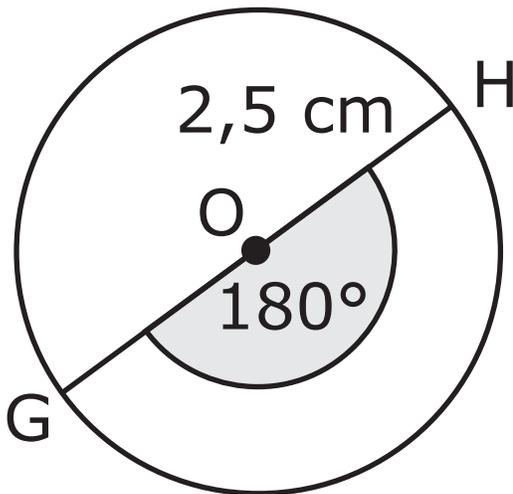
$L(\widehat{PQ}) \approx$





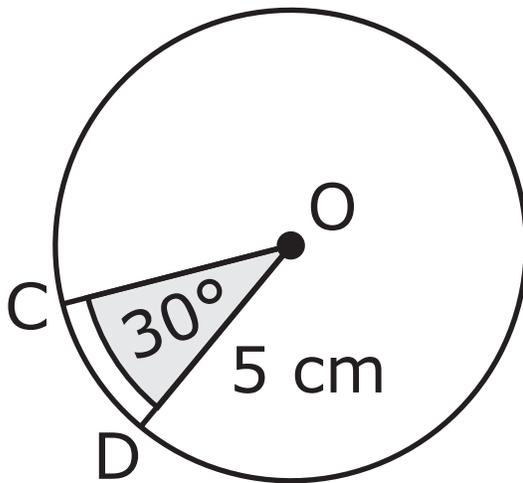
$$L(\widehat{AB}) \approx$$

d.



$$L(\widehat{GH}) \approx$$

e.



$$L(\widehat{CD}) \approx$$

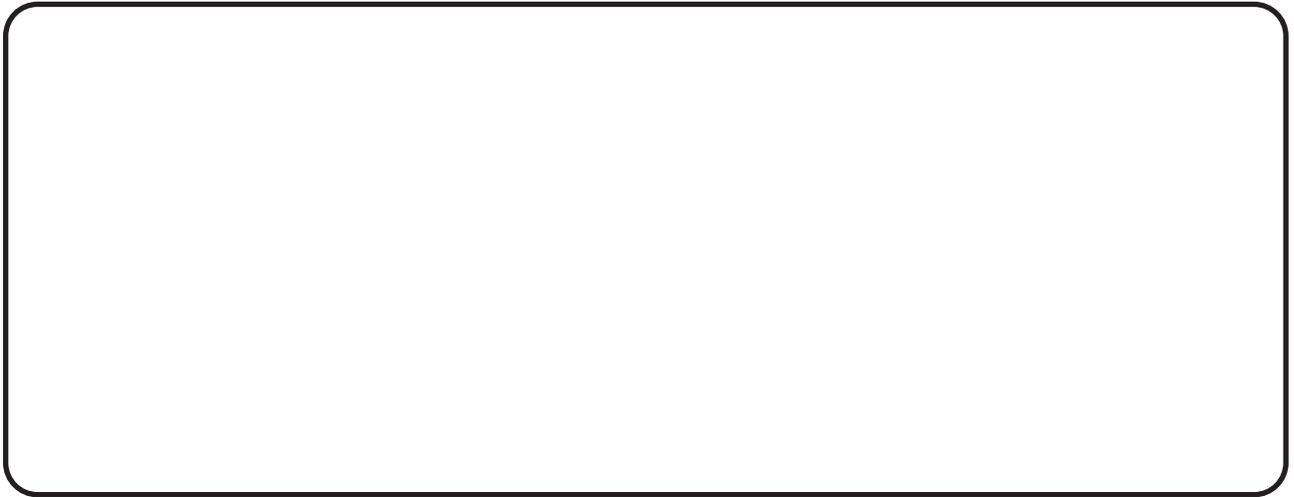
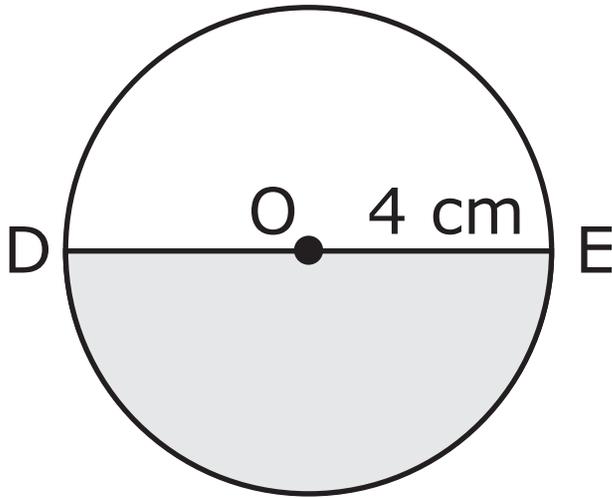
7. Calcula el perímetro y el área de cada sector circular pintado con color gris. Considera $\pi \approx 3,14$.



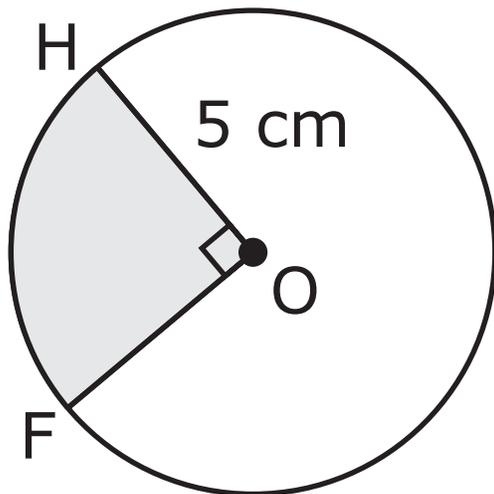
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

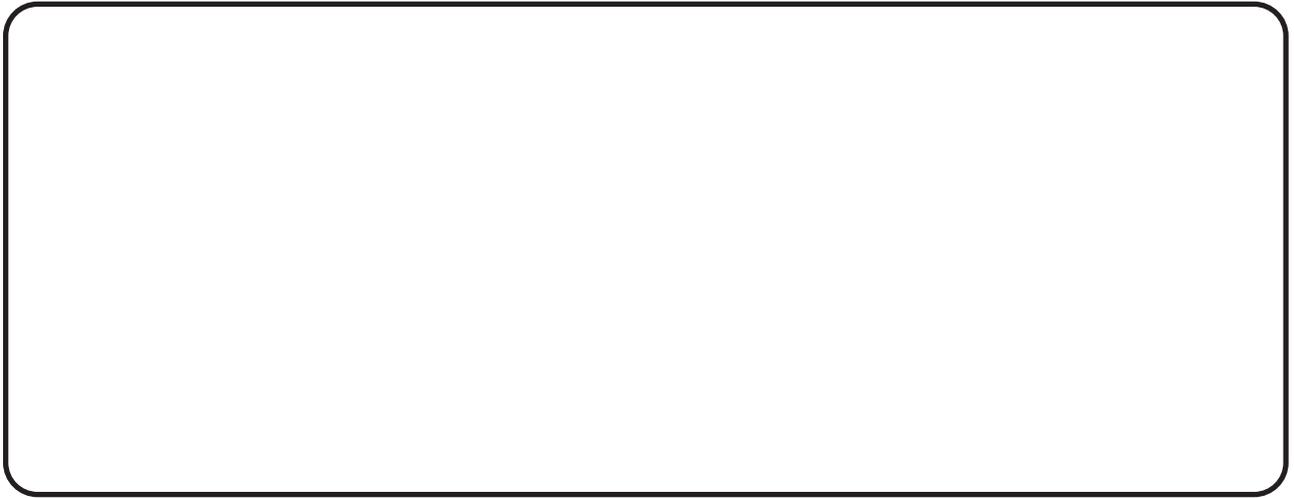


a.

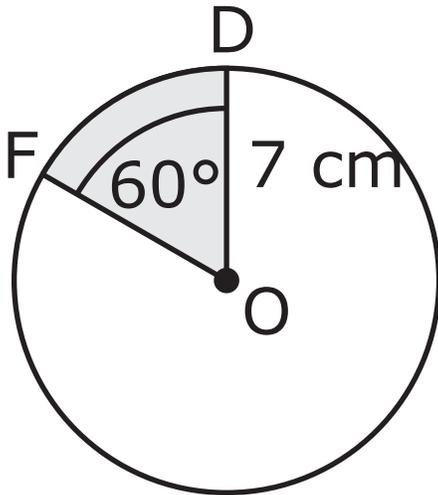


b.



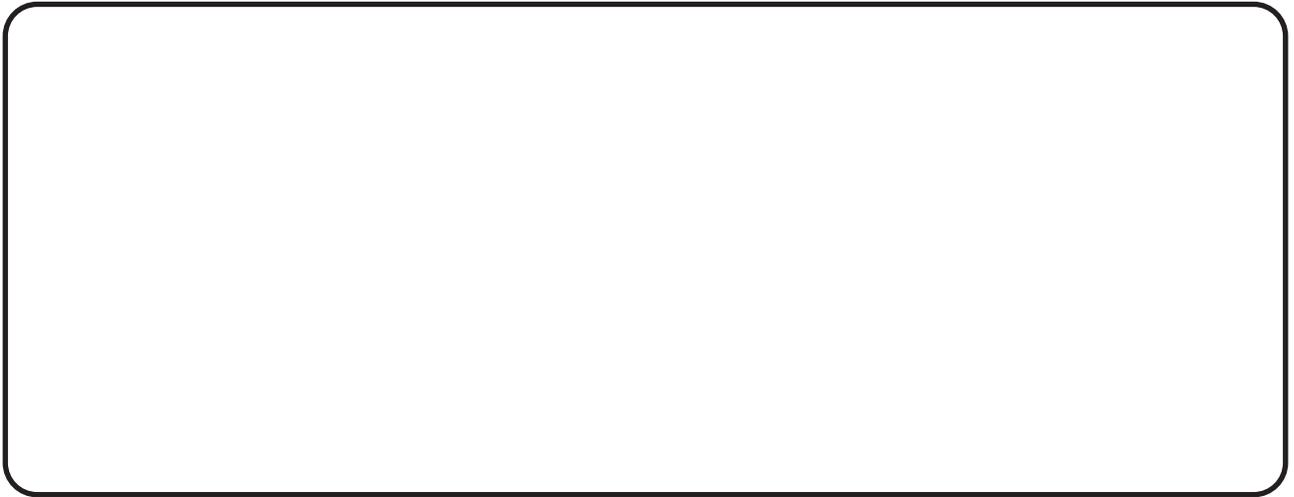
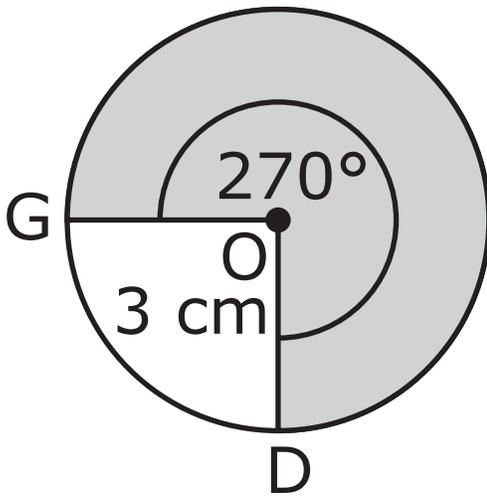


C.

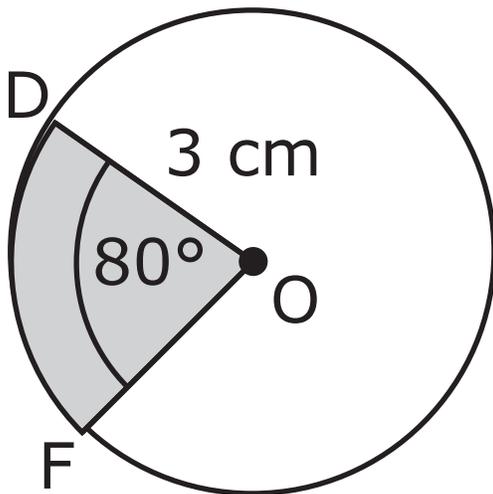


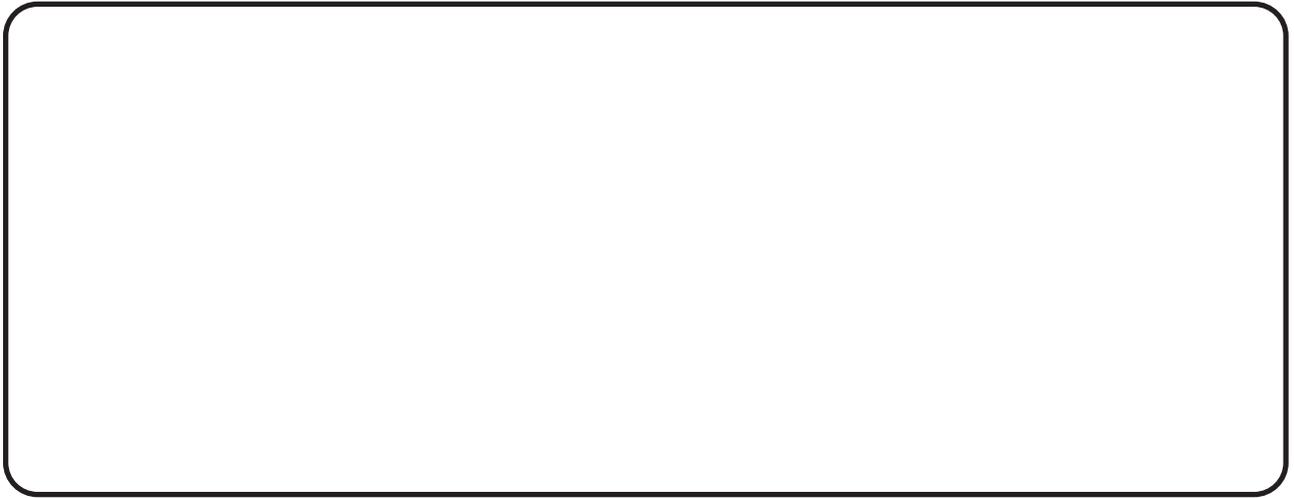


d.

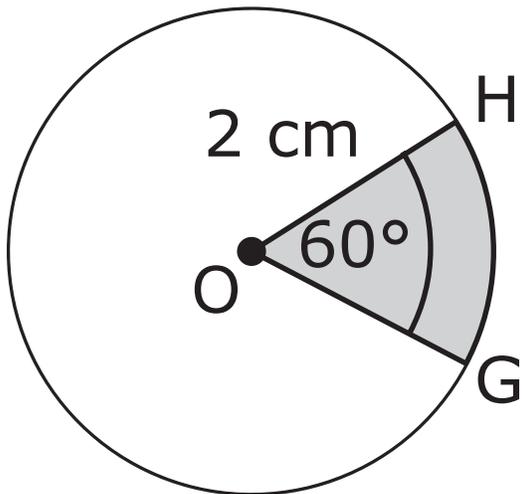


e.





f.





8. Calcula el perímetro y el área del sector circular dadas las medidas del radio (r), diámetro (d) y del ángulo del centro (α) en cada caso. Considera $\pi \approx 3,14$.

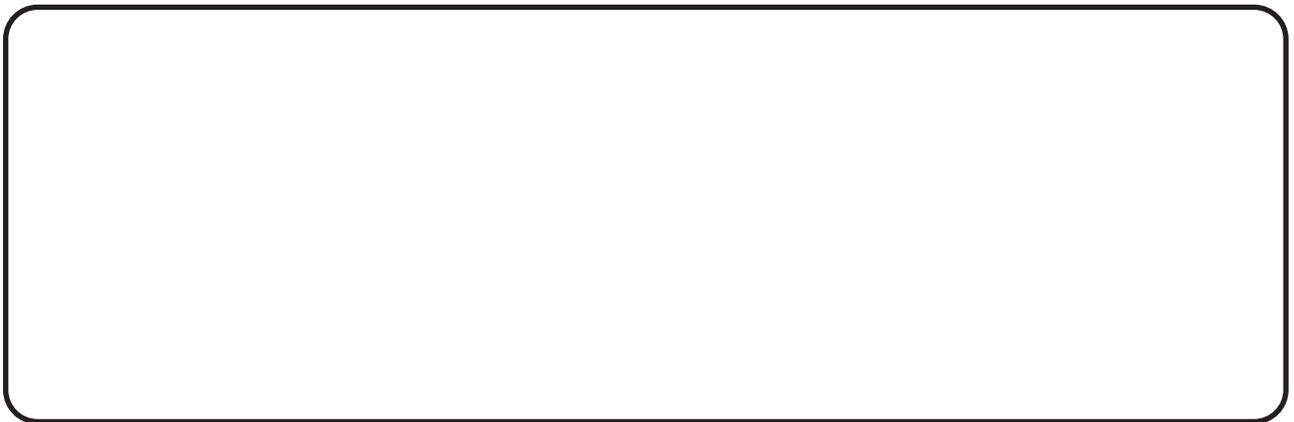
a. $r = 5 \text{ cm}; \alpha = 60^\circ$

b. $d = 15 \text{ cm}; \alpha = 120^\circ$

c. $r = 12 \text{ cm}; a = 90^\circ$



d. $d = 6 \text{ cm}; a = 180^\circ$



e. $r = 8 \text{ cm}; a = 45^\circ$





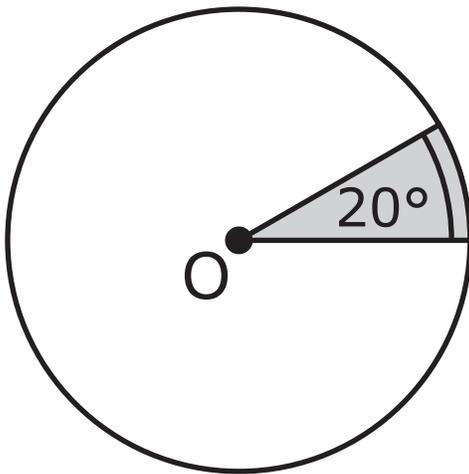
9. Argumenta si cada afirmación es correcta o no.

a. Si el ángulo del centro es de 45° , el sector circular representado corresponde a un sexto del círculo.

b. Si un círculo está dividido en 12 partes iguales, el ángulo central mide 30° .

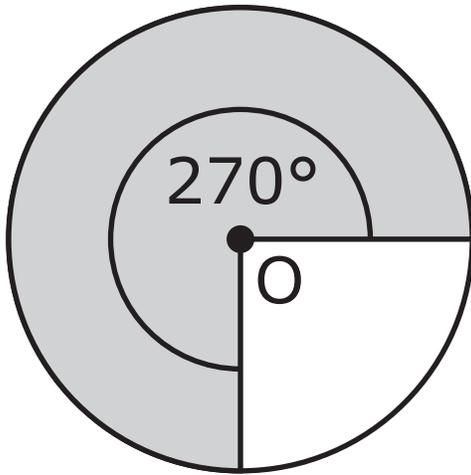
10. Explica qué parte del círculo representa cada sector circular pintado con color gris.

a.





b.



11. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). **Crea** un ejemplo para justificar.

a. ____ Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica el área del sector circular.

b. ____ Si se duplica la medida del ángulo del centro, se duplica la medida del arco del sector circular.

12. Resuelve los siguientes problemas.

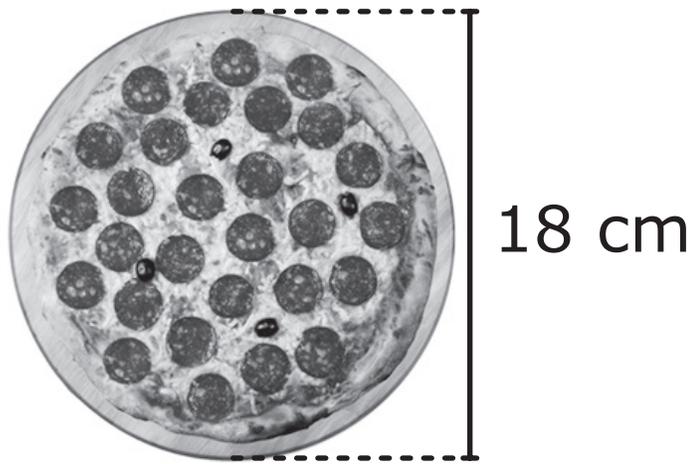
Considera $\pi \approx 3,14$.

a. De una torta con forma circular se cortó un cuarto y de ese pedazo se cortó la mitad. Si el diámetro de la torta es 20 cm, ¿cuál es la superficie del trozo?





b. La superficie de una pizza familiar es cuatro veces la de la individual. Si la pizza individual es como la que se muestra en la imagen, ¿cuánto es el área de un cuarto de la pizza familiar?



Pizza individual

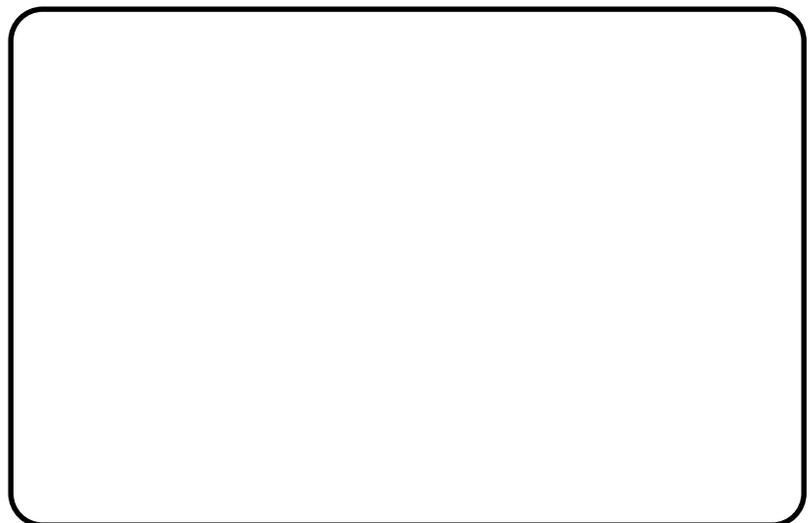
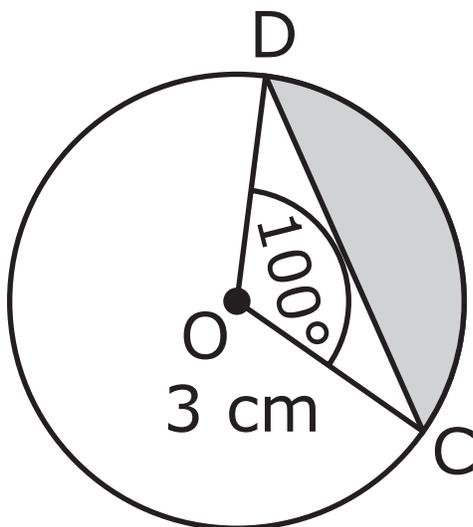
PERÍMETRO Y ÁREA DE SEGMENTOS CIRCULARES



Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

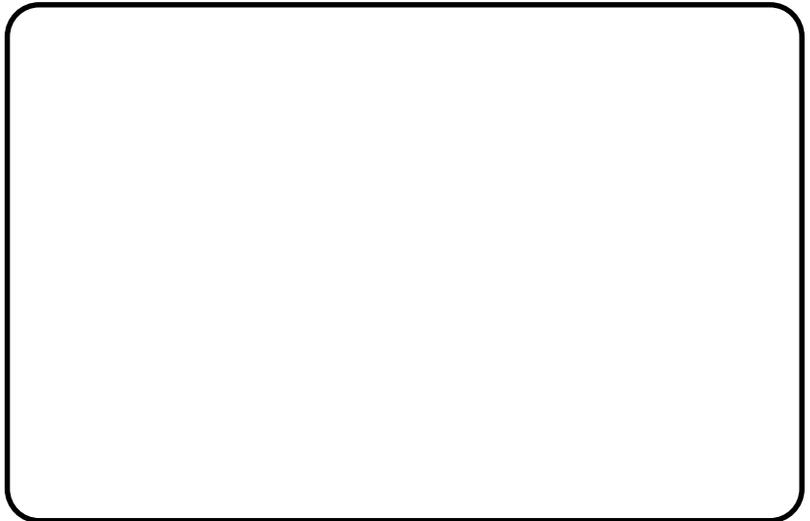
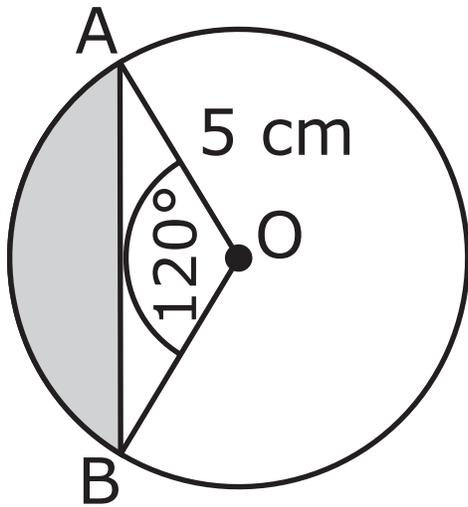
1. Calcula el perímetro de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. $m(\overline{CD}) = 4,6 \text{ cm}$

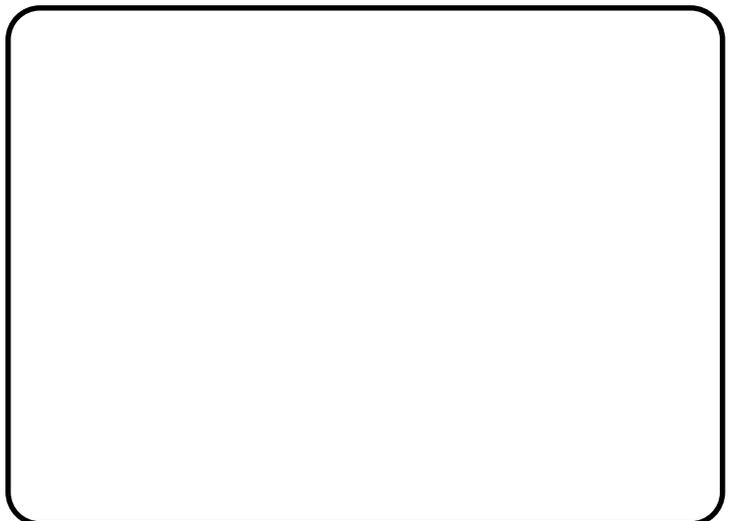
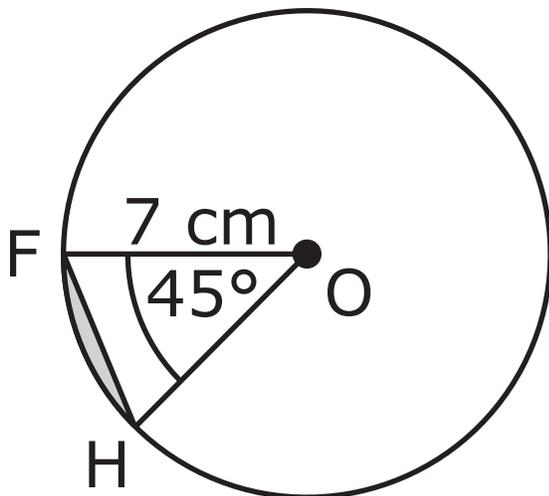




b. $m(\overline{AB}) = 8,7 \text{ cm}$

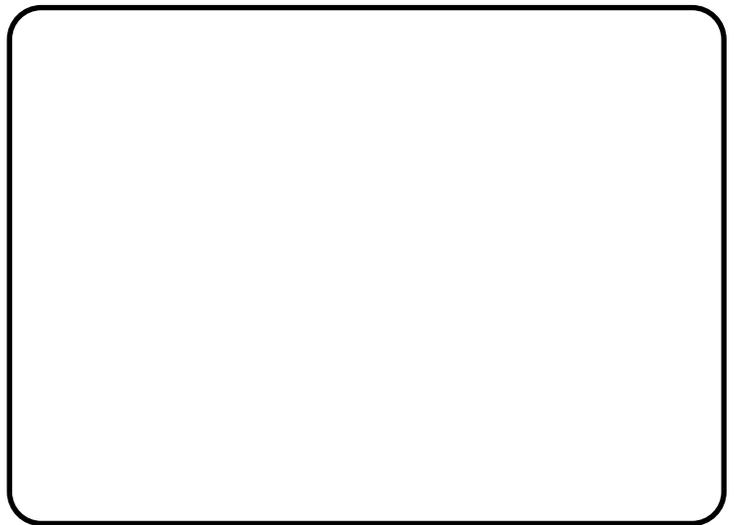
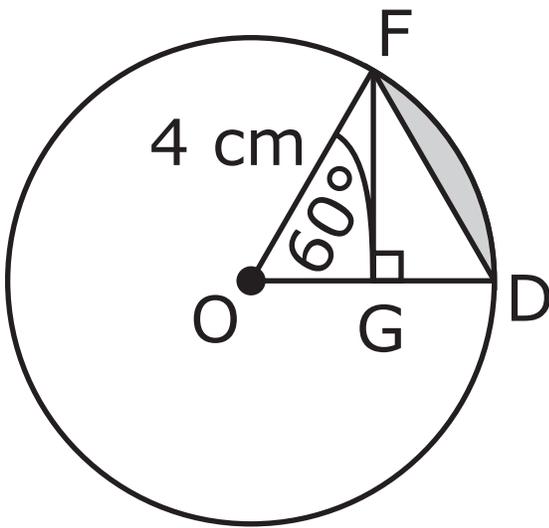


c. $m(\overline{FH}) = 5,4 \text{ cm}$

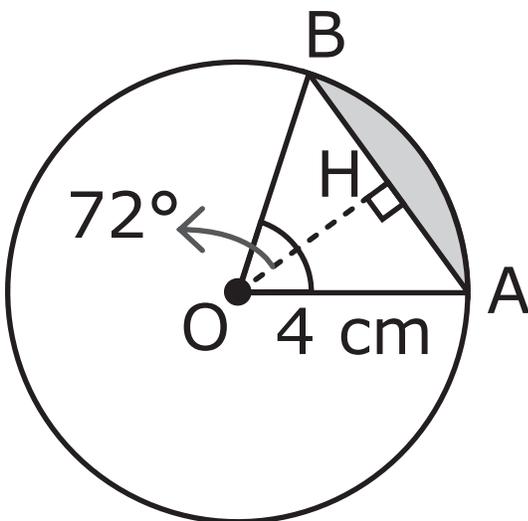


2. Calcula el área de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. $m(\overline{FG}) = 3,46 \text{ cm}$

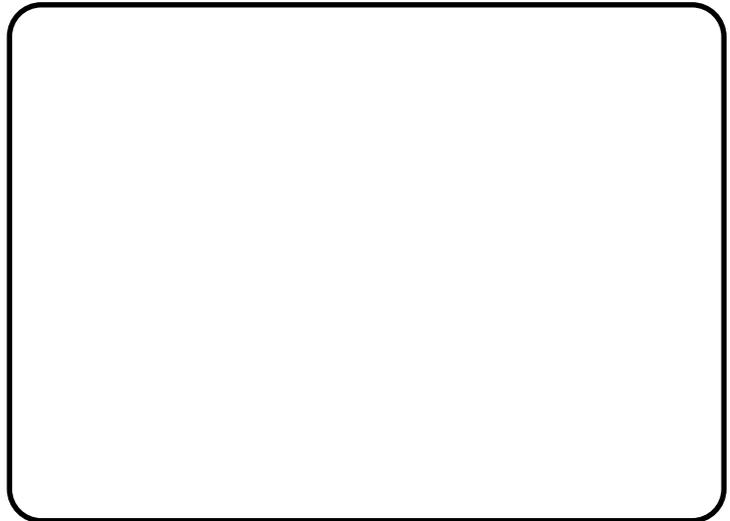
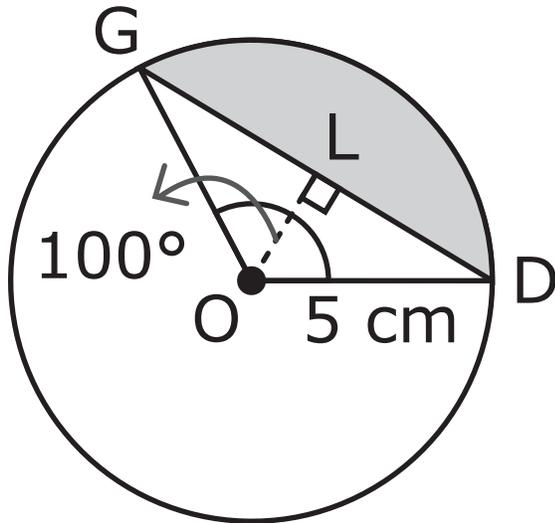


b. $m(\overline{OH}) = 3,24 \text{ cm}$, $m(\overline{AB}) = 4,7 \text{ cm}$





c. $m(\overline{OL}) = 3,21 \text{ cm}$, $m(\overline{DG}) = 7,66 \text{ cm}$

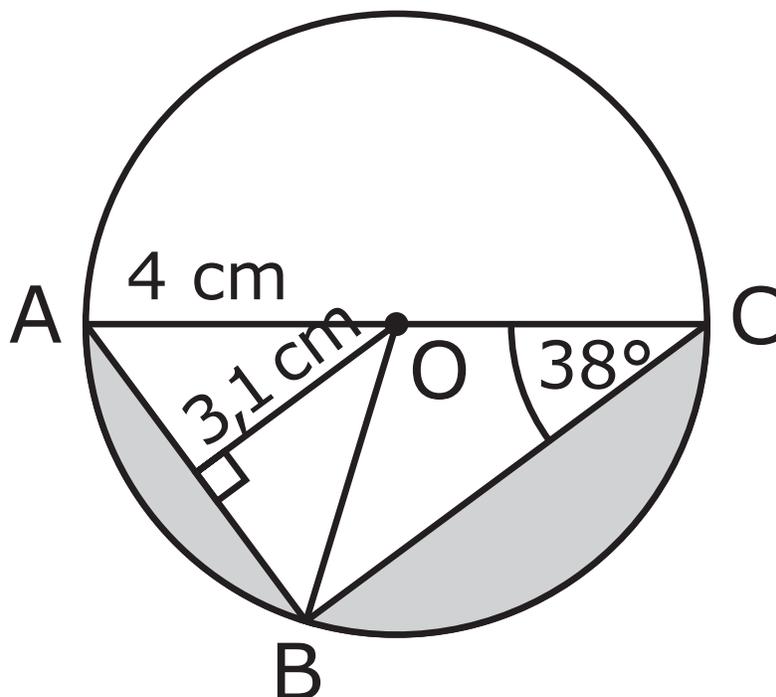


3. Evalúa si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). **Justifica.**

a. ___ Si la medida del ángulo central de un círculo es 60° y la cuerda que forma un segmento circular mide 10 cm, entonces el perímetro de dicho segmento es igual a $(20\pi + 10)$ cm.

- b. ____ Una expresión equivalente para calcular el área de un segmento circular en un círculo de radio r y cuyo ángulo central mide 90° es $\frac{r^2}{2} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$.
-
-

4. **Analicen** el círculo de centro O , en el que \overline{AC} es diámetro, $m(\overline{BC}) = 6,3$ cm y $m(\overline{AB}) = 5$ cm. Luego, respondan considerando $\pi \approx 3,14$.





a. ¿Cuánto es el perímetro del segmento circular que subtiende el arco \widehat{BC} ?

b. ¿Cuánto es el área del segmento circular que subtiende el arco \widehat{AB} ?

5. Resuelve los siguientes problemas.
Considera $\pi \approx 3,14$.

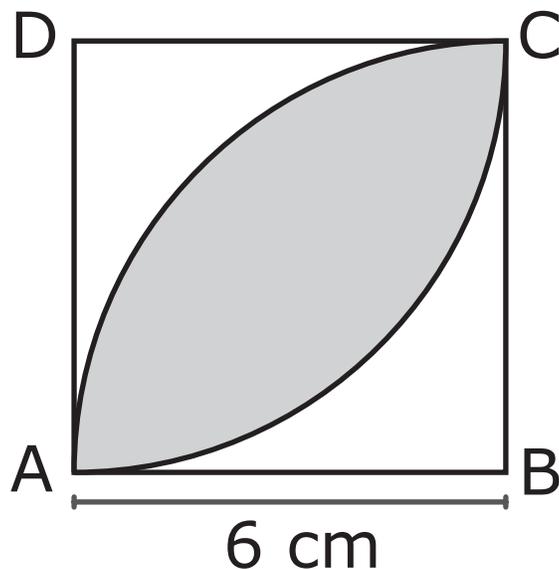
a. Si el radio de un círculo mide 5,5 cm y la medida del ángulo central es 90° , ¿cuánto mide la longitud del arco?

b. Si la longitud de un arco es 3,14 cm y la medida del ángulo central es 60° , ¿cuánto mide el radio del círculo?

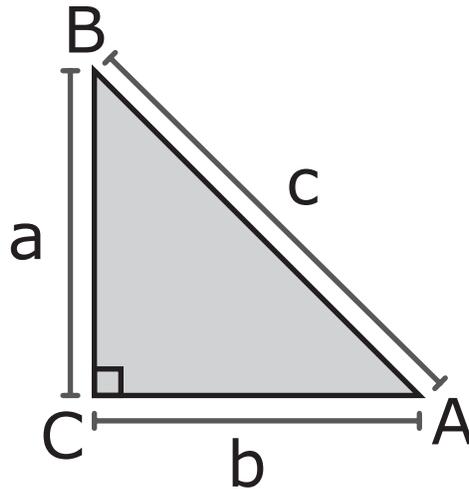


c. El radio de un círculo mide 3 cm, el ángulo central, 120° y la cuerda que forma un segmento circular, 5,2 cm. ¿Cuánto es el perímetro del segmento circular?

6. Desarrolla el procedimiento para calcular el área de la región pintada. Considera $\pi \approx 3,14$.



Recuerda que el teorema de Pitágoras establece que $a^2 + b^2 = c^2$



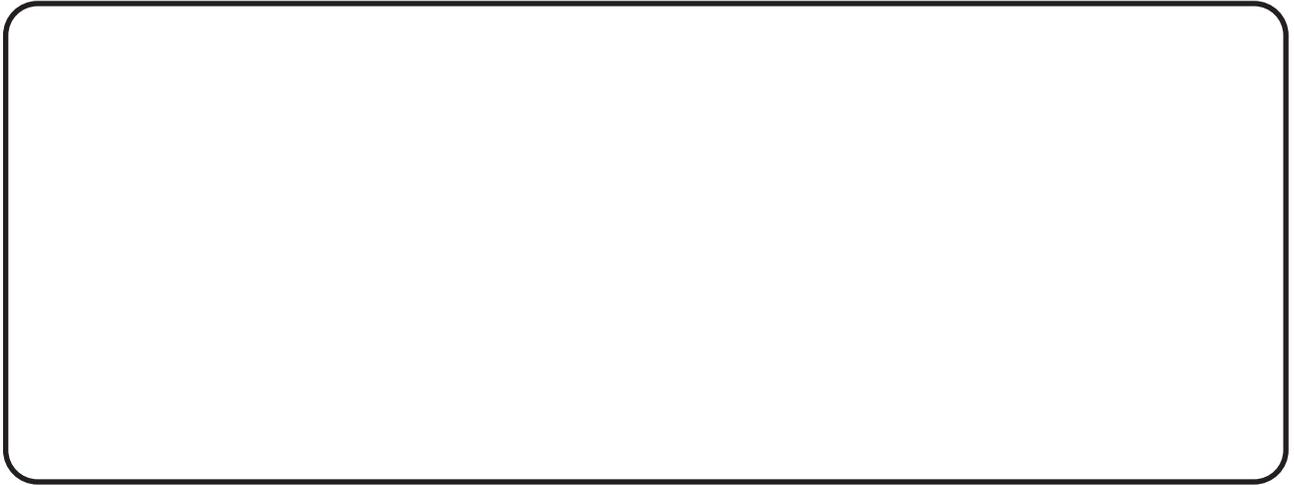
- a.** Traza la diagonal \overline{AC} del cuadrado $ABCD$. \overline{AC} es una cuerda del círculo de centro en el punto B y radio 6 cm. \overline{AC} también determina dos segmentos circulares congruentes.



b. Calcula la medida aproximada de \overline{AC} .

c. Determina el área del sector circular delimitado por \overline{AB} , \overline{BC} y el arco \widehat{CA} .

d. Calcula el área del triángulo rectángulo ABC.



e. Calcula la diferencia entre las áreas del sector circular y del triángulo ABC. Este valor corresponde al área de uno de los segmentos circulares.





f. Duplica el valor anterior para calcular el área total de la región pintada.

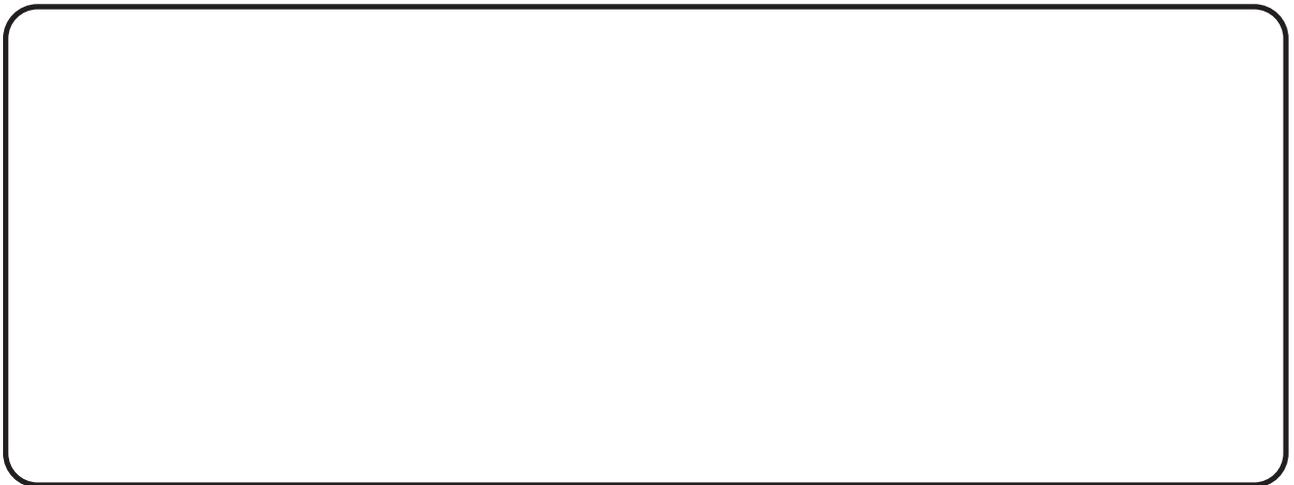
7. Propón una situación en la que se requiera calcular el área o el perímetro de un segmento circular y realiza lo pedido.

a. Escribe la situación como un problema.

b. Resuelve el problema.



c. Expón el problema a tus compañeros y explícales cómo lo resolviste.

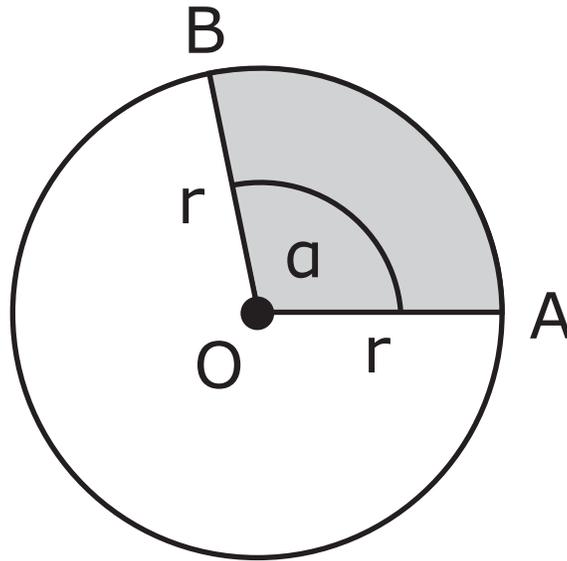




Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Sectores circulares



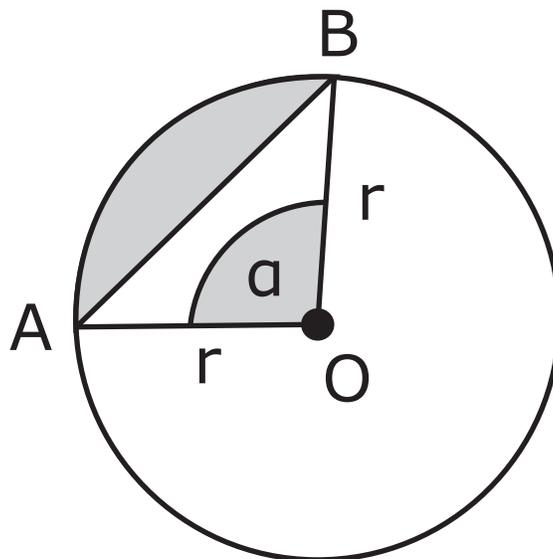
1. Completa las fórmulas solicitadas.

Perímetro: $2 \square \cdot \pi \cdot \frac{\square}{360^\circ} + 2 \square$

Área: $\square^2 \cdot \square \cdot \frac{\square}{360^\circ}$

2. ¿Existe alguna relación entre las áreas del sector y del segmento circular?

► Segmentos circulares





3. Completa las fórmulas solicitadas.

$$\text{Perímetro: } 2 \square \bullet \pi \bullet \frac{\square}{360^\circ} + m(\overline{\square})$$

$$\text{Área: } \square^2 \bullet \pi \bullet \frac{\square}{360^\circ} - \text{Área } (\Delta \square)$$

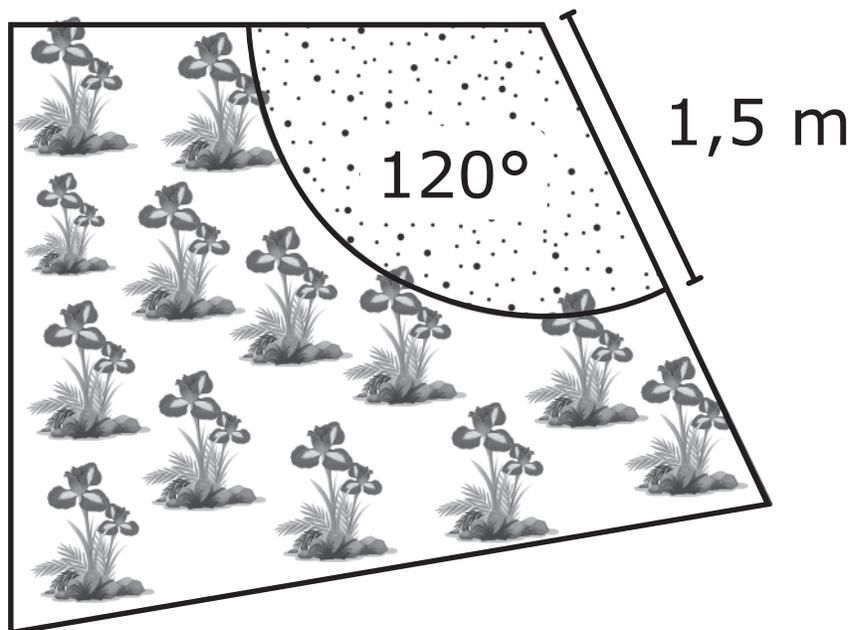
4. ¿Cómo se obtiene el segmento circular a partir del sector circular?

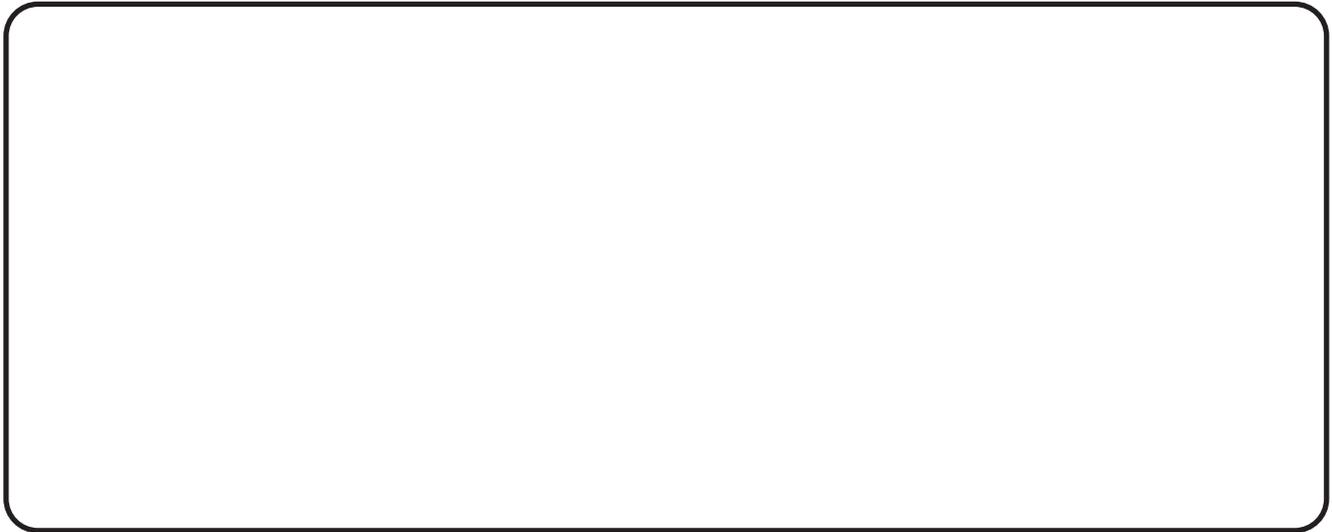
¿Cómo vas?

Evaluación Lección 7

1. Resuelve el siguiente problema. Considera $\pi \approx 3,14$.

La figura muestra la parte de un jardín que puede ser regada por un rociador. Calcula el área de este sector circular.

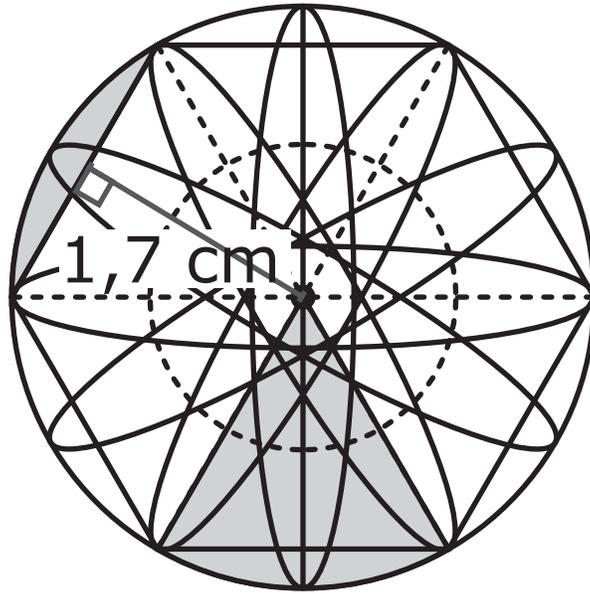




2. Analiza el diseño circular de la imagen, el cual está dividido en partes iguales, y luego realiza lo pedido. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. Mide el radio (r) del círculo más grande del diseño.

$$r = \boxed{} \text{ cm}$$



b. Calcula el perímetro y el área del sector circular destacado.

$P =$ cm

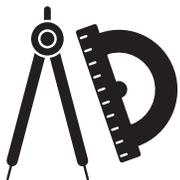
$A =$ cm^2



c. Calcula el perímetro y el área del segmento circular marcado.

$P =$ cm

$A =$ cm^2



Utiliza tus materiales para desarrollar las actividades

- 3. Crea** tu propio diseño, en el que se puedan destacar un sector y un segmento circular. Para ello, construye un círculo cuyo radio mida 3 cm, y luego realiza lo que se pide.
- a.** Calcula el perímetro del sector circular.

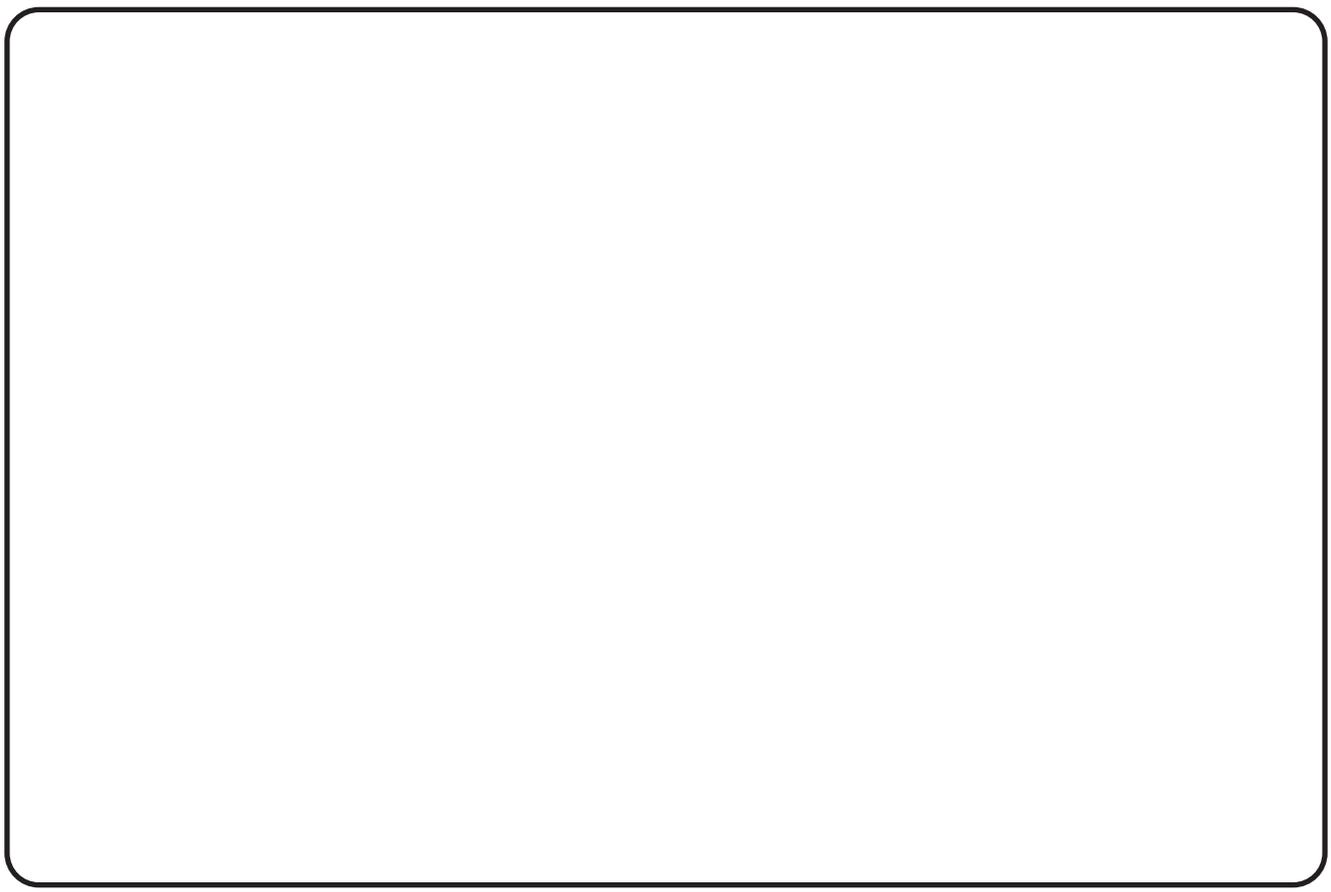




b. Calcula el área del sector circular.

c. Calcula el perímetro del segmento circular.

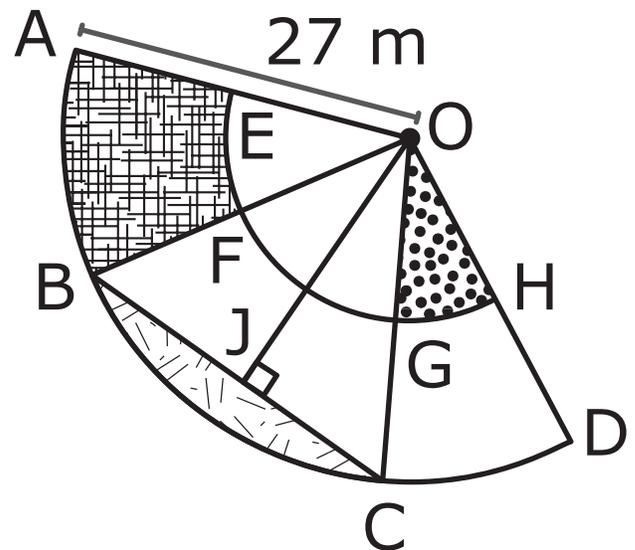
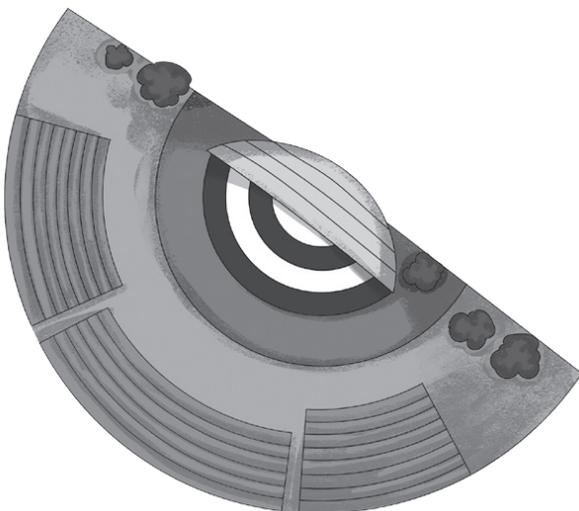
d. Calcula el área del segmento circular.





e. Comparte tu diseño con tus compañeros y explícales cómo realizaste los cálculos.

4. Arquitectura. Existen variadas estructuras que tienen forma semicircular, como teatros o escenarios. Analiza la siguiente imagen, en la que se muestra la representación de un teatro, y luego responde. Considera $\pi \approx 3,14$.



$$m(\widehat{AD}) = 145^\circ$$

$$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{CD}) = 35^\circ$$

$$m(\overline{OF}) = 14 \text{ m}$$

$$m(\overline{BC}) = 33 \text{ m}$$

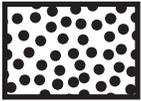
$$m(\overline{OJ}) = 21,42 \text{ m}$$

a. ¿Cuánto miden el perímetro y el área del segmento circular destacado  ?

P = m

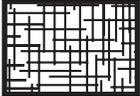
A = m²



b. ¿Cuánto miden el perímetro y el área del sector circular que subtiende el arco \widehat{GH}  ?

$P =$ m

$A =$ m^2

c. ¿Cuánto miden el perímetro y el área del sector marcado  ?

$$P = \text{[]} \text{ m} \quad A = \text{[]} \text{ m}^2$$

► Recurso Web

Para conocer más acerca de la arquitectura del teatro antiguo, puedes visitar el siguiente sitio:

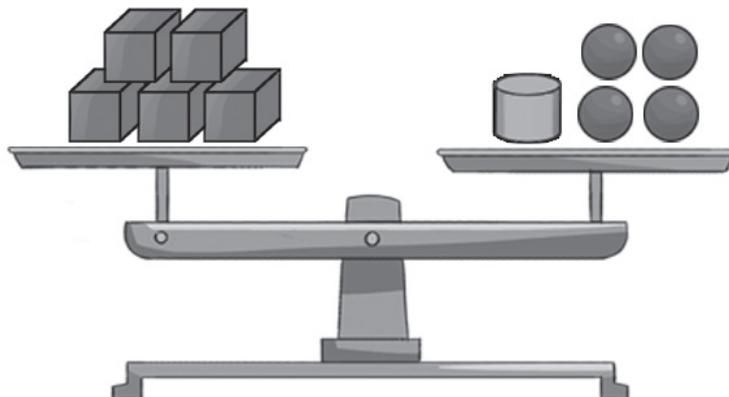
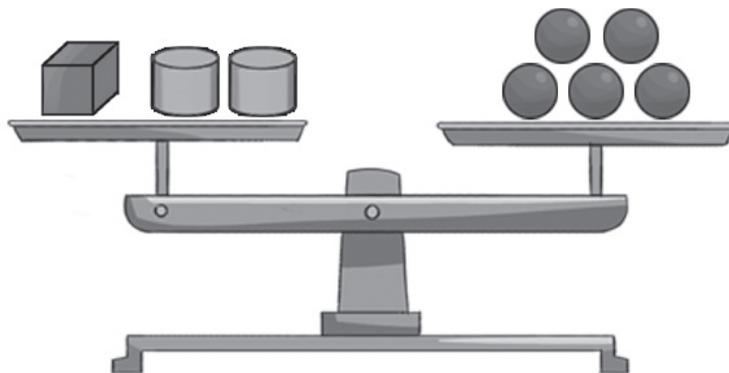
<https://youtu.be/-u4OyQLta6A>



¿Qué aprendiste?

Evaluación Unidad 2

1. En las balanzas, los cilindros representan la variable x ; los cubos, la variable y , y las bolas, las unidades de masa.



a. Escribe la ecuación asociada a cada una de las balanzas.

Ecuación 1:

Ecuación 2:

b. Escribe el sistema de ecuaciones que se obtiene con las dos ecuaciones asociadas a las balanzas.



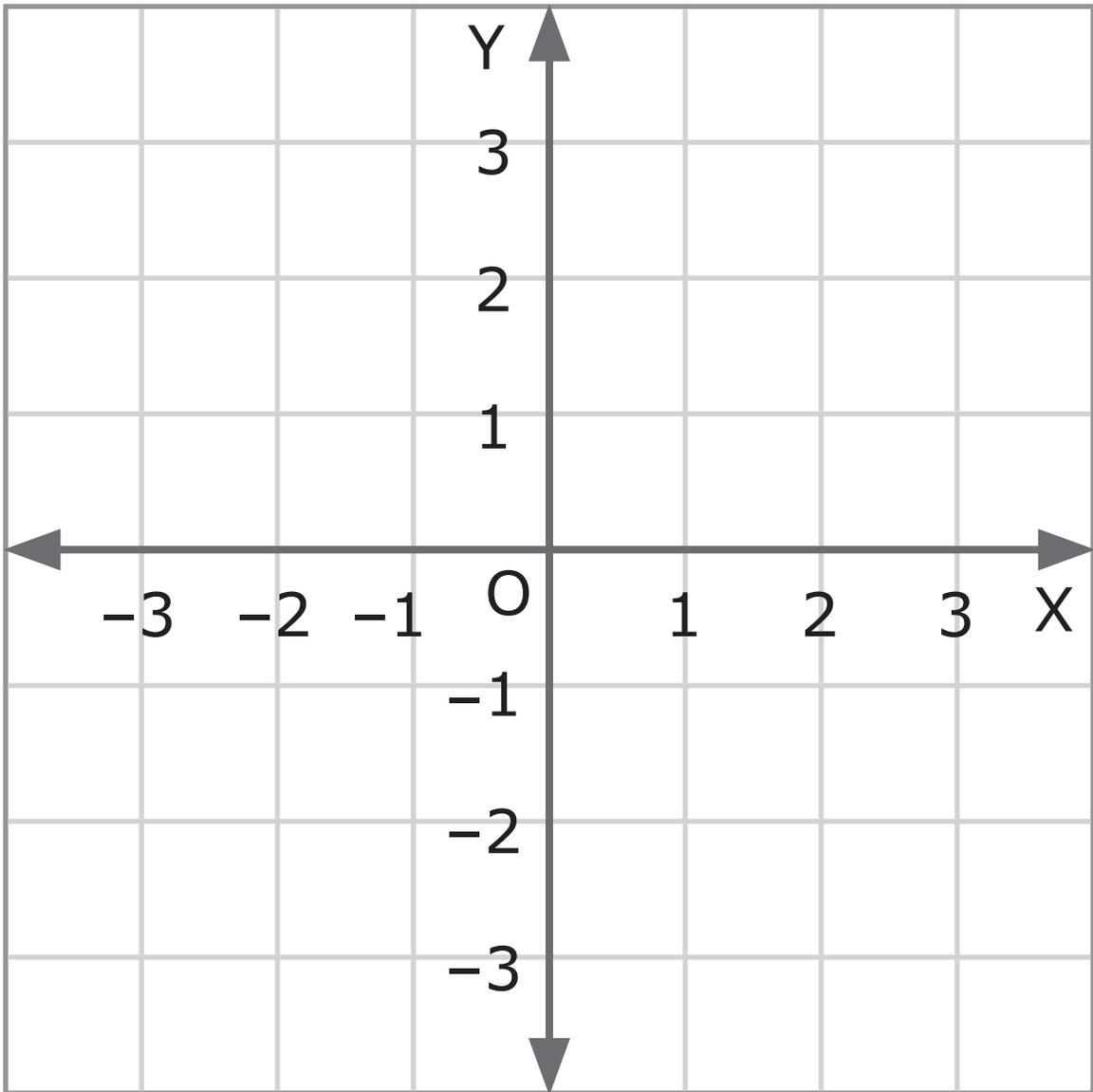
c. Selecciona el método que estimes conveniente y **resuelve** el sistema de ecuaciones.

$x =$

$y =$

2. Si $f(x, y) = -4$, escribe $f(x, y) = -6x + 2y$ como una ecuación lineal de la forma $y = mx + n$. Luego, gráficala en el plano cartesiano.

Ecuación:



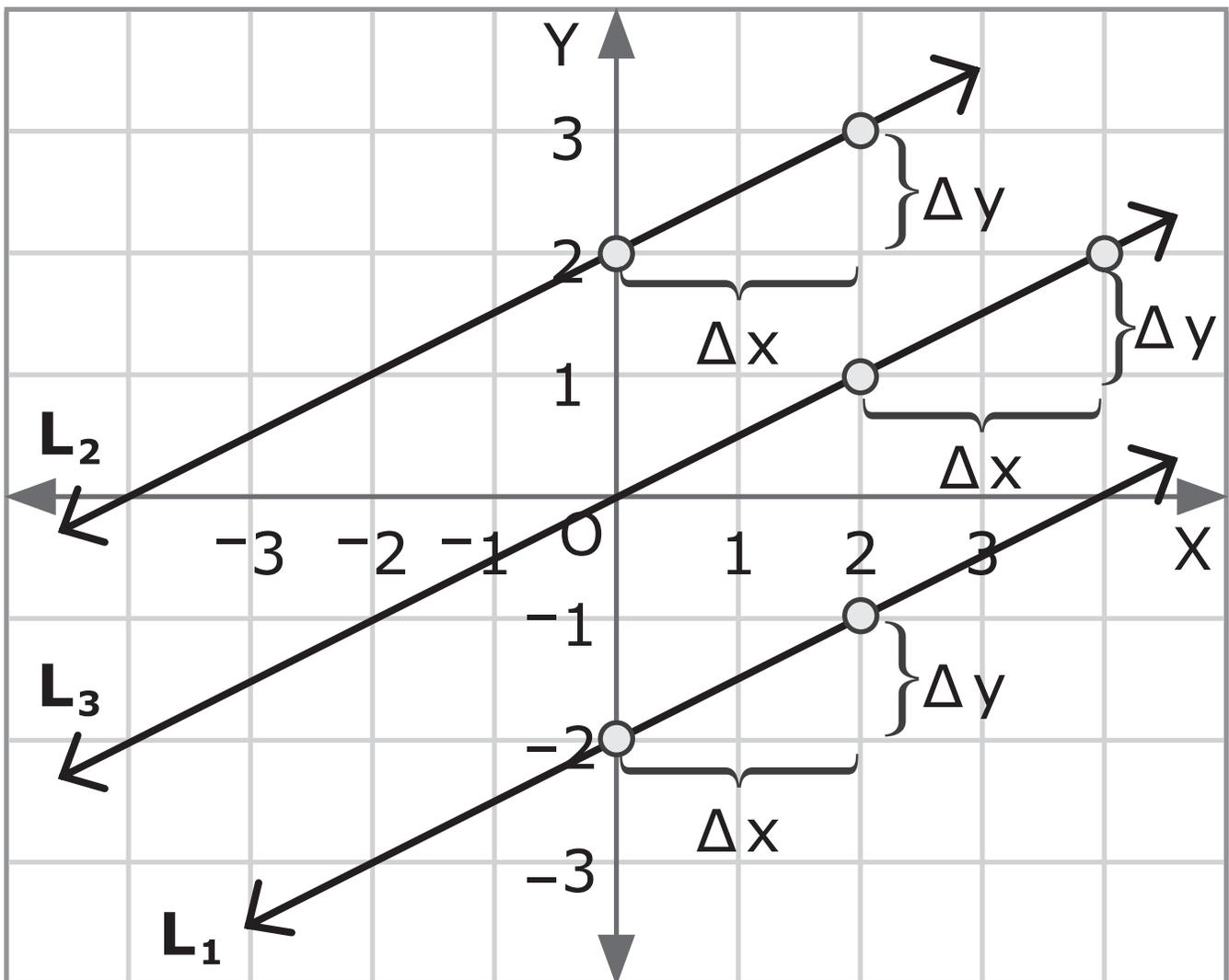


3. Analiza la información del gráfico y escribe la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$ que define a cada una de las rectas.

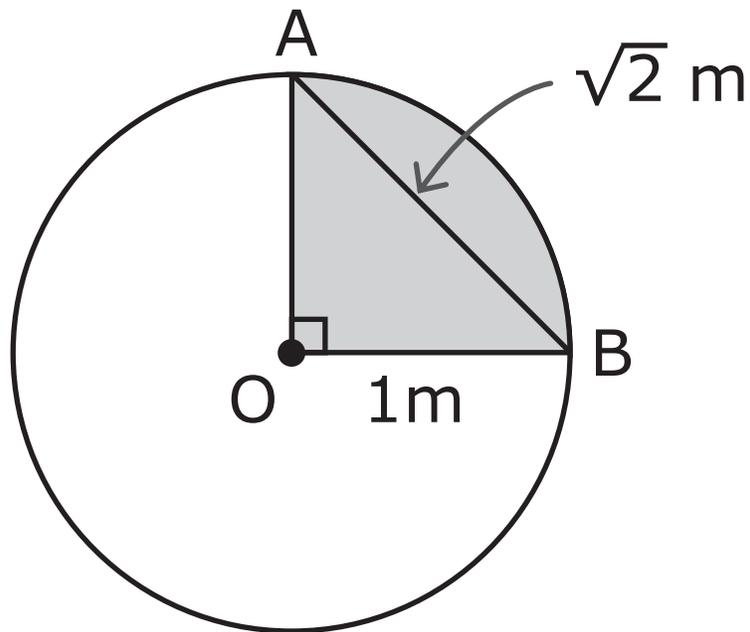
a. L_1 :

b. L_2 :

c. L_3 :



4. Interpreta la información de la circunferencia, en la que se destacan un sector y un segmento circular. Luego, responde las preguntas. Considera $\pi \approx 3,14$.



a. ¿Cuál es el perímetro (P) y el área (A) del sector circular?

P = m

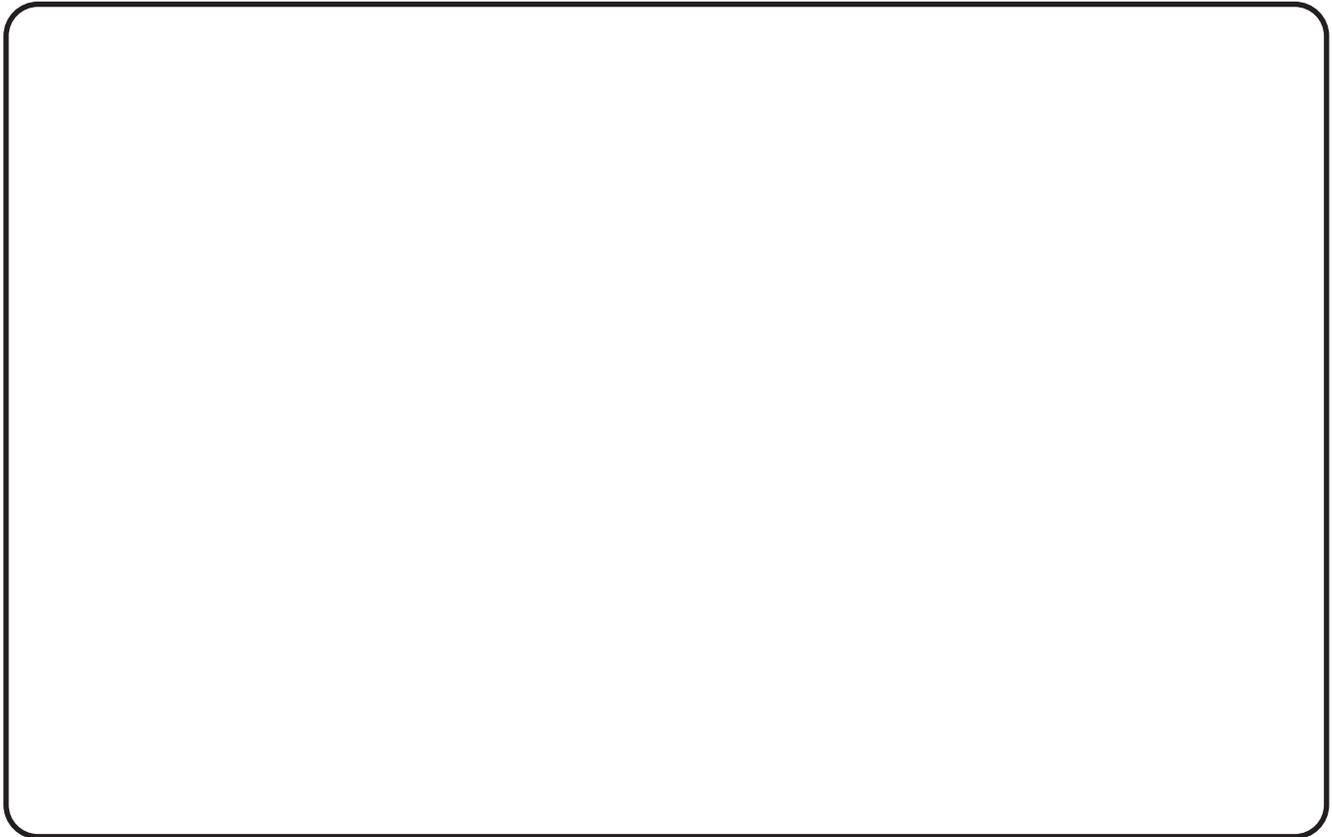
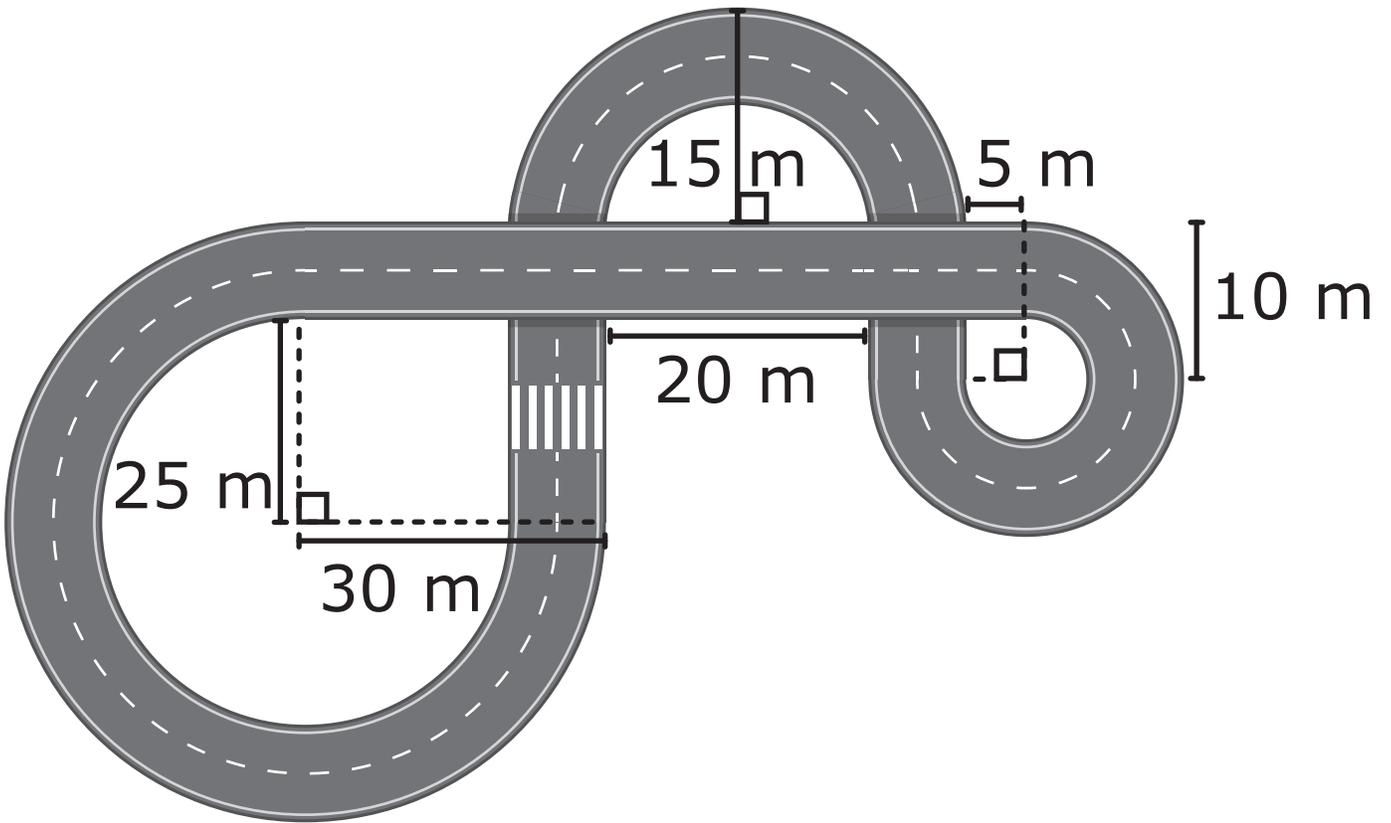
A = m²

b. ¿Cuál es el perímetro (P) y el área (A) del segmento circular?

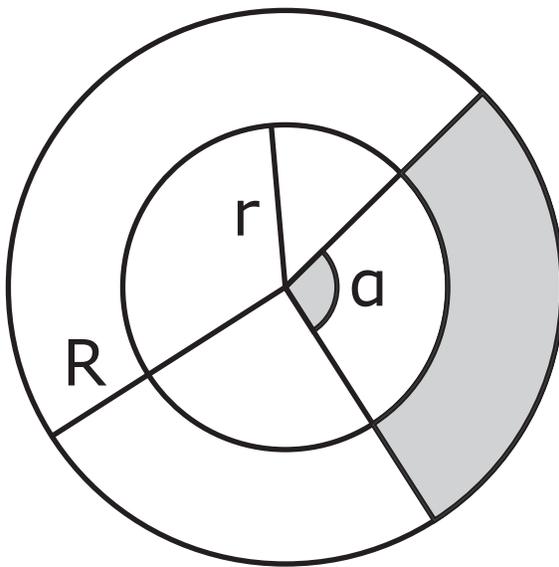
$$P = \boxed{} \text{ m} \quad A = \boxed{} \text{ m}^2$$

5. Actividad de profundización. Resuelvan el siguiente problema. Considere $\pi \approx 3,14$.

Una pista de carrera está compuesta por tres trapezios circulares, como se observa en la imagen. Si la superficie de los tramos rectos es de 450 m^2 , ¿cuál es la superficie total de la pista?



El área (A) de un trapecio circular corresponde a la diferencia entre el sector circular mayor y el sector circular menor.



Trapezio circular

$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$



Cierre

- ¿Cuál fue la principal dificultad que tuviste al desarrollar la unidad?, ¿cómo podrías superarla?
- ¿Cómo evaluarías tu trabajo y el de tus compañeros a lo largo de la unidad?