ADAPTACIÓN A MACROTIPO
Matemática
1º Medio

TOMO I

Autores

Carlos Fresno Ramírez

Claudia Torres Jeldes

Jaime Ávila Hidalgo

Editorial Santillana

Centro de Cartografía Táctil
Universidad Tecnológica Metropolitana
Dieciocho 414
Teléfono: (562) 2787-7392
Santiago de Chile
Año 2021

ÍNDICE

TOMO I

TOMO II

Pag.

TOMO III

CUADERNO DE ACTIVIDADES

TOMO IV

Pag.

UNIDAD 1

CIENCIA Y TECNOLOGÍA

En todas las ciencias está presente la matemática, y con ella se pueden modelar situaciones y fenómenos, desarrollar fórmulas y efectuar cálculos.

Esto ha aportado al desarrollo tecnológico que hemos alcanzado, el cual avanza constantemente.

- ¿Qué entiendes por ciencia? ¿Y por tecnología?

- Observa las imágenes de la página anterior. ¿Cómo crees que aporta la matemática en estas situaciones?

• ¿Crees que el desarrollo tecnológico ha sido siempre positivo? Comenta con tus compañeros.

¿Qué sabes?

Evaluación diagnóstica

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Calcula las siguientes operaciones.

a. $-6 \bullet (-4 + 16) : 2$

b. $(-12 + 20) \bullet (20 : -2)$

c. $(\frac{3}{4} + \frac{5}{12}) : -4$

d. $2\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{6} - 1{,}5$

2. Resuelve los siguientes problemas.

a. Se repartirán 5,5 kg de harina en bolsas de $\frac{1}{2}$ kg.

¿Cuántas bolsas se llenarán?

b. El producto de dos números es 15. Si uno de sus factores es 2,5, ¿cuál es el otro?

c. El cociente entre dos números es –7. Si el dividendo es $\frac{7}{2}$, ¿cuál es el divisor?

3. Calcula el valor de las siguientes expresiones.

a. $5^2 \bullet 5^3$

b. $3^3 \bullet 2^3 \bullet 1^3$

c. $4^3 \bullet 4^3 \bullet 4^3$

d. $(10^3)^3$

e. $25^2 : 1^2 : 5^2$

f. $(12^2 : 6^2)^3$

4. Evalúa si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica.

a. En la igualdad $\sqrt{a} = 9$, el valor de a es 18.

b. Resolver $3^5 \cdot 3^4$ es equivalente a resolver $3^{5 \cdot 4}$.

5. Determina si las siguientes igualdades son verdaderas. Justifica en caso de no serlo.

a. $5a - 5b = 5(a - b)$

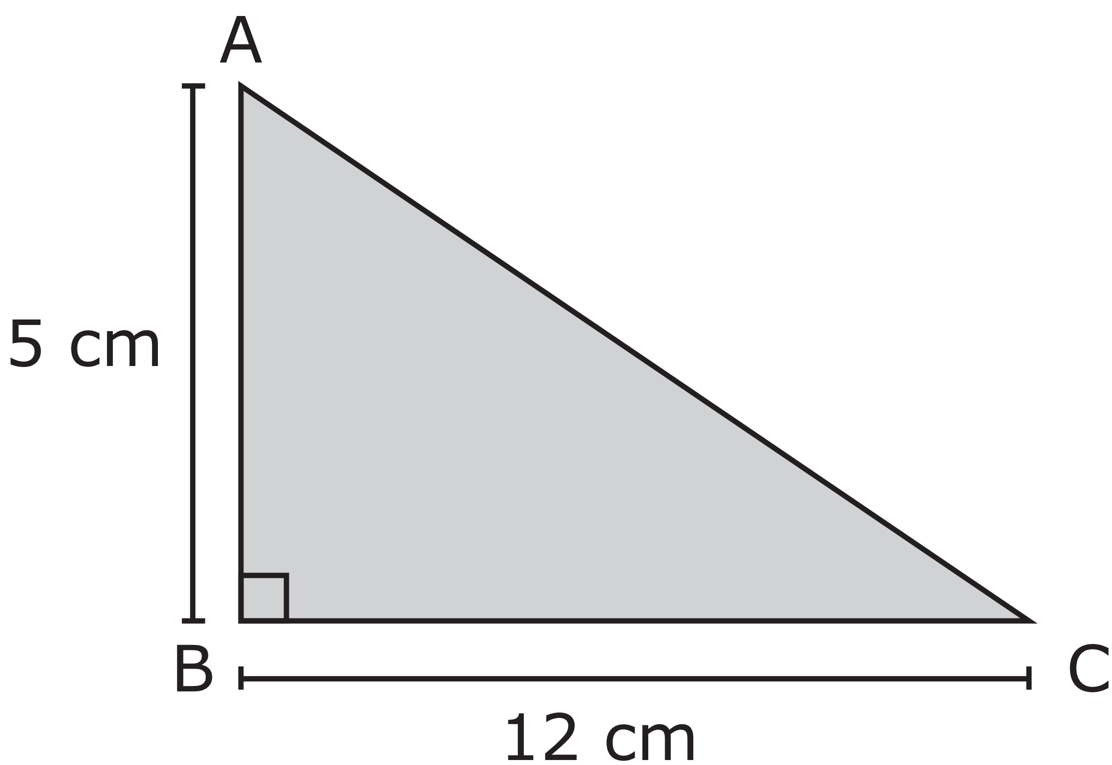
b. $14x\ 2 - 35x = 7x(2x - 5)$

c. $abc + 2ac = c\ (ab + 2ac)$

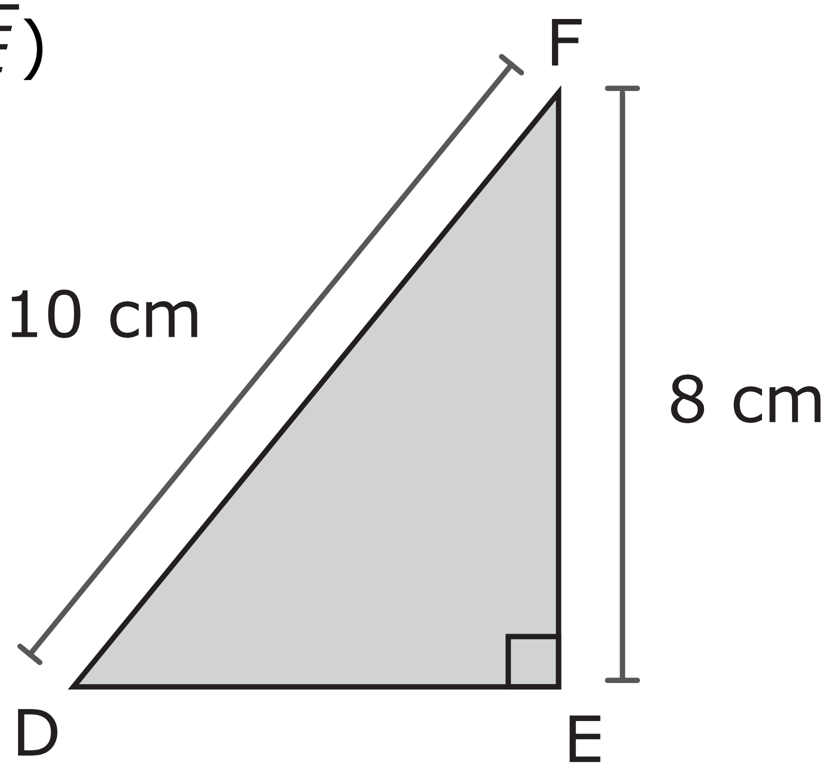
d. $2c + 2d - bd = (2 + b)(c - d)$

6. Utiliza el teorema de Pitágoras y calcula la medida del lado indicado en cada triángulo rectángulo.

a. m($\overline{CA}$)

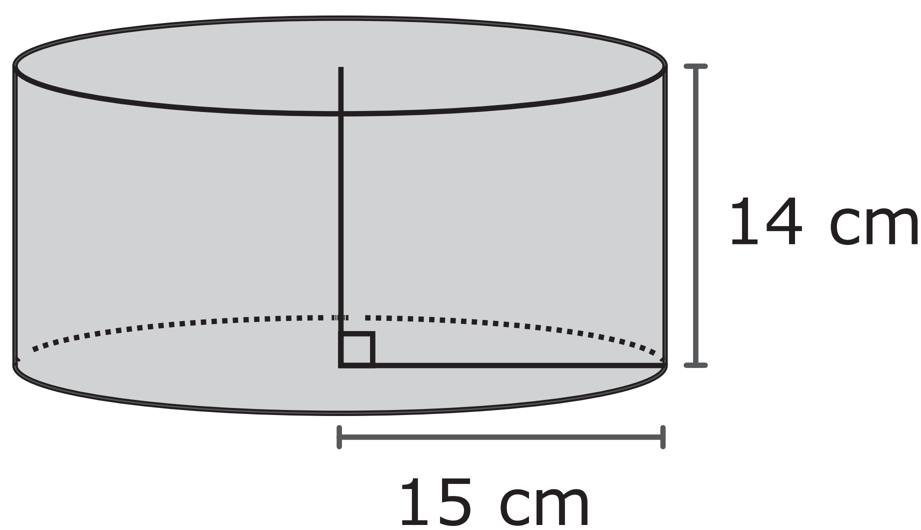


b. m($\overline{DE}$)

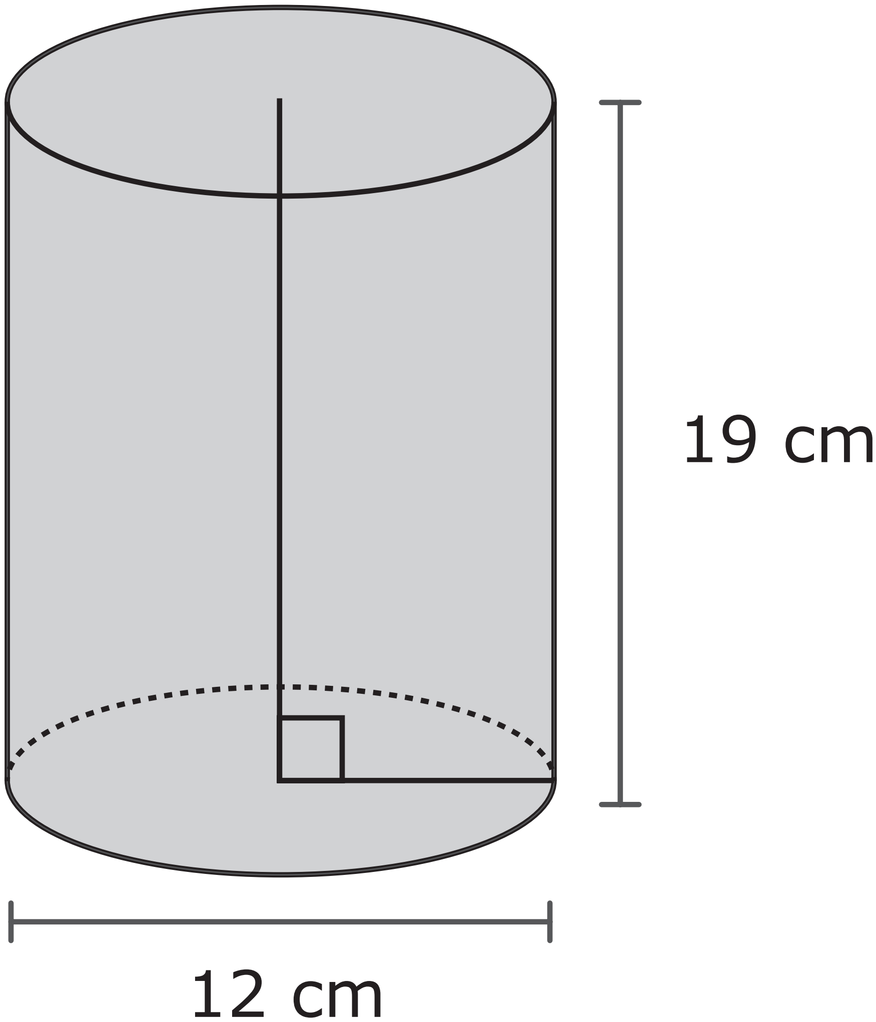


7. Calcula el área y el volumen de los siguientes cilindros. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

a.



b.



Lección 1

Operatoria en los números racionales

¿Cómo utilizamos los números racionales en la ciencia y la tecnología?

Analiza la siguiente información, y luego responde.

Los números decimales se utilizan en diferentes situaciones. Por ejemplo, una de ellas es representar la capacidad de memoria en un computador.

Nombre del disco duro	**Tamaño**	**Espacio libre**
Win X (C:)	195,3 GB	174,6 GB
Fotos (D:)	97,7 GB	76,3 GB
Personal (E:)	97,7 GB	64,1 GB
Respaldo (F:)	75.1 GB	21,7 GB

Observa y luego resuelve.

► $2{,}5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

► $\frac{384}{10} = 38{,}4$

1. Escribe como fracción el tamaño y espacio del respaldo (F).

2. ¿La fracción $\frac{1.956}{10}$ ¿con qué número decimal de la tabla la relacionas? Explica.

Reflexiona

- ¿En qué situaciones has observado que se utilicen números decimales o fracciones?

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

¿Qué es la energía oscura?

Esto te puede resultar sorprendente, pero no sabemos de qué está compuesta la mayor parte del universo. Este se está expandiendo y hay una energía que lo hace, la cual los científicos denominan energía oscura.

Aproximadamente, el 68% del universo es energía oscura. Además, alrededor del 27% corresponde a materia oscura y el resto, que es solo $\frac{1}{20}$ del universo, corresponde a la materia que comprendemos, es decir, cometas, planetas, estrellas, galaxias, entre otras.

Se puede observar una representación de la evolución del universo, formación de galaxias y planetas, primeras estrellas y planetas.

La expansión del universo a 13,7 mil millones de años.

- ¿Qué números identificas en el texto y en la descripción de la imagen? ¿A qué conjunto numérico pertenecen?

- ¿A qué porcentaje equivale la fracción del universo que no es energía oscura ni materia oscura? Explica cómo lo calculaste.

Números naturales

N = {1, 2, 3, ...}.

Números enteros

Z = {...−2, −1, 0, 1, 2...}.

Ejemplo 1

Transforma los siguientes números decimales a fracción.

Decimal Finito

- Se escribe en el numerador el número decimal sin considerar la coma.

- Se escribe como denominador el valor de una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tenga.

- Si es posible, se simplifica.

$$4{,}56 = \frac{456}{100} = \frac{114}{25}$$

El denominador es 100 porque el número 4,56 tiene 2 cifras decimales.

Decimal infinito periódico

- Se escribe como numerador la diferencia entre el número decimal (sin la coma) y su parte entera.

- En el denominador se escriben tantos nueves como cifras tenga el período.

- Si es posible, se simplifica.

$$2,\overline{45} = \frac{245 - 2}{99} = \frac{243}{99} = \frac{27}{11}$$

El denominador es 99 porque el período del número 2, tiene 2 cifras.

Recurso Web

Para comprender mejor el proceso de transformación a decimal, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/8izx

Decimal infinito semiperiódico

- Se escribe como numerador la diferencia entre el número decimal (sin la coma) y el número formado por la parte entera y el anteperíodo.

- En el denominador se escriben tantos 9 como cifras tenga el periodo, seguido de tantos 0 como cifras tenga el anteperíodo.

- Si es posible, se simplifica.

$$5,3\overline{25} = \frac{5.325 - 53}{990} = \frac{5.272}{990} = \frac{2.636}{495}$$

El denominador es 990 porque el período del número 5,325 tiene 2 cifras y el anteperíodo 1 cifra.

Un número racional es aquel que puede expresarse como una fracción cuyo numerador es entero y su denominador es un entero distinto de cero.

El conjunto de los números racionales (Q) está compuesto por todos los números que se pueden escribir como una fracción, en la cual el numerador y el denominador son números enteros.

Además, el denominador debe ser distinto de cero.

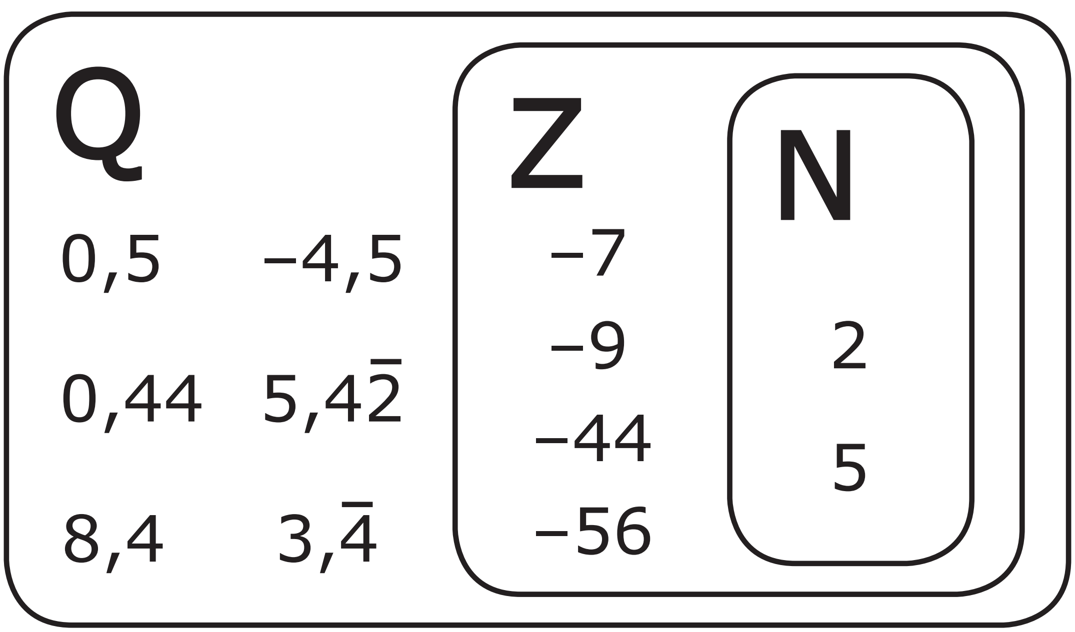
$$Q = \frac{a}{b} \ / \ a, b \in Z, b \neq 0$$

Por ejemplo $\frac{1}{2}$, $-1{,}8$; 5; $-\frac{3}{4}$

Ejemplo 2

Ubica los siguientes números en el diagrama según el conjunto al que pertenecen:

-56	0,44	-7
5	$5,4\overline{2}$	-4,5
0,5	$3,\overline{4}$	-44
8,4	-9	2



Recurso Web

Para reforzar los conjuntos numéricos, puedes ver el siguiente video: https://n9.cl/f7x2

En el diagrama:

- ¿Por qué el conjunto de los números naturales (N) está contenido en el de los números enteros (Z)?

- ¿Por qué el conjunto de los números enteros (Z) está contenido en el de los números racionales (Q)?

Actividades en tu cuaderno

1. Ubica los siguientes números en un diagrama de acuerdo con el conjunto al que pertenecen.

a. -3	**b.** $2,4$	**c.** $0,\overline{3}$
d. $\frac{8}{15}$	**e.** $-5,5$	**f.** $9,4\overline{3}$
g. 33	**h.** $-45,66$	**I.** $55,\overline{35}$
j. $\frac{1}{5}$	**k.** $678,45$	**l.** -89

2. Comprueba que los siguientes números pertenecen al conjunto de los números racionales.

a. 4,5 **b.** 1,5 **c.** $2,\overline{3}$

d. $1,\overline{2}$ **e.** $5,7\overline{3}$ **f.** $2,\overline{35}$

3. ¿A qué número decimal son equivalentes las siguientes fracciones?

a. $\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{17}{20}$

c. $\frac{7}{21}$ **d.** $\frac{2}{9}$

4. Verifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica en cada caso.

a. Todo número racional se puede expresar como un número decimal.

b. Todo número entero se puede representar como una fracción cuyo numerador será el mismo número y el denominador, cero.

c. Todos los números naturales son números racionales.

d. Un número negativo no es un número racional.

e. $\frac{0}{5}$ es un número racional.

5. ¿Qué estrategia utilizas para representar fracciones como números decimales y viceversa? Comparte tu respuesta con tu compañero (a).

6. Lee la información, y luego determina qué fracción es mayor en cada caso.

Para comparar números racionales escritos como fracción, puedes utilizar la siguiente relación:

Si $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ $\in$ Q, entonces

$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ siempre que a • d > c • b.

Por ejemplo, para comparar $\frac{2}{3}$ con $\frac{5}{6}$ se calcula 2 • 6 < 5 • 3, que es equivalente a 12 < 15, por lo tanto se cumple que $\frac{5}{6}$ es mayor que $\frac{2}{3}$, es decir, $\frac{5}{6} > \frac{2}{3}$.

a. $\frac{1}{10}$ y $\frac{7}{10}$

b. $\frac{10}{3}$ y $\frac{9}{5}$

c. $\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$

d. $\frac{1}{5}$ y $\frac{4}{9}$

7. Analiza la siguiente situación y responde.

Sofía tiene un pendrive de 16 GB de capacidad y ha usado 2,75 GB en música, 2,375 GB en documentos de la escuela y 2,8 GB en fotografías.

a. De los usos descritos, ¿cuál ocupa menos espacio?

b. ¿Utilizó más espacio en música o en fotografías?

c. ¿Cuánto espacio queda libre?

8. Analiza la siguiente situación. Luego, responde las preguntas y compara tus procedimientos con los de un compañero(a).

Las focas y los elefantes marinos son mamíferos que pasan la mayor parte del tiempo en los océanos. La foca común llega a medir 1,9 m; la foca de Largha, $\frac{9}{5}$ m; la foca de Baikal, 1,4 m, y la foca anillada, 1,6 m.

a. Entre estas especies, ¿cuál es la foca de menor longitud? ¿Concuerdas con tu compañero(a)? Explica.

b. ¿Cuál es la fracción que representa la medida de la foca común?

9. Investiga y responde: ¿todos los números decimales se pueden transformar a fracción? Justifica.

Cuaderno de actividades

páginas 999 a 1009

Cierre

- ¿Cómo se relaciona el conjunto de los números racionales con el de los enteros y naturales?

- ¿Qué estrategias usaste para clasificar números según su conjunto numérico?

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Con el objetivo de ayudar a los deportistas a mantenerse activos y conocer sus avances, existen aplicaciones que guardan registro de los entrenamientos.

A continuación se muestran los datos obtenidos por un usuario durante 4 días.

Distancia: (km) 143,1

JUEVES: 5,89 km.

MIÉRCOLES: 7,45 km.

MARTES: 6,35 km.

LUNES: 5,78 km.

- ¿Qué distancia recorrió el lunes?

- ¿Cuántos kilómetros sumó en total en los 4 días?

- Si en los días que usó la aplicación completó 143,1 km, ¿qué distancia recorrió en total los días que no se muestran en los datos anteriores?

- Los kilómetros que anduvo el martes, ¿se pueden expresar como una fracción? ¿Y como un número mixto? Justifica.

Ejemplo 1

Un dron recorre campos de cultivo para inspeccionarlos. En el primer tipo de cultivo revisó 234,56 m, en el segundo 345,67 m y en el tercero 98,4 m. ¿Cuántos metros recorrió en total?

Para calcular la suma, ordena los números de manera vertical, alineándolos por la coma decimal, y resuelve:

$$
\begin{array}{r}
234,56 \\
345,67 \\
+\quad 98,40 \\
\hline
678,63
\end{array}
$$

Luego, el dron recorrió 678,63 m en total.

Los drones utilizados en la agricultura usan tecnologías de escaneo de terrenos para monitorear la hidratación del suelo y como apoyo a medidas de seguridad, entre otras.

- ¿Cómo se relacionan las maneras en que se resuelven la adición de números enteros y la adición de números decimales?

- ¿Cómo se resuelven las sustracciones entre números decimales?

Ejemplo 2

En una municipalidad se lanzó una campaña para recolectar celulares en desuso y así poder reciclar sus componentes. En la primera semana se recogieron $\frac{3}{4}$ kg y en la segunda $1\frac{1}{2}$ kg. ¿Cuántos kilogramos se juntaron en las dos semanas?

Para responder a la pregunta, expresa el número mixto como una fracción y resuelve la adición.

$$\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{3}{2} =$$

$$\frac{3 \bullet 2 + 4 \bullet 3}{4 \bullet 2} = \frac{6 + 12}{8} = \frac{18}{8} =$$

$$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$$

Se recolectaron 2 kg.

Para transformar un número mixto a fracción, puedes realizar lo siguiente:

$$6\frac{7}{8} = \frac{6 \bullet 8 + 7}{8} = \frac{55}{8}$$

Transforma las fracciones del problema a números decimales y resuelve. ¿Obtienes el mismo resultado?

Para resolver una adición o sustracción de números decimales, puedes ordenarlos de manera vertical, cuidando que la coma decimal quede alineada, y luego calculas de manera habitual.

Para resolver una adición o sustracción de fracciones, se puede considerar lo siguiente:

Adición: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \bullet d + b \bullet c}{b \bullet d}$

Sustracción: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \bullet d - b \bullet c}{b \bullet d}$

Donde a, b, c, $d \in \mathbb{Z}$, con $b \neq 0$, $d \neq 0$.

Si a, b $\in$ Q, ¿se cumplen las siguientes igualdades? Justifica, en cada caso, dando un ejemplo.

$$a + b = b + a \qquad\qquad a - b = b - a$$

Ejemplo 3

Calcula el resultado de $2,\overline{3} \ - \ \dfrac{4}{5}$.

Para hacer el cálculo, transforma el decimal periódico a fracción:

$$2,\overline{3} \ - \ \frac{23 - 2}{9} = \frac{21}{9}$$

Luego, se resuelve como una sustracción entre fracciones:

$$\frac{21}{9} - \frac{4}{5} = \frac{21 \bullet 5 - 9 \bullet 4}{9 \bullet 5} =$$

$$\frac{105 - 36}{45} = \frac{69}{45} = \frac{23}{15} = 1\frac{8}{15}$$

Por lo que $2,\overline{3} - \frac{4}{5} = 1\frac{8}{15}$

Para sumar y restar números racionales se puede utilizar su representación fraccionaria o decimal. Si hay números decimales infinitos periódicos o semiperiódicos, siempre debes transformarlos a fracción para resolver.

Ejemplo 4

De un pendrive de 32 GB se han usado 4,6 GB en música y $5\dfrac{9}{10}$ GB en imágenes. ¿Cuánta memoria queda disponible?

A la capacidad del pendrive réstale la memoria utilizada:

$$32 - 4,6 - 5\frac{9}{10}$$

Representa $5\dfrac{9}{10}$ con el número decimal 5,9, y luego resuelve:

$$32 - 4,6 - 5,9 = 21,5$$

Por lo que quedan disponibles 21,5 GB de memoria.

Para transformar una fracción impropia a un número mixto, puedes realizar lo siguiente:

$$\frac{18}{7} \rightarrow \begin{array}{l} 18 : 7 = 2 \\ 4 \end{array} \rightarrow 2\frac{4}{7}$$

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve.

a. $\dfrac{5}{8} + \dfrac{3}{4}$

b. $1{,}33 + \dfrac{4}{5}$

c. $2\dfrac{7}{10} + \dfrac{4}{10}$

d. $0{,}2 - 3{,}\overline{25}$

2. Resuelve las adiciones eligiendo una de las siguientes **estrategias propuestas**:

1- Ordenar los decimales de manera vertical y resolver la adición.

2- Transformar los decimales a fracciones, y luego sumarlas.

a. 0,3 + 0,4

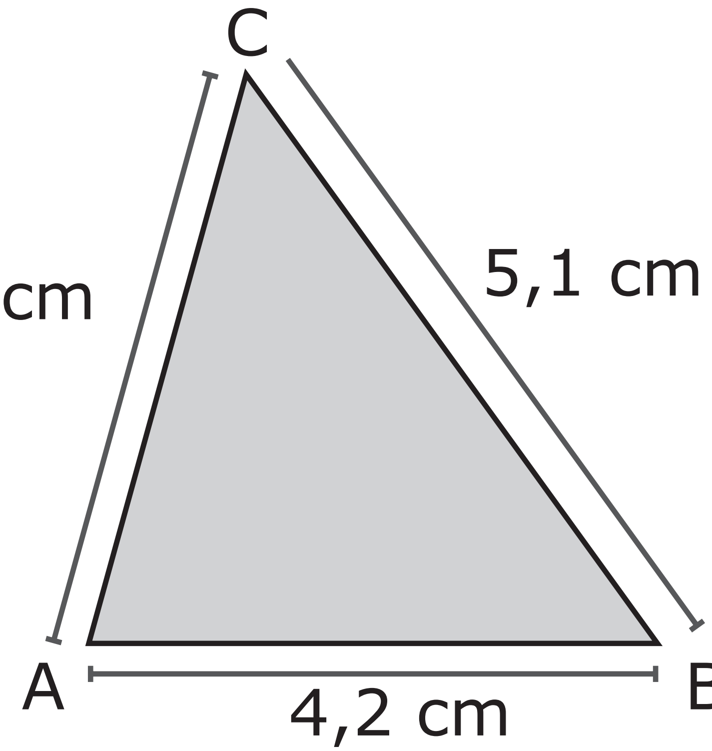
b. 0,25 + 0,9

c. 0,75 + 1,5

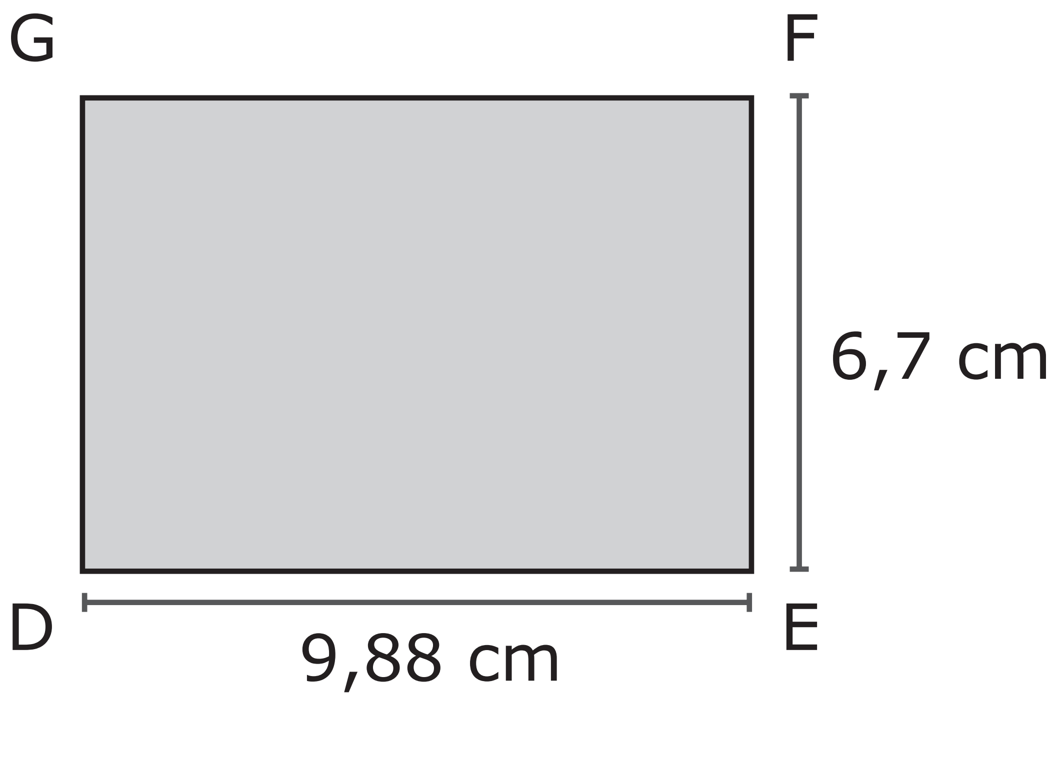
d. 1,8 + 1,5

3. Geometría. Calcula el perímetro de los siguientes polígonos. Considera que el perímetro de un polígono corresponde a la suma de la medida de sus lados.

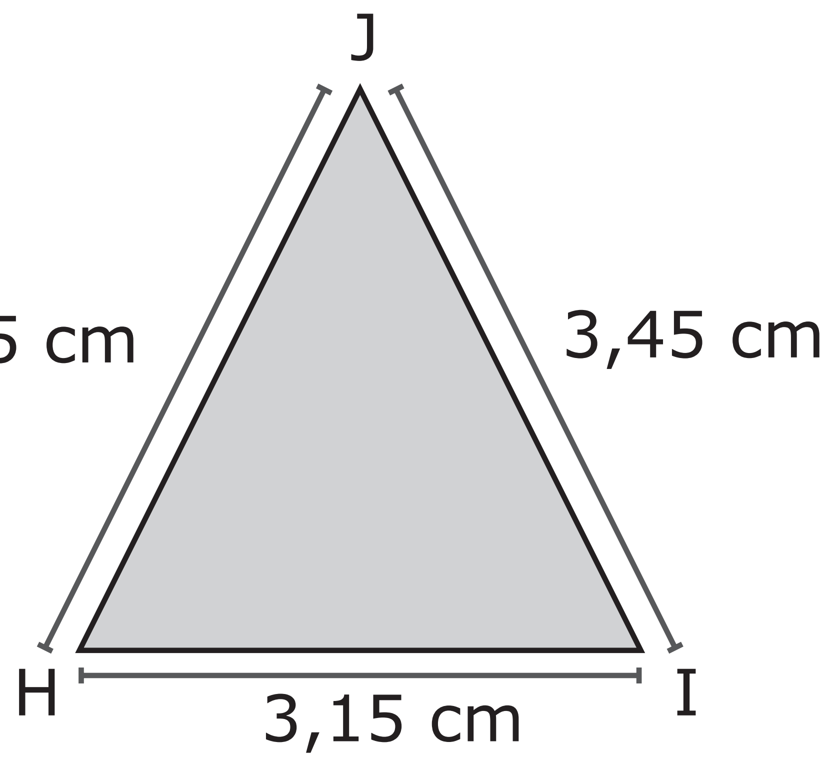
a. Triángulo ABC.



b. Rectángulo DEFG.



c. Triángulo isósceles HIJ.



4. Álgebra. Considera las siguientes igualdades, valoriza y luego calcula.

A = 3,89

B = $\frac{17}{20}$

C = $2,\overline{6}$

D = −1,2

a. $A + B$

b. $A + D$

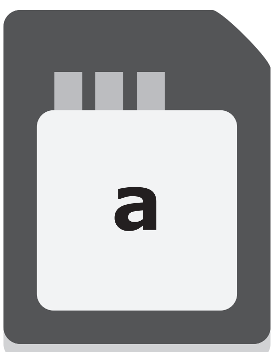
c. $A - B$

d. $A + B - C$

e. $B - A + D$

5. A partir de la información que se entrega sobre el almacenamiento de los siguientes pendrives, calcula el valor de x según corresponda.

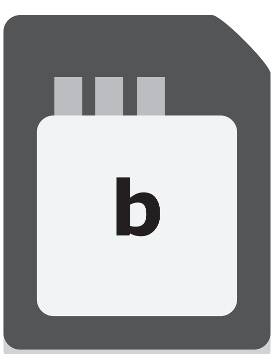
a. MEMORY CARD



MEMORIA USB (D:)

10,78 GB disponibles de 16 GB
Espacio ocupado: x GB

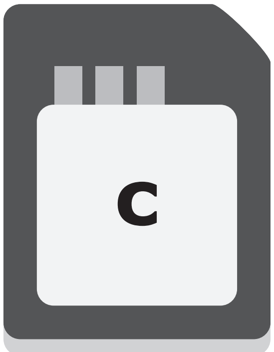
b. MEMORY CARD



MEMORIA USB (D:)

1,44 GB disponibles de x GB
Espacio ocupado: 6,56 GB

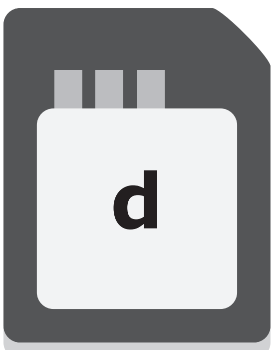
c. MEMORY CARD



MEMORIA USB (D:)

x GB disponibles de 32 GB
Espacio ocupado: 28,34 GB

d. MEMORY CARD

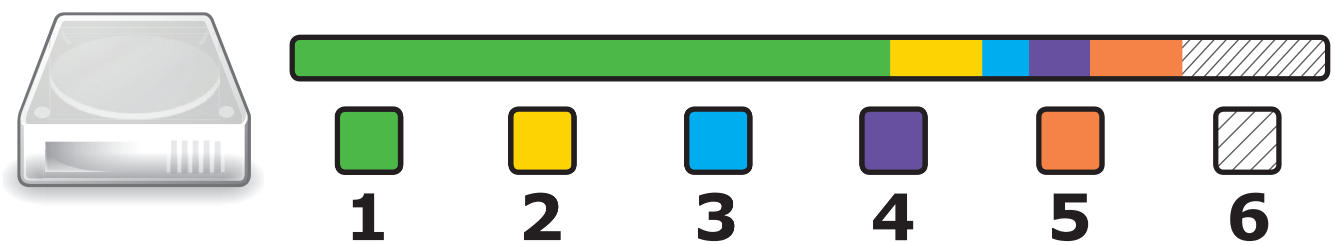


MEMORIA USB (D:)

55,6 GB disponibles de 64 GB
Espacio ocupado: x GB

6. Analiza la siguiente información que muestra el almacenamiento de un computador y luego responde.

Mi Disco HD



1 Videos 345,45 GB

2 Otros 36,35 GB

3 App 21,67 GB

4 Fotos 22,35 GB

5 Audio 34,45 GB

6 Libre 139,73 GB

a. ¿Cuánto es la capacidad libre? ¿cuánto es la capacidad utilizada en App?

b. ¿De cuánto es la capacidad de almacenamiento del computador?

c. ¿Cuánto espacio más se ocupa en videos que en fotos?

d. ¿Cuánto espacio se usa entre aplicaciones y audios?

e. Si se liberan 10,34 GB de videos, ¿cuánto espacio usarán ahora los videos?, ¿cuánto espacio quedará libre?

7. Resuelve los siguientes problemas.

a. Carlos hizo un viaje en automóvil en tres etapas: primero recorrió 67,24 km; luego, 130,45 km y finalmente 78,9 km. ¿Cuántos kilómetros recorrió en total?

b. Una cuarta parte de una parcela está cultivada con ajíes y dos terceras partes con tomates.

¿Qué fracción del total de la parcela no está cultivada con ajíes ni tomates?

c. Ana tiene que escribir una cantidad establecida de páginas para un ensayo de filosofía.

El primer día escribió $\frac{1}{4}$ del total y el segundo día $\frac{3}{10}$ del total. ¿Qué fracción del total de páginas le falta por escribir?

8. Actividad de profundización. Reúnanse en grupos de 3 integrantes y averigüen las propiedades de la adición en los números racionales. Luego, realicen lo pedido.

a. Propongan dos ejemplos numéricos de cada propiedad.

b. Expresen cada propiedad en lenguaje algebraico.

c. Reúnanse con otro grupo y compartan sus trabajos comparando las propiedades y los ejemplos.

Cuaderno de actividades

Páginas 1010 a 1036

Cierre

- ¿En qué situaciones puedes aplicar la adición y sustracción de números racionales? Da dos ejemplos.

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

Una aleación es la mezcla entre dos o más metales, lo que da como resultado un nuevo material. Por ejemplo, el oro blanco usado en joyería está compuesto generalmente de $\frac{3}{4}$ de oro puro, $\frac{4}{25}$ de paladio y $\frac{9}{100}$ de plata.

Imagina que quieres obtener 4 g de oro blanco.

- ¿A cuánto equivalen $\frac{3}{4}$ de 4 g?

Realiza un diagrama para representar la situación.

- ¿Qué información te entrega el valor que calculaste en la pregunta anterior?

- ¿Cómo puedes calcular la cantidad de gramos de paladio y de plata que necesitas? Explica tu procedimiento.

Ejemplo 1

Física. Para calcular el peso de un objeto se puede utilizar la expresión $P = m \bullet g$, donde P es el peso, m es la masa en kilogramos y g es la aceleración de gravedad en el planeta, que en la Tierra es $g = 9{,}807\ m/s^2$. Calcula el peso, en la Tierra, de un objeto cuya masa es de 35,7 kg.

1º Reemplaza los valores en la fórmula

$$P = m \bullet g \rightarrow P = 35{,}7 \bullet 9{,}807$$

2º Para resolver, multiplica los números como si fueran naturales, sin considerar la coma.

$$357 \bullet 9.807 = 3.501.099$$

3º Cuenta la cantidad de cifras decimales de los factores.

35,7 → 1 cifra decimal

9,807 → 3 cifras decimales

En total en ambos factores hay 4 cifras decimales.

4º En el producto, cuenta de derecha a izquierda tantos lugares como cifras decimales haya en los factores y escribe la coma.

350,1099 → Se corre la coma 4 lugares a la izquierda.

Luego, el peso del objeto en la Tierra es de 350,1099 N.

En física el peso de un cuerpo es una fuerza que se mide en newton (N) y depende de la gravedad con la que es atraído al centro del planeta.

Si la aceleración de gravedad (g) en la luna es de 1,62 m/s^2, ¿cuál sería el peso del objeto en la luna?

Ejemplo 2

Considera que $X = -\dfrac{7}{6}$, $Y = 2{,}4\overline{6}$.

¿Cuál es el producto entre X e Y?

Para responder la pregunta puedes seguir estos pasos:

1º $X \bullet Y = -\dfrac{7}{6} \bullet 2{,}4\overline{6}$

2º $X \bullet Y = -\dfrac{7}{6} \bullet \dfrac{37}{15}$

Representa como una fracción:

$$2{,}4\overline{6} = \frac{246 - 24}{90} = \frac{222}{90} = \frac{37}{15}$$

3º Resuelve: $-\dfrac{7}{6} \bullet \dfrac{37}{15} =$

$$-\frac{7 \bullet 37}{6 \bullet 15} = -\frac{259}{90} = -2{,}8\overline{7}$$

El resultado de X • Y es $-\dfrac{259}{90}$, o sea, el número decimal $-2{,}8\overline{7}$.

Al multiplicar o dividir números racionales, se sigue la misma regla de los signos que en los números enteros.

Para resolver una **multiplicación de números decimales** se deben multiplicar los números como si fueran naturales, sin la coma. Considera que la posición de la coma decimal se desplaza, de derecha a izquierda, tantos lugares como cifras decimales tengan en conjunto los factores. Para resolver una **multiplicación de fracciones**, se puede considerar la siguiente forma general:

$$\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d} = \frac{a \bullet c}{b \bullet d}$$

Donde a, b, c, d $\in$ Z, con b $\neq$ 0, c $\neq$ 0, d $\neq$ 0.

Ejemplo 3

¿Cuál es el resultado de $\dfrac{10}{8} : 3,\overline{6}$?

1º $\dfrac{10}{8} : 3,\overline{6} = \dfrac{10}{8} : \dfrac{11}{3}$

Representa como una fracción:

$3,\overline{6} = \dfrac{36 - 3}{9} = \dfrac{33}{9} = \dfrac{11}{3}$

2º $\dfrac{10}{8} \bullet \dfrac{3}{11}$

Se multiplica por el inverso multiplicativo del divisor.

El inverso multiplicativo de $\frac{11}{3}$ es $\frac{3}{11}$

porque $\frac{11}{3} \bullet \frac{3}{11} = 1$.

3º Resuelve: $\frac{10 \bullet 3}{8 \bullet 11} = \frac{30}{88} = \frac{15}{44}$

En la multiplicación y división de números racionales, los decimales infinitos periódicos y semiperiódicos se deben transformar a fracción y luego resolver.

Un número racional es inverso multiplicativo de otro si el producto entre ambos es 1, es decir:

$$\frac{1}{a} \bullet a = 1,\ a \neq 0,\ a \in Q.$$

Por ejemplo, con c, d ≠ 0, el inverso aditivo de $\frac{c}{d}$ es $\frac{d}{c}$, ya que

$$\frac{c}{d} \bullet \frac{d}{c} = \frac{(c \bullet d)}{(d \bullet c)} = \frac{\cancel{cd}}{\cancel{cd}} = 1$$

Para calcular el **cociente entre dos fracciones**, se puede resolver una multiplicación en la que el dividendo se multiplica por el inverso multiplicativo del divisor.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \bullet \frac{d}{c} = \frac{a \bullet d}{b \bullet c}$$

Donde a, b, c, d $\in$ Z, con b $\neq$ 0, c $\neq$ 0, d $\neq$ 0.

Actividades en tu cuaderno

1. Resuelve.

a. $\frac{5}{9} \bullet \frac{2}{7}$

b. $\frac{3}{8} : \frac{2}{10}$

c. $\frac{4}{5} \bullet \frac{5}{11}$

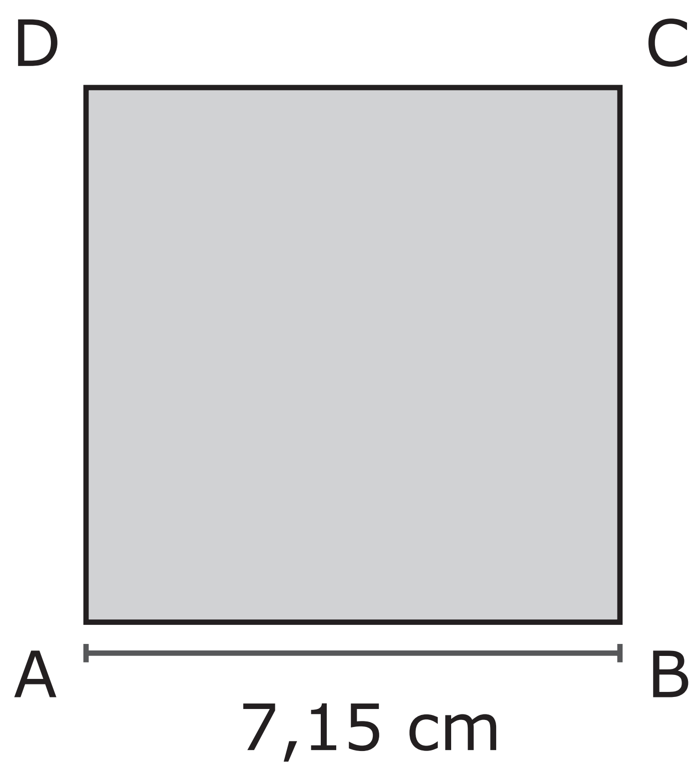
d. $0{,}3 : 3{,}\overline{2}$

Recurso Web

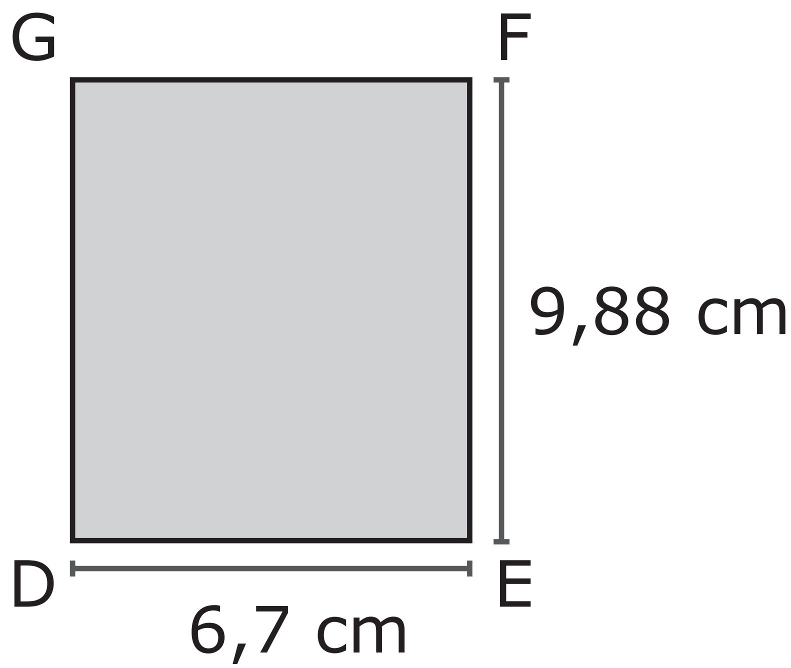
Para revisar cómo dividir números decimales, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/ef413

2. Geometría. Calcula el área de los siguientes paralelogramos. Considera que el área de un paralelogramo se calcula multiplicando la base por la altura.

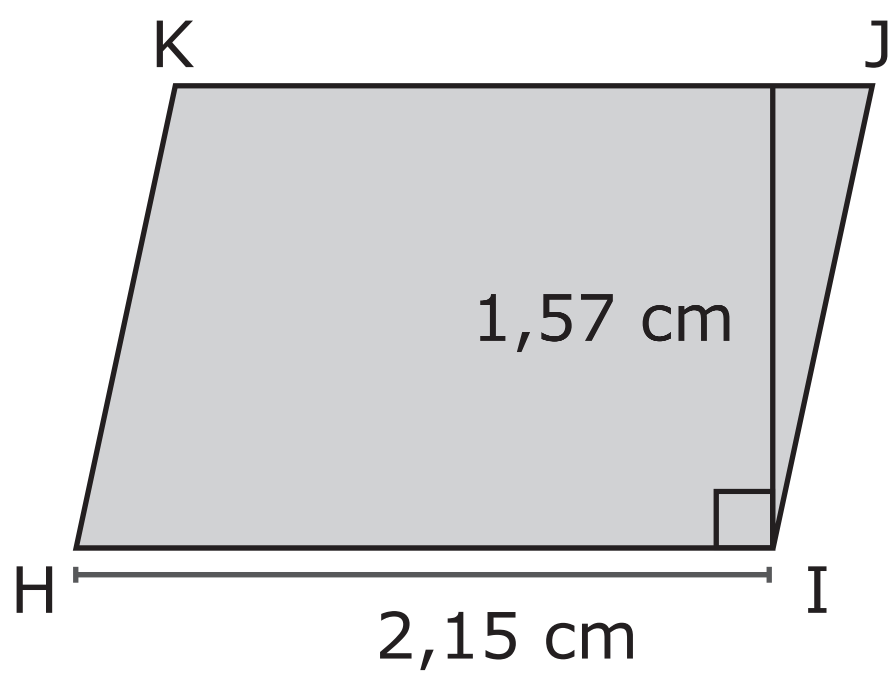
a. Cuadrado ABCD.



b. Rectángulo DEFG.



c. Romboide HIJK.



Proyecto. ¿Cómo se representa pictóricamente la multiplicación de fracciones?

3. **Averigüen** cómo se representan pictóricamente las multiplicaciones de fracciones.

   a. En una infografía, expliquen cómo se representa pictóricamente la multiplicación de fracciones.

   b. Representen tres multiplicaciones de fracciones, una en cada hoja, escribiendo la multiplicación correspondiente al reverso.

c. Muestren las representaciones anteriores al curso y pidan que identifiquen la multiplicación que corresponde en cada caso.

4. Representa cada expresión del lenguaje natural en una expresión numérica, y luego calcula su valor.

a. El producto entre la suma de tres y cuatro con la diferencia de siete y nueve.

b. La suma del producto entre cinco y menos cuatro y el cociente entre dos y ocho.

c. La resta del cociente entre menos diez y cinco con el producto entre cuatro y veinte.

d. El cociente entre el inverso aditivo de diez con el inverso multiplicativo de cuatro.

5. Reflexiona y responde:

a. ¿Cómo se calcula la fracción de un número entero? Da un ejemplo.

b. ¿Cómo se calcula la fracción de una fracción? Da un ejemplo.

6. Considera las siguientes igualdades, y luego calcula.

$$A = 1{,}5 \qquad B = -\frac{2}{5}$$

$$C = 3{,}\overline{5} \qquad D = -1{,}2$$

a. A : B

b. A • C

c. A • B : C

d. A • (B : D)

7. Resuelve las multiplicaciones con una de las siguientes estrategias propuestas.

1- Calcular utilizando la multiplicación de números decimales.

2- Transformar los decimales a fracciones, y luego multiplicar.

3- Representar las multiplicaciones de manera pictórica y determinar el resultado.

a. 0,3 • 0,4

b. 0,25 • 5

c. 1,2 • 0,5

d. 0,125 • 2

Recurso Web

Para practicar, puedes realizar el siguiente juego con números racionales: https://n9.cl/2t1yo

8. Resuelve los siguientes problemas.

a. Don José tiene $5\frac{3}{4}$ L de aceite y los va a repartir en botellas de $\frac{1}{4}$ L. ¿Cuántas botellas podrá llenar?

b. Ana tiene 24,35 m de cinta. Si la corta en 5 partes iguales, ¿cuánto mide cada parte?

c. Cada día Sofía reparte $4\frac{1}{2}$ kg de alimento entre un grupo de aves y cada una consume $\frac{1}{4}$ kg:

- ¿Cuántas aves hay?

- Si la cantidad de aves se triplica y continúan comiendo lo mismo, ¿cuánto alimento consumirán diariamente?

9. Actividad de profundización. Verifica si cada afirmación es verdadera o falsa. **Justifica las falsas.**

a. Si $a \in N$ y $b \in Q$, entonces siempre ocurre que $a + b \in N$.

b. Si $a \in Z$ y $b \in Q$, entonces siempre ocurre que $a \bullet b \in Z$.

c. Si a = 0 y b ∈ Q, entonces siempre ocurre que a + b = 0.

d. Si a = 0 y b ∈ Q, entonces siempre ocurre que a • b = 0.

Cuaderno de actividades

Páginas 1037 a 1064

Cierre

- ¿Cómo se relaciona el cálculo de multiplicaciones de fracciones con el de divisiones de fracciones?

- ¿Qué estrategia prefieres para resolver multiplicaciones y divisiones entre números racionales? ¿Por qué?

OPERACIONES COMBINADAS

La unidad básica de almacenamiento en informática, por lo general, es el bit, el cual es muy utilizado también para indicar la velocidad de transmisión de datos entre dos dispositivos. No hay que confundir el bit con el byte, ya que este último está compuesto por 8 bits.

Medida	Equivalencia
1 byte	8 bits
1 kilobyte (KB)	1.024 bytes
1 megabyte (MB)	1.024 KB
1 gigabyte (GB)	1.024 MB
1 terabyte (TB)	1.024 GB

El espacio usado de un dispositivo es de 218,5 GB y la capacidad total es de 800 GB.

- ¿A cuántos megabytes (MB) equivale el espacio usado del dispositivo?

- ¿Cuánto es el espacio disponible en gigabytes (GB)? ¿A cuántos megabytes (MB) equivale?

Recurso Web:

Para repasar la operatoria de números racionales, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/waj84

Ejemplo

Calcula el resultado de

$$\frac{5}{2} - \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} : \left(4 \bullet \frac{10}{3}\right)$$

► Se resuelven los paréntesis.

$$\frac{5}{2} - \left(1 + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{3} : \left(4 \bullet \frac{10}{3}\right) =$$

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{3} + \frac{2}{3} : \frac{40}{3} =$$

► Se escribe el inverso multiplicativo de $\frac{40}{3}$

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{3} + \frac{2}{3} \bullet \frac{3}{40} =$$

► Se calcula el producto.

$$\frac{5}{2} - \frac{4}{3} + \frac{1}{20} =$$

► Se resuelve la sustracción y la adición.

$$\frac{1}{20}$$

Para calcular una **operación combinada**, se resuelve en el siguiente orden:

1º Las operaciones que están en los paréntesis desde el más interior hasta el más exterior, de izquierda a derecha.

2º Las potencias.

3º Las multiplicaciones o las divisiones, de izquierda a derecha.

4º Las adiciones o las sustracciones, de izquierda a derecha.

Actividades en tu cuaderno

1. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} - 2{,}25$

b. $2{,}0\overline{8} - 1{,}\overline{5} \bullet \frac{2}{7}$

c. $3{,}5 \bullet \frac{7}{8} - (-5 + 0{,}3)$

d. $(16 - 3 \bullet 4{,}5) - (15 - 15 : 2)$

e. $[\frac{2}{3} + \frac{7}{9}] - 0{,}5 \bullet 3 - (0{,}8 - 0{,}55)$

2. Responde.

a. ¿Cuál es el orden de resolución en operaciones combinadas?

b. ¿Cuál es el uso de los paréntesis en las operaciones combinadas?

3. Considera las siguientes igualdades y luego calcula.

$A = 1{,}2$ $B = -\frac{2}{5}$

$C = 5{,}\overline{3}$ $D = -1{,}5$

a. A **:** B + D

b. A + B **:** C

c. A • B – C

d. B + A • B – C

e. B **:** (A + C)

4. Resuelve.

a. Una unidad de memoria USB divide su capacidad en tres partes iguales, una para almacenar fotografías, otra para videos y finalmente una parte para almacenar música. Cada una de estas partes se divide a su vez a la mitad. ¿Qué fracción de la capacidad total del reproductor representa cada mitad?

b. Del total de canciones almacenadas en un reproductor de música, 29 del total son canciones que pertenecen al género pop. El triple de esa cantidad son canciones de rock. ¿Qué fracción del total de canciones representan las canciones de género rock?

Cuaderno de actividades

Páginas 1065 a 1080

Cierre

¿Qué fue lo que te produjo mayor dificultad al resolver las operaciones combinadas? ¿Por qué?

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

- **Conjunto de los números racionales**

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \,/\, a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$$

► **Adición y sustracción de números racionales**

Puedes resolver las operaciones representando los números como decimales o fracciones.

► **Multiplicación y división de números racionales**

► **Operaciones combinadas**

Para resolver operaciones combinadas, debes considerar la prioridad en las operaciones.

1º Paréntesis.

2 º Potencias.

3 º Multiplicaciones y divisiones, de izquierda a derecha.

4 º Adiciones y sustracciones, de izquierda a derecha.

Responde:

¿Crees que es importante el uso de los números racionales al representar datos científicos y en otras situaciones? Da un ejemplo de su aplicación.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 1

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. En cada caso, determina tres números que cumplan con las características dadas.

a. Números racionales mayores que 4.

b. Números enteros menores que $-3,\overline{5}$.

c. Números racionales entre 1,7 y 1,8.

d. Números racionales entre $-\frac{1}{5}$ y $\frac{1}{5}$.

2. Resuelve las siguientes operaciones.

a. $0,7 + 3,\overline{5}$

b. $\frac{5}{8} - \frac{3}{16}$

c. $1,33 \bullet \frac{5}{4}$

d. $\frac{7}{10} : \frac{4}{10}$

e. $7,\overline{2} + 3,\overline{5} \bullet \dfrac{3}{5}$

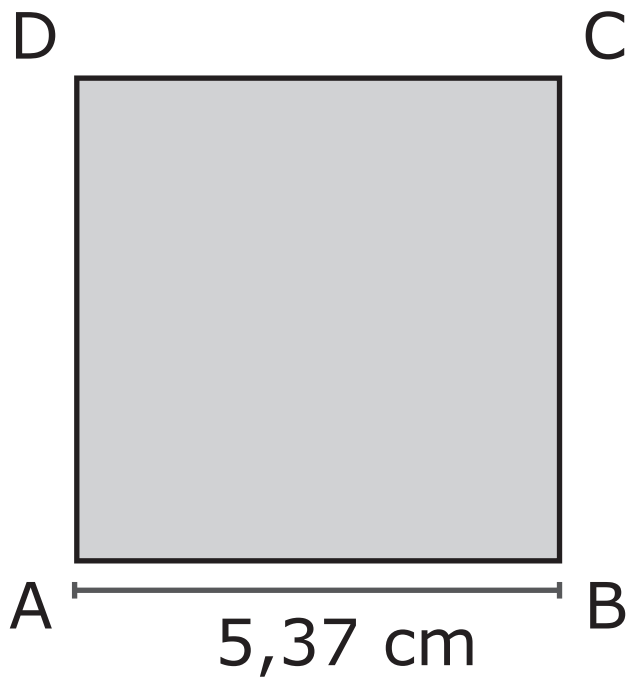
f. $(1,4 + 0,9)$ **:** $(0,6 - 3,7)$

3. Geometría. Calcula el perímetro y el área de los siguientes paralelogramos.

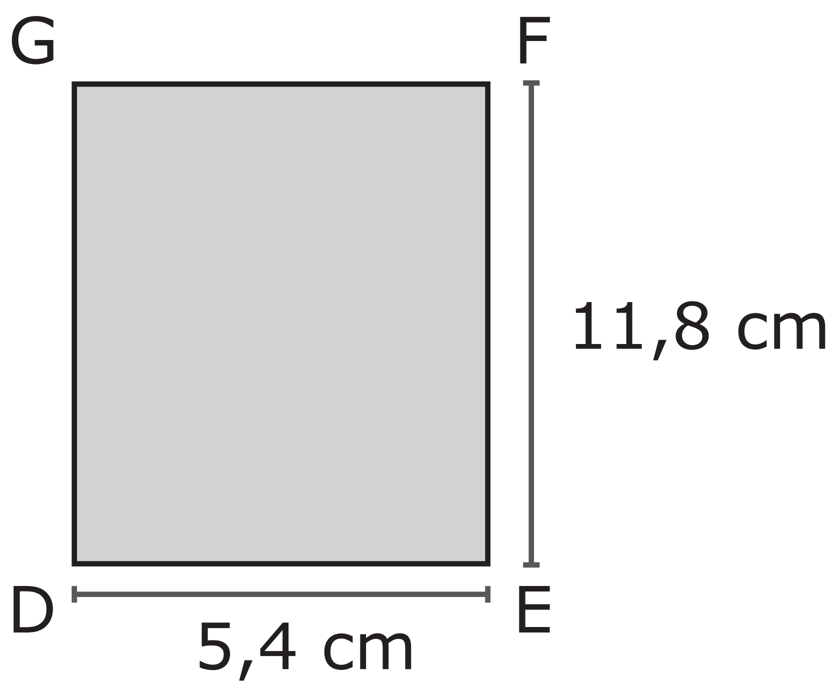
El **perímetro** de un polígono corresponde a la suma de las medidas de sus lados.

El **área** de un paralelogramo se calcula multiplicando la base por la altura.

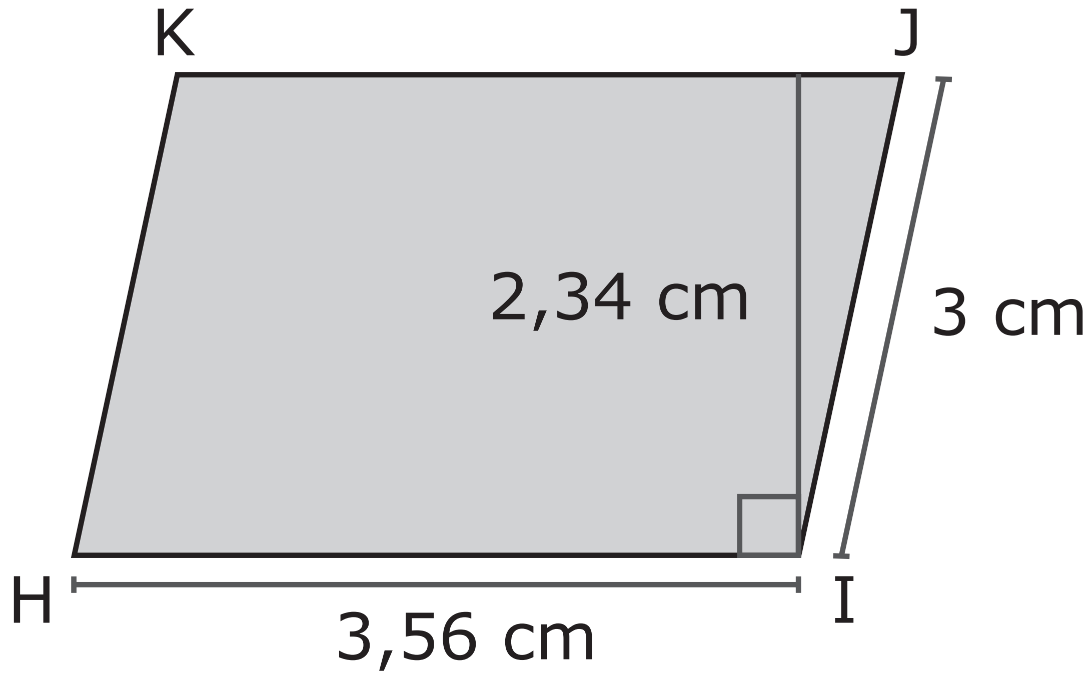
a. Cuadrado ABCD.



b. Rectángulo DEFG.



c. Romboide HIJK.



4. Escribe numéricamente las siguientes expresiones y calcula el resultado.

a. La resta del cuadrado de 5 al doble de la suma entre $\frac{3}{7}$ y $\frac{9}{10}$.

b. El doble de un quinto disminuido en el triple de cuatro novenos.

c. La división del cuadrado de la diferencia entre 17 y 5 por el triple de la suma de 5 y 3.

d. La suma de 0,7 y 2,3 disminuida en el cuádruple de la diferencia de 8,7 y 5,2.

5. Evalúa la veracidad de las siguientes afirmaciones. **Justifica en cada caso**.

a. Todo número racional se puede expresar como un número decimal.

b. Todo número decimal finito se puede expresar como una fracción irreducible.

c. Todo número entero se puede representar como una fracción cuyo numerador será el mismo número y el denominador, cero.

6. Resuelve los siguientes problemas:

a. Un taxista recorrió 309,7 km el lunes; 340,57 km el martes y 287,03 km el miércoles. ¿Cuántos kilómetros recorrió en total en los tres días?

b. Un estudiante debe leer un libro de 150 páginas. Si el primer día avanza la tercera parte del total de páginas, el segundo día las dos quintas partes y el tercer día lee el resto, ¿cuántas páginas leyó el tercer día?

c. Un bebé prematuro nació con un peso de 1,8 kg. El médico dijo que deberá permanecer en la incubadora hasta que llegue a los 3,3 kg. Si el bebé sube 0,3 kg cada día, ¿cuántos días deben pasar para que deje la incubadora?

7. Actividad de profundización. Analiza la siguiente situación, y luego responde.

Lorena organiza su horario para la semana. Para ello, distribuye el tiempo que dedicará a su trabajo de la siguiente manera:

Lunes → 6 horas y media

Martes → 5 horas y 20 minutos

Miércoles → 7,5 horas

Jueves → $5\frac{3}{4}$ horas

Viernes → 4 horas y 15 minutos

a. ¿Cuántas horas trabajará en total en la semana?

b. ¿Cuántas horas más trabajará Lorena el miércoles que el viernes?

Cuaderno de actividades

Páginas 1081 a 1089

Lección 2

Potencias

Analiza la siguiente información, y luego responde.

La nanotecnología se refiere a la manipulación de materiales a escalas por debajo de los 100 nanómetros, es decir, objetos que sean más pequeños que un virus.

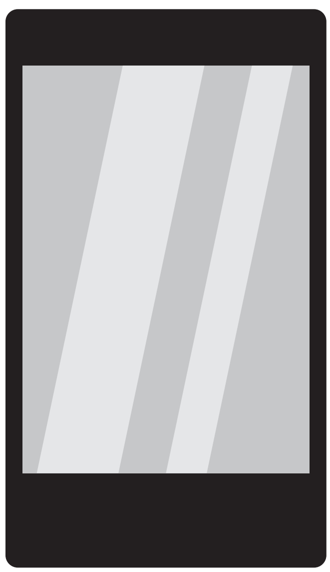
En un metro hay mil millones de nanómetros, es decir, su equivalencia se puede expresar de la siguiente manera:

$$1 \text{ m} = 1.000.000.000 \text{ nm} = 10^9 \text{ nm}$$

► Escala nanométrica.

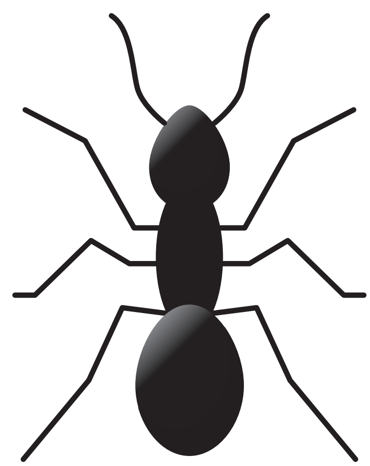
Medidas de objetos de diferentes órdenes de magnitud. Las medidas están expresadas en nanómetros.

Teléfono celular



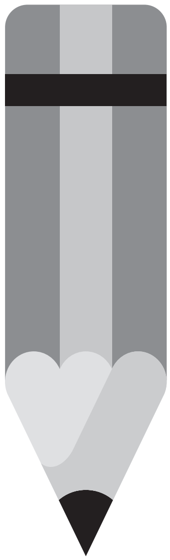
10^8 nm

Hormiga



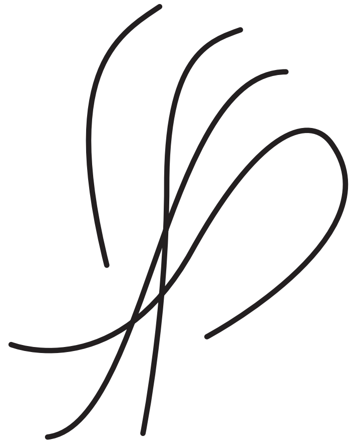
10^7 nm

Punta de lápiz



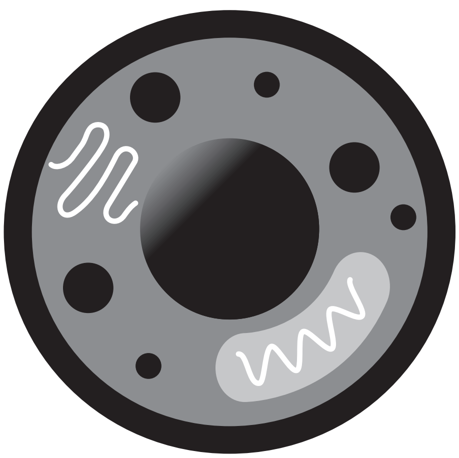
10^6 nm

Grosor de un cabello



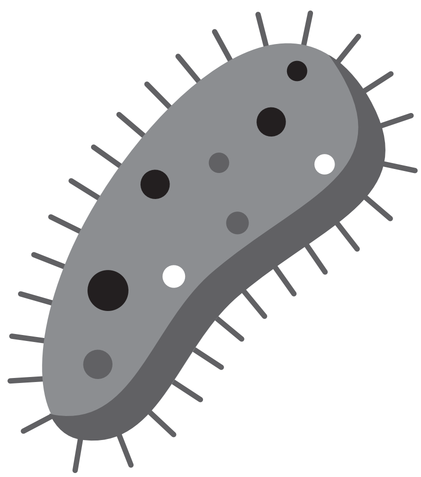
10^5 nm

Célula



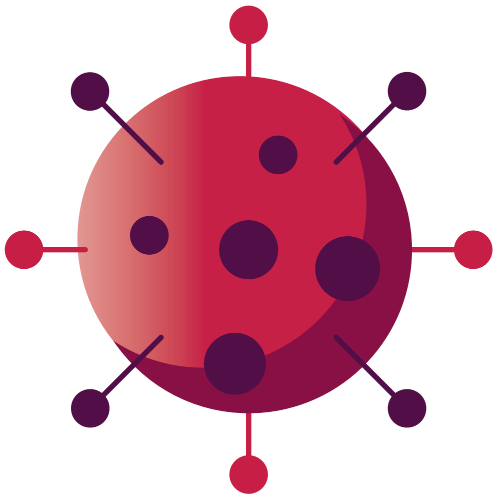
10^4 nm

Bacteria



10^3 nm

Virus

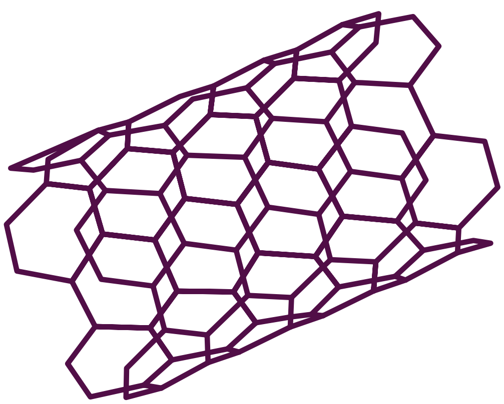


10^2 nm

Ribosoma

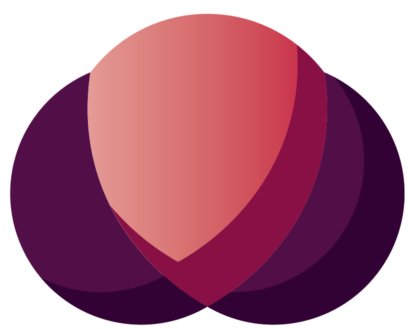
10 nm

Nanotubo



1 nm

Molécula de agua



10^{-1} nm

¿Cuál es la utilidad de las potencias al representar diversa información?

Según en la escala nanométrica de la páginas 105 a la 107 se muestran las longitudes aproximadas de los objetos en nanómetros.

1. ¿Cuántos nanómetros mide una bacteria?

2. ¿Cuál es la relación entre el exponente positivo y la cantidad de ceros del valor de la potencia?

3. Si un objeto mide 2 m de largo, ¿cuál es su longitud expresada en nanómetros?

4. ¿Cómo expresarías en metros la longitud de una célula?

Reflexiona

- ¿Qué conocimientos previos crees que puedes utilizar en esta lección?
- ¿Por qué es importante esforzarse y ser perseverante para lograr un objetivo? Comenta con tu curso.

POTENCIAS DE BASE Y EXPONENTE ENTERO

Los nanorrobots o robots microscópicos son, aproximadamente, mil veces más pequeños que el grosor de un cabello humano. Se espera que en el futuro estas máquinas sean utilizadas para fines médicos, como por ejemplo, para identificar y destruir células cancerígenas.

La longitud de los nanorrobots se expresa en nanómetros (nm) y su equivalencia con el metro es la siguiente:

$$1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$$

Es decir, 1nm equivale a
0,000000001 m

- ¿Habías escuchado de la nanotecnología o de los nanorrobots? Investiga qué otros usos tiene.

- Si un nanorrobot mide 18 nm, ¿cómo expresarías esta medida en metros usando potencias?

Recuerda la regla de los signos para la multiplicación de números enteros.

$$+ \bullet + = +$$

$$- \bullet - = +$$

$$+ \bullet - = -$$

$$- \bullet + = -$$

Una potencia es una multiplicación iterada de un número por sí mismo. La cantidad de factores considerados está determinada por el exponente de la potencia.

$$\begin{array}{c} \text{Exponente} \\ \downarrow \\ \text{Base} \rightarrow 4^3 = 4 \bullet 4 \bullet 4 \end{array}$$

¿El resultado de $(-3)^4$ es igual al de -3^4? Justifica.

El **signo** del resultado de una potencia de base y exponente entero se puede determinar de la siguiente manera:

- Si la **base es positiva**, el resultado será positivo.

- Si la **base es negativa**, el resultado será:
  - **positivo** si el exponente es **par**.
  - **negativo** si el exponente es **impar**.

Ejemplo 1

¿Cuál es el resultado de 2^{-3}?

Para resolver, considera una secuencia cuyo patrón es dividir en 2. Observa que el exponente de las potencias va disminuyendo en 1 hasta llegar al exponente -3.

Luego, el resultado es $2^{-3} = \dfrac{1}{8}$

$$8 \xrightarrow{:2} 4 \xrightarrow{:2} 2 \xrightarrow{:2} 1 \xrightarrow{:2} \frac{1}{2} \xrightarrow{:2} \frac{1}{4} \xrightarrow{:2} \frac{1}{8}$$

8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
▼	▼	▼	▼	▼	▼	▼
2^{3}	2^{2}	2^{1}	2^{0}	2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}

¿Qué otras regularidades observas en las potencias de la secuencia y sus valores?

- Si la base de una potencia es un número entero distinto de cero y su **exponente** es un **entero negativo**, entonces se cumple que

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ con } n \in N, a \in Z, a \neq 0$$

- Cuando el **exponente de una potencia es 0**, su resultado es 1, siempre que la base de la potencia no sea 0.

$$a^0 = 1, \text{ con } a \in Z - \{0\}$$

Recurso Web

Para repasar las propiedades de las potencias, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/kzqf

Ejemplo 2

Usa las propiedades de las potencias de base entera para simplificar la expresión: Considera que a, b, c $\in$ Z y $a \neq 0$, $b \neq 0$ y $c \neq 0$. Finalmente evalúa la expresión con $a = 4$, $b = 5$ y $c = -3$.

$$\frac{c^4 \bullet a^2 \bullet b^4 \bullet b^2}{a^2 \bullet c \bullet c^2 \bullet b^8}$$

Para resolver, puedes considerar los siguientes pasos:

1º Aplica la propiedad de multiplicación de potencias de igual base.

$$\frac{c^4 \bullet a^2 \bullet b^{4+2}}{a^2 \bullet c^{1+2} \bullet b^8} = \frac{c^4 \bullet a^2 \bullet b^6}{a^2 \bullet c^3 \bullet b^8}$$

2º Escribe como producto de fracciones.

$$= \frac{a^2}{a^2} \bullet \frac{b^6}{b^8} \bullet \frac{c^4}{c^3}$$

3° Aplica la propiedad de la división de potencias.

$$= a^{2-2} \bullet b^{6-8} \bullet c^{4-3}$$

4° Se calcula a^0.

$$= a^0 \bullet b^{-2} \bullet c^1$$

Se aplica la propiedad de una potencia con exponente negativo.

$$= b^{-2} \bullet c = \frac{1}{b^2} \bullet c$$

Finalmente al evaluarla para los valores solicitados se tiene,

$$b^{-2} \bullet c = 5^{-2} \bullet (-3) = \frac{1}{5^2} \bullet (-3) =$$

$$\frac{1}{25} \bullet (-3) = -\frac{3}{25}$$

Actividades en tu cuaderno

1. Representa como una potencia cada multiplicación iterada.

a. $(-5) \bullet (-5) \bullet (-5) \bullet (-5)$

b. $-(7 \bullet 7 \bullet 7 \bullet 7 \bullet 7 \bullet 7)$

2. Determina si el resultado de las siguientes potencias es positivo o negativo.

a. 3^4

b. $(-3)^5$

c. -3^5

d. $(-4)^2$

3. Representa cada potencia como un producto de factores iguales.

a. 8^5

b. $(-9)^4$

c. -3^6

d. -7^5

4. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. 5^3 **b.** $(-2)^5$

c. -2^5 **d.** $(-3)^4$

5. Representa como una potencia con exponente positivo y calcula.

a. 5^{-3} **b.** 2^{-5}

c. $(-2)^{-5}$ **d.** 3^{-4}

6. Resuelve aplicando las propiedades de las potencias.

a. $\dfrac{(-3)^3 \bullet (-5)^2}{225}$

b. $\dfrac{(-5)^{-2} \bullet (5)^6 \bullet (125)^1}{22 \bullet 5^{-2}}$

c. $\dfrac{(3)^2 \bullet (3)^4 \bullet (-27)^{-1}}{81 \bullet 243^{-1}}$

7. Analiza y justifica tu respuesta.

a. ¿Qué número elevado a 2 resulta 81? ¿Existe una única respuesta?

b. ¿Qué número elevado a 3 resulta 125? ¿Existe una única respuesta?

8. Evalúa si cada igualdad es correcta y corrige las que no lo sean.

a. $-7^5 = 16.807$

b. $-5^{-4} = \dfrac{1}{5^4}$

c. $8^4 = \dfrac{1}{8^{-4}}$

d. $2^{-3} = \dfrac{1}{9}$

9. Resuelve los siguientes problemas:

a. Carla instaló un tanque cúbico en su casa para almacenar agua. Si la arista del tanque mide 6 m, ¿qué potencia representa al volumen del tanque? Considera que el volumen de un cubo de arista x es x^3.

b. Si la base de una potencia es 2 y el valor de esta es 0,0625, ¿cuál es su exponente?

10. Actividad de profundización. Propongan un ejemplo que cumpla con lo pedido en cada caso. Luego, compartan sus respuestas con el curso.

a. Una potencia cuyo resultado sea una fracción negativa.

b. Una potencia cuyo resultado no sea ni positivo ni negativo.

c. Una potencia con exponente entero negativo cuyo resultado sea un entero.

Cuaderno de actividades

Páginas 1090 a 1102

Cierre

- ¿Qué situaciones de la vida o de otras asignaturas puedes relacionar con el uso de las potencias? Da un ejemplo.

POTENCIAS DE BASE RACIONAL Y EXPONENTE ENTERO

Ejemplo 1

¿Cuál es el valor de las potencias $(-1,8)^3$ y $\left(\frac{2}{3}\right)^4$?

► Desarrolla la potencia

$$(-1,8)^3 = -1,8 \bullet -1,8 \bullet -1,8$$

Multiplica sucesivamente los números decimales respetando la regla de los signos.

$$3,24 \bullet -1,8 = -5,832$$

► Desarrolla la potencia

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3} \bullet \frac{2}{3}$$

Multiplica las fracciones.

$$\frac{4}{9} \bullet \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$$

Si $\frac{a}{b} \in Q$, la potencia de base $\frac{a}{b}$ y exponente n, con $b \neq 0$, $n \in N$, se define por:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \bullet \frac{a}{b} \bullet \ldots\bullet \frac{a}{b}}_{n\text{ - veces}} =$$

$$\frac{a \bullet a \bullet \ldots a}{b \bullet b \bullet \ldots b} = \frac{a^n}{b^n}$$

Actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $0{,}4^5$

b. $\left(\frac{10}{5}\right)^3$

c. $(-0{,}5)^3$

d. $\left(-\frac{3}{5}\right)^2$

2. Resuelvan el siguiente problema.

En una laguna de 6 m de profundidad la intensidad de la luz que entra al agua disminuye cada metro a la tercera parte de la intensidad anterior.

a. ¿Cuál es la intensidad de la luz a 1 m de profundidad? ¿Y a 5 m? Expresen los resultados con potencias.

b. Si la laguna fuera «infinitamente» profunda, ¿en algún momento la intensidad de la luz podría ser cero? ¿Por qué? Expliquen.

Ejemplo 2

¿Cuál es el valor de $\left(\frac{3}{12}\right)^{-3}$?

Para resolver, puedes aplicar las propiedades de las potencias de base entera.

► Aplica la propiedad de la división de potencias de igual exponente.

$$\left(\frac{3}{12}\right)^{-3} = \frac{3^{-3}}{12^{-3}}$$

► Escribe como una división.

$$= 3^{-3} : 12^{-3}$$

► Aplica la propiedad de la potencia con exponente negativo y base entera.

$$= \frac{1}{3^3} : \frac{1}{12^3}$$

► Calcula la división de fracciones.

$$= \frac{12^3}{3^3}$$

► Aplica la propiedad de la división de potencias de igual exponente y resuelve.

$$= (\frac{3}{12})^3 = 4^3 = 64$$

Si $\frac{a}{b} \in Q - \{0\}$ con $a \neq 0$, $b \neq 0$, $n \in N$, entonces $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

Además, si el **exponente es 0**, el valor de la potencia es igual a 1, es decir, $\left(\frac{a}{b}\right)^{0} = 1$

¿Cómo puedes comprobar que una potencia de base racional distinta de cero con exponente 0 es igual a 1?

Ejemplo 3

¿Cuál es el valor de $(-0,4)^{-3}$?

► Expresa la base de la potencia como fracción.

$$-0,4 = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

► Resuelve aplicando las propiedades.

$$(-0,4)-3 = \left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3} =$$

$$-\frac{5^3}{2^3} = -\frac{125}{8} = -15,625$$

Actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$

b. $0{,}2^{-3}$

c. $(-1{,}3)^{-2}$

d. $\left(\frac{4}{20}\right)^{-4}$

e. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-1}$

f. $0{,}\overline{4}^{\,-5}$

Recurso Web

Para practicar más con potencias, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/nmlr

Ejemplo 4

¿Se cumple la igualdad $[(\frac{3}{5})^3]^{-2} = (\frac{1}{5})^{-6}$?

Para responder, puedes resolver cada potencia, y luego comparar los resultados.

$$[(\frac{3}{5})^3]^{-2} = (\frac{3^3}{5^3})^{-3} = (\frac{1}{125})^{-2} = 15.625$$

Se obtiene el mismo resultado en ambas potencias, por lo que sí se cumple la igualdad.

En la **potencia de una potencia** de base racional distinta de cero ($b \neq 0$) se cumple lo siguiente:

$$\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}, \text{ con } n, m \in Z$$

¿Se cumple que $[(a^n)^m]^k = a^{n \cdot m \cdot k}$? Justifica dando un ejemplo.

Actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$ **b.** $0{,}2^{-3}$ **c.** $(-1{,}3)^{-2}$

2. Álgebra. Calcula el valor de las siguientes expresiones considerando que a = 2, b = −2 y c = −1.

a. $\left(\frac{a}{b}\right) \bullet \left(\frac{1}{5}\right)^{c}$

b. $3{,}4^{b} + (-2{,}2)^{c}$

c. $[(\frac{c}{a})^3]^c$

3. Identifica el valor de x en cada caso.

a. $(\frac{2}{5})^{-3} = (\frac{5}{2})^x$

b. $(\frac{7}{17})^x = 1$

c. $(\frac{6}{7})^x = \frac{7^4}{6^4}$

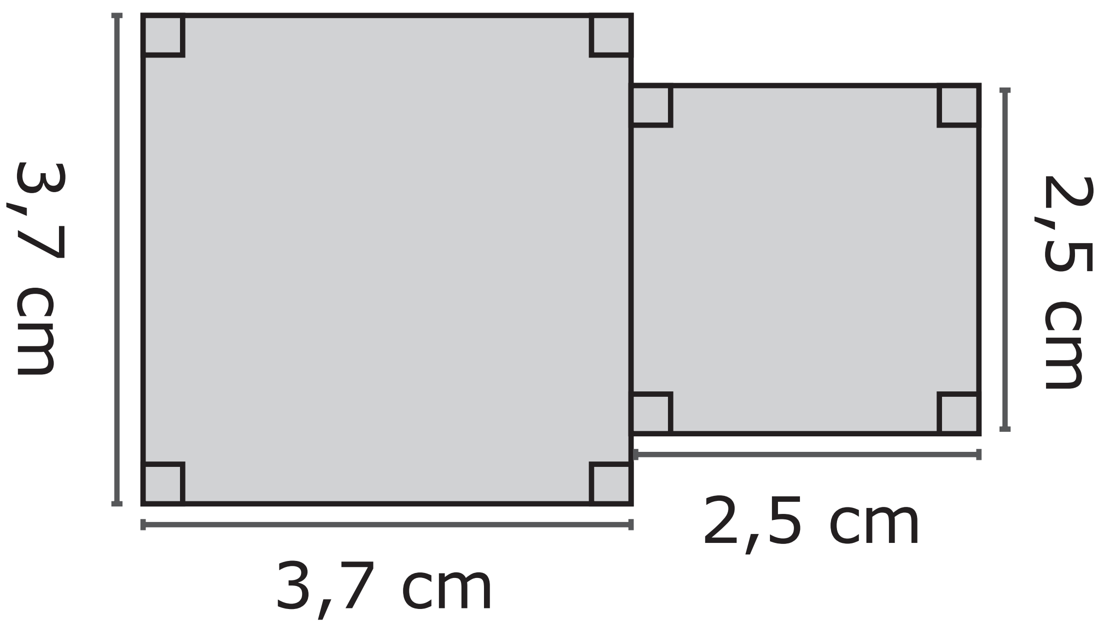
d. $(\frac{5}{19})^0 = x^7$

e. $(\frac{11}{15})^8 = \frac{11^x}{15^8}$

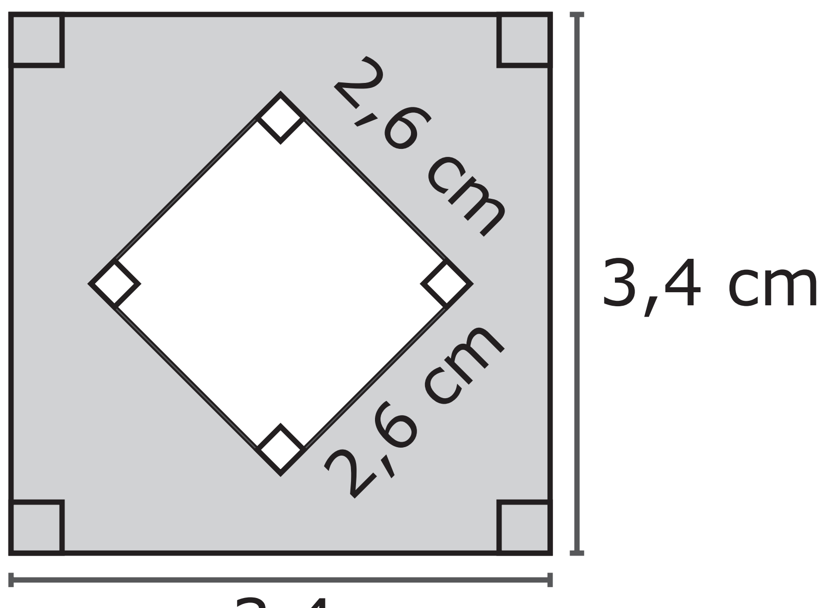
30 - 31

4. Geometría. Calcula el área de la región pintada en cada caso.

a.



b.



5. Comprueba si se cumplen las siguientes desigualdades.

a. $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right)^2 \neq \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2$

b. $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right)^2 \neq \left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2$

6. Comprueba las siguientes igualdades.

a. $\dfrac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{-n}, \frac{a}{b} \in Q - \{0\}, n \in N$

b. $\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}, \frac{a}{b} \in Q - \{0\}, n \in N$

Cuaderno de actividades

Páginas 1103 a 1117

Cierre

- Escribe el valor numérico de las siguientes potencias de 10:

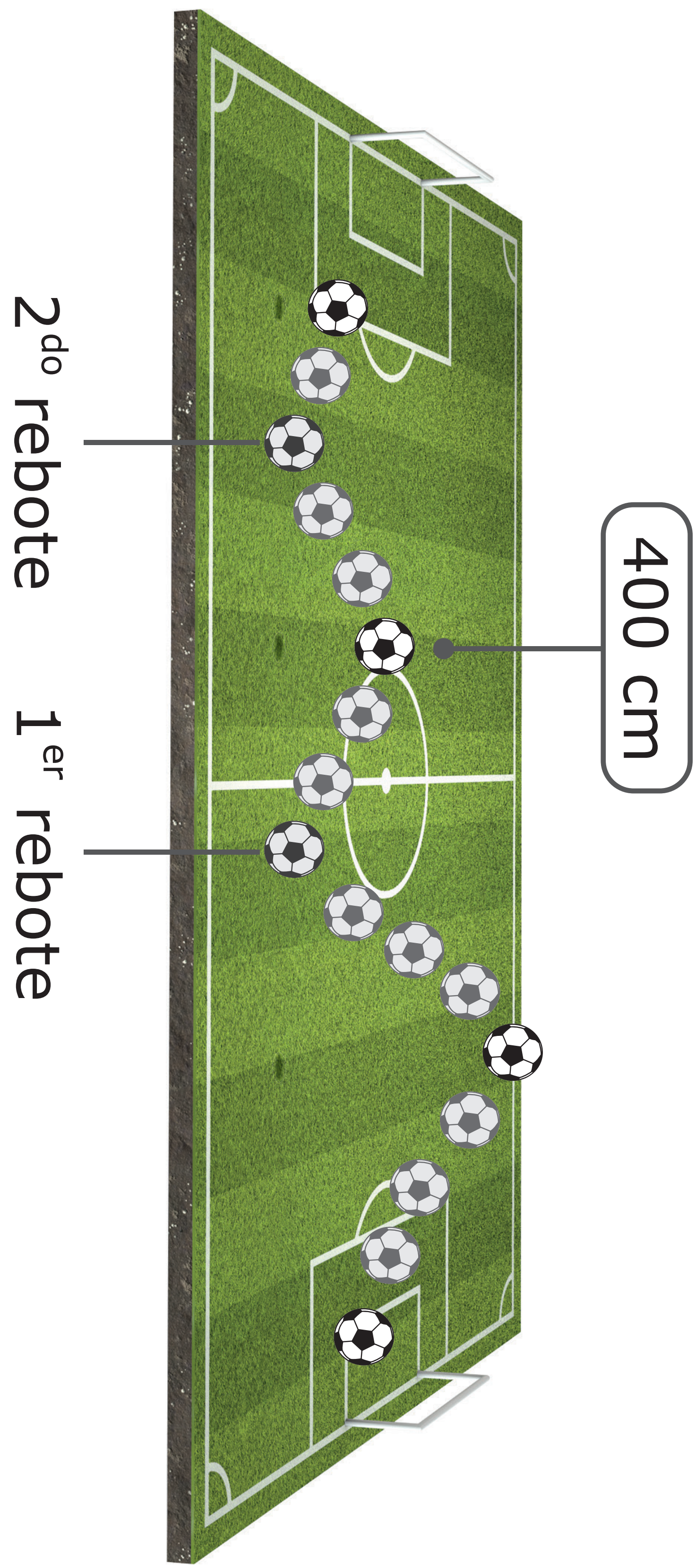
  10^{-3} 10^{-5} 10^{-1} 10^{1} 10^{0}

- ¿Qué características tienen todas las potencias de 10 de exponente entero negativo?

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE POTENCIAS

El Programa de Calidad de la FIFA para balones de fútbol consiste en estandarizarlos y mejorarlos. Para la prueba de rebote, se calcula un coeficiente (C) que corresponde al cociente entre la altura final y la inicial del rebote.

En la imagen de la página 146 se muestra diferentes fotos del rebote de un balón, tomada con una cámara de alta fidelidad, que alcanza inicialmente una altura de 1.000 cm y $C = \frac{2}{5}$.


2do rebote
1er rebote
400 cm

- ¿Cómo interpretas el valor de C?

- ¿Cuál es la altura alcanzada por la pelota luego del segundo rebote? Explica cómo la calculaste.

- ¿Con qué expresión puedes calcular la altura alcanzada por la pelota en el rebote número n?

Comenta con tus compañeros.

Ejemplo 1

Escribe como una sola potencia la expresión $(\frac{2}{5})^3 \bullet (\frac{2}{5})^4$

$$(\frac{2}{5})^3 \bullet (\frac{2}{5})^4 = \frac{2^3}{5^3} \bullet \frac{2^4}{5^4} =$$

$$\frac{2^3 \bullet 2^4}{5^3 \bullet 5^4} = \frac{2^7}{5^7} = (\frac{2}{5})^7$$

Ejemplo 2

Escribe como una sola potencia la expresión $(-\frac{2}{3})^3 \bullet (\frac{4}{5})^3$.

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 \bullet \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{3^3} \bullet \frac{4^3}{5^3} =$$

$$\frac{(-2)^3 \bullet 4^3}{3^3 \bullet 5^3} = \frac{(-2 \bullet 4)^3}{(3 \bullet 5)^3} = \left(-\frac{8}{15}\right)^3$$

Para a, b, m, n $\in$ Z, a, b $\neq$ 0 se cumple que:

$a^m \bullet a^n = a^{m+n}$

$a^n \bullet b^n = (a \bullet b)^n$

$a^m : a^n = a^{m-n}$

$a^n : b^n = (a : b)^n$

Para **multiplicar potencias:**

- de igual base racional y exponente entero, se conserva la base y se suman los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{m} \bullet \left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}, \text{ con } \frac{a}{b}$$

$\in Q - \{0\}$, $b \neq 0$, $n, m \in Z$

- de base racional e igual exponente entero, se multiplican las bases y se mantiene el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{n} \bullet \left(\frac{c}{d}\right)^{n} = \left(\frac{a}{b} \bullet \frac{c}{d}\right)^{n},$$

con $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q - \{0\}$, $b \neq 0$,

$d \neq 0$, $n \in Z$

Actividades en tu cuaderno.

1. Expresa las siguientes divisiones como una sola potencia. Utiliza las propiedades.

a. $(\frac{5}{8})^5 \bullet (\frac{5}{8})^7$

b. $(-\frac{3}{21})^{13} \bullet (\frac{3}{21})^{-4}$

c. $(-\frac{3}{10})^4 \bullet (\frac{1}{7})^4$

2. ¿Es correcto el desarrollo que se muestra? Explica.

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^4 \bullet \left(\frac{1}{3}\right)^4 \bullet \left(-\frac{1}{2} \bullet \frac{1}{3}\right)^{4+4} = \left(-\frac{1}{6}\right)^8$$

Para **dividir potencias**:

- de **igual base** racional y exponente entero, se conserva la base y al exponente del dividendo se le resta el exponente del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}, \text{ con}$$

$$\frac{a}{b} \in Q - \{0\},\ b \neq 0,\ n,\ m \in Z$$

- de base racional e **igual exponente** entero, se dividen las bases y se mantiene el exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n : \left(\frac{c}{d}\right)^n = \left(\frac{a}{b} : \frac{c}{d}\right)^n,$$

con $\frac{a}{b}, \frac{c}{d} \in Q - \{0\}$, $b \neq 0$, n,

$m \in Z$

Actividades en tu cuaderno.

1. Expresa las siguientes divisiones como una sola potencia. Utiliza las propiedades.

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^{6} : \left(\frac{2}{7}\right)^{4}$

b. $\left(-\frac{1}{10}\right)^{2} : \left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}$

c. $\left(-\frac{5}{8}\right)^{3} : \left(\frac{1}{6}\right)^{3}$

2. En una división de fracciones el dividendo es $\left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$ y el divisor $\left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$ ¿Cuál es la mitad del cociente?

Actividades en tu cuaderno.

1. Expresa las siguientes multiplicaciones y divisiones como una sola potencia.

a. $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} \bullet \left(\frac{1}{6}\right)^{-3}$

b. $\left(\frac{2}{9}\right)^{12} : \left(\frac{6}{11}\right)^{12}$

c. $\left(-\frac{5}{6}\right)^{5} : \left(-\frac{5}{6}\right)^{11}$

d. $\left(-\frac{8}{18}\right)^{4} \bullet \left(\frac{8}{9}\right)^{4}$

e. $\left(\frac{5}{11}\right)^{-4} \bullet \left(\frac{5}{11}\right)^{7}$

2. Determina según corresponda.

a. El área de un cuadrado de lado $(\frac{3}{5})^2$ cm.

b. El volumen de un cubo de arista $(\frac{2}{5})^{-4}$ cm.

3. Álgebra. Para cada valor de a y b, calcula a • b y a **:** b. Expresa el resultado como una potencia.

a. $a = \frac{1}{8}$ y $b = 0{,}5$

b. a = 0,2 y b = $\frac{1}{125}$

c. a = 0,25 y b = 0,0625

4. Calcula las siguientes operaciones combinadas de potencias.

a. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \bullet \left(\frac{3}{2}\right)^2$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 \bullet \left(\frac{3}{4}\right)^3 : 0{,}756$

c. $\left(\frac{5}{11}\right)^{-4} : \left(\frac{5}{11}\right)^7$

5. Resuelve los siguientes problemas.

a. El largo de un rectángulo mide 25 cm y su ancho 16 cm. Si cada uno de los lados disminuye a la novena parte, ¿cuál es el área del rectángulo? Expresa el resultado con una potencia.

b. Un terreno rectangular mide 0,25 km de ancho y 0,81 km de largo. ¿Qué potencia representa el área del terreno?

6. Expresa como una sola potencia.

a. $$\frac{3^{2} \bullet 3^{4} \bullet 3^{-4} \bullet 3^{-5}}{3^{-7} \bullet 3^{4} \bullet 3^{4} \bullet 3^{-5}}$$

b. $$\left(\frac{2}{5}\right)^{3} \bullet \left(-\frac{5}{7}\right)^{3}$$

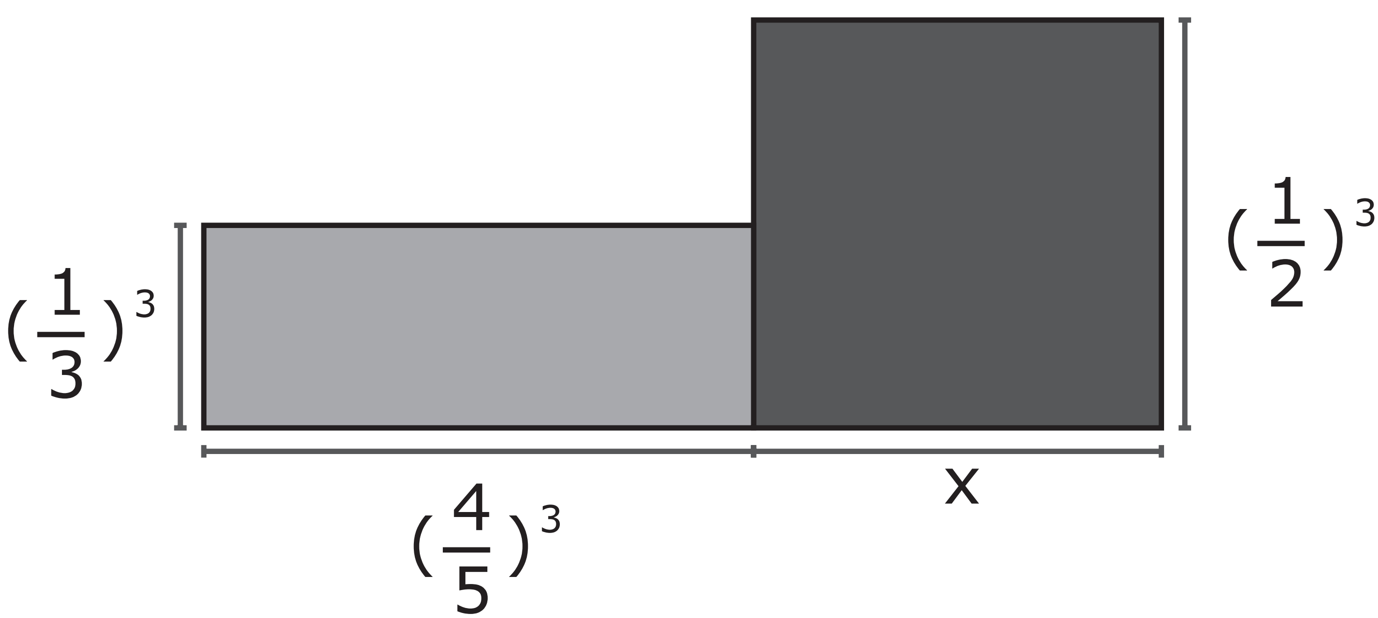
c. $$\frac{7^{8} \bullet 7^{-5} \bullet 7^{-8} \bullet 7^{-9}}{7^{5} \bullet 7^{4} \bullet 7^{-2}}$$

7. Actividad de profundización. ¿Cuál es el resultado de $\left(\frac{a}{3}\right)^{3} \bullet \left(\frac{3}{a}\right)^{-3}$?

Explica cómo lo resolviste.

8. Observen la imagen en la que los rectángulos tienen igual área, y luego respondan.

- ¿Cuál es el valor de x?
- ¿Cómo lo resolvieron?
- ¿Cómo pueden comprobar que el valor de x que obtuvieron es correcto?



9. Actividad de profundización. Evalúen si las siguientes afirmaciones son verdaderas considerando que a, b, c $\in$ N y a < b < c. Justifiquen sus respuestas.

a. $\left(\frac{a}{b}\right)^c : \left(\frac{a}{b}\right)^b = \left(\frac{a}{b}\right)^d$, donde

$d < 0$.

b. $\left(\frac{c}{b}\right)^a$ es un valor mayor que 1.

c. Si $k = b$, se cumple que $a^k \bullet a^b = 1$.

Cierre

- Explica cómo se relacionan las propiedades de las potencias de base entera con las potencias de base racional. Da un ejemplo.

- ¿Respetaste y valoraste las opiniones y logros de tus compañeros? Explica.

Cuaderno de actividades

Páginas 1118 a 1131

CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL

Marcela hace un plan de ahorro de modo que cada mes agrega un 20% del dinero que lleva ahorrado. Inicialmente tiene \$5.000. En la tabla se muestra el dinero mensual que logra ahorrar Marcela.

Mes	Dinero ahorrado (\$)
0	5.000
1	5.000 • 1,2
2	(5.000 • 1,2) • 1,2 = 5.000 • $1,2^2$
3	(5.000 • 1,22) • 1,2 = 5.000 • $1,2^3$

- ¿Por qué cada mes se debe multiplicar por 1,2? Explica.

- ¿Cuánto dinero tiene ahorrado Marcela el mes 5?

- ¿Qué expresión matemática permitiría determinar el dinero ahorrado el mes 10? ¿Y el mes n?

- Grafica en un procesador de texto el ahorro mensual (por ejemplo, Word). Para ello, sigue estos pasos:

► **1º** Abre el programa y selecciona **Insertar**, luego **Gráfico**. Selecciona un gráfico de líneas en **Tipo de gráfico.**

► **2º** En la columna de categorías escribes los valores de «Mes» y en la serie 1, los valores de «Dinero ahorrado ($)». Considera los montos correspondientes hasta el mes 10.

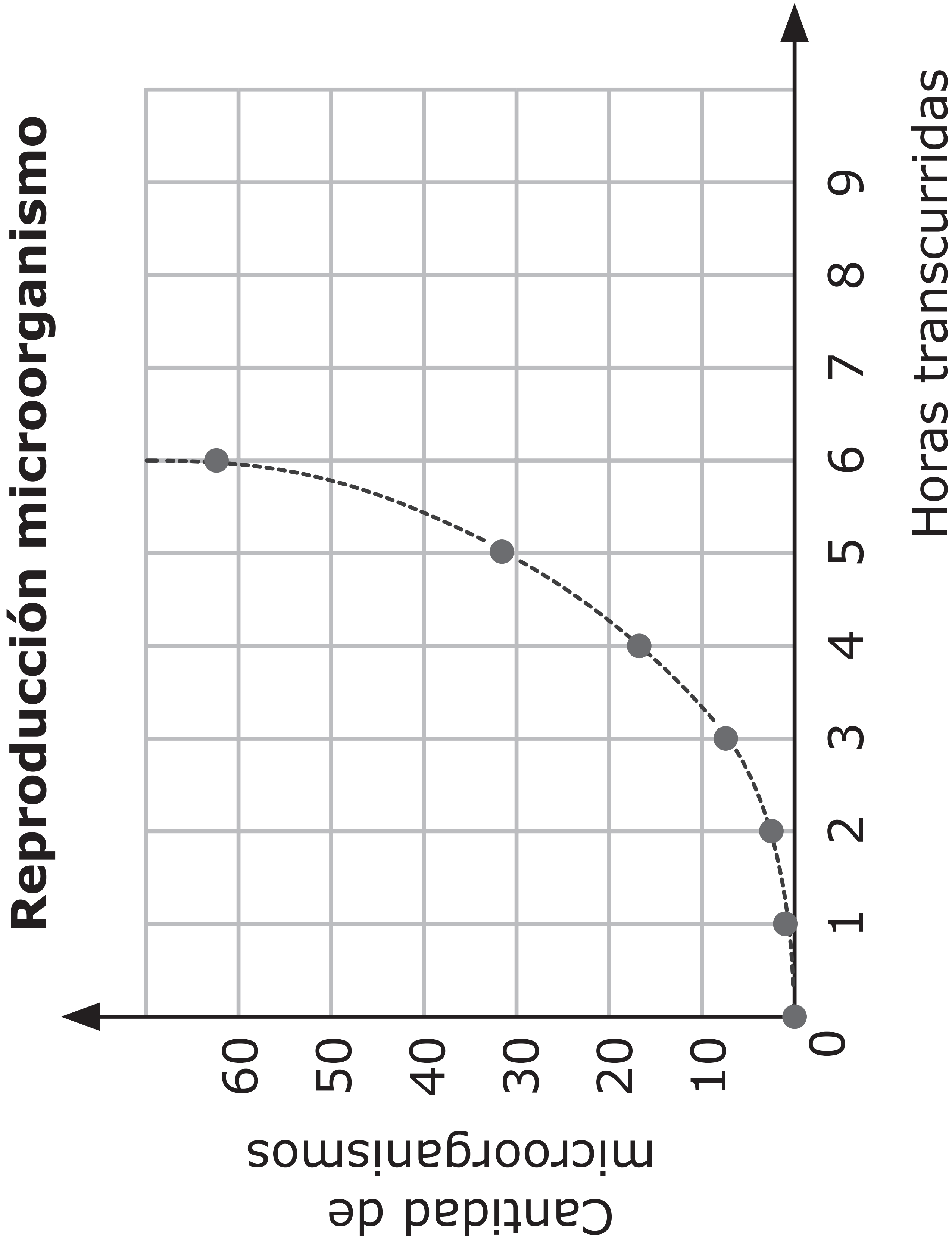
► **3º** Dependiendo del software, es posible cambiar algunas características del gráfico. Indaga en las opciones para hacer modificaciones.

- Describe el gráfico que construiste y comparte tus observaciones con tus compañeros.

Ejemplo 1

Una especie de microorganismo que se reproduce en un laboratorio se duplica cada 1 hora. Al comenzar se tiene 1 microorganismo.

Construye una tabla y un gráfico con la cantidad de microorganismos según las horas transcurridas. Luego responde.


Reproducción microorganismo
Cantidad de microorganismos
60
50
40
30
20
10
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Horas transcurridas

Horas transcurridas	Cantidad de Microorganismos	Potencia
0	1	2^0
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6

- ¿Qué potencia expresa la cantidad de bacterias que habrá en la hora n? → 2^n

- Si al comienzo hubiera 3 microorganismos, ¿qué expresión representa la cantidad que hay en la hora n? → $3 \bullet 2^n$

Cuando se modela una situación de **crecimiento exponencial**, la base de la potencia es **mayor que 1**.

Ejemplo 2

Una pelota se deja caer de 2 m de altura, y luego de cada rebote alcanza siete décimos de la altura anterior.

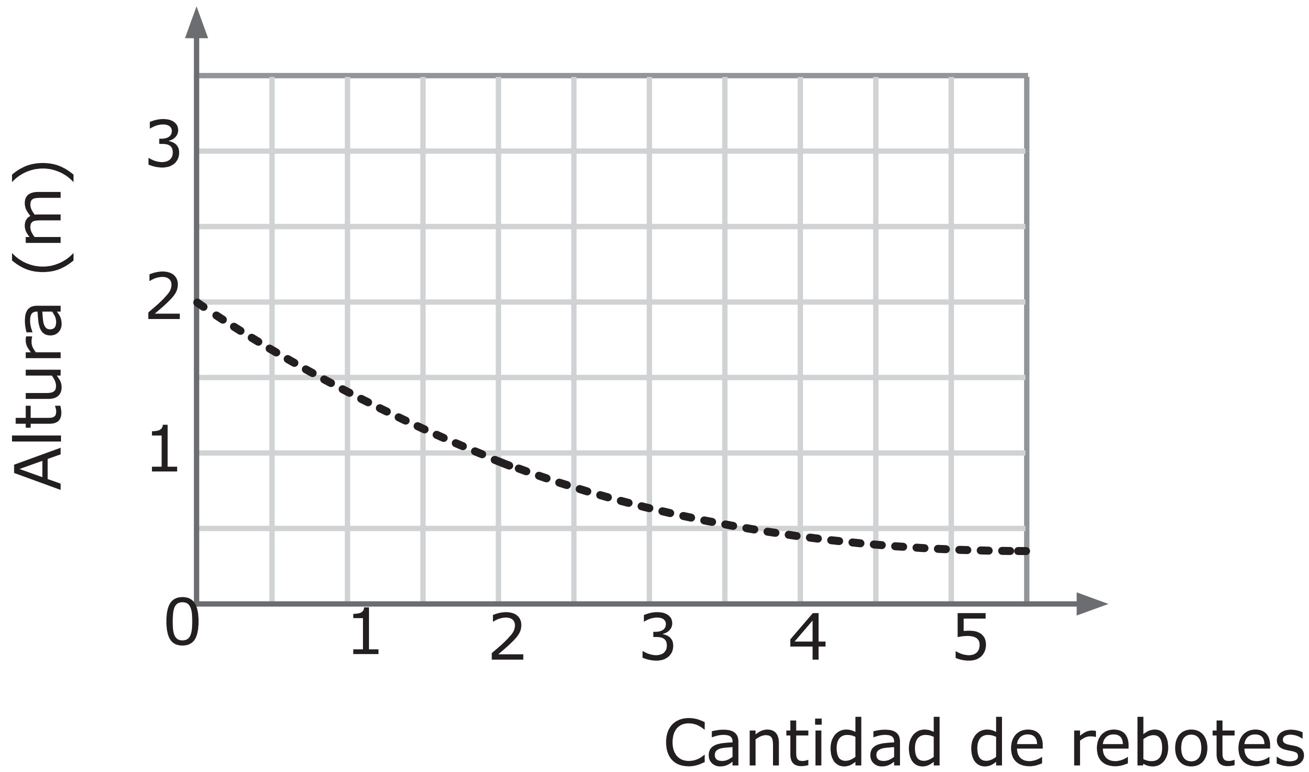
Construye una tabla y un gráfico con la altura alcanzada por la pelota y la cantidad de rebotes. Luego responde.

Cantidad de rebotes	Altura (m)	Potencia
0	2	$2 \bullet \left(\frac{7}{10}\right)^0$
1	1,4	$2 \bullet \left(\frac{7}{10}\right)^1$

2	0,98	$2 \bullet (\frac{7}{10})^2$
3	0,686	$2 \bullet (\frac{7}{10})^3$
4	0,4802	$2 \bullet (\frac{7}{10})^4$

El símbolo «≈» significa aproximadamente.

Altura alcanzada por una pelota en cada rebote



- ¿Cuál es la altura que alcanza la pelota en el rebote 5?

$$2 \bullet \left(\frac{7}{10}\right)^5 \approx 0{,}336 \text{ m}$$

- ¿Cuál es la expresión que representa la altura que alcanza la pelota en el rebote n ?

$$2 \bullet \left(\frac{7}{10}\right)^n$$

Cuando la base de una potencia es **mayor que 0** y **menor que 1**, se está modelando un **decrecimiento exponencial**.

¿Cómo describirías los gráficos de los Ejemplos 1 y 2 ? ¿En qué se diferencian?

Actividades en tu cuaderno.

1. **Resuelve** los siguientes problemas. Expresa tus respuestas utilizando potencias.

   a. Un grupo de investigadores estudia un tipo de bacteria que produce una enfermedad. Para ello, usaron un cultivo de bacterias que se inició con 2.000 microorganismos. Si su número se triplica cada una hora, ¿cuántas bacterias hay al cabo de 6 horas?

b. Un edificio está construido de modo que cada piso es $\frac{1}{10}$ menos ancho que el piso que está abajo.

Si el primer piso mide 50 m de ancho, ¿cuál es el ancho del octavo piso?

2. Ciencias. Analiza la siguiente situación y realiza lo pedido.

La cantidad de bacterias que hay en un cultivo está dada por $B(t) = 3 \cdot 2^t$, donde t corresponde al tiempo en horas y B(t) a la cantidad de bacterias en millones.

a. ¿Cuál es el número inicial de bacterias? ¿Y a las 5 horas?

b. Construye en tu cuaderno una tabla como la siguiente y complétala:

Tiempo (h)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bacterias (millones)	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**

c. A partir de la tabla anterior, construye un gráfico y descríbelo.

3. Analiza la siguiente situación y lleva a cabo lo solicitado.

Una población de, aproximadamente, 524.288 mosquitos decrece a la mitad de su población cada mes.

a. Construye en tu cuaderno una tabla como la siguiente y complétala hasta el mes 4:

Meses transcurridos	0
Factor de decrecimiento	$\left(\frac{1}{2}\right)^0$
Tamaño de la población	$524.288 \bullet \left(\frac{1}{2}\right)^0$ $= 524.288$

b. ¿En qué mes la población es de 65.536 mosquitos?

c. ¿En algún momento se extinguirá esta población de mosquitos? Explica.

4. Observen la imagen y realicen lo solicitado.

La secuencia de figuras se forma considerando $\dfrac{3}{4}$ de cada cuadrado pintado de la figura anterior.

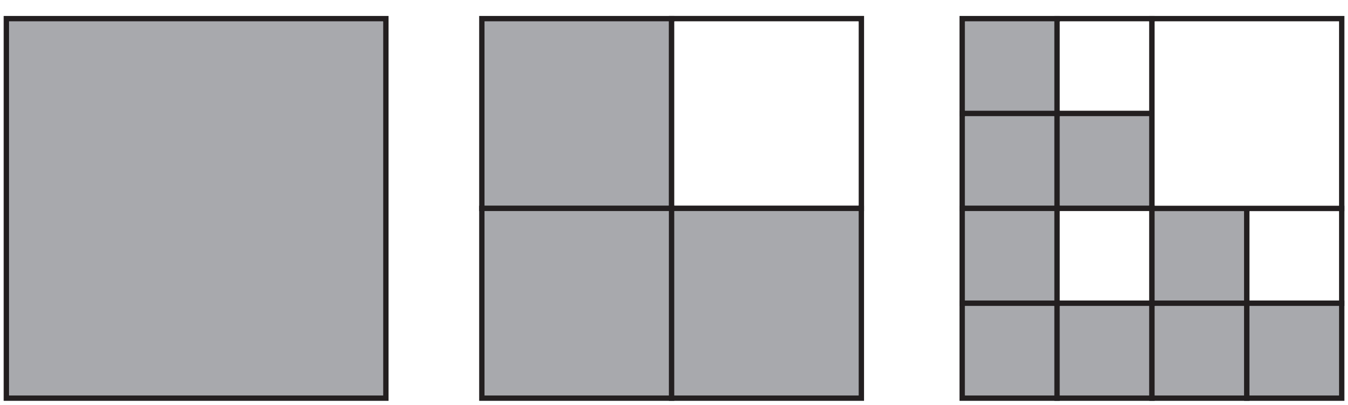


Figura 1 Figura 2 Figura 3

a. ¿Cuál es el diseño de la figura 4?

b. Construyan y completen la siguiente tabla en sus cuadernos:

Figura	1	2	3	4	5
Área pintada (m2)	1	**?**	**?**	**?**	**?**
Potencia	**?**	**?**	**?**	**?**	**?**

c. ¿Qué expresión representa el área pintada de la figura n?

5. Lee el siguiente problema y compara las respuestas que entregaron un grupo de estudiantes. Luego responde.

Supongamos que en una zona hay 125 conejos y que su población se quintuplica cada 6 meses. ¿Cuántos conejos habrá en 3 años?

Ana 518 conejos

Emilia 1.253 conejos

Matías 1.256 conejos

Andrés 59 conejos

¿Quién o quiénes han respondido correctamente? Justifica tu respuesta.

Cuaderno de Actividades

Páginas 1132 a 1144

Cierre

- ¿Cómo les explicarías a tus compañeros lo que es el crecimiento y el decrecimiento exponencial?

- ¿Qué dudas tuviste al desarrollar las actividades? ¿Las pudiste aclarar?

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► **Potencias de base y exponente entero.**

Potencia	Base	Exponente	Signo del valor de la potencia
a^n	$a \in Z^+$	n par o impar	Positivo
	$a \in Z^-$	n par	Positivo
		n impar	Negativo

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \text{ con } n \in N, a \in Z, a \neq 0$$

► Potencias de base racional y exponente entero

Si $\frac{a}{b} \in Q - \{0\}$, entonces:

- $\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n \in N$
- $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^n\right]^m = \left(\frac{a}{b}\right)^{n \cdot m}$, con n, m $\in Z$

► Multiplicación y división de potencias

Si $\dfrac{a}{b}$, $\dfrac{c}{d} \in Q -\{0\}$, n, m $\in$ Z,

entonces:

- $(\dfrac{a}{b})^m \bullet (\dfrac{a}{b})^n = (\dfrac{a}{b})^{m+n}$
- $(\dfrac{a}{b})^n \bullet (\dfrac{c}{d})^n = (\dfrac{a}{b} \bullet \dfrac{c}{d})^n$
- $(\dfrac{a}{b})^m : (\dfrac{a}{b})^n = (\dfrac{a}{b})m\text{-}n$
- $(\dfrac{a}{b})^n : (\dfrac{c}{d})^n = (\dfrac{a}{b} : \dfrac{c}{d})^n$

► Crecimiento y decrecimiento exponencial

- Crecimiento exponencial

  La base de la potencia es **mayor que 1**.

- Decrecimiento exponencial

  La base de la potencia es **mayor que 0** y **menor que 1**.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 2

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a. 5^3

b. $(\frac{2}{3})^2$

c. $(-2)^3$

d. $(\frac{3}{5})^{-3}$

e. $(-0,7)^4$

2. Reduce a una sola potencia aplicando las propiedades de las potencias.

a. $(-11)^6 \bullet (-11)^9$

b. $\left(\frac{9}{13}\right)^4 \bullet \left(\frac{13}{9}\right)^{-3}$

c. $(-8)^{11} : (-8)^7$

d. $\left(\frac{9}{17}\right)^8 : \left(\frac{9}{17}\right)^{11}$

e. $(-6)^{-8} \bullet 9^{-8}$

f. $\left(-\frac{3}{10}\right)^4 \bullet \left(\frac{5}{7}\right)^4$

3. Encuentra el valor de x.

a. $x^3 = 125$

b. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-5} = \left(\frac{5}{4}\right)^{x}$

c. $(-3)^{-3} = x$

d. $\left(\frac{5}{9}\right)^{x} = \frac{5^4}{9^4}$

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. ¿Cuál es la potencia de base 3 que corresponde al producto entre 3^3, 3^{-2} y 9^{-1}?

b. Un terreno rectangular mide 0,36 km de ancho y 0,64 km de largo. ¿Qué potencia representa el área del terreno? ¿Es la única? Justifica.

5. Argumenten si cada una de las siguientes situaciones modela un crecimiento o un decrecimiento exponencial.

a. En un local, el consumo mensual de energía eléctrica aumenta $\frac{1}{5}$ respecto del mes anterior.

b. Diego, cada mes, ahorra un 10 % más de lo que ahorró el mes anterior.

c. La población de cierto tipo de insecto se reduce a un tercio cada año.

6. Analiza cada situación y resuelve.

a. En una campaña de recolección de alimentos, Ana llama a 3 amigos para que se unan y contacten, cada uno, a 3 personas más, y así sucesivamente. Si se considera que la etapa 1 es cuando Ana llama a sus amigos, ¿a cuántas personas se contactará en la etapa 7?

b. Se deja caer una pelota desde una altura de 5 m. Cada vez que rebota alcanza un quinto de la altura anterior. ¿Qué altura alcanza la pelota luego del tercer rebote?

7. Evalúa si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifica con un ejemplo.

a. Si la base de una potencia es $\frac{1}{3}$ y su exponente es -3, su valor será negativo.

b. El valor de una potencia de exponente negativo no siempre es un número negativo.

c. Si la base de una potencia es un número racional positivo y su exponente es un número entero, su valor es siempre un número positivo.

Cuaderno de actividades

Páginas 1145 a 1153

Lección 3

Productos notables

¿Cómo reducir y desarrollar expresiones algebraicas?

Analiza la siguiente información, y luego responde.

Antonio está jugando en su celular y se le presenta el siguiente desafío:

> «Con los siguientes rectángulos y cuadrados forma un cuadrado y un rectángulo. Ten presente que no todas las piezas sirven. Arrastra las figuras al recuadro correspondiente».

Antonio forma el cuadrado con las figuras 1, 3, 5 y 7, y el rectángulo con las figuras 2, 4, 6 y 8.

1. ¿Cuánto suman las áreas de las figuras 1 y 7?

2. Las figuras que formó Antonio, ¿cumplen con lo pedido en el juego?

3. ¿Cuáles son las medidas de los lados del cuadrado? ¿Y las del rectángulo?

4. ¿Qué expresión representa el área del cuadrado? ¿Y la del rectángulo?

El área de un cuadrado de lado x es x^2 y su perímetro es 4x.

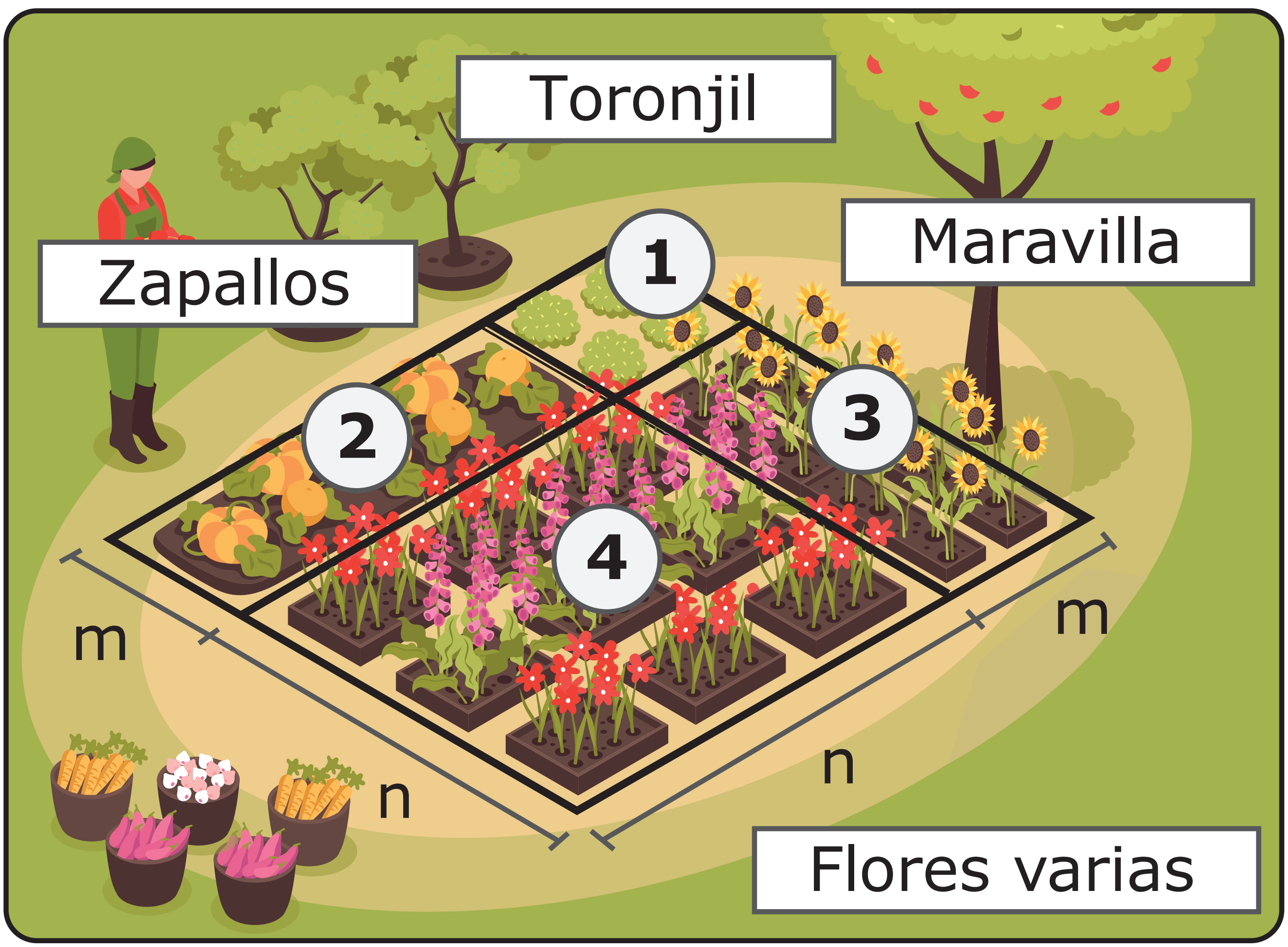
El área de un rectángulo de lados x e y es xy y su perímetro es 2x + 2y.

Reflexiona

- ¿Cuáles de tus conocimientos previos piensas que vas a aplicar en esta lección?

CUADRADO DE UN BINOMIO

En un colegio, se quiere construir un jardín de forma cuadrada con diferentes plantas, como se muestra en el dibujo.



- ¿Qué expresión representa el área que se usará para cada tipo de planta?

- ¿Qué forma tiene cada una de las secciones del jardín?

- Dos estudiantes expresaron el área total del jardín de la siguiente manera:

Andrés $(m + n)^2$

Carla $m^2 + 2mn + n^2$

¿Quién está en lo correcto? ¿Por qué?

Recurso Web

Para ver una simulación relacionada con el cuadrado de un binomio, visita el siguiente sitio: https://n9.cl/pg0l

El **cuadrado de binomio** es la multiplicación de un binomio por sí mismo y se cumple que:

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$$

Ejemplo 1

¿Cuál es el resultado de $(2b - 11)^2$?

Cuadrado del primer término

Doble del producto de los términos

$$(2b - 11)^2 = \boxed{(2b)^2} - \boxed{2 \bullet (2b) \bullet (11)} + \boxed{(11)^2}$$

Cuadrado del segundo término

► Aplica las propiedades de las potencias.

$$= 4b^2 - 2 \bullet (2b) \bullet (11) + 121$$

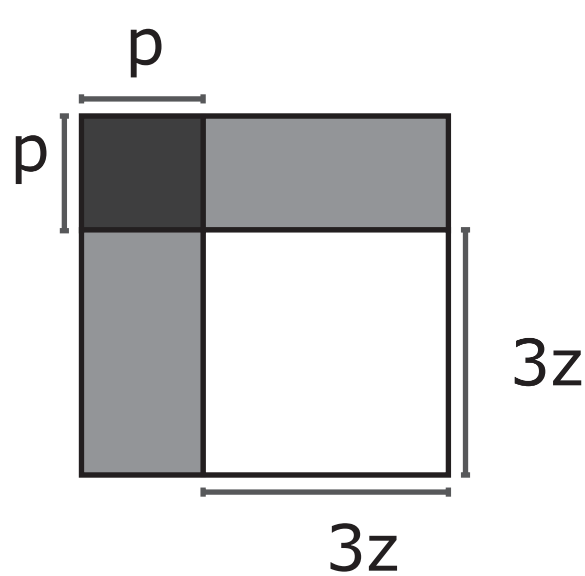
► Calcula el doble del producto.

$$= 4b^2 - 44b + 121$$

Finalmente, se obtiene que $(2b - 11)^2$ es $4b^2 - 44b + 121$.

Ejemplo 2

Determina la expresión que representa la medida del lado de un cuadrado cuya área es $p^2 + 6pz + 9z^2$.



Representa el cuadrado con un dibujo considerando que:

- p^2: área de un cuadrado de lado p.

- 6pz: suma de las áreas de dos rectángulos congruentes, por lo que el área de cada uno es 3pz.

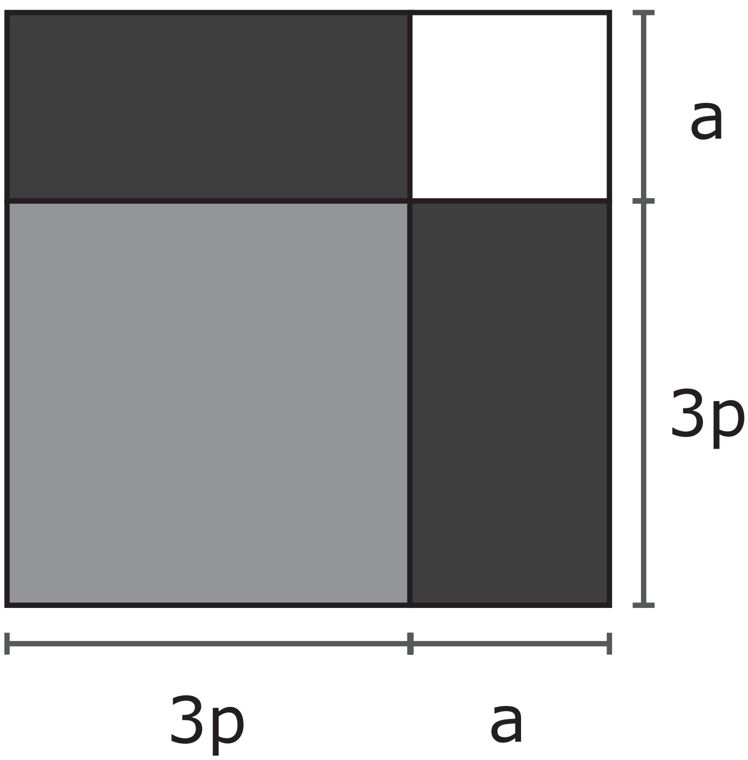
- $9z^2$: área de un cuadrado de lado 3z.

Observa la representación anterior y nota que la medida del lado del cuadrado es p + 3z.

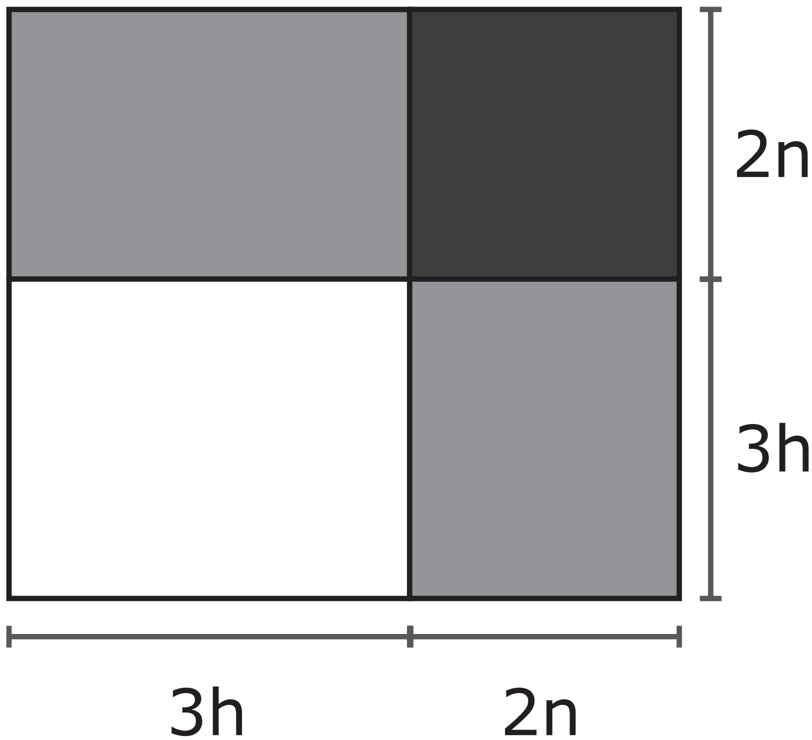
Actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el área de los siguientes cuadrados formados por rectángulos y cuadrados más pequeños.

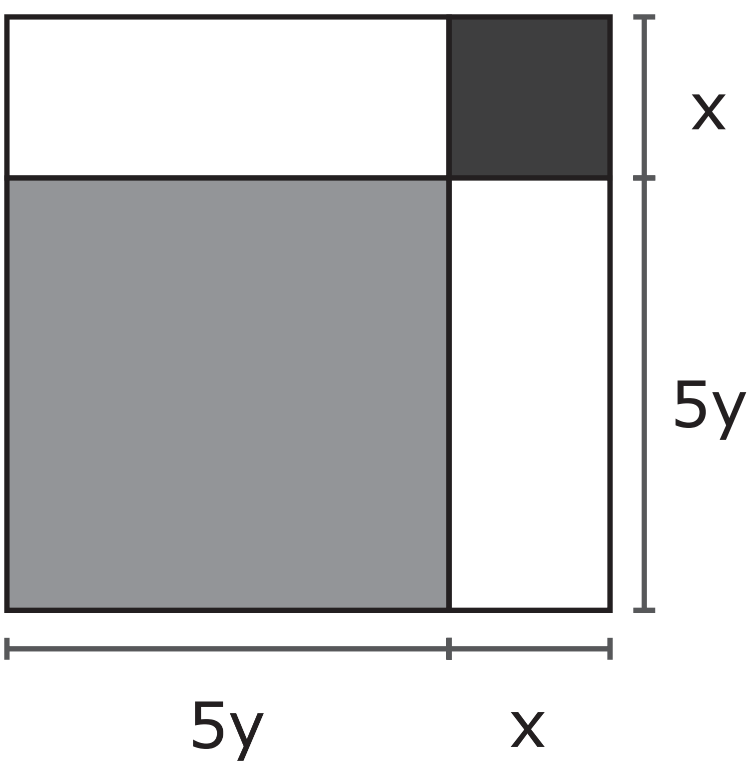
a.



b.



c.



2. Calcula el área de cada cuadrado dada la medida de su lado.

a. $(a + 4b)$ cm

b. $(3a + t)$ m

c. $(2b - 3)$ m

3. Resuelve los siguientes cuadrados de binomios.

a. $(s + 3)^2$

b. $(n^3 + 5)^2$

c. $(3a + b)^2$

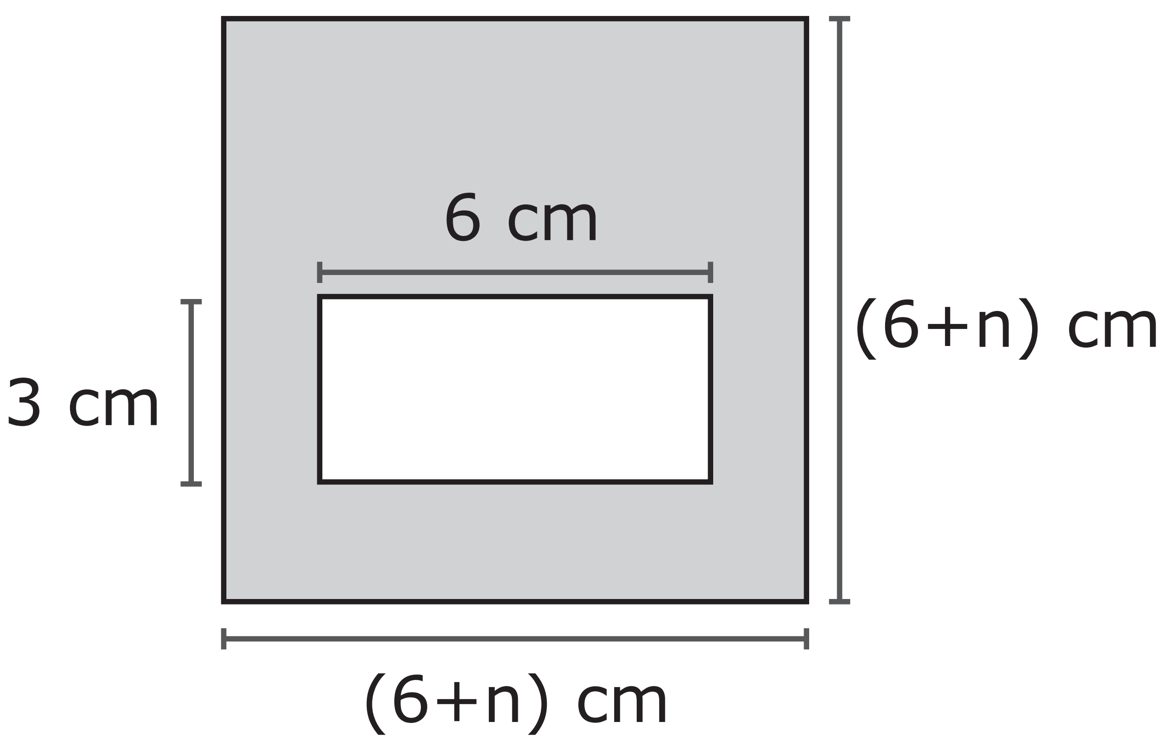
d. $(c - 5)^2$

e. $(r - 5t)^2$

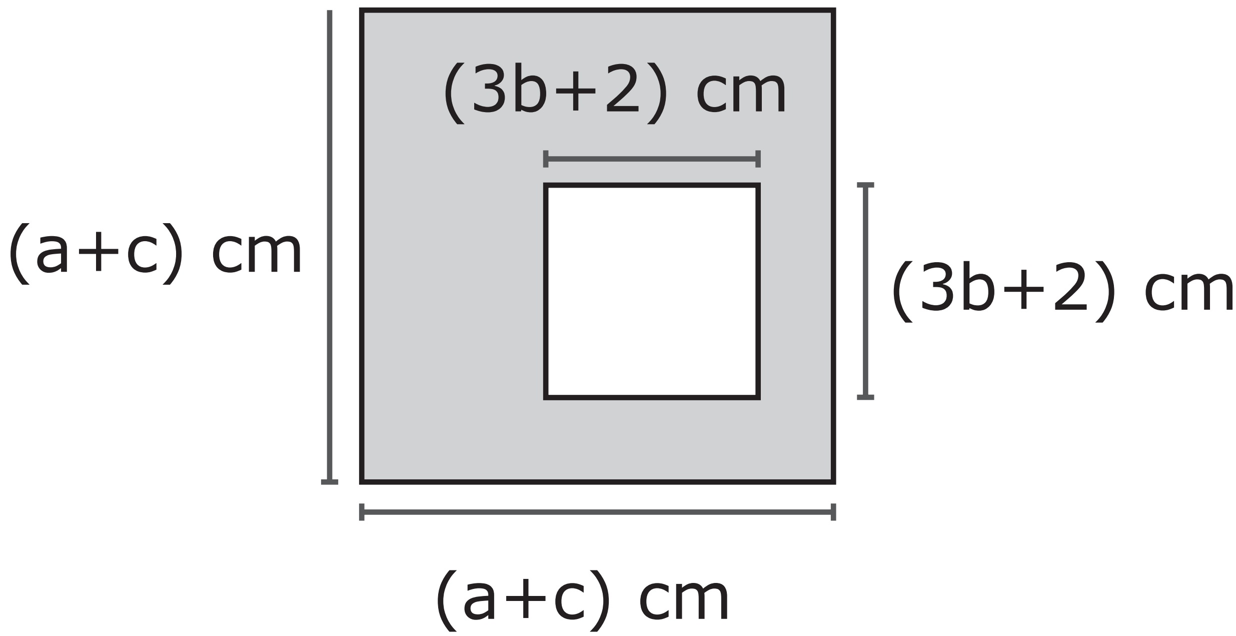
f. $(k^3 + 3b^2)^2$

4. Calcula el área de la figura pintada en cada caso. Considera que las figuras están formadas por rectángulos y cuadrados.

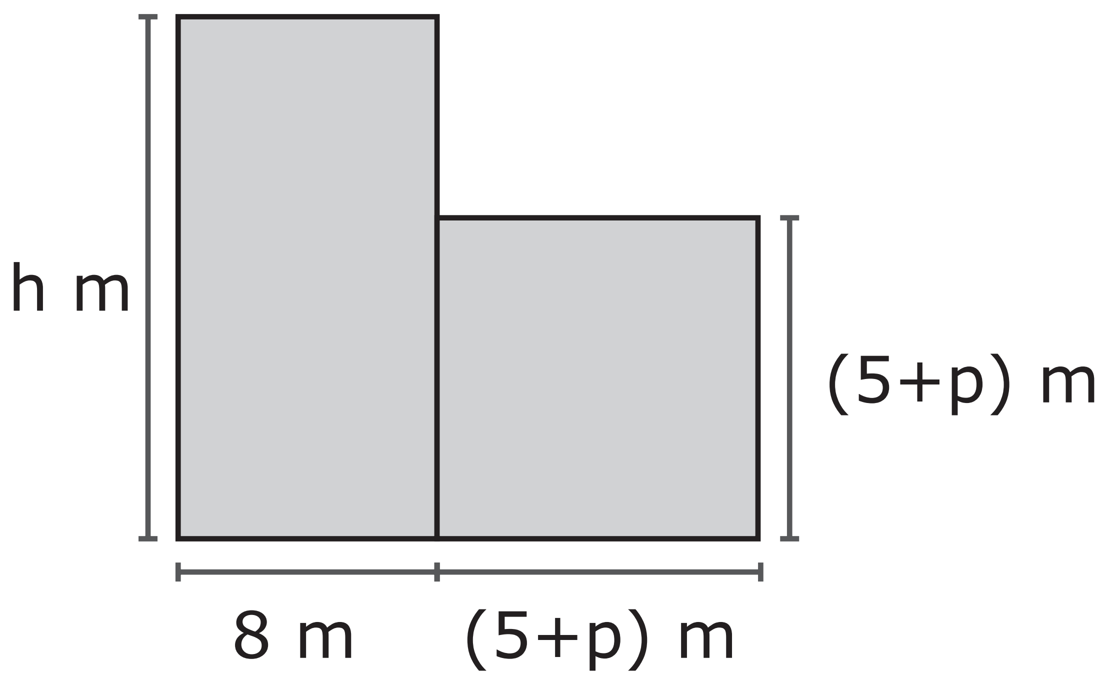
a.



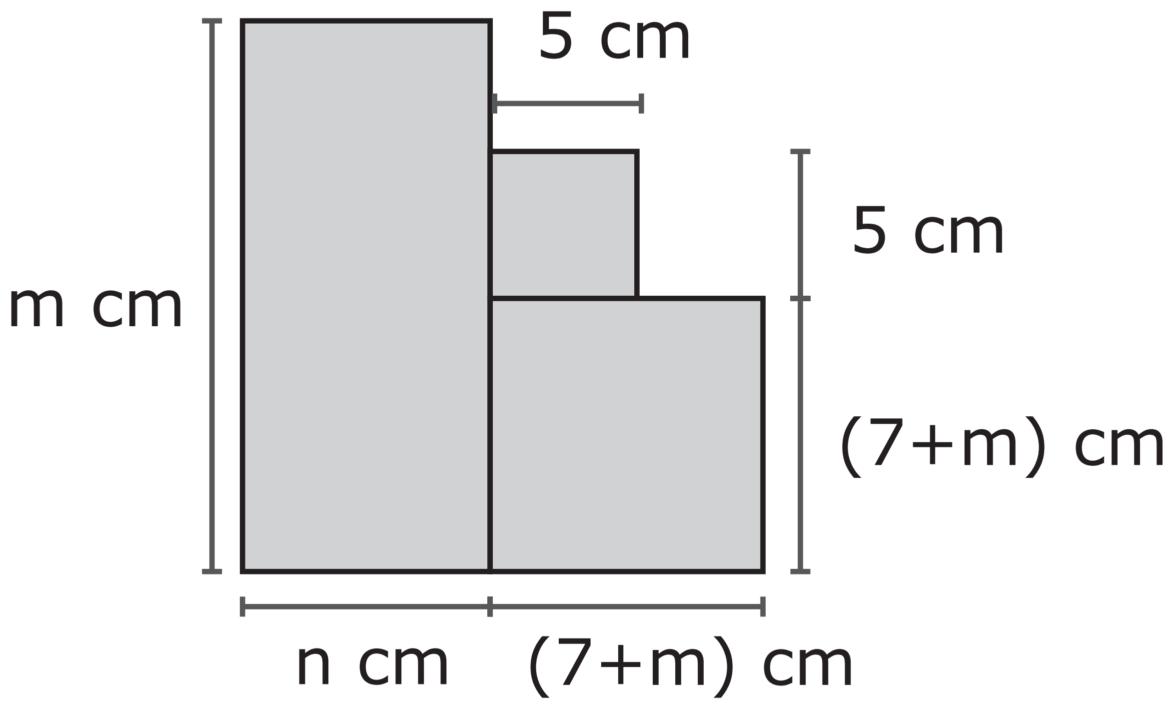
b.



c.



d.



5. Desarrolla y reduce a la mínima expresión.

a. $(s + m)^2 + (s - m)^2$

b. $(a^3 - 2n)^2 - (a^3 + 1)^2$

c. $(3 + 4r)^2 - (r - 5)^2$

d. $(a^3 + b^2)^2 + (a^3 - b^2)^2$

e. $(n^3 - 1)^2 + (n^3 + 2)^2$

f. $(n^3 + (3f)^2)^2 + (f^3 - n^2)^2$

6. Las siguientes expresiones representan el área de cuadrados. Calcula la expresión que representa la medida del lado de cada cuadrado.

a. $m^2 + 16m + 64$

b. $a^2 + 2ap + p^2$

c. $9d^2 + 36df + 36f^2$

d. $a^4 + 2a^2p + p^2$

7. Actividad de profundización. Analiza y resuelve.

a. Si $n = a^3 + 2$, ¿cuál es el valor de $(n+8)^2$?

b. Si $p = 4 + \frac{n}{2}$, ¿cuál es el valor de $(p-3)^2$?

c. Si $t = a + 1$, ¿cuál es el valor de $(t^2-1)^2$?

8. Actividad de profundización. Calcula el valor de $a + b$ sabiendo que:

a. $a^2 + b^2 = 34$ y $ab = 33$

b. $a^2 + b^2 = 41$ y $ab = 20$

Cuaderno de Actividades

Páginas 1154 a 1164

Cierre

- ¿Qué actividad te costó más resolver?, ¿cómo la lograste desarrollar?

- ¿Con qué conocimientos previos podrías relacionar el producto notable cuadrado de binomio?

SUMA POR SU DIFERENCIA

Sofía vende chocolates y tiene 37 cajas iguales con 23 chocolates en cada una de ellas. ¿Cuántos chocolates venderá en total?

- ¿Qué operación debes realizar para resolver el problema? Calcula.

- ¿Obtendrías el mismo resultado si calculas (30+7)(30–7)?

Recurso Web

Para ver una simulación geométrica de una suma por su diferencia, puedes ingresar al siguiente sitio: https://n9.cl/32xa

La **suma por diferencia** corresponde a la diferencia de los cuadrados de ambos términos comunes, es decir:

$$(a + b) \bullet (a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo 2

Determina los factores cuyo desarrollo corresponde a $(81y^2 - 36)$.

Como la expresión algebraica es una diferencia de cuadrados, se tiene lo siguiente:

$$81y^2 = (9y)^2 \qquad\qquad 36 = 6^2$$

Luego, $81y^2 - 36 =$

$$(9y)^2 - 6^2 =$$

$$(9y + 6)(9y - 6)$$

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve las siguientes sumas por su diferencia.

a. $(2v + 1)(2v - 1)$

b. $\left(v + \frac{1}{2}\right)\left(v - \frac{1}{2}\right)$

c. $(a^3 + 1)(a^3 - 1)$

d. $\left(\frac{1}{p} + n^4\right)\left(\frac{1}{p} - n^4\right)$

2. Determina el término ■ en cada suma por su diferencia.

a. $(3a + b)(3a - b) = \blacksquare - b^2$

b. $(\blacksquare + p)\left(\frac{1}{2} - p\right) = \frac{1}{4} - p^2$

c. $(n^4 + 8)(n^4 - 8) = n^8 - \blacksquare$

d. $(\blacksquare + n^3)(\blacksquare - n^3) = \frac{1}{9} - n^6$

3. Determina los factores cuyo desarrollo corresponde a la expresión dada en cada caso.

a. $v^2 - 36$

b. $49r^2 - d^2$

c. $9r^4 - 25$

d. $25a^6 - 36p^2$

Cuaderno de actividades

Páginas 1165 a 1175

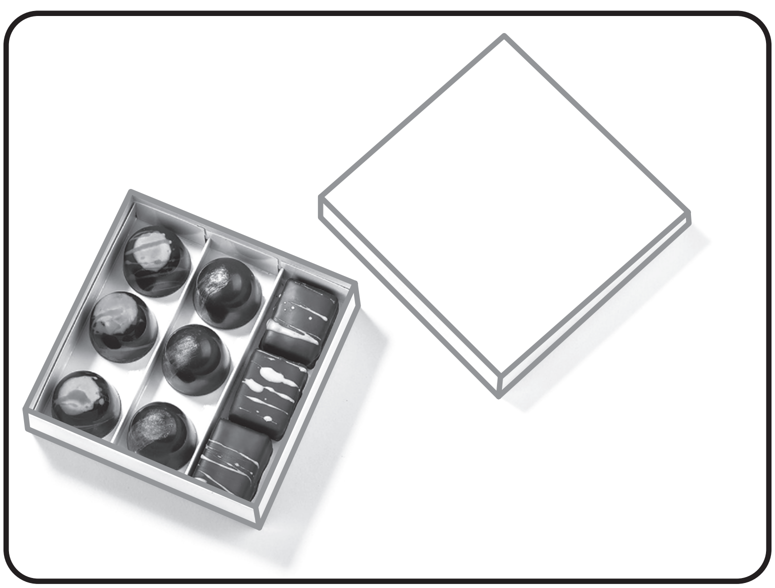
Cierre

- ¿Qué haces para calcular una suma por su diferencia? Explica.
- ¿Crees que abordaste de manera creativa la resolución de las actividades? ¿Por qué?

PRODUCTO DE BINOMIOS CON UN TÉRMINO EN COMÚN

En Educación Tecnológica se planteó el desafío de crear alternativas a las cajas tradicionales para poder extraer objetos delicados de manera más simple.

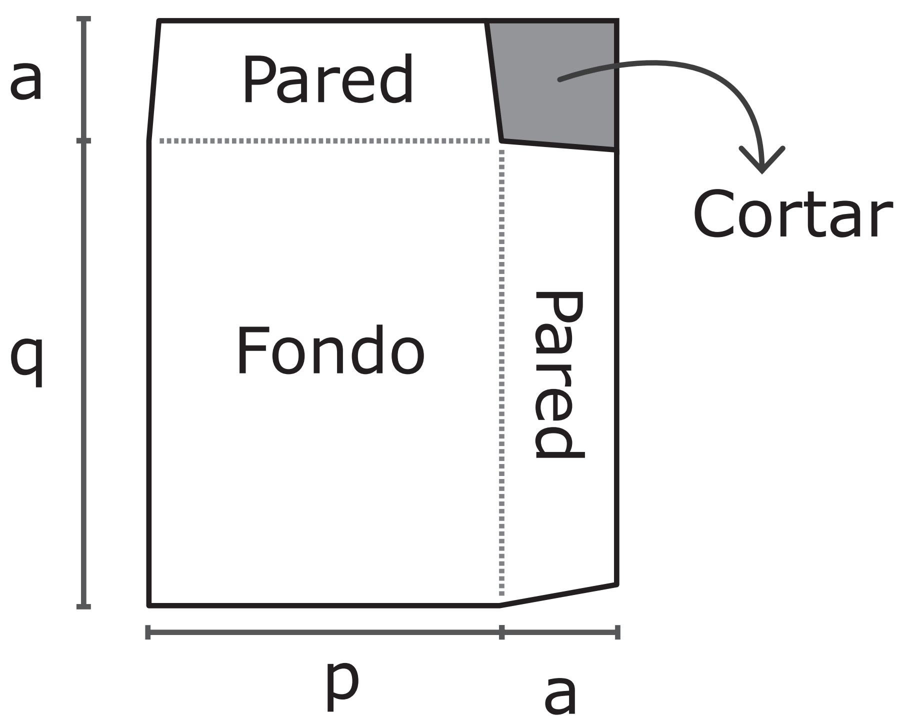
Daniela pensó en una caja, como se muestra en la imagen, formada por dos partes idénticas, base y tapa. Cada parte con un fondo y dos paredes.



Al unir las partes, a través de velcros, se forma la caja.

Al quitar la tapa, el objeto en su interior se puede sacar fácilmente.

Aún no tiene claras las medidas de la caja, pero construirá cada parte con un trozo de cartón rectangular, como se muestra en la siguiente imagen.



- ¿Qué expresiones representan las medidas de los lados del cartón?

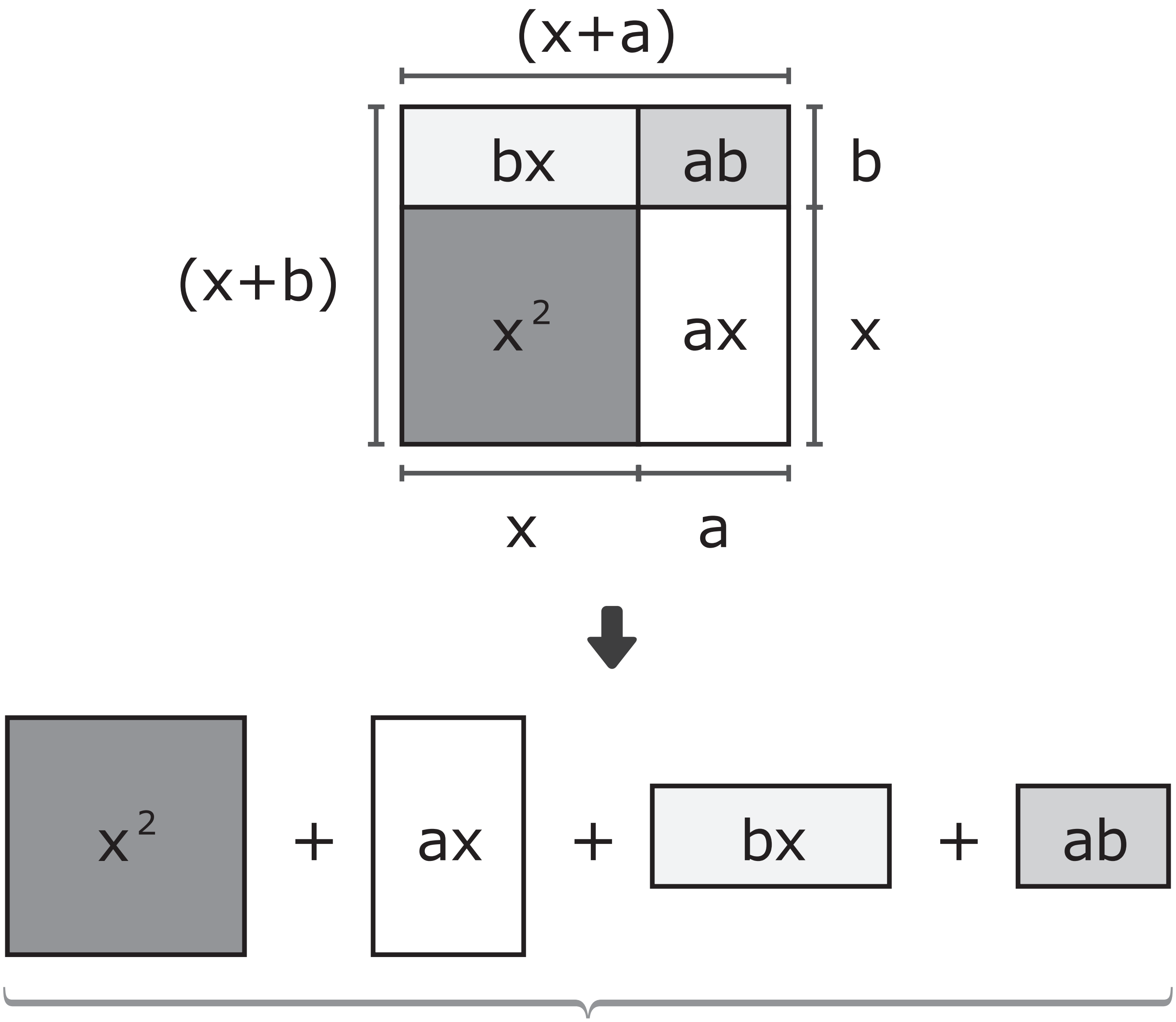
- ¿Qué expresiones representan el área del fondo, de las paredes y del cuadrado que se debe recortar?

- Según tus respuestas, ¿qué expresión representa el área del cartón?

Ejemplo 1

¿Cuál es el área de un rectángulo de lados $(x + a)$ y $(x + b)$?

Dibuja el rectángulo y lo descompones en un cuadrado y tres rectángulos.



$$x^2 + ax + bx + ab$$

$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

Luego, el área (A) del rectángulo es

$A = (x+a) \bullet (x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

El **producto de binomios con un término en común** se puede expresar de la forma:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Donde x es el término común.

Ejemplo 2

Desarrolla el producto $(x+6)(x+8)$ usando la expresión del producto de binomios con un término en común.

$$(x+6)(x+8) = x^2 + (6+8)x + 6 \bullet 8$$
$$= x^2 + 14x + 48$$

Entonces, $(x+6)(x+8) = x^2 + 14x + 48$

Ejemplo 3

Determina los factores cuyo desarrollo corresponde a $(m^2 + 2m - 15)$.

El trinomio corresponde al desarrollo del producto de binomios con un término en común, por lo que se debe cumplir que $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$, en este caso, el término común es m, ya que $(m)^2 = m^2$.

Luego, debes determinar dos números a y b tal que $(a + b) = 2$ y $(a \bullet b) = -15$.

Los números son 5 y -3, ya que $5 + (-3) = 2$ y $5 \bullet (-3) = -15$. Entonces, los factores son $(m + 5)$ y $(m - 3)$.

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve los siguientes productos de binomios con un término en común.

a. $(v + 1)(v + 7)$

b. $(a^2 + 15)(a^2 - p)$

c. $(c^d + 3p)(c^d + 4p)$

d. $(w + \frac{1}{5})(w - \frac{3}{5})$

2. Determina el término ■ en cada producto de binomios con un término en común.

a. $(x + 4)(x + 9) = x^2 + \blacksquare + 36$

b. $(v + 2)(v + p) = v^2 + (2 + p)v + \blacksquare$

c. $(p^2 + 15)(p^2 - n) = p^4 + \blacksquare - 15n$

d. $\left(u + \dfrac{1}{p}\right)\left(u + \dfrac{2}{p}\right) = u^2 + \dfrac{3}{p}u + \blacksquare$

3. Determina los factores cuyo desarrollo corresponde a los siguientes trinomios en cada caso.

a. $x^2 + 5x + 6$

b. $y^2 - 8y + 15$

c. $x^2 - 11x + 30$

d. $y^2 + y - 6$

Cuaderno de Actividades

Páginas 1176 a 1188

Cierre

- ¿Cómo podrías identificar el tipo de producto notable a aplicar en un ejercicio? Propón una estrategia y compártela.

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► **Cuadrado de un binomio**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

► **Suma por su diferencia**

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

► **Producto de binomios con un término en común**

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

Reflexiona

- Explica cómo desarrollas los productos notables estudiados.

- ¿Intercambiaste opiniones con tus compañeros al resolver las actividades?

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 3

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Desarrolla los siguientes productos notables.

a. $(5a - b)^2$

b. $(v + 8)(v - 8)$

c. $(v + \frac{1}{7})(v - \frac{1}{7})$

d. $(p^3 + 7)^2$

e. $(2d^3 + m)^2$

f. $(\frac{1}{c} + 3)(\frac{1}{c} - 3)$

2. Calcula según corresponda.

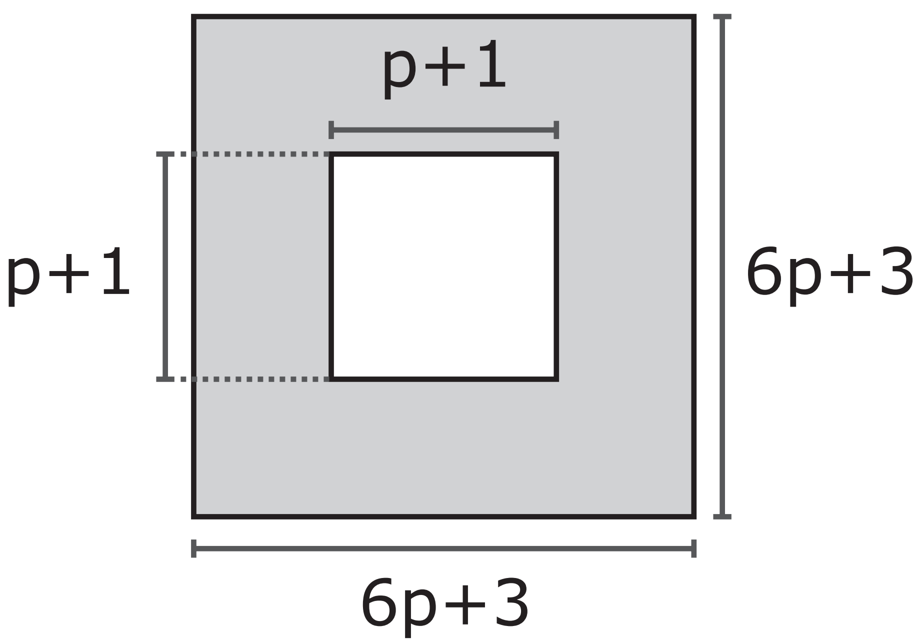
a. El área de un cuadrado de lado $(3s - p^2)$ cm.

b. El área de un rectángulo de lados $(p+10)$m y $(p-10)$m.

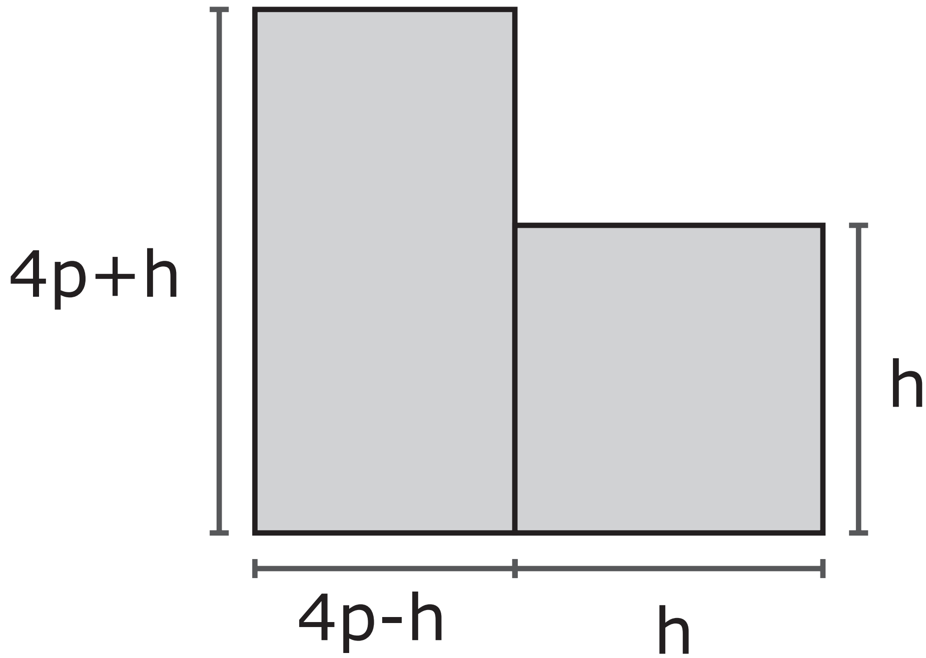
c. El área de un rectángulo de lados $(a+2)$ cm y $(a+12)$ cm.

3. Calcula el área de cada figura pintada. Considera que las medidas están expresadas en centímetros y que las figuras están formadas por cuadrados y rectángulos.

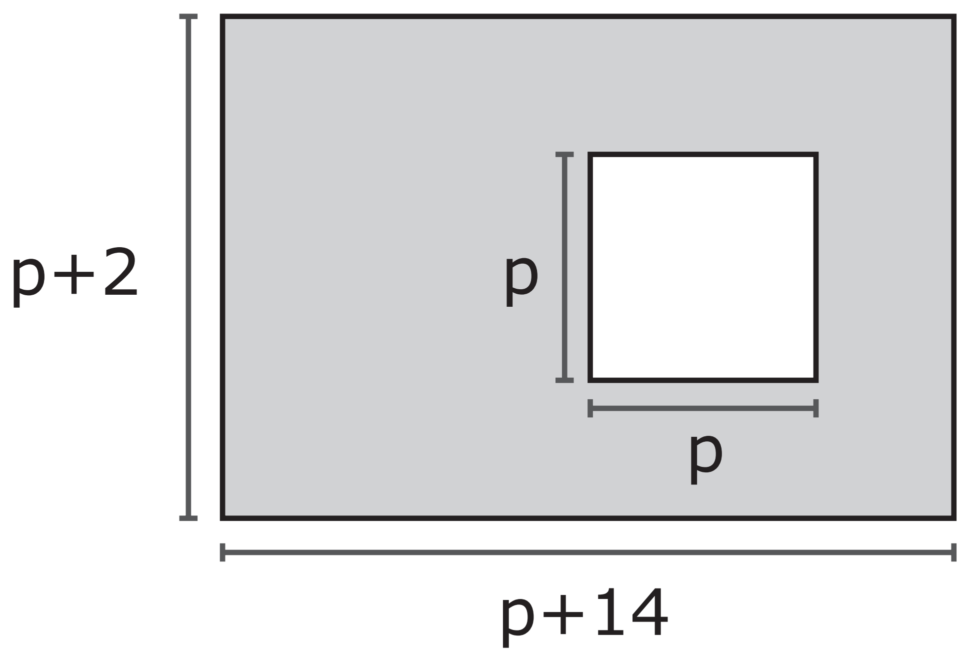
a.



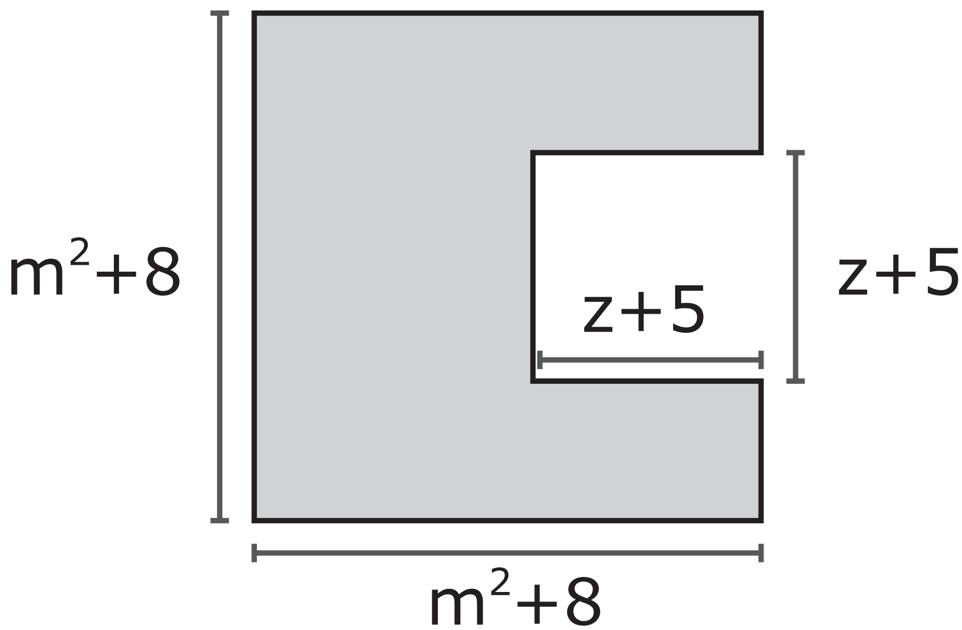
b.



c.



d.



4. Determina el o los términos faltantes en cada igualdad.

a. $(m+n)(m-n) = \blacksquare - n^2$

b. $\left(\frac{t}{2} + \frac{3}{4}\right)\left(\frac{t}{2} + \frac{1}{4}\right) =$

$\frac{t^2}{4} + \blacksquare + \blacksquare$

c. $(3p + d)(3p + d) = \blacksquare + 6pd + d^2$

d. $(a^3 + p)(a^3 - p) = \blacksquare - p^2$

5. Desarrolla y reduce a la mínima expresión.

a. $(p + 1)(p - 1) + 2p$

b. $(a + b)(a - b) + (a + b)^2$

c. $(2 + 3x)^2 - (x + 1)(x + 4)$

d. $(p^3 - 5)^2 + (p^3 + 2)^2$

6. Determina el cuadrado de binomio cuyo desarrollo corresponde a cada trinomio.

a. $z^2 + 16z + 64$

b. $4a^2 + 4ab + b^2$

c. $a^4 + 6a^2 + 9$

d. $p^2 - 14p + 49$

7. Determina la suma por su diferencia cuyo desarrollo corresponde a cada expresión.

a. $b^2 - 81$

b. $16m^2 - t^2$

c. $f^4 - b^4$

d. $81k^6 - m^4$

8. Determina el producto de binomios con un término en común cuyo desarrollo corresponde a cada uno de los siguientes trinomios.

a. $t^2 + 9t + 20$

b. $a^2 - 4a - 45$

c. $x^2 + 9x + 8$

d. $p^2 + 4p - 12$

9. Resuelve los siguientes problemas.

a. El ancho de un jardín rectangular mide 5 m menos que su largo, que mide q metros.

- ¿Cuál es su área?

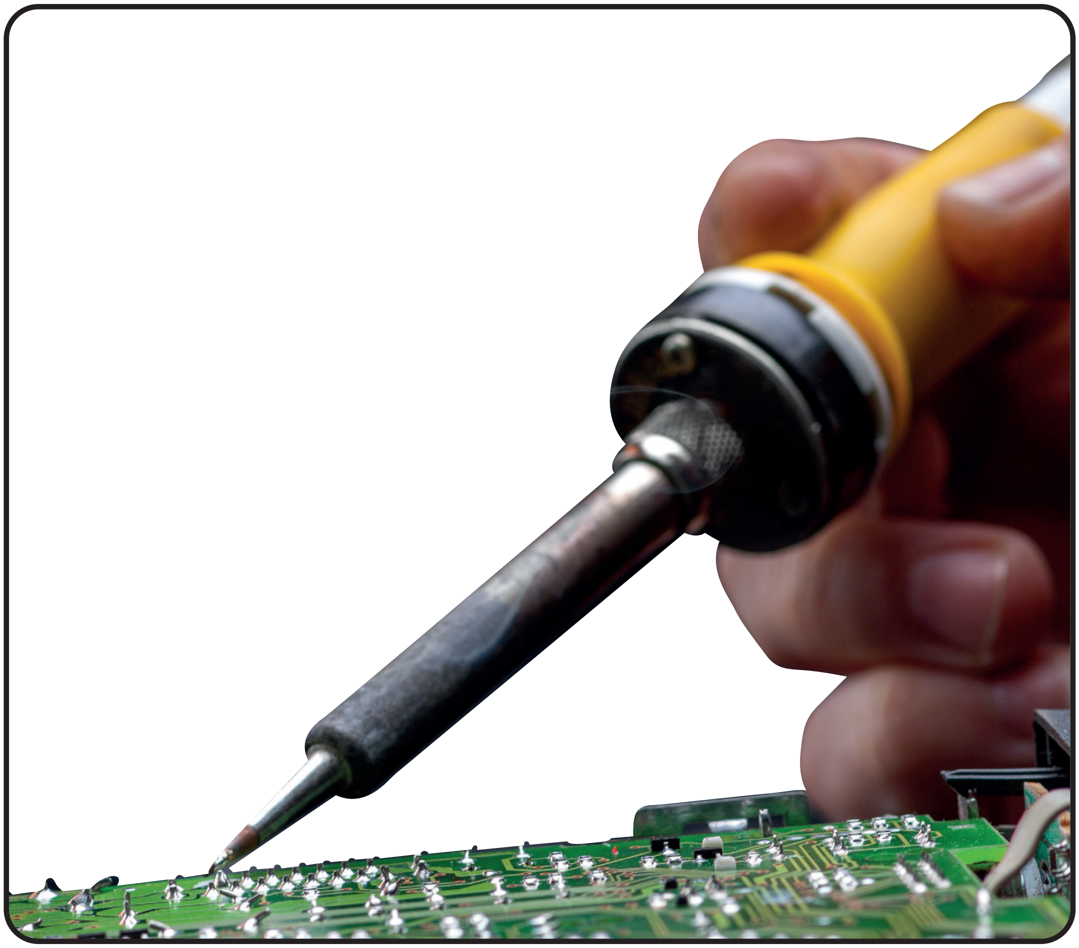
- Si la superficie del borde del jardín se empiedra formando un pasillo de 1 m de ancho, ¿cuál es el área del jardín que queda sin empedrar?

Cuaderno de Actividades

Páginas 1189 a 1198

Lección 4

Área de la superficie y volumen del cono



Analiza la siguiente información, y luego responde.

El cautín, o también llamado soldador eléctrico, se utiliza para soldar materiales en circuitos eléctricos o electrónicos. Funciona convirtiendo la energía eléctrica en calor.

1. ¿Has usado o visto a alguien usar un cautín?

2. ¿Qué cuerpos geométricos reconoces en las partes del cautín?

3. ¿Por qué crees que la punta del cautín tiene esa forma?

4. ¿Qué dimensiones estimas que se deben conocer para construir la punta del cautín?

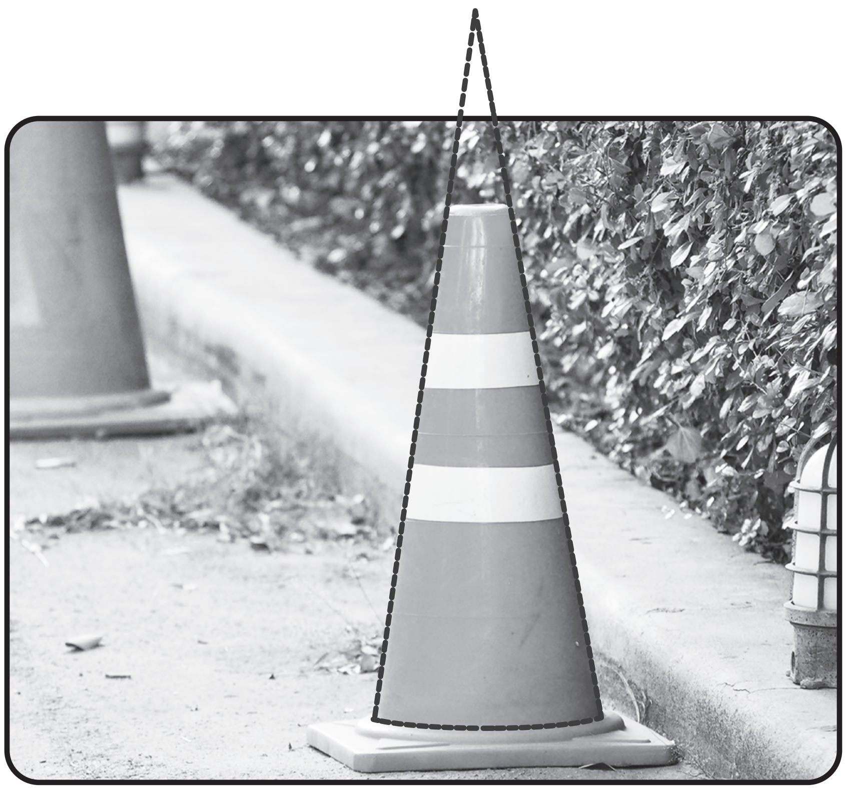
Reflexiona

- ¿Qué objetos cotidianos tienen forma de cono? ¿Qué características tiene este cuerpo geométrico?

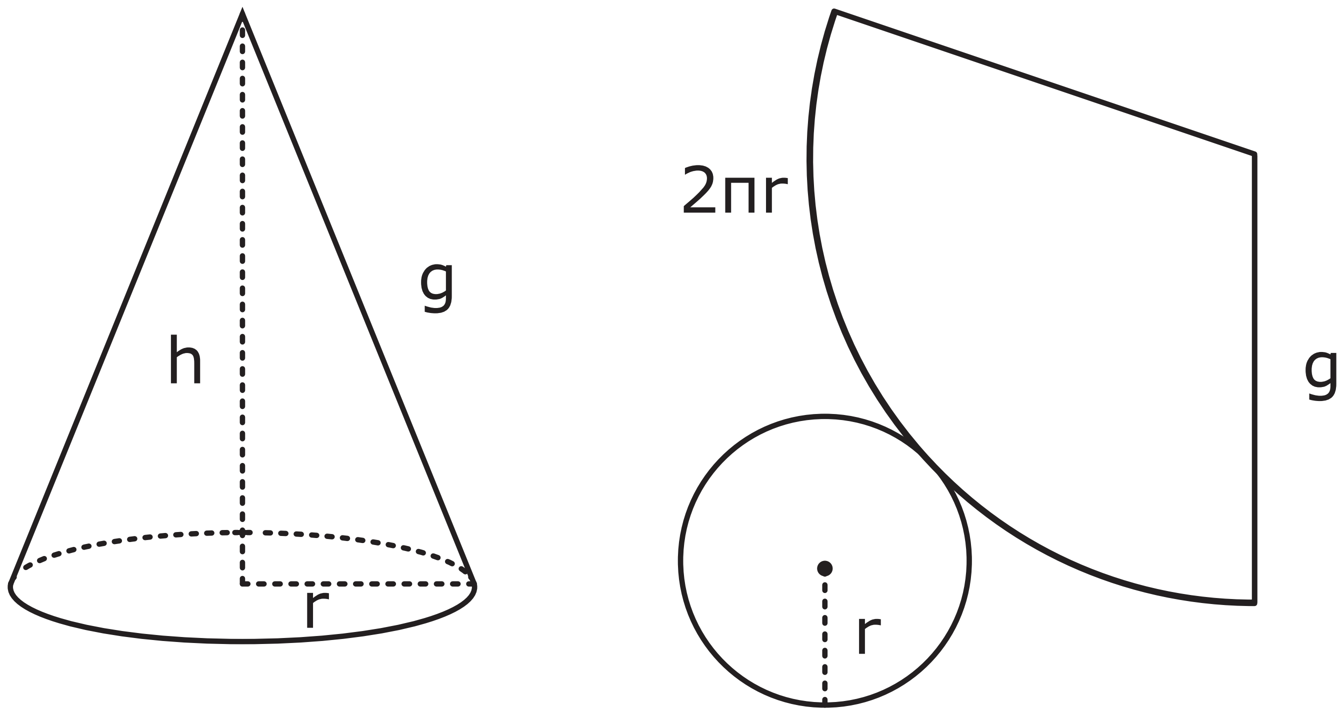
- ¿Con qué figuras geométricas puedes asociar a un cono?

- ¿En qué se diferencia el cono del cilindro?

ÁREA DE LA SUPERFICIE DEL CONO



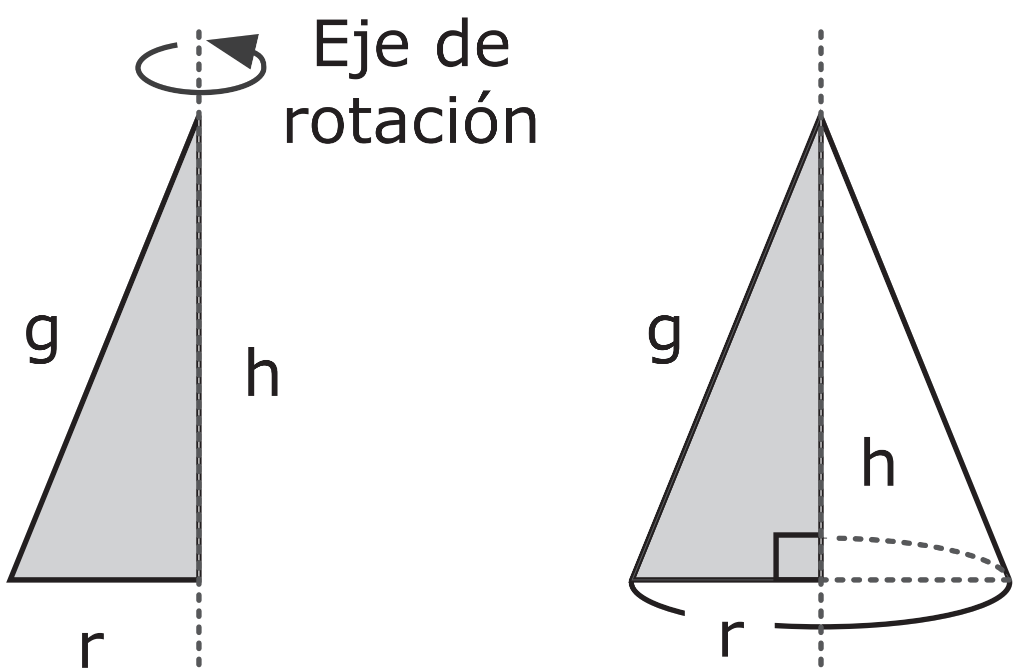
En la imagen se observa un cono de señalización vial en el cual se prolonga la parte superior y se relaciona con la red de construcción de un cono, como se muestra a continuación:



- ¿Con qué elemento del cono se relaciona el radio del sector circular de la red? Explica.

- ¿Por qué la longitud destacada en la red es $2\pi r$? ¿Qué relación tiene con la base del cono? Justifica.

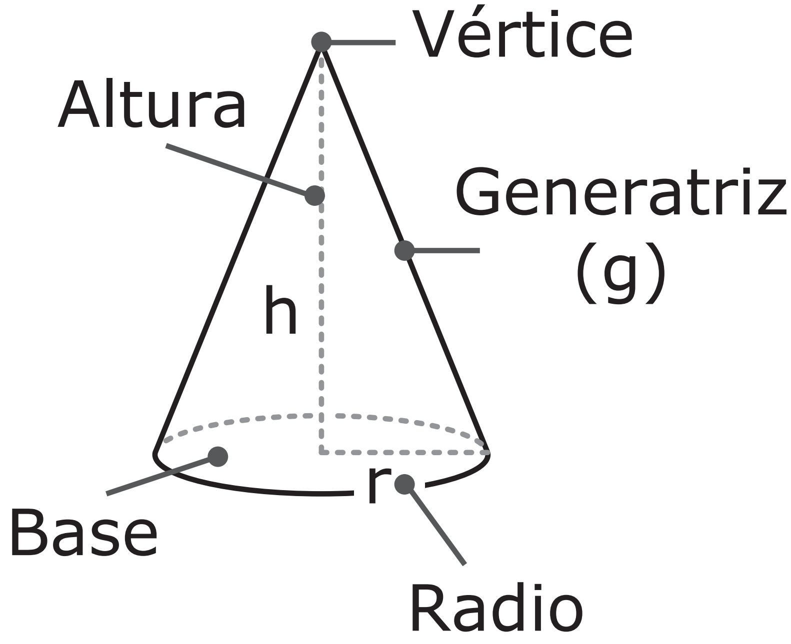
El cono es un cuerpo redondo que resulta al girar un triángulo rectángulo sobre uno de sus catetos.



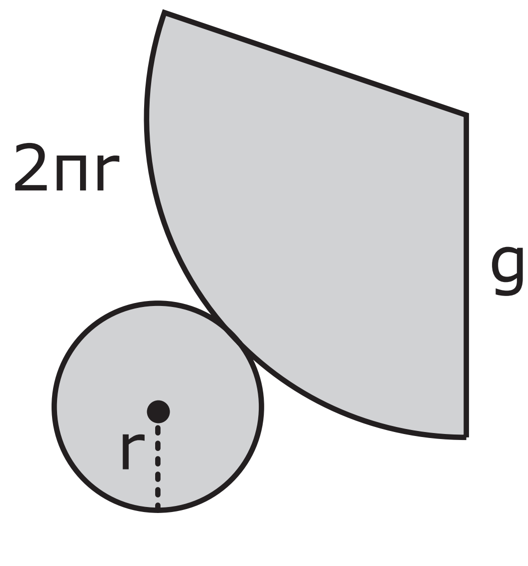
El **área de la superficie de un cono** se puede calcular a partir de su red de construcción usando la siguiente expresión:

$$A_{total} = A_{basal} + A_{lateral}$$
$$= \pi r^2 + \pi rg$$
$$= \pi r(r + g)$$

Cono

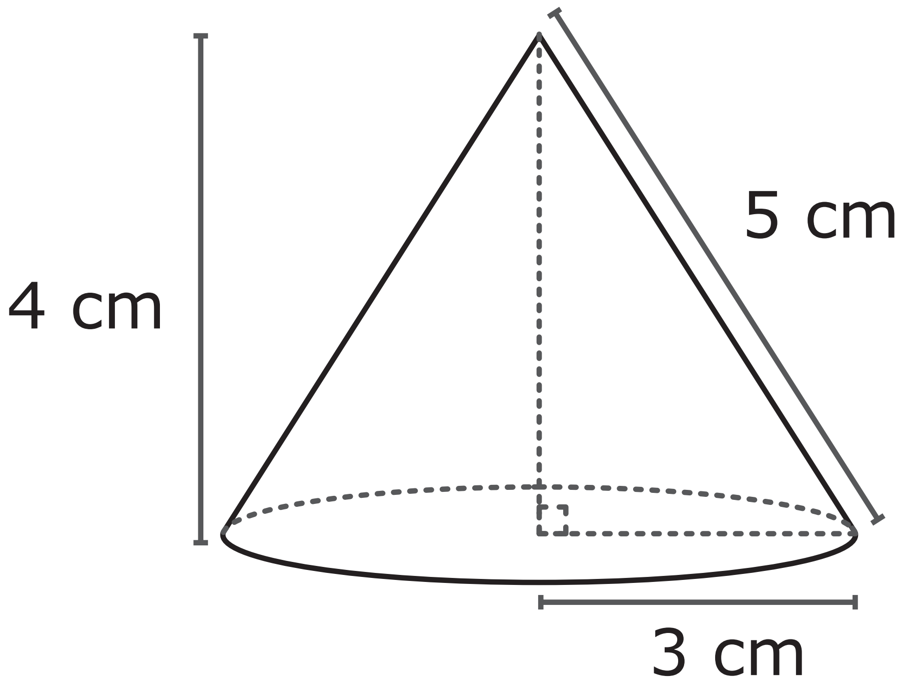


Red del cono



Ejemplo 1

¿Cuál es el área del siguiente cono?



Al observar la imagen, se tiene que el radio es de 3 cm y la generatriz mide 5 cm.

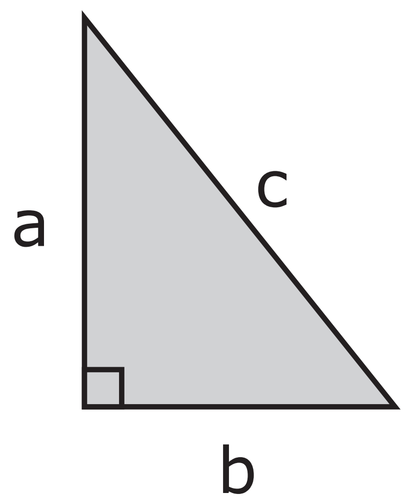
Luego, al calcular el área (A), se obtiene: $A = 3\pi(3 + 5)\ cm^2 = 24\pi\ cm^2$. Entonces, el área del cono es $24\pi\ cm^2$.

Recurso Web

Para explorar con la red de armado de un cono, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/zzrx

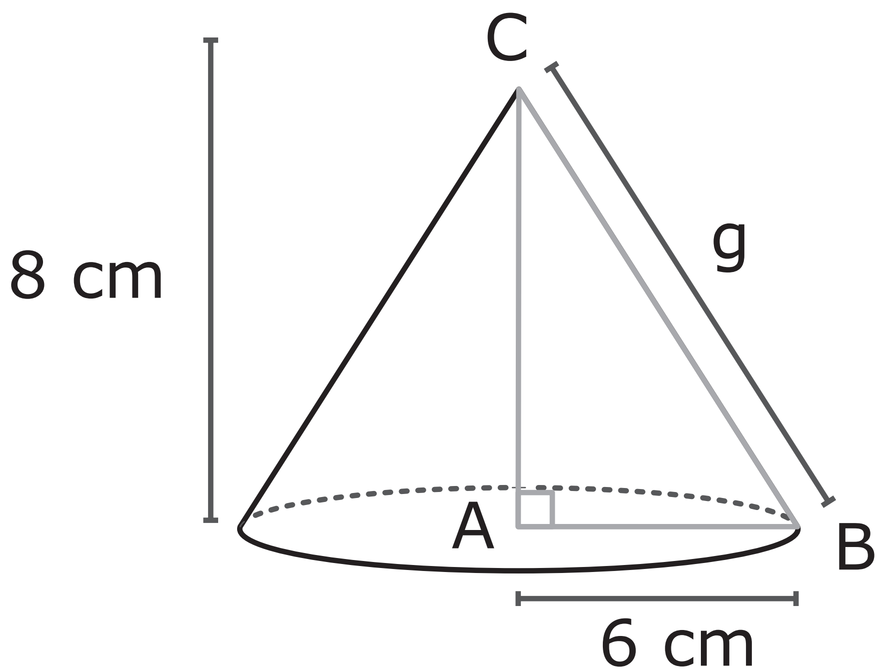
Ejemplo 2

Recuerda que en un triángulo rectángulo:



El teorema de Pitágoras establece que: $a^2 + b^2 = c^2$

Calcula el área basal, el área lateral y el área total del siguiente cono. Considera $\pi \approx 3,14$.



El radio r mide 6 cm, por lo que falta calcular la medida de la generatriz g.

Para calcularla, utiliza el teorema de Pitágoras en el triángulo ABC.

$$6^2 + 82 = g^2$$

$$36 + 64 = g^2$$

$$100 = g^2$$

$$10 = g$$

El área basal corresponde al área de un círculo de radio 6 cm.

$$A_{basal} = \pi \ r^2 = 3{,}14 \bullet 6^2 =$$

$$3{,}14 \bullet 36 =$$

$$113{,}04 \text{ cm}^2$$

Luego, calcula el área lateral, considerando que la generatriz mide 10 cm.

$$A_{\text{lateral}} = \pi\ r\ g = 3{,}14 \bullet 6 \bullet 10$$
$$= 188{,}4\ cm^2$$

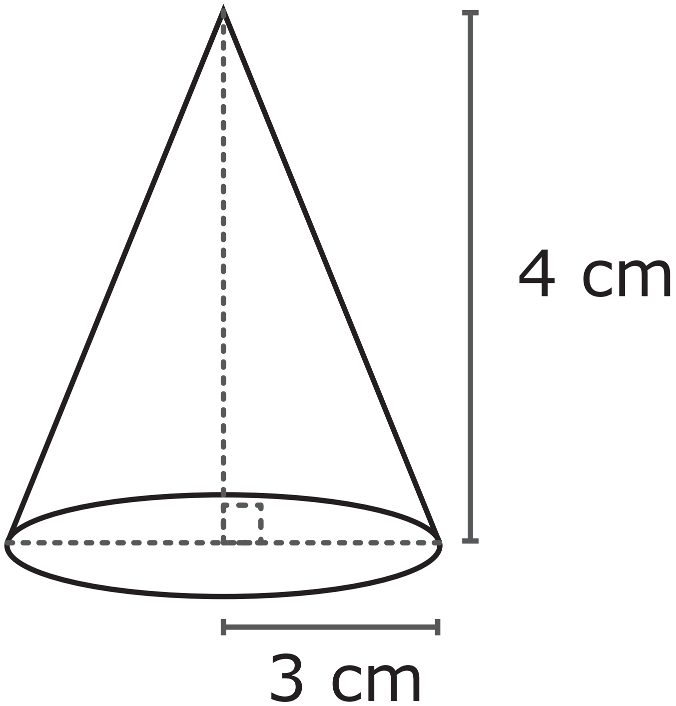
Finalmente, suma las áreas para obtener el área total.

$$A_{\text{total}} = 113{,}04 + 188{,}4$$
$$= 301{,}44\ cm^2$$

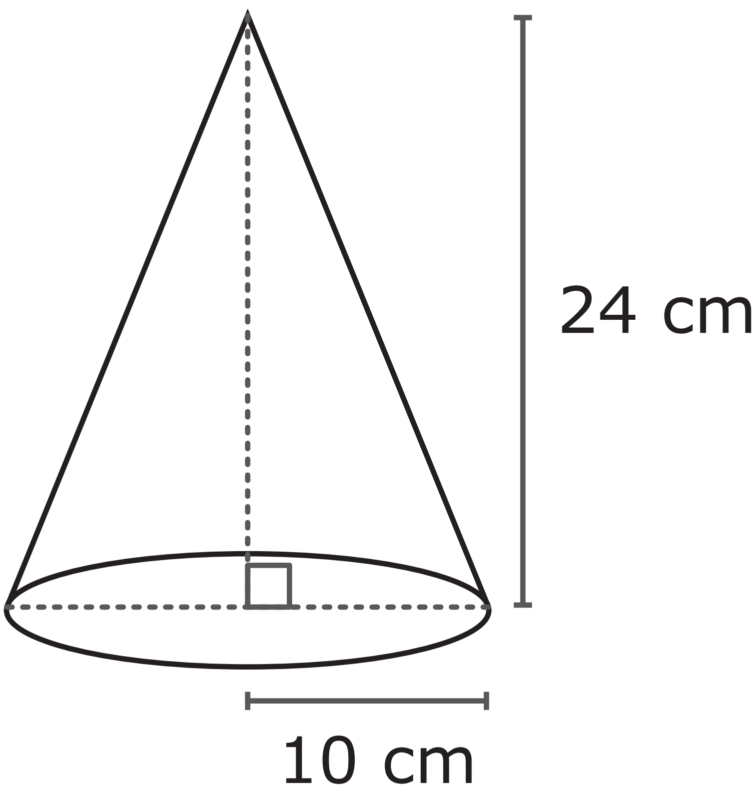
Actividades en tu cuaderno.

1. Determina la medida de la generatriz o del radio de cada cono según corresponda.

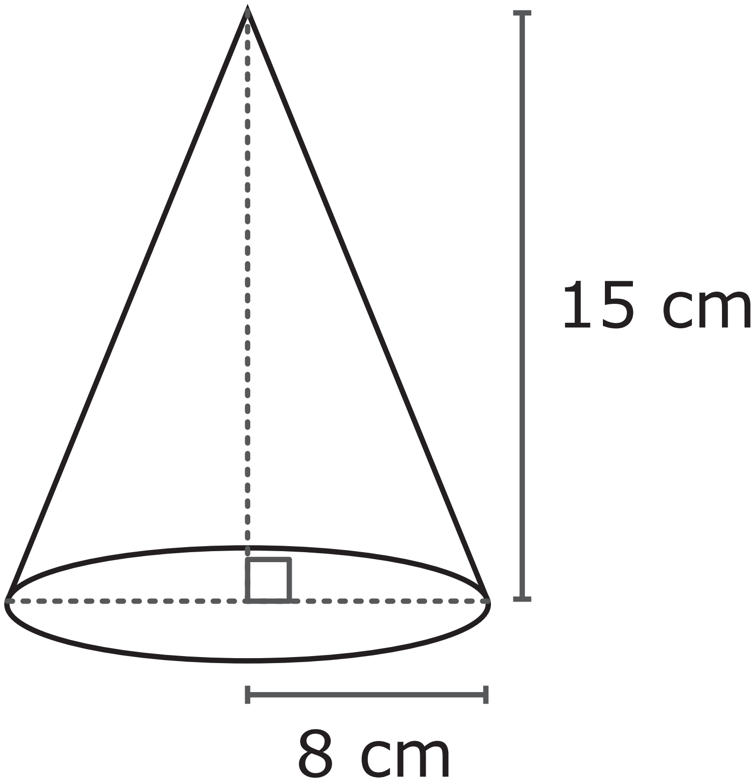
a.



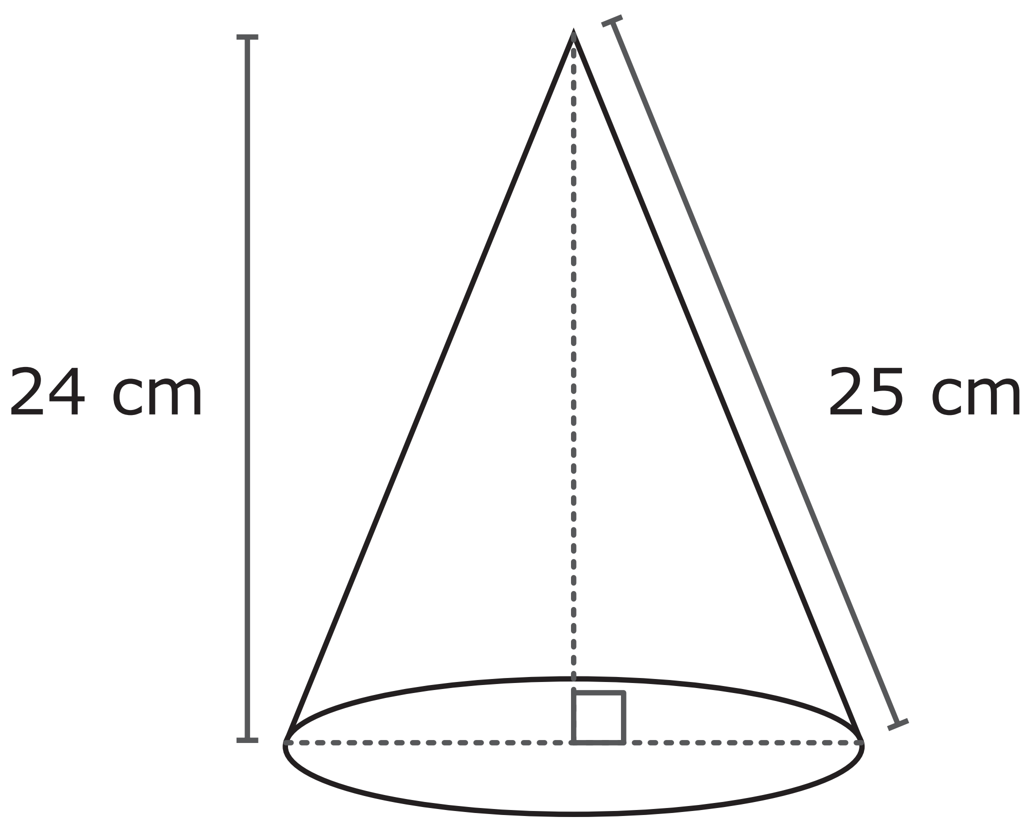
b.



c.

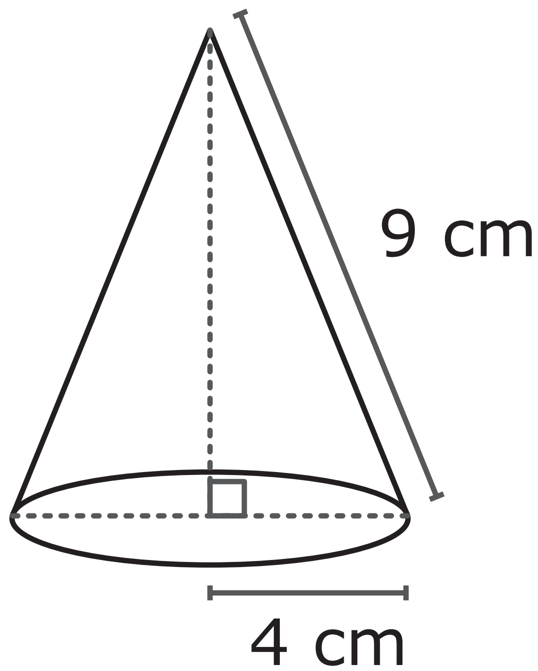


d.

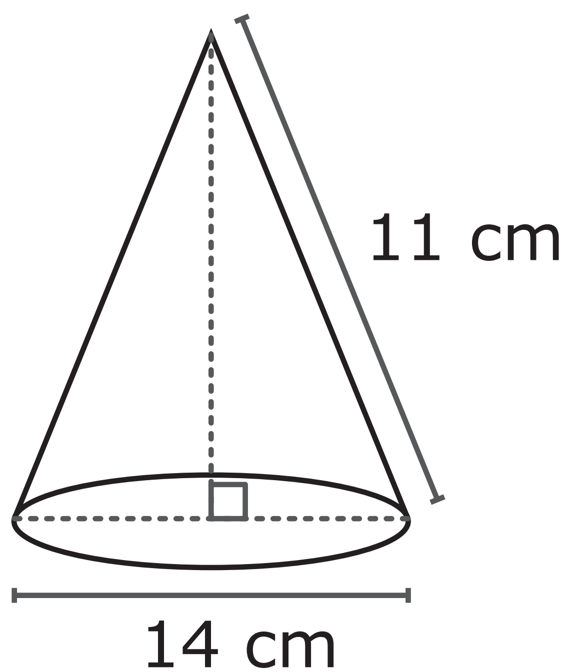


2. Calcula el área total de los siguientes conos. Considera π ≈ 3,14.

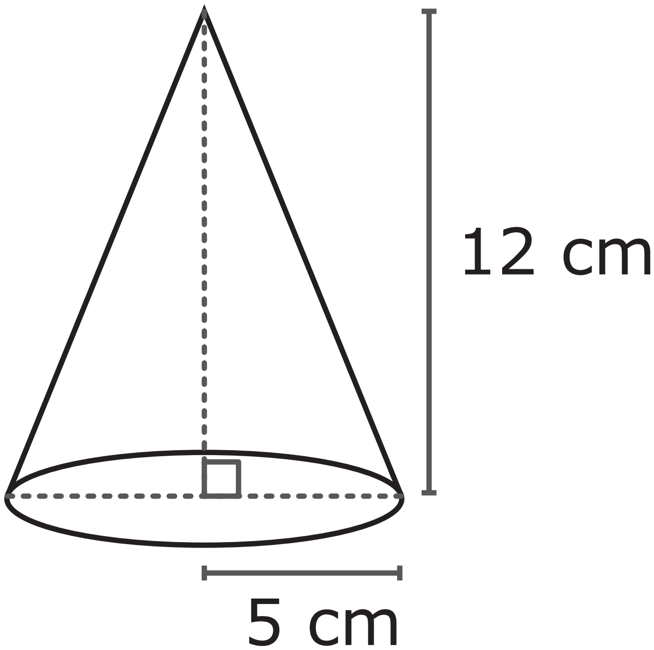
a.



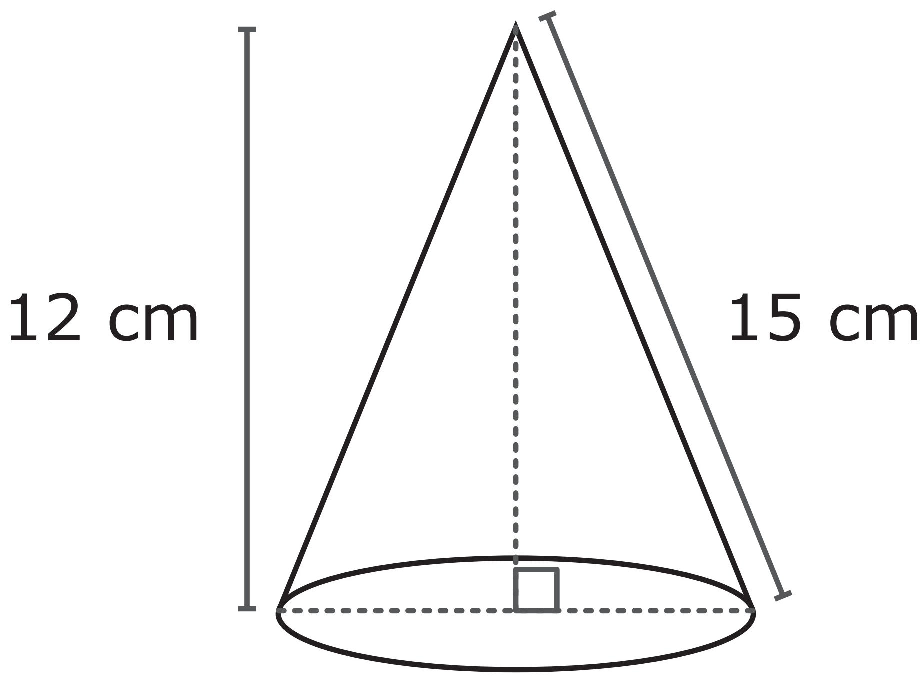
b.



c.



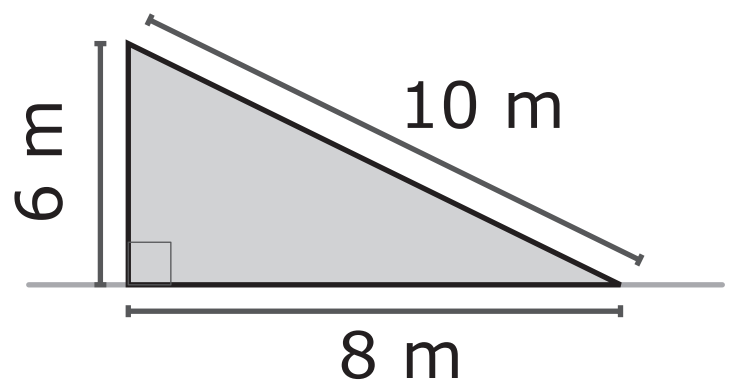
d.



3. Resuelve los siguientes problemas. Considera π ≈ 3,14.

a. Sofía necesita construir 4 gorros cónicos con cartulina, de diámetro 42 cm y altura 10 cm. ¿Cuántos centímetros cuadrados de cartulina usará?

b. Un triángulo rectángulo gira en torno a su cateto mayor, como se muestra en la figura, generando un cono.



- ¿Cuál es el área de la superficie del cono generado?

- Si el triángulo se hace girar en tono al cateto menor, ¿varía el área? Justifica.

c. En una heladería se quiere bañar con chocolate la superficie de los conos de los helados. Se estima que se utilizan 5 g de chocolate por centímetro cuadrado.

Si las dimensiones de los conos son las que se muestran en la imagen, ¿cuántos gramos de chocolate se necesitan para bañar 10 conos? En tus cálculos redondea al segundo decimal.

4. En grupos de 3 integrantes realicen lo siguiente:

a. Investiguen qué es un sector circular y cómo se desarrolla la fórmula para calcular el área total del cono. Luego, explíquenla.

b. Propongan un ejemplo con medidas numéricas.

c. **Comprueben** que se obtiene el mismo resultado al calcular el área de un cono considerando su red y con la fórmula.

Cuaderno de Actividades

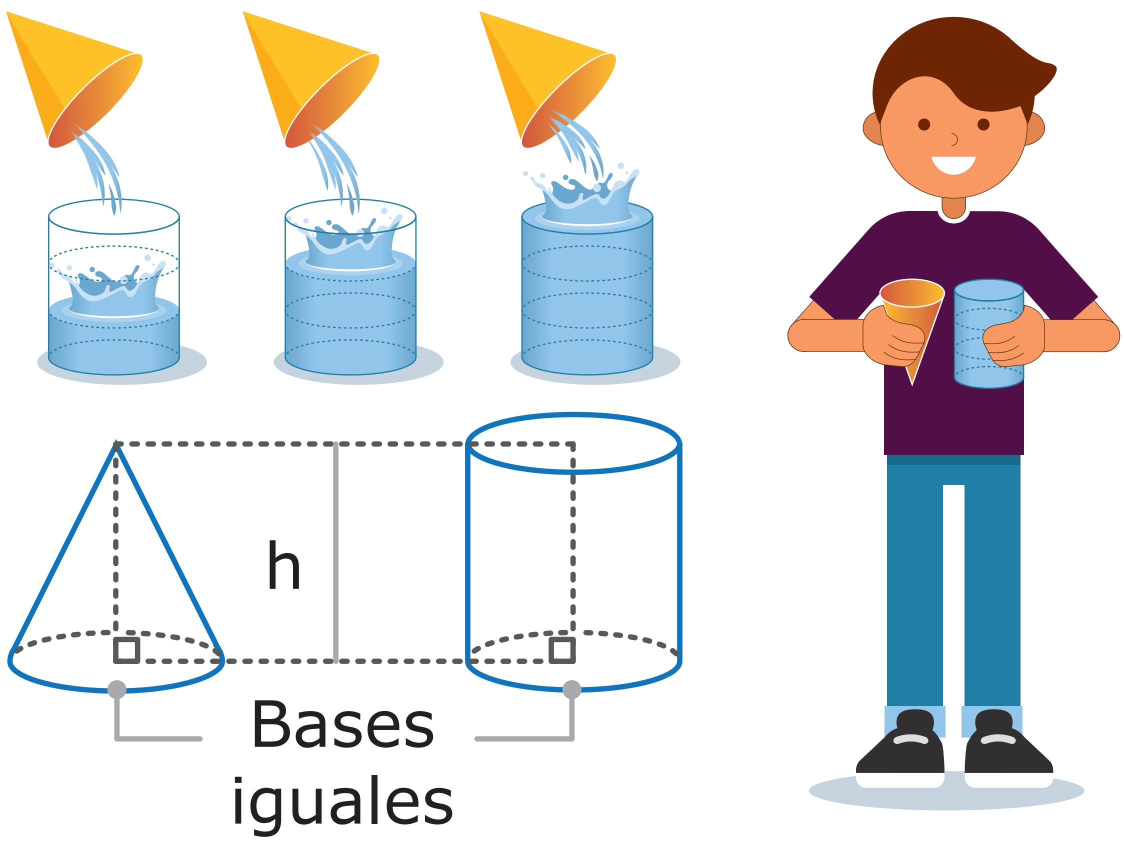
Páginas 1199 a 1228

Cierre

- ¿Qué dificultades tuviste al desarrollar las actividades? ¿Pudiste superarlas?

VOLUMEN DEL CONO

Para un experimento, Óscar compra un recipiente con forma de cono y otro con forma de cilindro. Ambos tienen igual base y altura.



Luego, llena el recipiente cónico y lo vierte en el cilindro varias veces hasta llenarlo.

- ¿Con cuántos recipientes cónicos se llenó el cilindro? Explica.

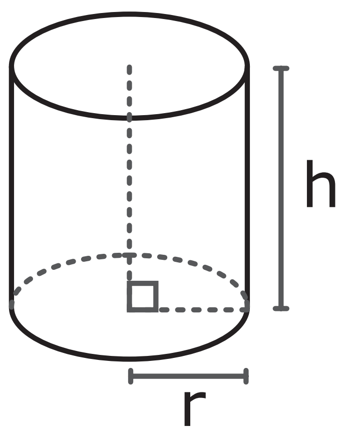
- Si supieras el volumen del cilindro, ¿qué podrías afirmar con respecto al volumen del cono? ¿Cómo lo calcularías? Explica.

Ejemplo 1

Observa la tabla con los datos de los cilindros y conos.

Radio (cm)	Altura (cm)	Volumen cilindro (cm^3)	Volumen cono (cm^3)	$\frac{\text{Volumen cono}}{\text{Volumen cilindro}}$
3	10	90п	30п	$\frac{30п}{90п} = \frac{1}{3}$
4	9	144п	48п	$\frac{48п}{144п} = \frac{1}{3}$
6	7	252п	84п	$\frac{84п}{252п} = \frac{1}{3}$

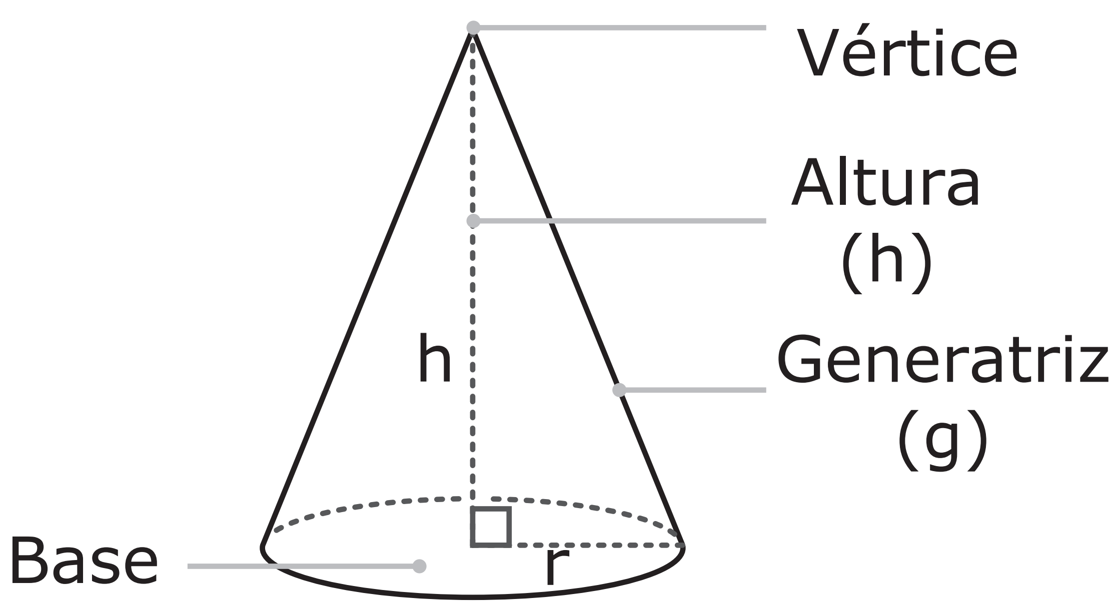
Volumen cilindro



$V = \pi r^2 h$

¿Qué relación hay entre el volumen del cono y el del cilindro?

El **volumen (V) de un cono** corresponde a un tercio del volumen de un cilindro con igual área de la base e igual medida de la altura.



Se encuentra dado por la expresión:

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \bullet V_{cilindro}$$

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \bullet \pi r^2 h$$

Ejemplo 2

¿Cuál es el volumen de un cono de altura 9 cm y radio 5 cm? Considera $\pi \approx 3,14$.

$$V = \frac{1}{3} \bullet 3,14 \bullet 5^2 \bullet 9$$

$$= \frac{1}{3} \bullet 3,14 \bullet 25 \bullet 9$$

$$= \frac{1}{3} \bullet 706,5 = 235,5$$

Entonces, el volumen del cono es, aproximadamente, 235,5 cm^3.

Ejemplo 3

Si las medidas de un cono de radio r y altura h se aumentan al doble, ¿cuál será la variación porcentual respecto de su volumen?

El volumen del cono inicial es:

$$V_1 = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Las medidas del radio y la altura aumentadas al doble corresponden a 2r y 2h, respectivamente, por lo que el nuevo volumen es:

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi(2r)^2 \bullet (2h) = \frac{8}{3}\pi r^2 h$$

Al calcular la variación porcentual, se obtiene

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3}\pi r^2 h}{\frac{8}{3}\pi r^2 h} = \frac{1}{8} = 0{,}125$$

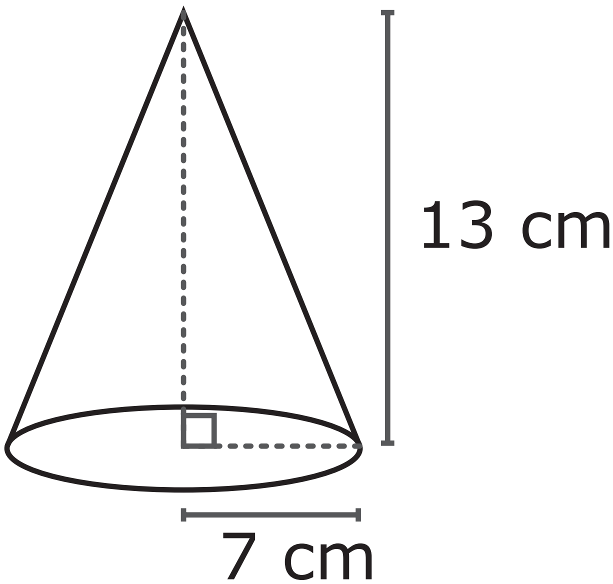
Esto equivale a un aumento del 12,5%.

Luego, si las medidas del radio y la altura del cono aumentan al doble, entonces el volumen aumenta en un 12,5%.

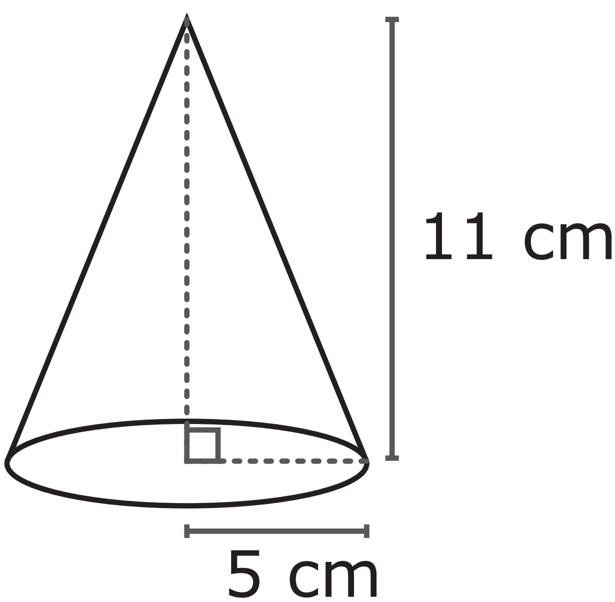
Actividades en tu cuaderno.

1. Calcula el volumen de los siguientes conos. Considera π ≈ 3,14.

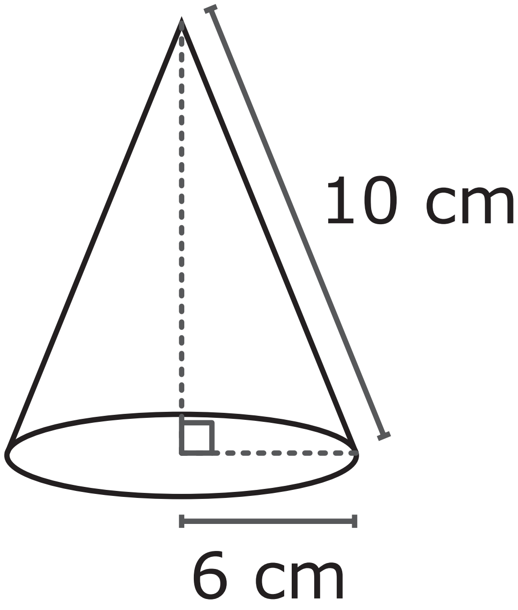
a.



b.

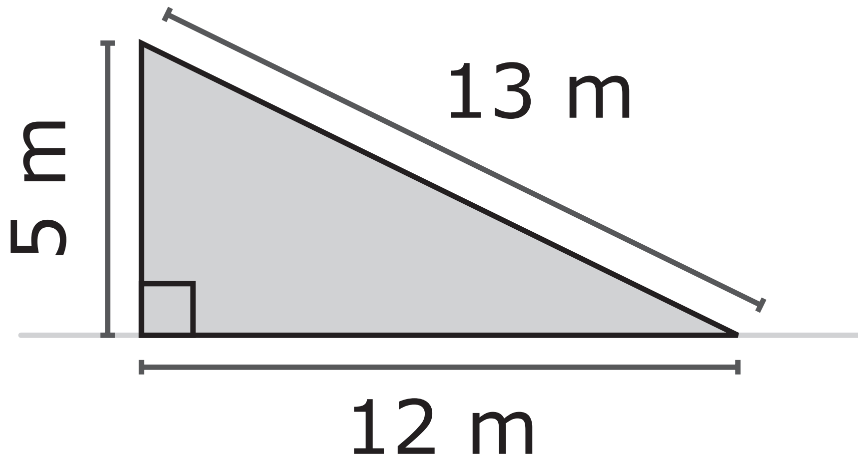


c.



2. Resuelve los siguientes problemas. Considera π ≈ 3,14.

a. Un triángulo rectángulo se gira en torno a su cateto mayor, como se muestra en la figura, generando un cono.



- ¿Cuál es el volumen del cono generado?

- Si el triángulo se hace girar en tono al cateto menor, ¿cuál es el volumen del cono?

b. El volumen de un cono es 863,5 cm^3 y el área de su base es 78,5 cm^2.

- ¿Cuánto mide su altura?

- ¿Cuánto mide el radio de su base?

3. Analiza y responde.

a. Considera un cono cuya base tiene 10 cm de radio y su altura es de 24 cm.

- ¿Cuál es su volumen?

- ¿Qué ocurre con el volumen si su altura se duplica?, ¿y si se triplica?

- ¿Qué sucede con el volumen si su radio se duplica?, ¿y si se triplica?

b. Considera un cono cuya altura es 12 cm y su generatriz mide 13 cm.

- ¿Cuál es su volumen?

- ¿Qué ocurre con el volumen si su altura se reduce a la mitad?, ¿y si se reduce a un tercio?

Cuaderno de Actividades

Páginas 1229 a 1254

Cierre

- ¿Cómo se relaciona el volumen del cono con el volumen del cilindro? Explica.

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► Área de la superficie del cono

$$A_{total} = A_{basal} + A_{lateral}$$
$$= \pi r^2 + \pi r g$$
$$= \pi r (r + g)$$

► Volumen del cono

$$V_{cono} = \frac{1}{3} \bullet \pi r^2 h$$

Reflexiona

- ¿En qué elementos de tu entorno puedes observar formas cónicas?

- ¿En qué contexto aplicarías la fórmula del volumen del cono? Explica.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 4

Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

1. Responde:

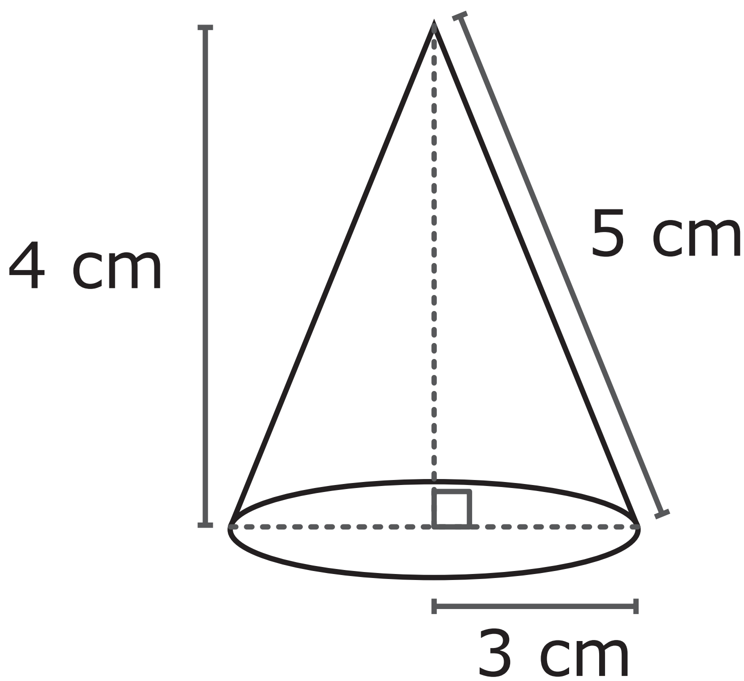
a. ¿Cómo se compone la red del cono?

b. ¿Cómo se calcula el área lateral del cono? ¿Y el área total?

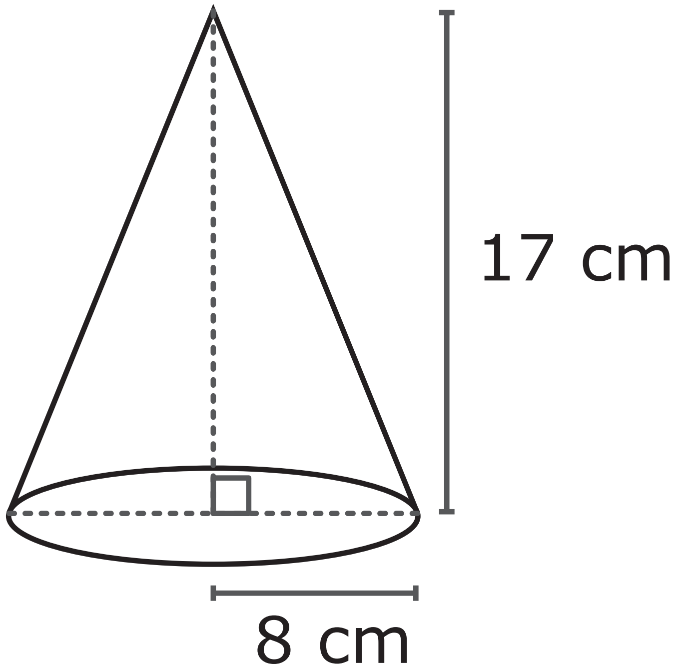
c. ¿Cómo se calcula el volumen del cono?

2. Calcula el área total de los siguientes conos. Considera π ≈ 3,14.

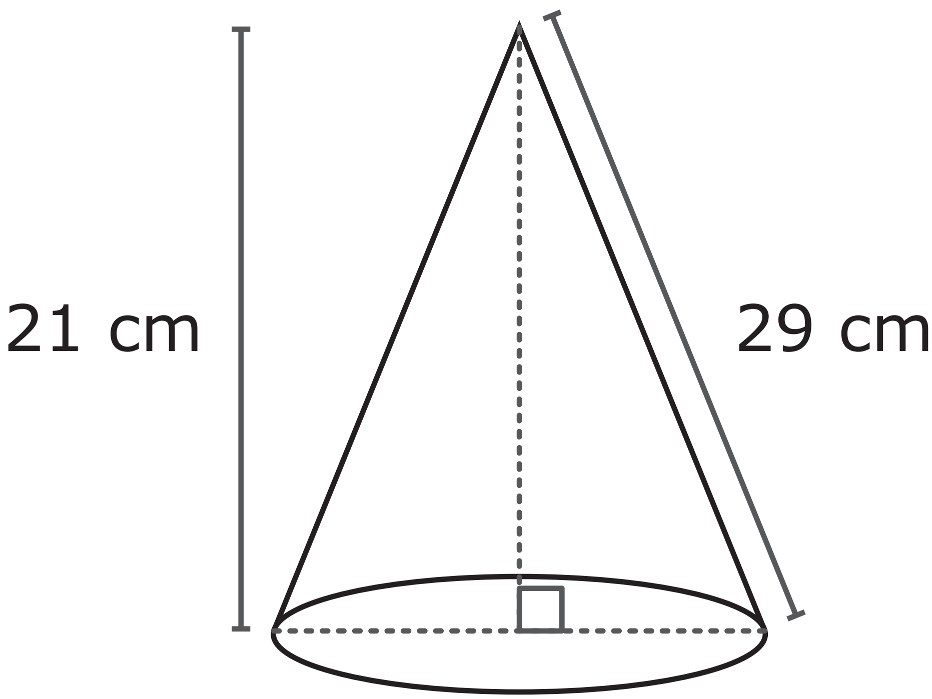
a.



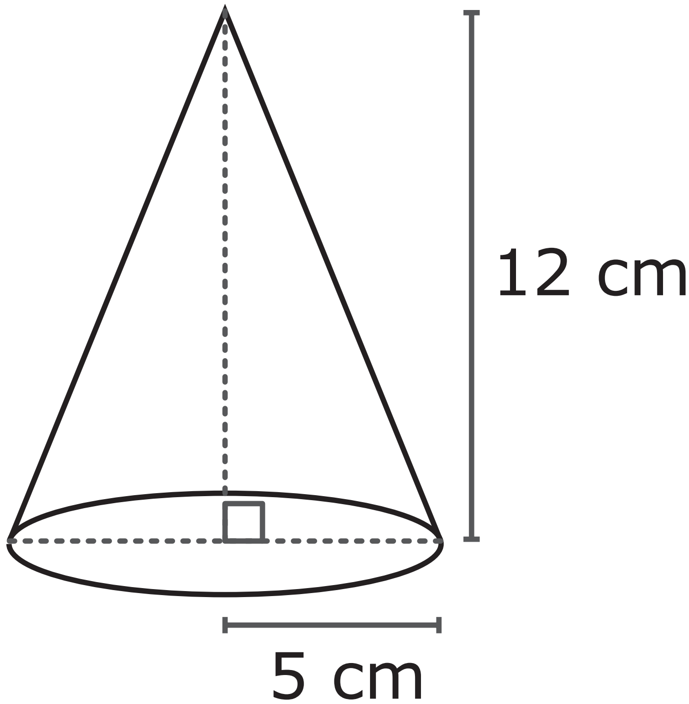
b.



c.

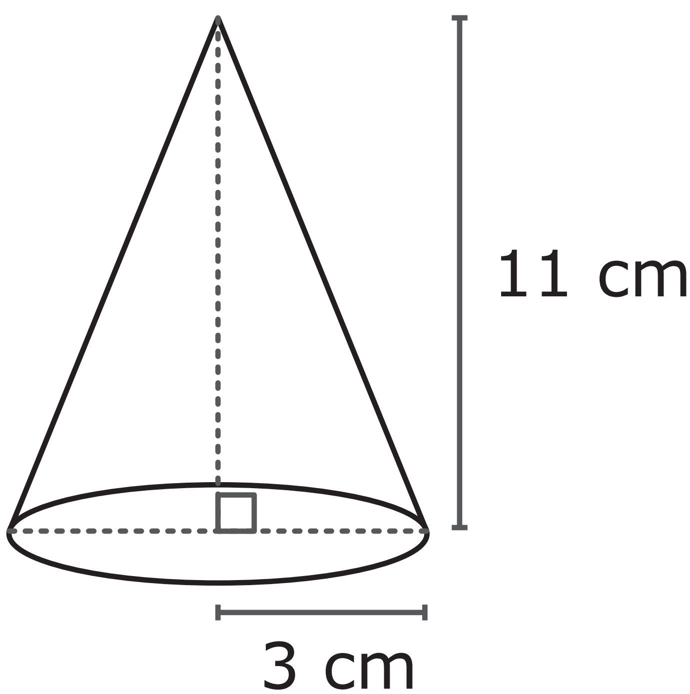


d.

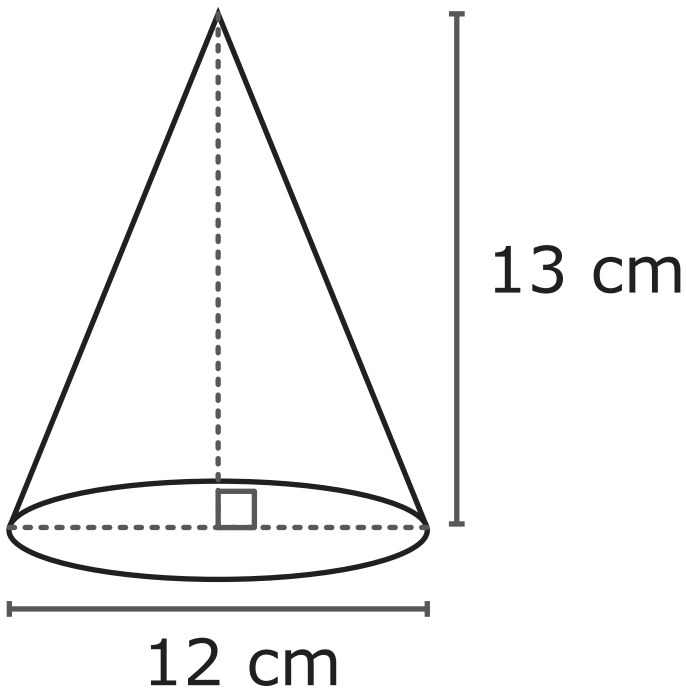


3. Calcula el volumen de los siguientes conos. Considera $\pi \approx 3,14$.

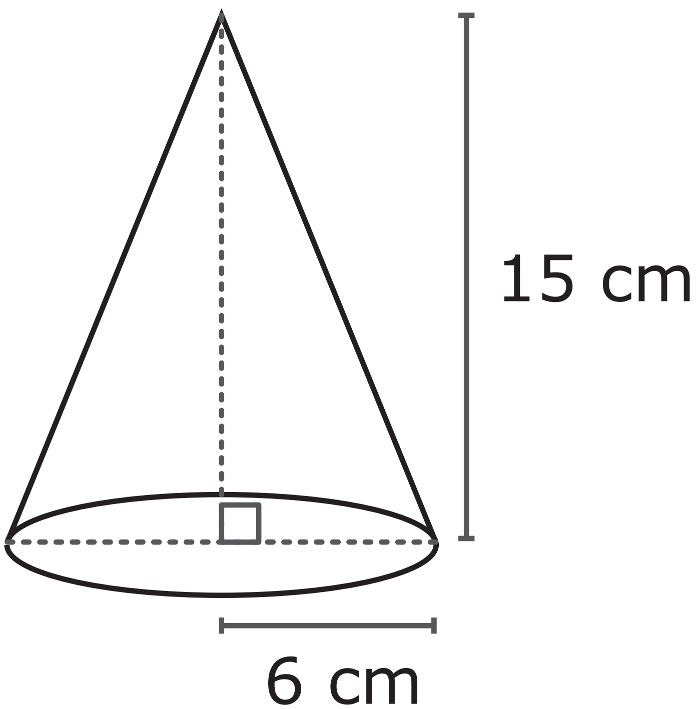
a.



b.



c.



4. Resuelve los siguientes problemas.

a. Un artesano debe pintar una docena de objetos cónicos de diámetro 8 cm y altura 5 cm. Si cada mililitro de pintura cubre 3 cm^2, ¿cuánta pintura necesita?

b. Una repostera hará 15 adornos de chocolate, con forma de cono, de 2 cm de diámetro y 4 cm de alto. ¿Cuántos centímetros cúbicos de chocolate necesita?

c. El techo de una torre de un edificio tiene forma cónica. El diámetro mide 12m y el alto 4m. Se recubrirá con un barniz protector, el cual rinde 4 m^2

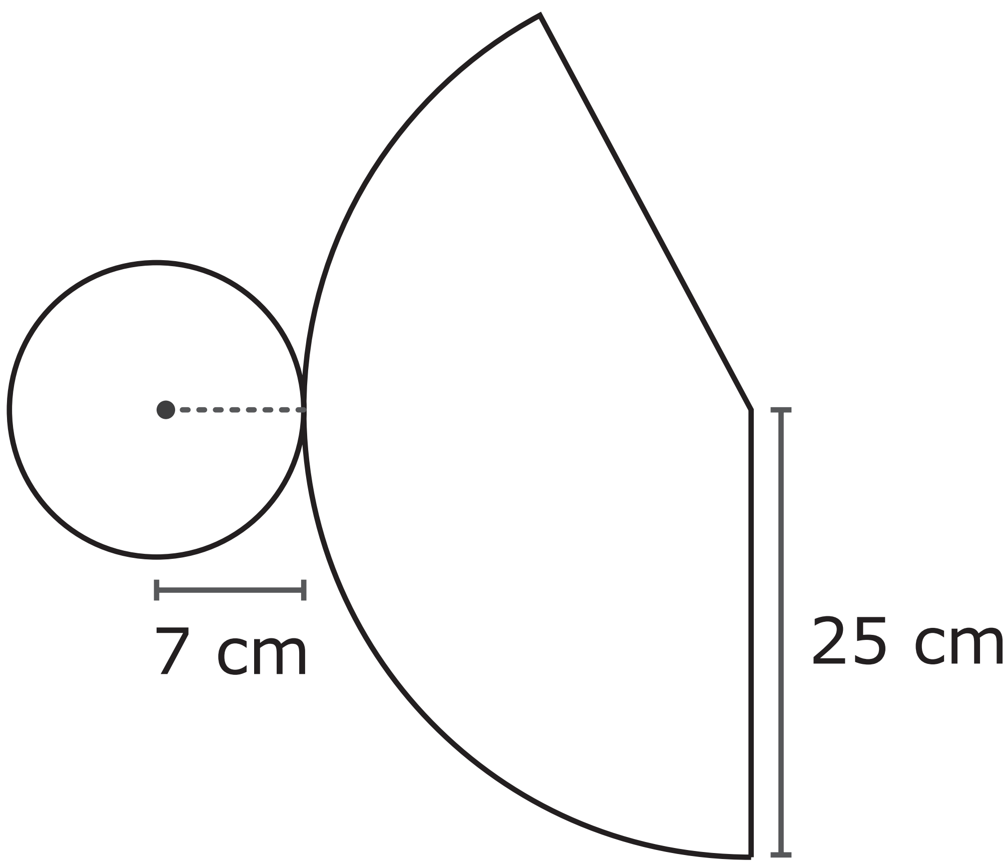
por litro. ¿Cuánto barniz se necesita para pintar el techo?

d. Un orfebre está confeccionando aros con forma de cono. Para un par de aros necesita dos conos de 1 cm de diámetro y 2 cm de alto. ¿Cuántos centímetros cúbicos de material necesita?

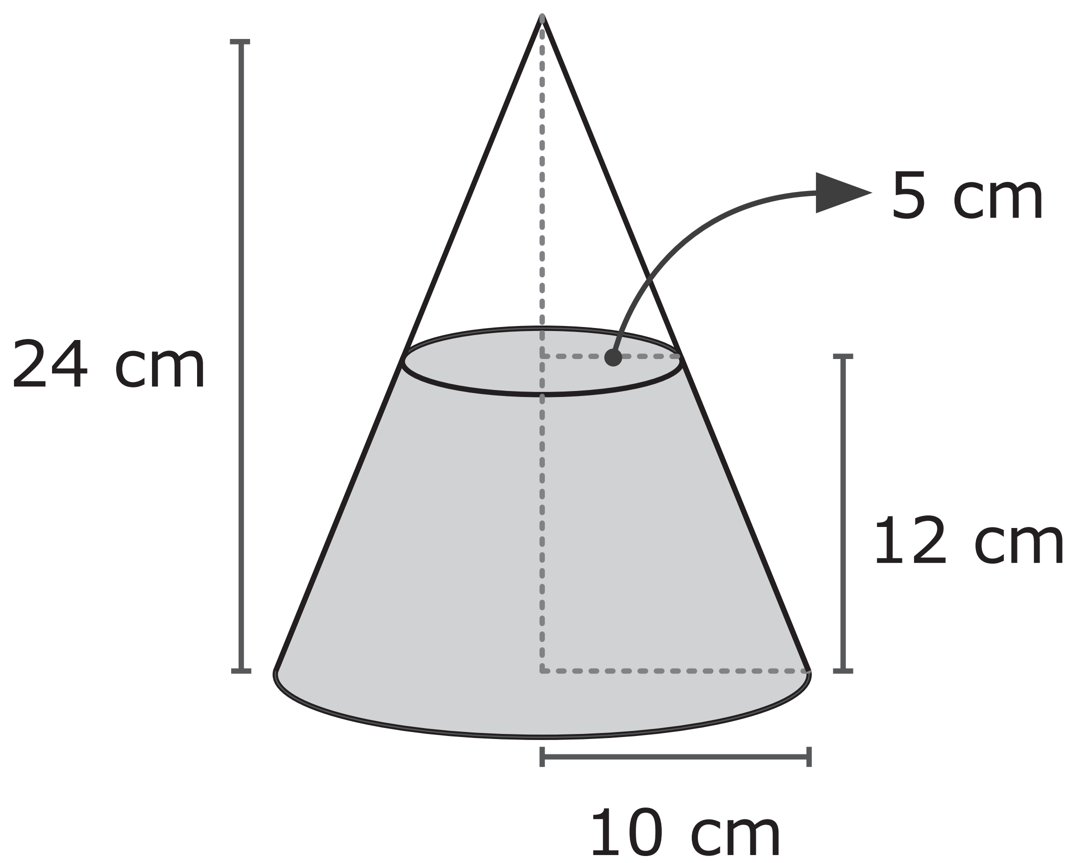
e. En una heladería hay dos tipos de conos de helados, uno de 6 cm y otro de 8 cm de diámetro, ambos de 10 cm de altura. ¿Cuántos centímetros cúbicos de helado se puede agregar a cada uno si solo se rellenan hasta el borde?

5. Analiza y resuelve.

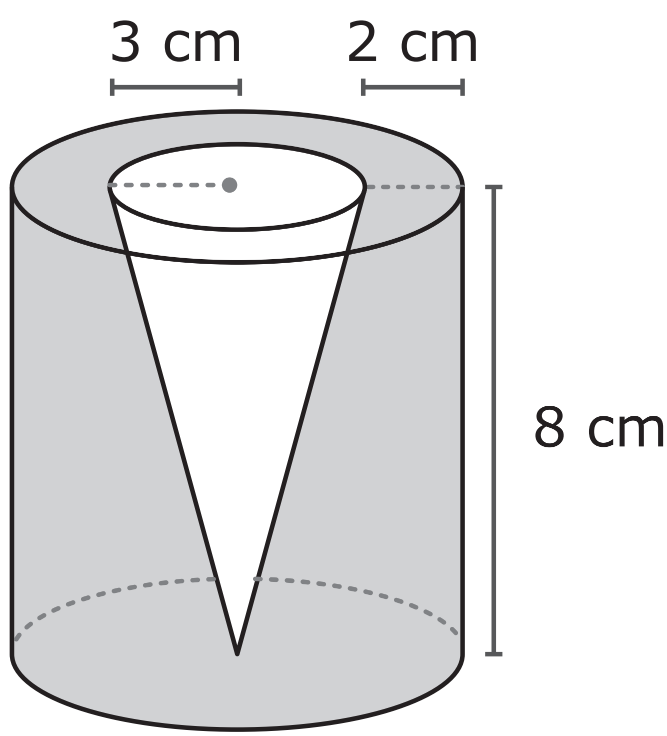
a. Considerando el cono que se arma con la red que se muestra, calcula el área de la superficie del cono y su volumen.



b. Si al cono de radio 10 cm de la figura le quitamos el cono de radio 5 cm, se forma un cono truncado. Calcula el área de la superficie del cono truncado y su volumen.



c. En un cilindro sólido se hizo una perforación con forma de cono, de modo que el vértice del cono tope el centro de la base del cilindro, como se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen del cuerpo resultante?



Cuaderno de Actividades

Páginas 1255 a 1265

¿Qué aprendiste?

Evaluación Unidad 1

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Calcula las siguientes operaciones.

a. $0{,}5 + 1{,}\overline{2}$

b. $0{,}45 \bullet 9$

c. $\frac{3}{5} : \frac{9}{13}$

d. $4{,}\overline{3} + 7{,}\overline{5} \bullet \frac{5}{6}$

2. Expresa como una sola potencia.

a. $\dfrac{6^{7} \bullet 6^{-5} \bullet 6^{4}}{6^{5} \bullet 6^{-3} \bullet 6^{-1}}$

b. $\dfrac{2^{2} \bullet 2^{5} \bullet 3^{-2} \bullet 3^{-4}}{3^{-5} \bullet 2^{4} \bullet 2^{5} \bullet 3^{-7}}$

c. $\left(\dfrac{5}{11}\right)^{-3} \bullet \left(-\dfrac{3}{10}\right)^{3} \bullet \left(-\dfrac{6}{5}\right)^{-3}$

3. Desarrolla los siguientes productos notables.

a. $(5m+n)^2$

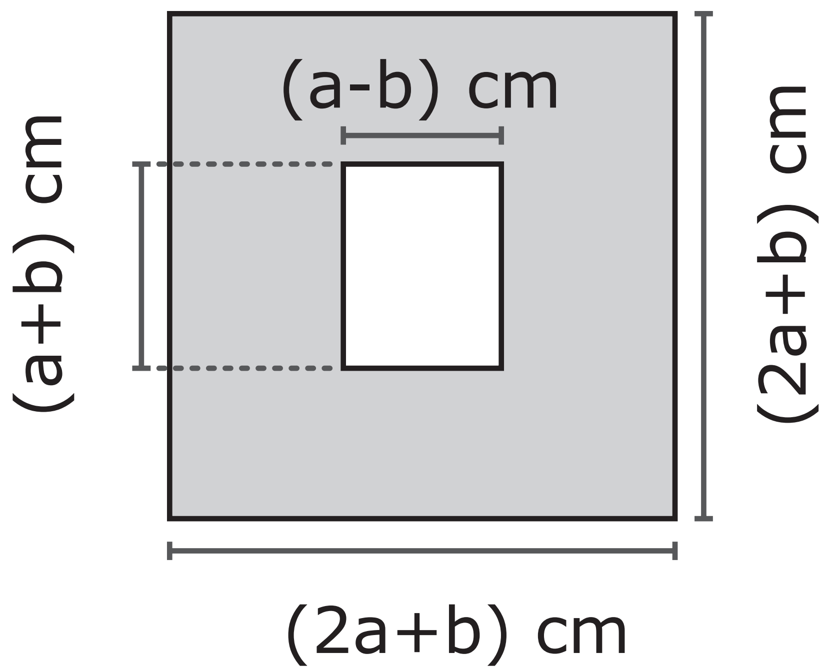
b. $(m^3+5)(m^3-5)$

c. $(b^7-8)^2$

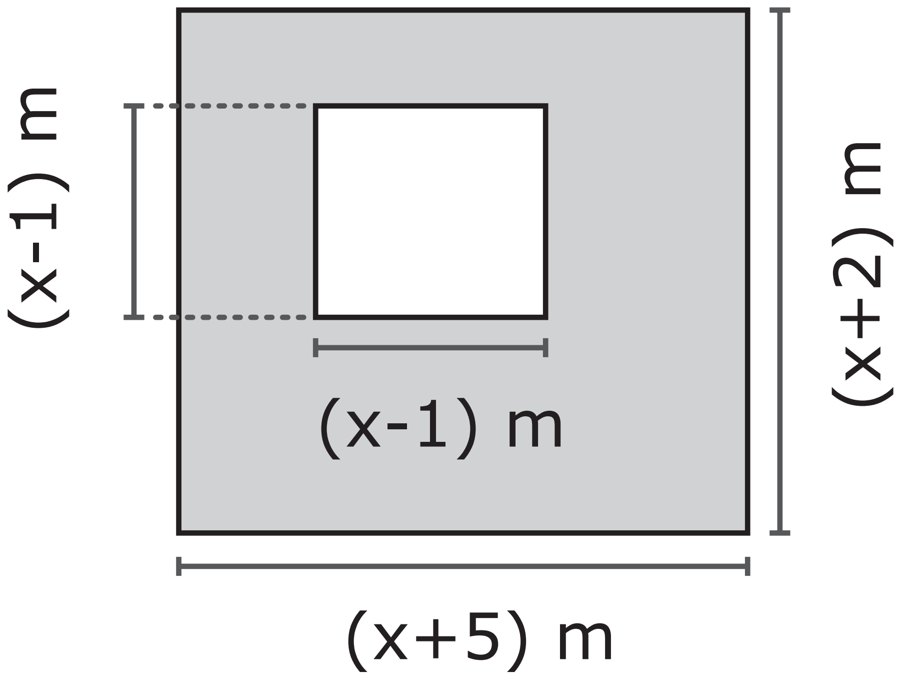
d. $(m+4)(m+10)$

4. Calcula el área de la figura pintada en cada caso. Considera que las figuras están formadas por rectángulos y cuadrados.

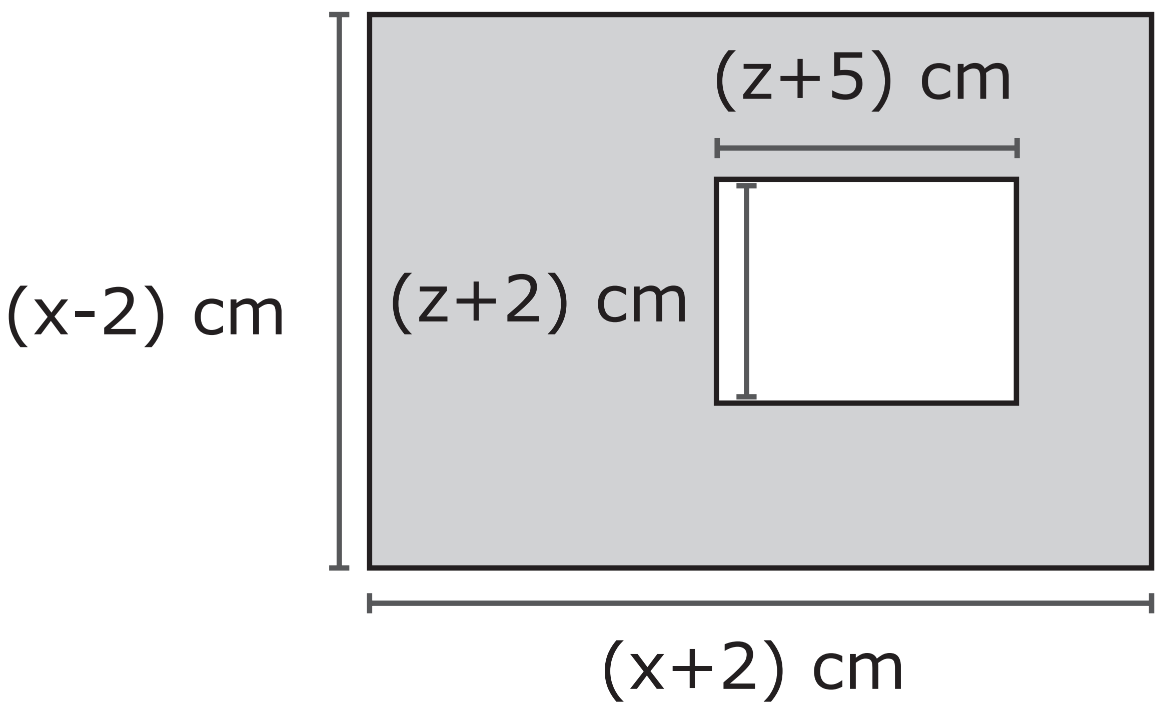
a.



b.



c.



5. Determina los factores correspondientes a los desarrollos de los siguientes productos notables.

a. a^2-36

b. $4a^2-16b^2$

c. $a^2-8a+16$

d. $x^2+12x+20$

e. $p^2-18p+81$

6. Desarrolla y reduce a la mínima expresión.

a. $(a+b)^2 + (a+b)(a-b)$

b. $(x+5)(x+7) - (x+9)^2$

c. $(n^3-4)^2 + (n^3+3)(n^3+7)$

7. Analiza la siguiente situación y luego responde.

En una escuela, cuatro grupos, A, B, C y D, recolectaron 81 L de aceite para reciclar. El grupo A juntó 21,5 L, el grupo B, $21\frac{9}{10}$ L y el grupo C, $18\frac{7}{10}$ L.

a. ¿Cuántos litros recolectó el grupo D?

b. ¿Qué grupo juntó más aceite?

c. ¿Cuántos litros reunieron entre el grupo A y el C?

d. ¿Cuántos litros más recolectó el grupo que más litros juntó con respecto al que menos recolectó?

8. Crea un problema que involucre un crecimiento exponencial y resuélvelo explicando paso a paso su resolución.

9. Analiza la siguiente situación, y luego responde.

Las figuras muestran un cuadrado en el que el área de la zona pintada corresponde a $\frac{1}{4}$ del área pintada del cuadrado anterior.

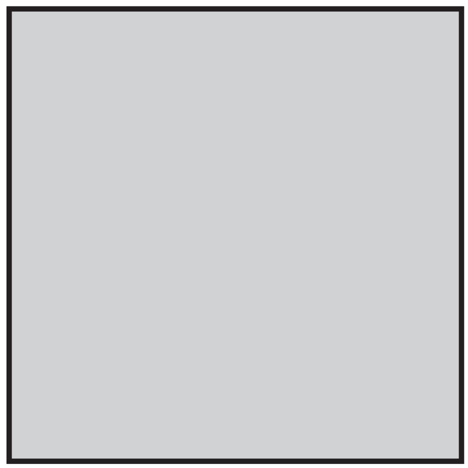


Figura inicial

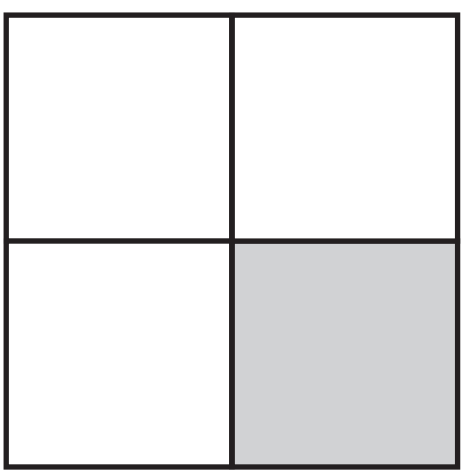


Figura 1

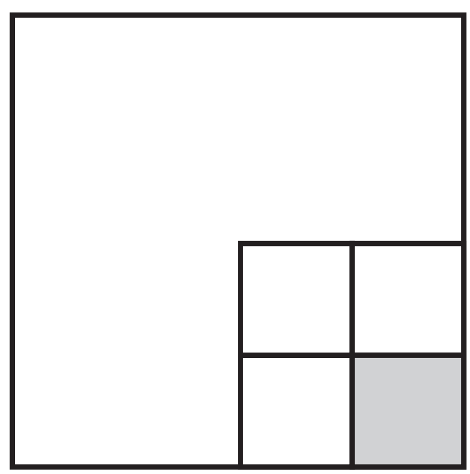


Figura 2

a. Si el área de la Figura inicial es de $100cm^2$, ¿cuál es el área de la Figura 5?

b. ¿Qué fracción del área de la Figura inicial tendrá la Figura N?

10. Resuelve los siguientes problemas. Considera $\approx 3{,}14$.

a. Una copa con forma cónica tiene un radio de 7 cm y una altura de 12 cm. ¿Cuántos litros se pueden verter en la copa? Ten presente que 1 cm^3 equivale a 0,001 L.

b. Una manga pastelera de forma cónica tiene un radio de 9 cm y una altura de 25 cm. ¿Cuántos centímetros cúbicos de crema son necesarios para llenarla completamente?

c. La torre de un edificio tiene una estructura cónica en la cima cuya altura es de 4 m, el radio de su base es de 3 m y el del círculo donde se apoya, de 2 m.

- ¿Cuánta superficie de la base de la estructura cónica queda sin apoyarse?

- ¿Cuál es la superficie lateral de la estructura cónica?

Cuaderno de Actividades

Páginas 1266 a 1278

Cierre

- Con respecto a tu desempeño en la unidad, ¿cuáles fueron tus fortalezas? ¿Qué crees que debes mejorar?

- ¿Intercambiaste opiniones sobre los contenidos con tus compañeros? ¿Por qué?

UNIDAD 2
NUESTRO ENTORNO

Ascensor del Cerro Artilleria, Valparaíso. Región de Valparaíso.

Valparaíso es una ciudad portuaria de la Quinta Región conocida por sus coloridos cerros, donde se pueden observar casas de variados estilos arquitectónicos. Además, su entorno se caracteriza por los funiculares, las calles y escaleras, el arte callejero, los miradores, entre otros atractivos.

- ¿Qué características puedes apreciar en el paisaje de las imagenes de las paginas 295 y 297?

- ¿Cómo puedes calcular que tan empinada es la calle del cerro? ¿Con qué concepto de funciones lo relacionarías?

- ¿Cómo describirías el paisaje del entorno de tu colegio?

¿Qué sabes?

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones.

a. $x + 3 = 8$

b. $-8 + 11a = 15$

c. $0{,}5x - 2{,}4 = 1{,}6$

d. $3 - \frac{1}{4}k = \frac{2}{5}$

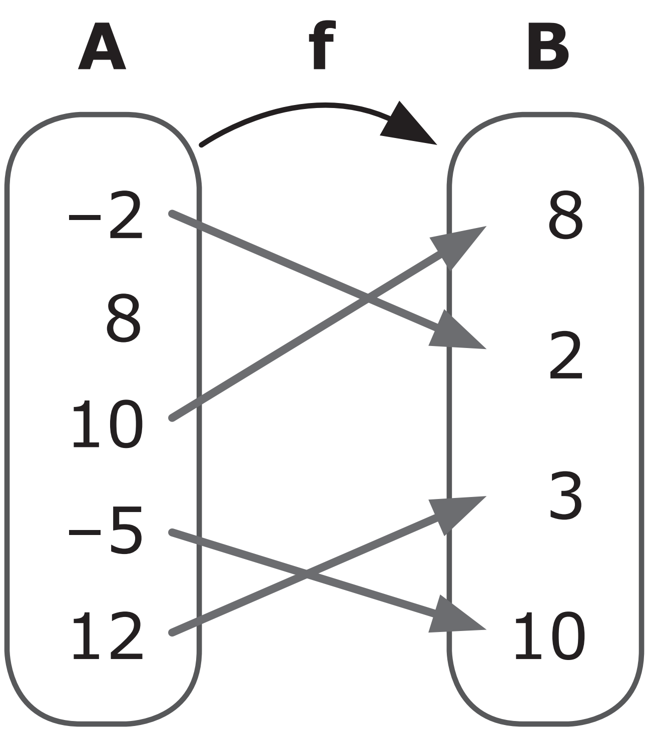
2. Resuelve los siguientes problemas.

a. En un triángulo equilátero, cada uno de sus lados mide 0,5x cm. Si su perímetro es de 9 cm, ¿cuál es el valor de x?

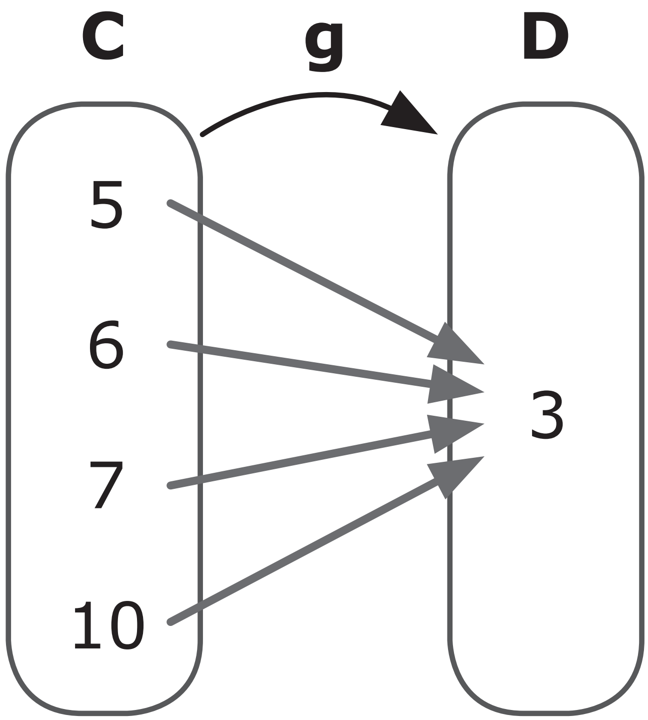
b. La edad de Inés, en años, es la quinta parte de la de su abuelo, y la suma de sus edades es de 84 años. ¿Qué edad tiene cada uno?

3. Identifica si los siguientes diagramas representan una función.

a.



b.



4. Determina f(x) a partir de los valores de x y la función dada en cada caso.

a. f: Q → Q, tal que f(x) = 3x

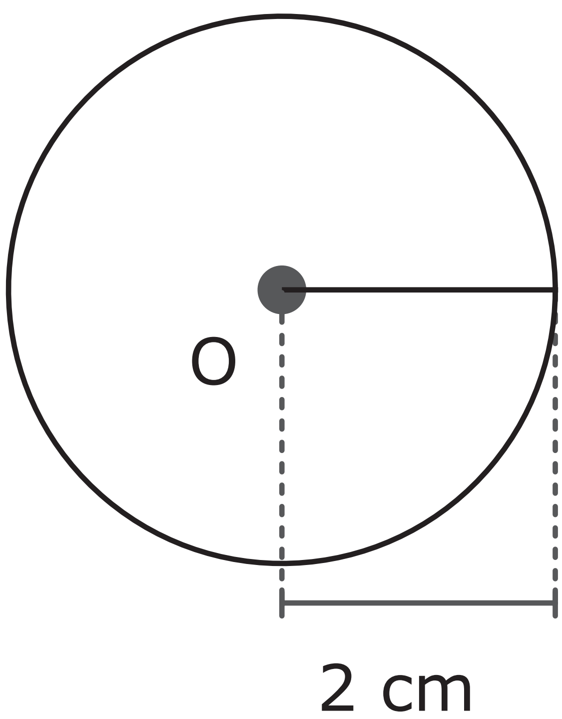
x ▶	0	–4	3,2

b. $g : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$, tal que $g(x) = 0{,}1 - 0{,}2x$

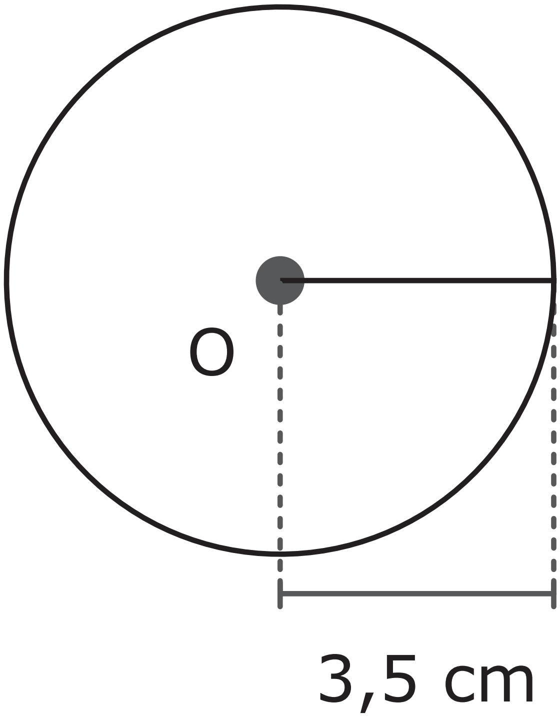
x ▶	0	−1	2,5

5. Calcula el área y el perímetro de cada círculo.

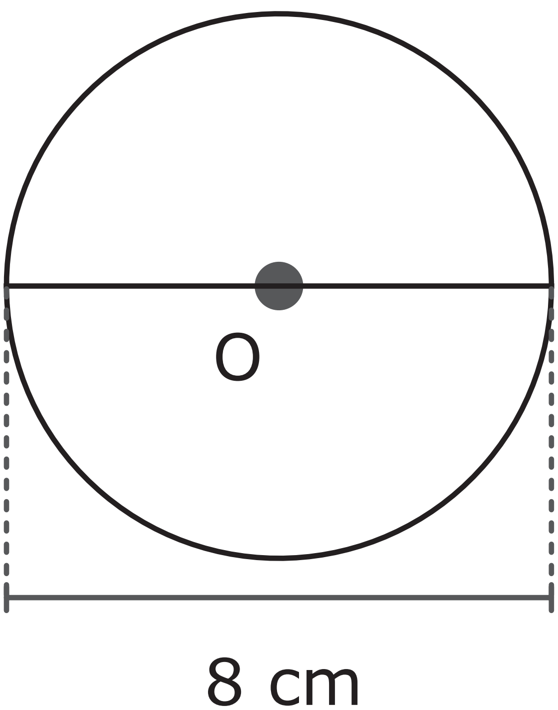
a.



b.



c.



6. Resuelve los siguientes problemas.

a. Si el diámetro de la base de una torta con forma circular es de 20 cm, ¿cuánto papel se necesita para cubrir completamente la base?

b. Si el perímetro de un círculo es 24π cm, ¿cuál es su área?

Lección 5

Sistema de Ecuaciones Lineales

¿Cómo utilizamos las ecuaciones para resolver situaciones de la vida cotidiana?

Analiza la siguiente información, y luego responde.

El Parque Nacional Queulat se ubica en la Región de Aysén. Los atractivos más importantes de este parque son sus glaciares y ríos. Para ingresar, se debe cancelar una tarifa de entrada (adolescentes $2.000

y adultos $4.000); sin embargo, CONAF puede eximir del pago a ciertos grupos (menores de 12 años y mayores de 60 años) o instituciones.

1. Paula compra 5 entradas para adolescentes y no recuerda cuantas de adulto compro. Si pagó $22.000 en total, ¿cuántas entradas de adulto compro?

2. Si otra persona compra 9 entradas y paga en total $30.000, ¿cuántas de cada tipo adquirió?

Explica como lo calculaste.

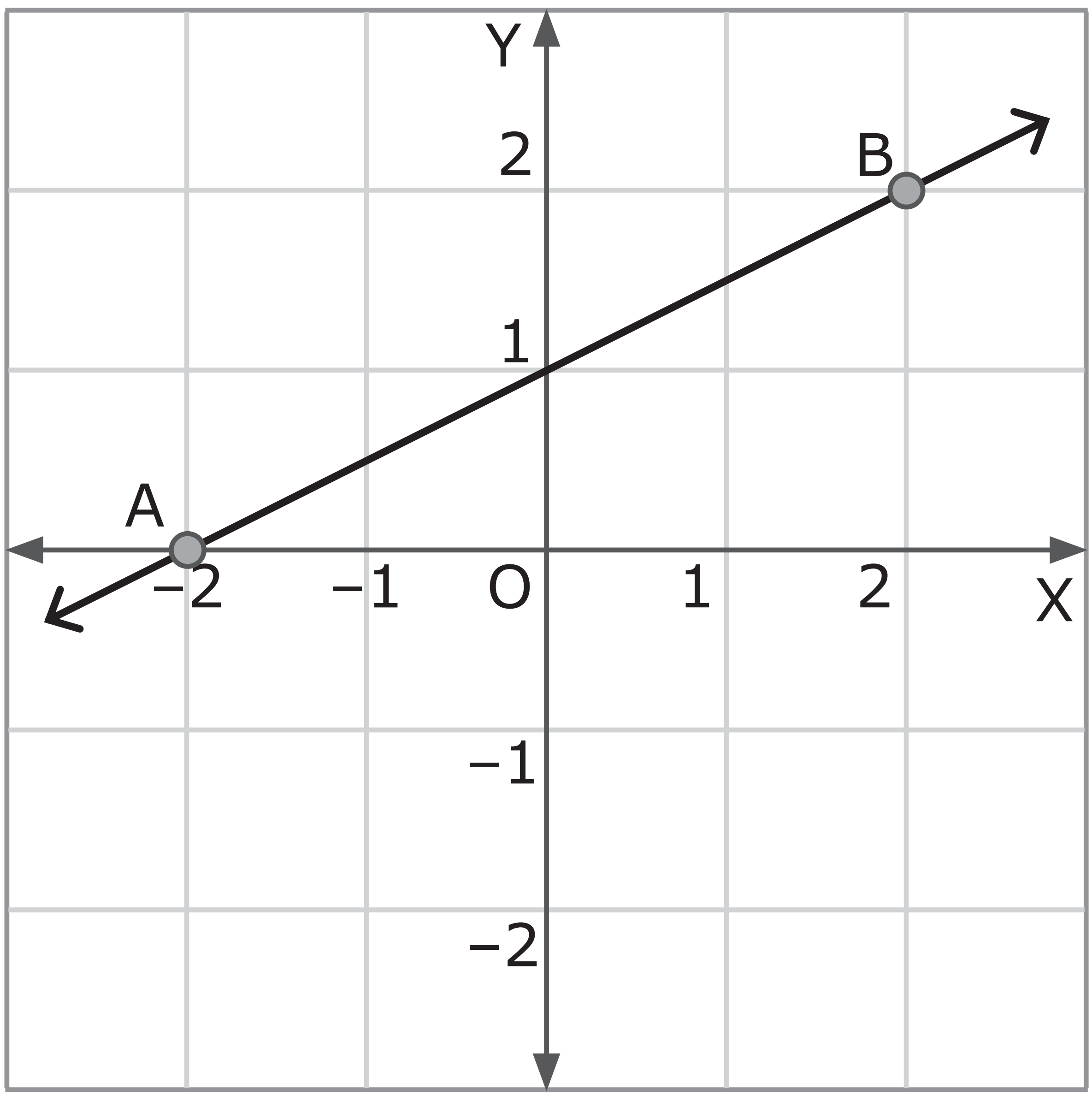
Reflexiona

- ¿Qué procedimiento debes realizar para resolver una ecuación? Explica.

- ¿Crees que expresar y escuchar ideas de forma respetuosa te ayudará en tu aprendizaje?, ¿por qué?

ECUACIÓN LINEAL CON DOS INCÓGNITAS

En el plano cartesiano se graficó una recta que pasa por los puntos A(–2, 0) y B(2, 2).



- Escribe las coordenadas de 3 puntos que pertenezcan a la gráfica de la recta. Explica cómo los identificaste.

- ¿Cuál es la ecuación de la recta escrita de la forma $ax + by = c$?

  ¿Cómo la determinaste?

- Verifica que las coordenadas de los puntos que escribiste anteriormente son soluciones de la ecuación. ¿Cuántas soluciones crees que tiene la ecuación? Comenta con tu curso.

Recurso Web

Para reforzar, puedes identificar coordenadas en el plano cartesiano en el siguiente sitio: https://n9.cl/o22m

El punto P(3,1) es solución de $2x + 3y - 9 = 0$, dado que al reemplazar en la ecuación se tiene $2 \bullet 3 + 3 \bullet 1 - 9 = 0$

Ejemplo 1

¿Cómo se representa la ecuación $6x + 5y = 10$ de la forma $y = mx + n$?

► Resta 6x en ambos lados de la igualdad.

$$6x - 6x + 5y = 10 - 6x$$

$$5y = 10 - 6x$$

► Multiplica todos los términos de la ecuación por $\frac{1}{5}$

$$\frac{5}{5}y = \frac{10}{5} - \frac{6}{5}x$$

► Simplifica y escribe la ecuación de la forma $y = mx + n$.

$$y = -\frac{6}{5}x + 2$$

La ecuación es $y = -\frac{6}{5}x + 2$

Una ecuación lineal con dos incógnitas corresponde a una expresión de la forma $ax + by = c$, donde a, b y c son números racionales ($a \neq 0$ y $b \neq 0$). Estas ecuaciones se pueden escribir como:

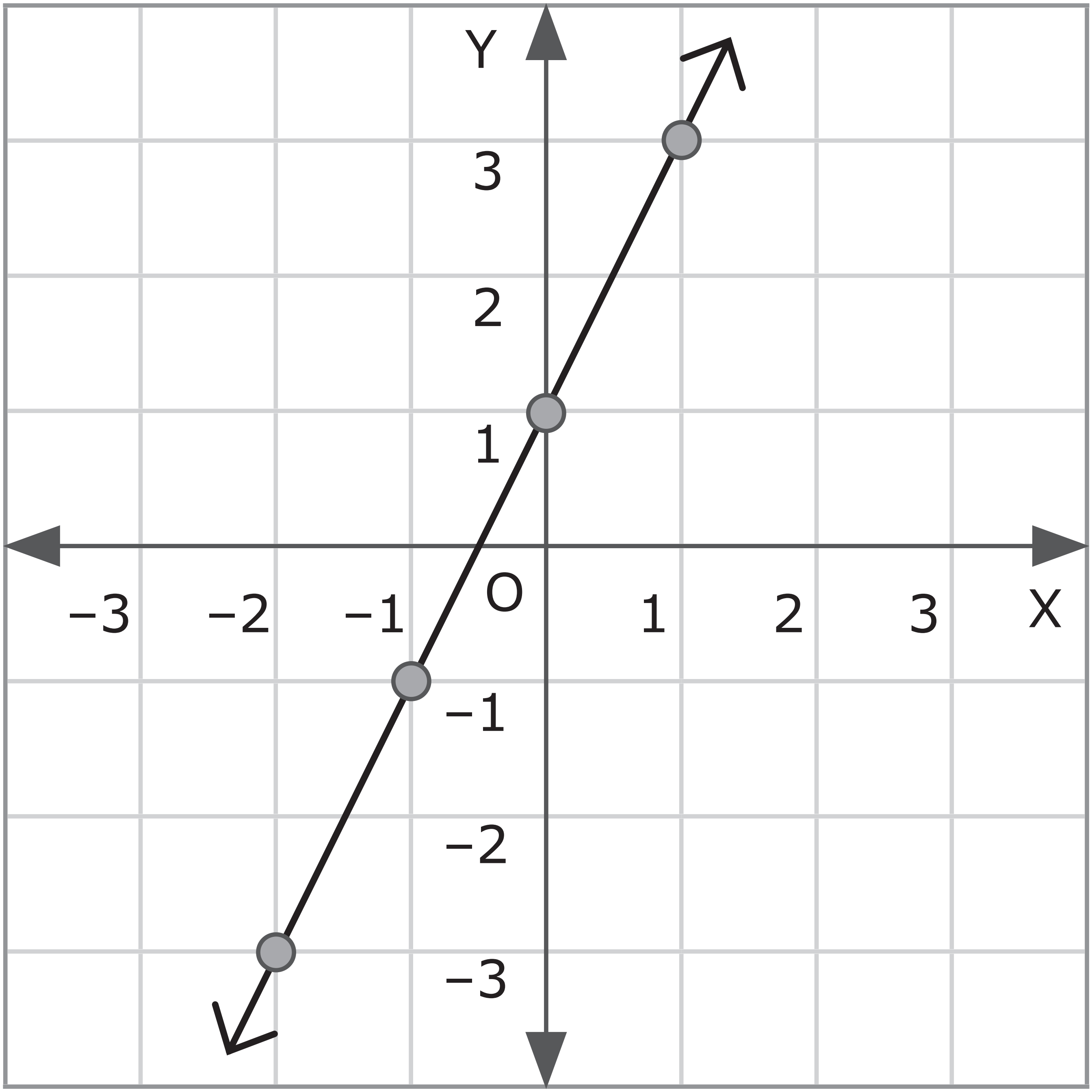
$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{d}$$

Ejemplo 2

Representa gráficamente la ecuación $-2x + y = 1$.

Escribimos la ecuación como $y = 2x + 1$ y determinamos algunas soluciones que la satisfacen. Luego, ubicamos los pares ordenados (x, y) en el plano cartesiano.

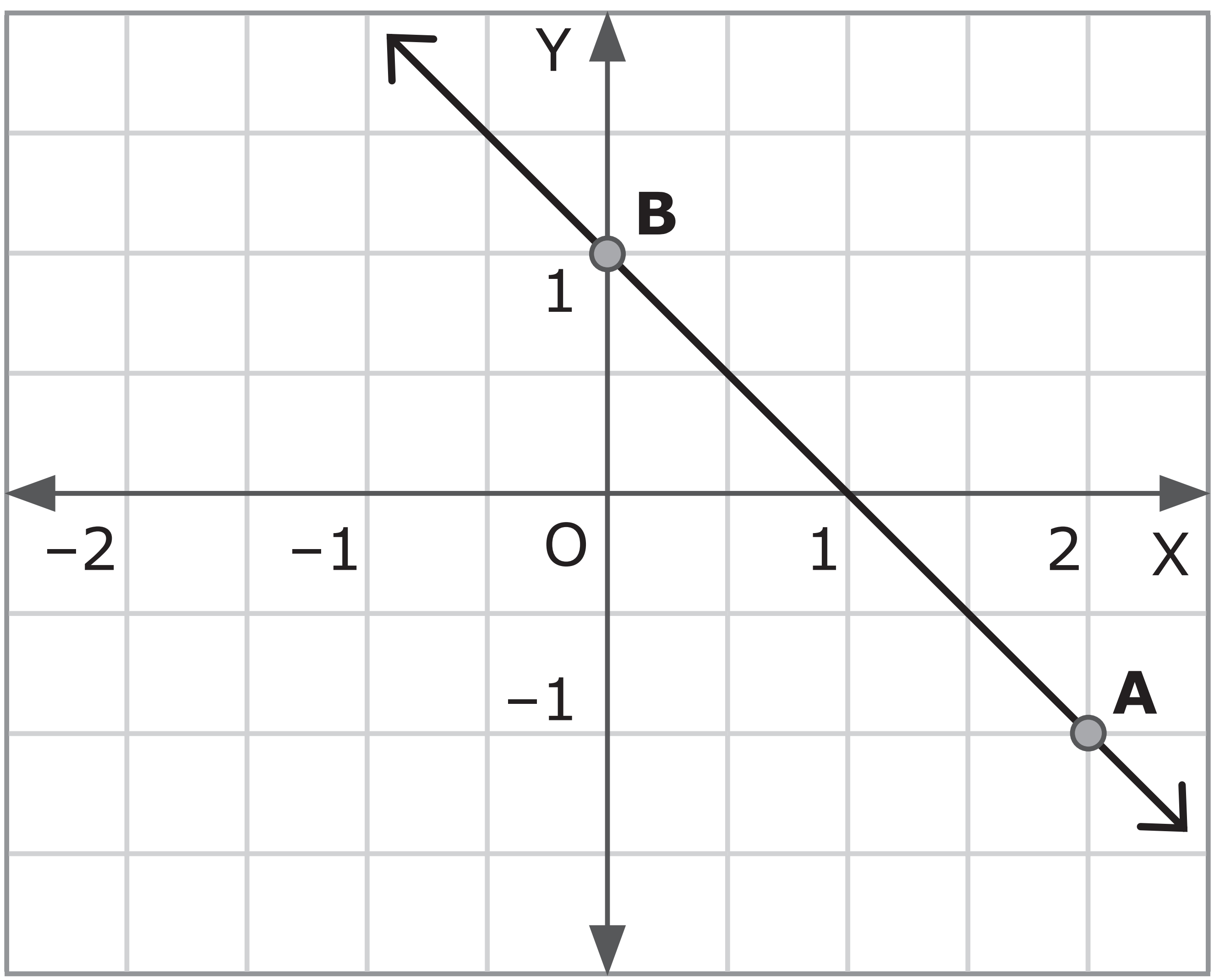
x	**$y = 2x + 1$**	**(x, y)**
-2	$y = 2 \bullet -2 + 1 = -3$	$(-2, -3)$
-1	$y = 2 \bullet -1 + 1 = -1$	$(-1, -1)$
0	$y = 2 \bullet 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$y = 2 \bullet 1 + 1 = 3$	$(1, 3)$


Y
X
O
−3
−2
−1
1
2
3
3
2
1
−1
−2
−3

Ejemplo 3

Una recta pasa por los puntos A(2, −1) y B(0, 1). ¿Cuál es la ecuación que corresponde a la recta?

Grafica la recta en el plano cartesiano.



Como el punto (0, 1) pertenece a la gráfica, se tiene que:

$$y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{d} \rightarrow y = -\frac{a}{b}x + 1$$

Además, la recta pasa por el punto (2, –1), por lo que al reemplazar en la ecuación se obtiene:

$$-1 = -\frac{a}{b} \bullet 2 + 1$$

$$-2 = -\frac{a}{b} \bullet 2$$

$$-1 = -\frac{a}{b}$$

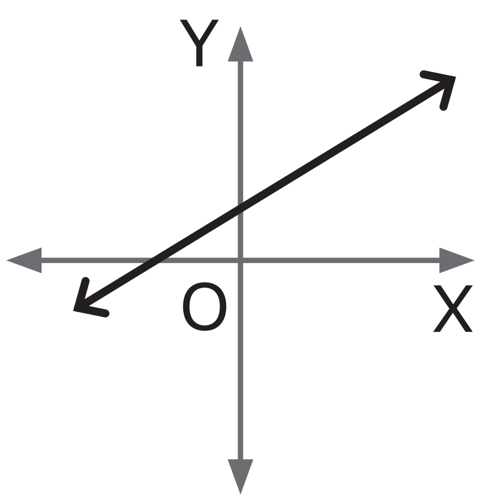
Entonces, como el coeficiente de posición de la recta es 1 y su pendiente es -1, la ecuación es: $y = -x + 1$, o bien $x + y = 1$.

- Una ecuación de la forma $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{d}$, con $a \neq 0$, $b \neq 0$, tiene **infinitas soluciones**.

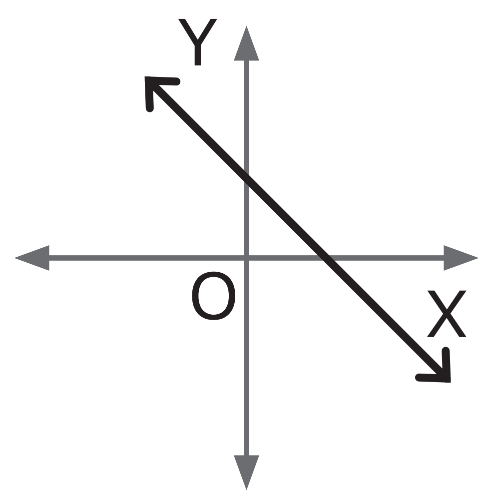
- Su representación en el plano cartesiano corresponde a una recta donde $-\frac{a}{b}$ es la **pendiente** y $\frac{c}{d}$ el **coeficiente de posición**.

- La ecuación de la forma general $ax + by + c = 0$, se puede expresar de la forma principal $y = mx + n$, donde m es la pendiente y n es el coeficiente de posición. Gráficamente, la pendiente m se asocia con la inclinación de la recta respecto del eje X.

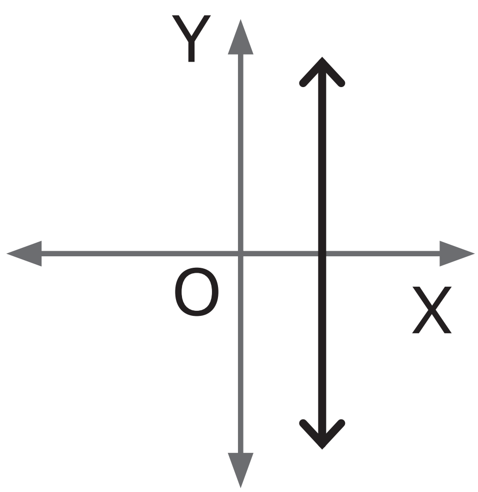
$m > 0$



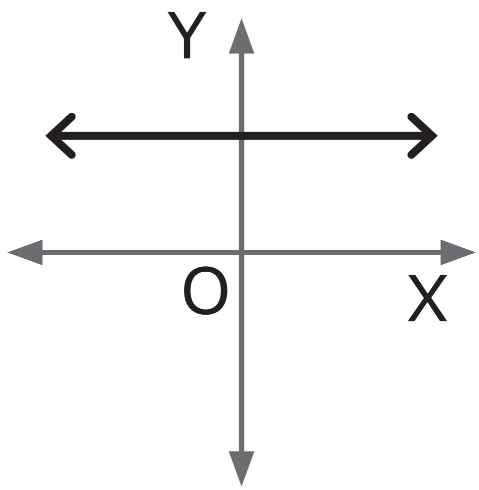
$m < 0$



No definida



m = 0



- Es posible representarla utilizando una función afín (f: A → B), tal que $f(x) = -\dfrac{a}{b}x + \dfrac{c}{d}$.

Actividades en tu cuaderno

1. Representa cada ecuación en la forma $y = mx + n$.

a. $3x - 2y + 4 = 0$

b. $-2x + 5y - 7 = 0$

c. $-x - 0{,}4y + 1 = 0$

d. $-x - y - 5 = 0$

2. Representa cada ecuación lineal con dos incógnitas en la forma $y = mx + n$.

a. $3x + y = 5$

b. $-2x - y = 7$

c. $-4x - 2y = \frac{1}{6}$

d. $2x + 0{,}5y = 1{,}2$

3. Determina 3 pares ordenados (x, y) que cumplan cada ecuación propuesta.

a. $x + y = 7$

b. $4x + y = 16$

c. $x - 6y = 18$

d. $x + 7y = 25$

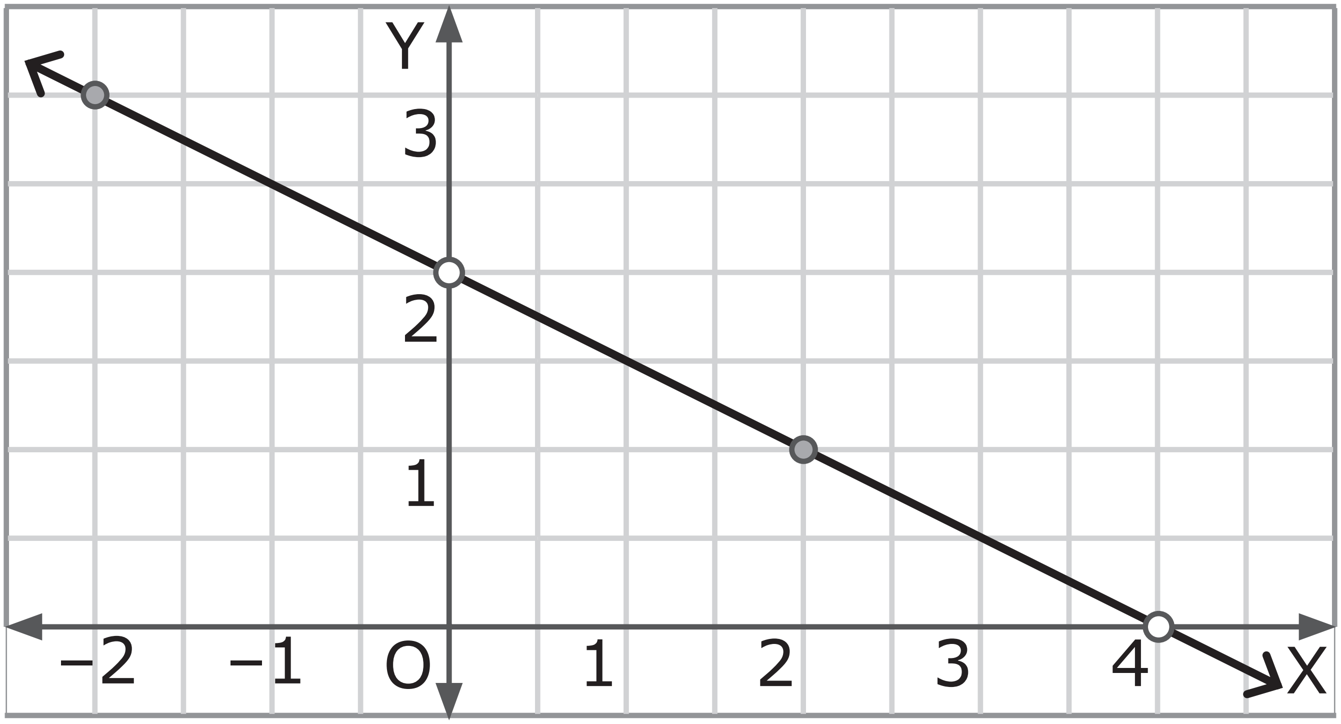
e. $5x - y = 11$

f. $1{,}4x + y = 3{,}5$

g. $\frac{2}{5}x + y = 4$

h. $x - \frac{1}{8}y = 9$

4. Analiza el siguiente gráfico, y luego responde.



a. ¿En qué puntos la recta corta o interseca a los ejes X e Y?

b. ¿Cuál es la ecuación de la recta que se asocia a esta recta?

c. Determina 6 pares ordenados que pertenezcan a la recta.

d. ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación?

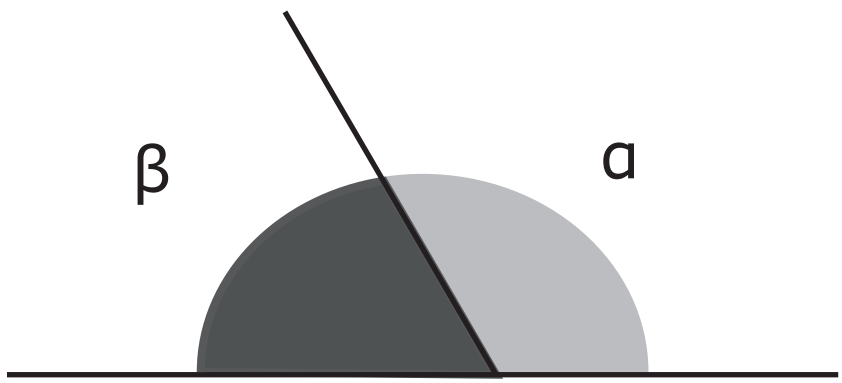
5. Plantea la ecuación que modela cada situación y luego determina 3 posibles soluciones.

a. Un número más el doble de otro suman 8. ¿Cuáles son los números?

b. Dos ángulos son suplementarios. ¿Cuánto mide cada ángulo?

c. Un número excede a otro en 15 unidades. ¿Cuáles son los números?

$$\alpha + \beta = 180°$$



Ángulos suplementarios

6. Resuelve el siguiente problema utilizando alguna de las **estrategias propuestas** a continuación del problema planteado.

En cada plato de una balanza equilibrada hay 2 cajas de igual masa (x) y 3 bolsas de igual masa (y). Si en cada plato de la balanza hay 6 kg, ¿cuáles pueden ser las masas de la caja y de la bolsa?

1- Usar material concreto.

2- Representar las masas de manera pictórica en una balanza.

3- Plantear de manera simbólica la ecuación.

Cuaderno de Actividades

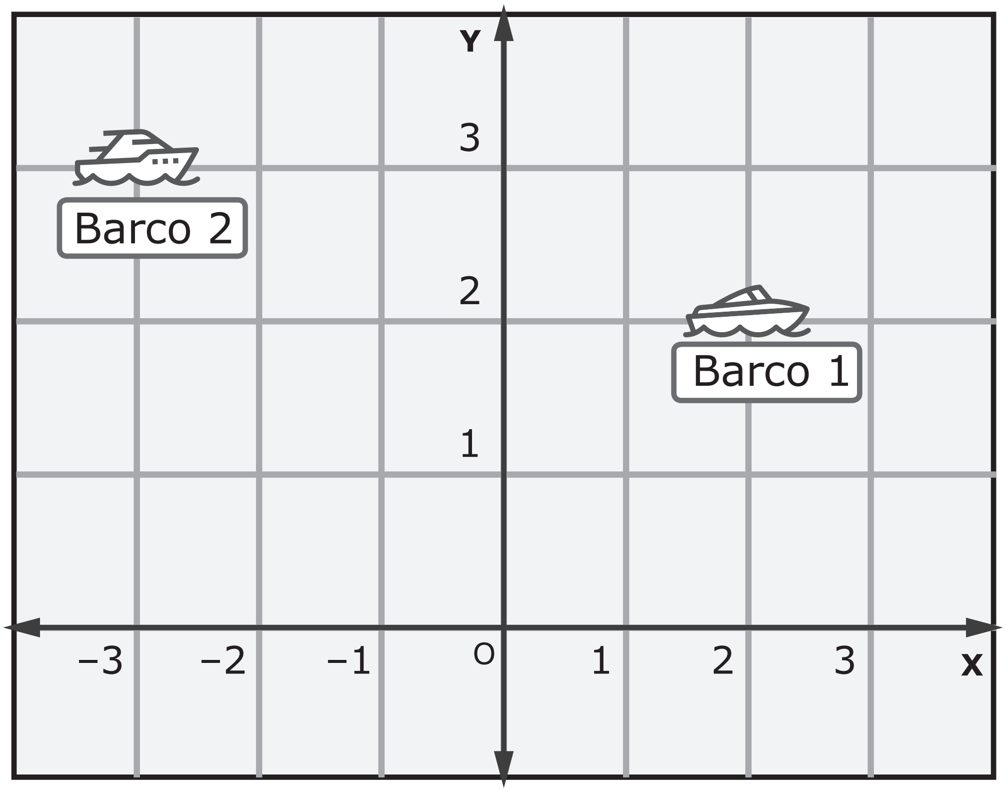
Páginas 1279 a 1289

Cierre

- Explica cómo representar una ecuación lineal con dos incógnitas en el plano cartesiano. ¿Para qué te sirve graficar la recta?

- ¿Abordaste de manera flexible y creativa la resolución de los problemas? Comenta tu respuesta con un compañero(a).

SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES CON DOS INCÓGNITAS



Un dron sobrevuela la costa y registra dos barcos que se aproximan en línea recta. El sistema de observación ha establecido que sus trayectorias están determinadas por las siguientes ecuaciones:

Barco 1: $4x - 3y = 2$

Barco 2: $5x + 2y = -9$

Las coordenadas x e y se refieren a la posición relativa respecto a un punto de referencia en el mar.

Con el fin de prevenir un choque, se necesita conocer el punto en común de las trayectorias.

- ¿Qué puntos del plano pertenecen a la trayectoria del barco 1?

  ¿Y a la trayectoria del barco 2? Identifica tres puntos en cada caso.

- ¿Cómo determinarías el punto en común de las trayectorias?

  Comenta con tu curso.

Recurso Web

Al ingresar al link http://es.battleship-game.org/ puedes realizar un juego online de combate naval.

Ejemplo

¿Cuál es la solución del sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 3 \\ x - y = -1 \end{array}\right| \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array}$$

Despejamos y en cada una de las ecuaciones:

1 $y = 3 - x$

2 $y = x + 1$

Damos distintos valores a x, obteniendo los correspondientes de y.

1

x	y
0	3
1	2
-1	4

2

x	y
0	1
1	2
-1	o

Luego la solución del sistema es el par ordenado (1, 2) que satisface ambas ecuaciones.

¿El sistema de ecuaciones tiene más soluciones?, ¿cómo lo sabes?

Un **sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas** tiene la forma:

$$\begin{array}{l|} ax + by = c \\ dx + ey = f \\ \hline \end{array}$$

Donde a, b, c, d, e y f son números racionales, y x e y son las incógnitas.

La **solución del sistema** es la solución común en ambas ecuaciones y corresponde al punto de corte de las rectas asociadas a las ecuaciones.

Para resolver un sistema de ecuaciones, puedes utilizar diferentes métodos. A continuación, se presentan los métodos gráficos, por igualación, por sustitución y por reducción.

MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES

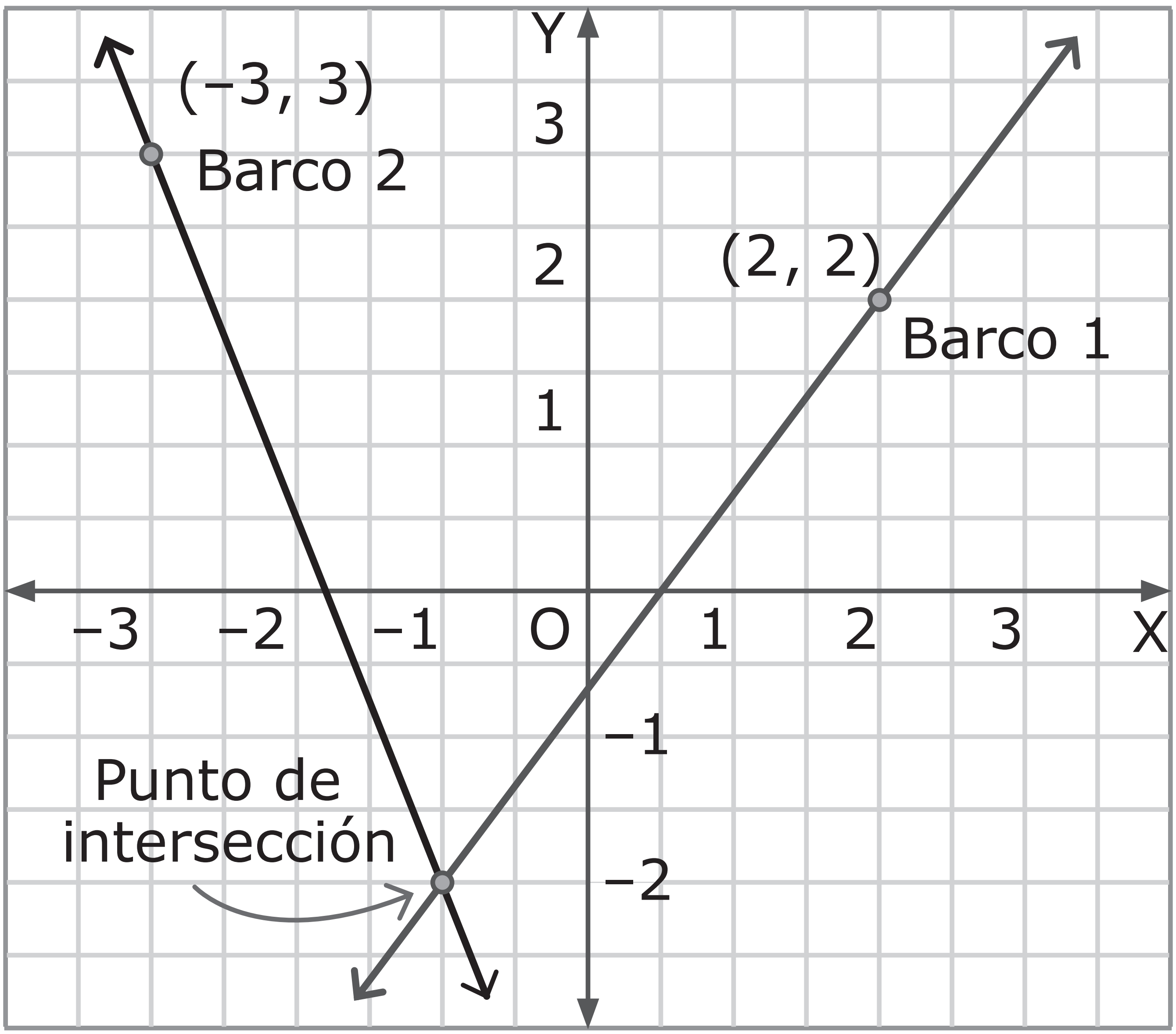
► Método gráfico

Para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones lineales, se representan en el plano cartesiano las rectas correspondientes a cada ecuación identificando el punto de intersección, en caso de que exista, como la solución del sistema de ecuaciones.

Ejemplo 1

Resuelve el problema inicial de la **página 327**.

Al representar las rectas correspondientes a las trayectorias de los barcos en el plano cartesiano, se observa que se intersecan en el punto (–1,–2).



Luego, la solución del sistema es $x = -1$ e $y = -2$, por lo que el sistema es compatible.

Para comprobar, se reemplazan estos valores en el sistema de ecuaciones.

$$\left.\begin{array}{l} 4x + 3y = 2 \\ 5x + 2y = -9 \end{array}\right|$$

$$4x - 3y = 2$$

$$5 \bullet -1 + 2 \bullet -2 = -5 - 4 = -9$$

$$5x + 2y = -9$$

$$4 \bullet -1 - 3 \bullet -2 = -4 + 6 = 2$$

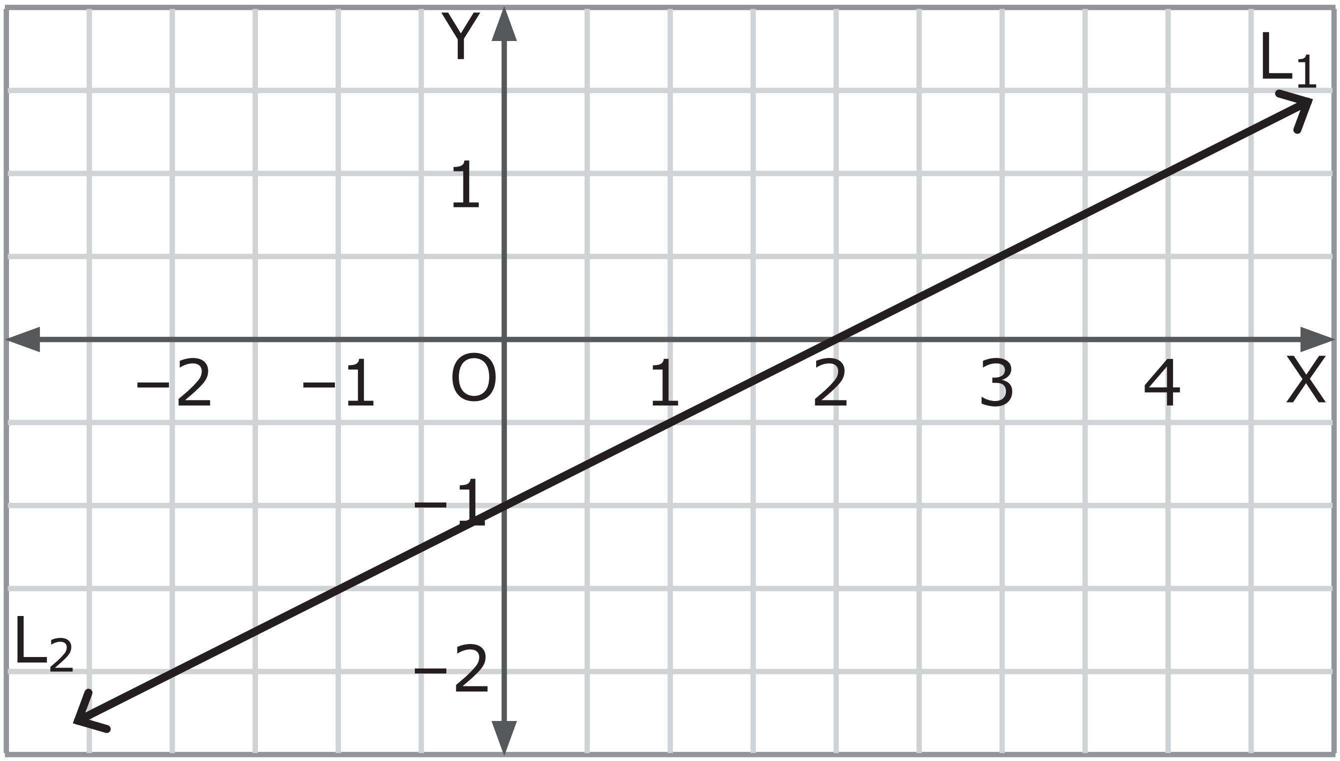
Como las igualdades se cumplen, el punto en común de las trayectorias es $(-1, -2)$.

Si las rectas son **secantes**, entonces el sistema tiene una **única solución**, la cual corresponde al **punto de intersección** de las rectas. En este caso se dice que el sistema es **compatible**.

Ejemplo 2

Resuelve el sistema

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 6y = 6 \\ -x + 2y = -2 \end{array}\right|$$



Al representar las rectas en el plano cartesiano, se obtienen dos rectas coincidentes, por lo que el sistema tiene infinitas soluciones.

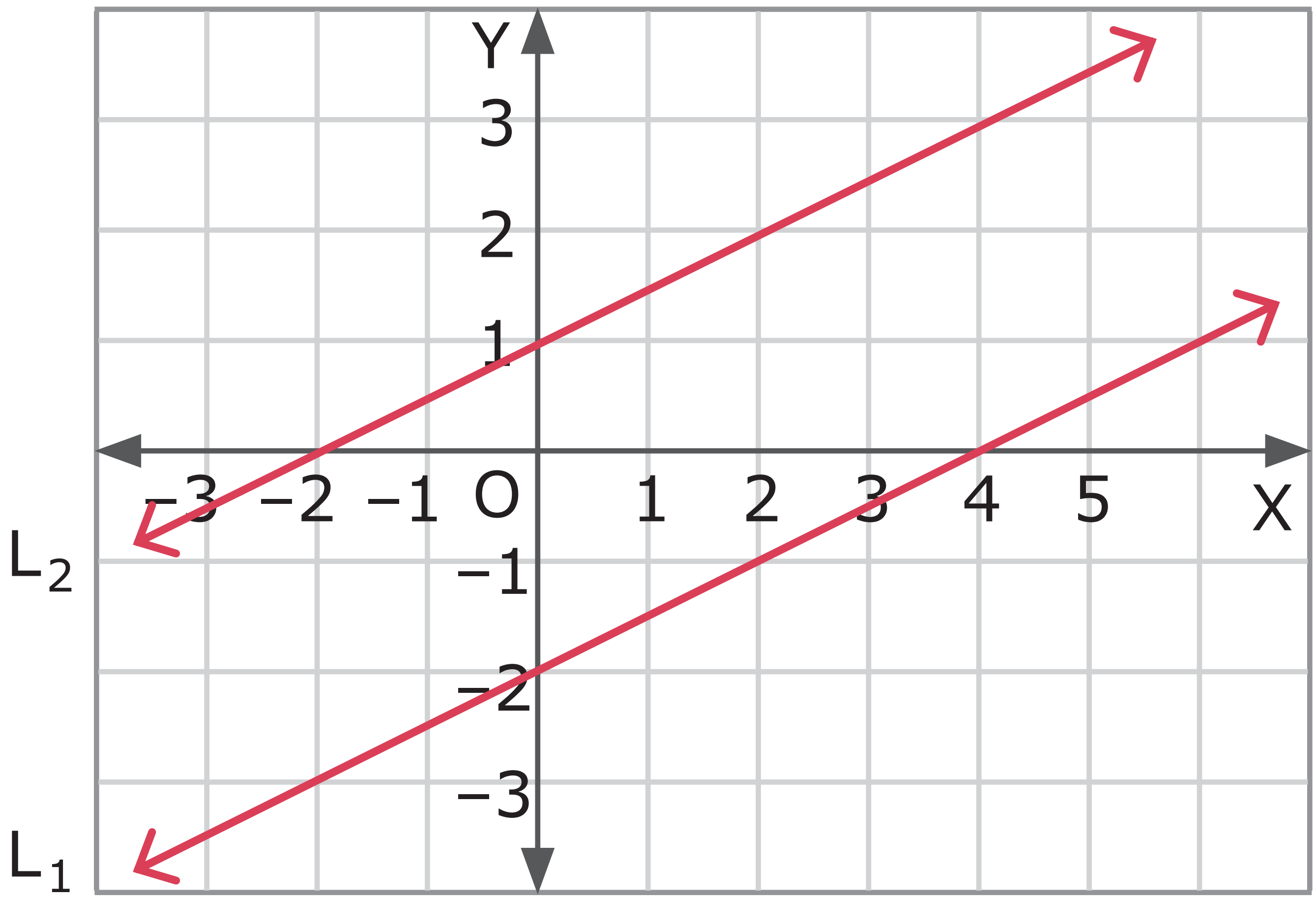
Si las rectas son **coincidentes**, entonces el sistema tiene **infinitas soluciones**. En este caso se dice que el sistema es **compatible indeterminado**.

Ejemplo 3

Resuelve el sistema

$$\left.\begin{array}{l} -x + 2y = -4 \\ -x + 2y = 2 \end{array}\right|$$

Al representar las rectas en el plano cartesiano, se obtienen dos rectas paralelas, por lo que el sistema no tiene solución.



Si las rectas son **paralelas**, entonces **el sistema no tiene solución**. En este caso se dice que el sistema es **incompatible**.

Ejemplo 4

¿Cuál es el valor de k para que el sistema

$$\left.\begin{array}{l} kx + 2y = 5 \\ 6x + 4y = 10 \end{array}\right|$$

tenga infinitas soluciones?

Para que el sistema tenga infinitas soluciones, las rectas correspondientes a las ecuaciones deben ser coincidentes, es decir:

$$\frac{k}{6} = \frac{2}{4} = \frac{5}{10} \rightarrow \frac{k}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow k=3$$

Luego, como k = 3, el sistema es

$$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 5 \\ 6x + 4y = 10 \end{array}\right|$$

- Si se quiere que el sistema anterior sea compatible, ¿cuál debería ser el valor de k?

- ¿Por qué crees que esta es la generalización del tipo soluciones de un sistema de ecuaciones?

En general, para analizar la existencia de la solución de un sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{array}\right|$$

con a, b, c, d, e, f $\in$ Q, se puede considerar lo siguiente:

- Si $\frac{a}{d} \neq \frac{b}{e}$, el sistema tiene una única solución.

- Si $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$, el sistema tiene infinitas soluciones.

- Si $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} \neq \frac{c}{f}$, el sistema no tiene solución.

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones.

a. $\left.\begin{array}{l} x + 2y = 1 \\ x + y = 2 \end{array}\right\rfloor$

b. $\left.\begin{array}{l} 5x + 2y = 2 \\ 10x + 4y = 2 \end{array}\right\rfloor$

c. $\left.\begin{array}{l} -x + 5y = 10 \\ 4x - 2y = -4 \end{array}\right\rfloor$

► Método de Igualación

Ejemplo

Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de igualación.

$$\left.\begin{array}{l} 2x - 3y = 3 \\ x + 5y = 8 \end{array}\right|$$

Para resolver el sistema empleando este método, puedes considerar los siguientes pasos:

1º "Despeja" la misma incógnita en las dos ecuaciones. En este caso se despejará x.

$$2x - 3y = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y$$

$$x + 5y = 8 \rightarrow x = 8 - 5y$$

2º Iguala las expresiones obtenidas y resuelve la ecuación.

$$\frac{3}{2} + \frac{3}{2}y = -5y$$

$$\frac{3}{2}y + 5y = 8 - \frac{3}{2} \quad / \bullet 2$$

$$3y + 10y = 16 - 3$$

$$13y = 13$$

$$y = 1$$

3º Reemplaza el valor de la incógnita obtenida en una de las ecuaciones del sistema y resuelve.

$$x + 5y = 8$$

$$x + 5 \bullet 1 = 8 \rightarrow \text{ Se reemplaza } y = 1$$

$$x = 3$$

4º Verifica y escribe la solución.

Se reemplaza $x = 3$, $y = 1$ en cada ecuación del sistema, es decir:

$$2x - 3y = 3$$

$$2 \bullet 3 - 3 \bullet 1 = 6 - 3 = 3$$

$x + 5y = 8$

$3 + 5 \bullet 1 = 3 + 5 = 8$

Finalmente, la solución del sistema es $x = 3$, $y = 1$.

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de igualación.

a. $\begin{array}{l} 5x - 4y = -2 \\ -2x + 2y = 5 \end{array}$

b. $\begin{array}{l} 7x + 4y = 1 \\ x + 2y = 5 \end{array}$

c. $\left.\begin{array}{l} 3x = 4y + 1 \\ x = 5 - y \end{array}\right|$

d. $\left.\begin{array}{l} -3x - 4y = -17 \\ -x + y = -1 \end{array}\right|$

2. Resuelve los siguientes problemas.

a. La diferencia de dos números es 85 y uno de ellos es 20 unidades mayor que el doble del otro.

¿Cuáles son los números?

b. Dafne tiene 14 monedas en su alcancía. En ella solo hay monedas de $50 y de $100. Si en total suman $1.100, ¿cuántas monedas de $50 y de $100 hay?

► Método de sustitución

Ejemplo

Las edades de Marco (x) y Valeria (y) suman 77 años. Si en dos años más la edad de Marco será el doble de la de Valeria, ¿cuál es la edad de cada uno? Resuelve utilizando el método de sustitución.

Plantea el sistema que modela la situación del problema.

$$\begin{array}{l|} x + y = 77 \\ x + 2 = 2(y+2) \\ \hline \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 77 \\ x + 2 = 2y + 4 \end{array}\right|$$

▼

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 77 \\ x - 2y = 2 \end{array}\right|$$

Para resolver el sistema utilizando el método de sustitución puedes considerar los siguientes pasos:

1º "Despeja" una de las incógnitas (x o y) en cualquiera de las ecuaciones del sistema.

Se despeja x en la ecuación $x + y = 77$, de donde se tiene que $x = 77 - y$.

2º Reemplaza la expresión obtenida en la otra ecuación del sistema y resuelve.

$$x - 2y = 2$$

► Se reemplaza $x = 77 - y$

$$(77 - y) - 2y = 2$$

$$77 - 3y = 2$$

$$-3y = -75$$

$$y = 25$$

3º Reemplaza la solución de la ecuación en una de las ecuaciones del sistema y resuelve para la incógnita restante.

$$x + y = 77$$

► Se reemplaza $y = 25$.

$$x + 25 = 7$$

$$x = 52$$

4º Verifica y escribe la solución.

Se reemplaza $x = 52$, $y = 25$ en cada ecuación del sistema, es decir:

$x + y = 77 \quad \rightarrow \quad 52 + 25 = 77$

$x - 2y = 2$

$52 - 2 \bullet 25 = 52 - 50 = 2$

Luego, la solución del sistema es $x = 52$, $y = 25$, por lo que la edad de Marco es 52 años y la de Valeria 25 años.

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de sustitución.

a. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + 2y = 2 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x - 6y = -46 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 4x + 2y = 14 \\ -x + y = 1 \end{cases}$

2. Resuelve los siguientes problemas.

a. Andrea (x) y Fabián (y) tienen ahorrados $250.000 entre los dos. Si Andrea ha guardado $70.000 más que Fabián, ¿cuánto ha ahorrado cada uno?

b. En un cine, 2 niños y 2 adultos pagan $10.000, y un niño y 4 adultos pagan $17.000. ¿Cuál es el precio de la entrada de adulto y la de niño?

► Método de reducción

Ejemplo

Resuelve el siguiente sistema utilizando el método de reducción.

$$\begin{array}{r|}4a - 3b = -1\\ 3a + 4b = 2\\ \hline\end{array}$$

Para resolver el sistema empleando este método, puedes considerar los siguientes pasos:

1º Multiplica una o ambas ecuaciones del sistema por ciertos números, de modo tal que resulte que los coeficientes numéricos de una de las incógnitas en ambas ecuaciones sean inversos aditivos.

En este caso, se puede multiplicar la primera ecuación por -3 y la segunda por 4.

$$\left.\begin{array}{l} 4a - 3b = -1 \\ 3a + 4b = 2 \end{array}\right| \begin{array}{l} / \bullet -3 \\ / \bullet 4 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} -12a + 9b = 3 \\ 12a + 16b = 8 \end{array}\right|$$

2º Suma ambas ecuaciones, de manera que quede una ecuación con solo una incógnita y resuelve.

$$-12a + 12a + 9b + 16b = 3 + 8$$

$$25b = 11$$

$$b = \frac{11}{25}$$

3º Reemplaza la solución obtenida en una de las ecuaciones del sistema y resuelve.

$$3a + 4b = 2$$

$$3a + 4 \bullet \frac{11}{25} = 2$$

$$3a = \frac{6}{25}$$

$$a = \frac{2}{25}$$

4º Verifica y escribe la solución.

Se reemplaza $a = \frac{2}{25}$, $b = \frac{11}{25}$ en cada ecuación del sistema, es decir:

4a – 3b = –1

$$4 \bullet \frac{2}{25} - 3 \bullet \frac{11}{25} = \frac{8}{25} - \frac{33}{25} =$$

$$-\frac{25}{25} = -1$$

3a + 4b = 2

$$3 \bullet \frac{2}{25} + 4 \bullet \frac{11}{25} = \frac{6}{25} + \frac{44}{25} =$$

$$\frac{50}{25} = 2$$

La solución del sistema es $a = \frac{2}{25}$, $b = \frac{11}{25}$

Actividades en tu cuaderno.

1. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método de reducción.

a. $\left. \begin{array}{l} 4x + 2y = 14 \\ 3x - y = 3 \end{array} \right|$

b. $\left. \begin{array}{l} x + 2y = -8 \\ 2x + y = 5 \end{array} \right|$

c. $\left. \begin{array}{l} 2x - y = 13 \\ x + y = -1 \end{array} \right|$

2. Actividad de profundización. Propón un sistema de ecuaciones que tenga como única solución el punto.

a. $(5, 4)$ **b.** $(3, 2)$

c. $(0, 1)$ **d.** $(-1, -2)$

3. Actividad de profundización. Determina los valores de A y B para que el par ordenado sea solución del sistema de ecuaciones lineales.

a. $(-2, -1)$

$$\begin{array}{l} Ax + By = -8 \\ 3Ax - 5By = 8 \end{array}$$

b. $(3, 1)$

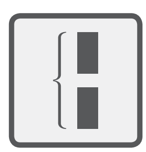
$$\begin{array}{l} 3Ax + 2By = 7 \\ 2Ax + 5By = 11 \end{array}$$

Recurso Web

Para resolver un sistema de ecuaciones también puedes utilizar algún software educativo o página web.

A continuación, verás cómo resolver el siguiente sistema empleando el programa Mathway.

$$\begin{aligned} 4x + y &= \frac{7}{2} \\ 3x - 2y &= 6 \end{aligned}$$

Ingresa a https://www.mathway.com/es/Algebra y haz clic en  .

Escribe las ecuaciones del sistema: $4x - y = 7/2$; $3x - 2y = 6$, luego presiona y elige la opción de **Resolver por adición / eliminación**.

Puedes hacer clic en para ver la resolución gráfica.

> Considera que para escribir números decimales debes utilizar punto (.). Por ejemplo, para 2,1 tienes que escribir 2.1.

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones y luego comprueba utilizando un software como el explicado anteriormente.

1. $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y = -5 \\ -5x + 12y = 7 \end{array}\right|$

2. $\left.\begin{array}{r} \frac{1}{4}x - y = -8 \\ x + \frac{2}{3}y = 16 \end{array}\right|$

3. $\left.\begin{array}{r} -2{,}1x + 0{,}4y = -0{,}1 \\ 2x + 1{,}3y = 20 \end{array}\right|$

Actividades en tu cuaderno.

1. Verifica si los valores de x e y son solución de cada sistema de ecuaciones.

a. $x = 12 \quad y = 2$

$\left.\begin{array}{r} x + y = 14 \\ x - y = 10 \end{array}\right|$

b. $x = -3 \quad y = 7$

$\left.\begin{array}{r} -3x + y = 5 \\ x - 5y = 8 \end{array}\right|$

c. $x = 0{,}5 \quad y = 0{,}5$

$$\left.\begin{array}{l} 3x - 5y = -1 \\ x + 3y = 2 \end{array}\right|$$

2. Resuelve de manera gráfica cada sistema de ecuaciones. Luego, clasifícalo en compatible, compatible indeterminado o incompatible.

a. $$\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 4 \\ -3x + y = -7 \end{array}\right|$$

b. $$\left.\begin{array}{l} x + y = 7 \\ -x - y = 9 \end{array}\right|$$

c. $$\left.\begin{array}{r} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{array}\right|$$

3. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que estimes conveniente.

a. $\begin{cases} 7x - 11y = 10 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$

b. $\begin{cases} a - 9b = -4 \\ a + 5b = 3 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x - 7y = 15 \\ 3x + 6y = 2 \end{cases}$

4. Analiza cada sistema de ecuaciones y determina la restricción sobre k para que sea compatible.

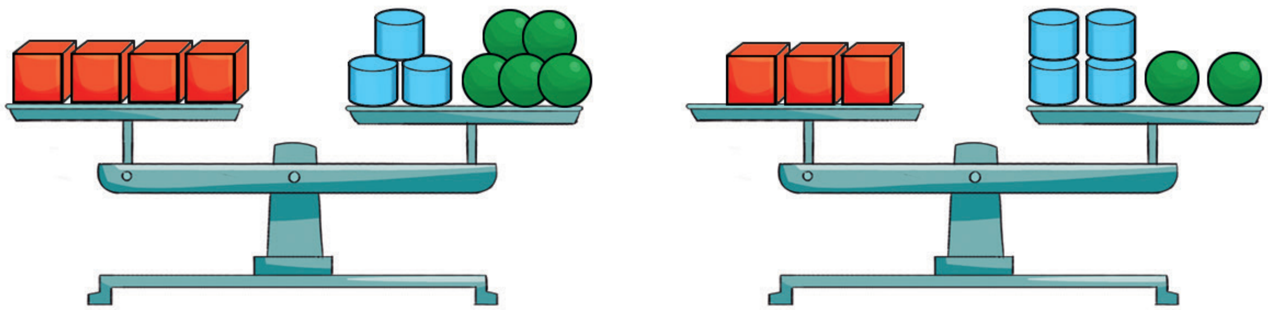
a. $\left.\begin{array}{r} kx + 4y = 1 \\ x + 2y = 0 \end{array}\right|$

b. $\left.\begin{array}{r} 2x + ky = 1 \\ 3x + 5y = 2 \end{array}\right|$

c. $\left.\begin{array}{r} 4x + 2y = -7 \\ 3x + ky = 12 \end{array}\right|$

d. $\left.\begin{array}{r} x + 2y = 14 \\ kx + y = -7 \end{array}\right|$

5. Resuelve junto con un compañero(a) el siguiente problema utilizando un sistema de ecuaciones. Sobre las balanzas hay cubos de igual masa, cilindros de igual masa y esferas de igual masa.



Si se sabe que la masa de cada esfera es igual a 1 kg, ¿cuál es la masa de los otros cuerpos geométricos?

Recurso Web

Para representar ecuaciones lineales con dos incógnitas en una balanza, puedes emplear el siguiente recurso: https://n9.cl/kker

6. **Actividad de profundización.** Reúnete con un compañero(a) y propongan un sistema de ecuaciones en cada caso si una de las ecuaciones del sistema es $3y = 2x - 6$. Justifiquen sus respuestas.

a. Sistema compatible indeterminado.

b. Sistema incompatible.

Cuaderno de Actividades

Páginas 1290 a 1338

Cierre

- De los métodos de resolución presentados, ¿prefieres alguno?, ¿por qué?

- ¿Probaste nuevas estrategias para resolver los problemas? Comenta con un compañero(a).

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► **Ecuación lineal con dos incógnitas**

- Ecuación de la forma $ax + by = c$, con a, b y $c \in Q$; $a \neq 0$ y $b \neq 0$.

- Tiene **infinitas soluciones**.

- Su representación en el plano cartesiano corresponde a una **recta**.

► Sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas

- Sistema de la siguiente forma, con a, b, c, d, e y f $\in$ Q; x e y son incógnitas.

$$\begin{array}{l|} ax + by = c \\ dx + ey = f \\ \hline \end{array}$$

- Puede tener **solución única, infinitas soluciones o no tener solución**.

- Métodos de resolución: **gráfico, igualación**, **sustitución** y **reducción**.

Responde:

¿Crees que son útiles las ecuaciones para resolver situaciones de la vida cotidiana? Comenta con tus compañeros.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 5

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Determina dos soluciones para cada ecuación.

a. $x - y = 10$

b. $2c - 3d = 8$

c. $1,6x + 2y = 1,8$

d. $a - \frac{1}{2}b = \frac{3}{5}$

2. Plantea una ecuación para cada situación y luego establece dos posibles soluciones.

a. El perímetro de un rectángulo es 34 m. ¿Cuánto miden los lados?

b. Un padre reparte entre sus dos hijos $56.000. ¿Cuánto le corresponde a cada uno?

3. Resuelve de manera gráfica cada sistema de ecuaciones. Luego, clasifícalo en compatible, compatible indeterminado o incompatible.

a. $\begin{cases} 4x - y = 9 \\ x - 3y = 16 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x + 8 = y + 2 \\ y - 4 = x + 2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 3x = 4y + 3 \\ 2x = 5y - 5 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 5x = 4 - 3y \\ 4y = -2 - 3x \end{cases}$

4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que estimes conveniente.

a. $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 15 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 4x + 5y = 20 \\ 5x - 4y = 20 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 5x - 3y = 9 \\ 15x + 9y = 33 \end{cases}$

d. $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2y + 1 = -2x \end{cases}$

5. Analiza el siguiente sistema de ecuaciones, y luego responde.

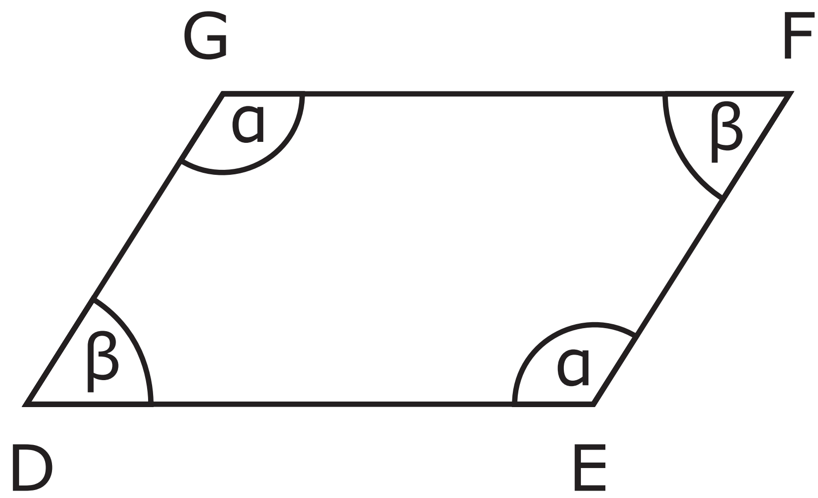
$$\left.\begin{array}{l} 11x + ky = 10 \\ 8x + 4y = 2 \end{array}\right|$$

a. ¿Qué valor debe tener k para que el sistema sea compatible?

b. ¿Cuál debe ser el valor de k para que el sistema no tenga solución?

6. Analiza la información, y luego resuelve.

La suma de los ángulos interiores del paralelogramo DEFG es 360° y la diferencia entre α y β es 64°. Considera que α > β.



a. Escribe el sistema de ecuaciones que relaciona los valores de α y β.

b. ¿Cuánto miden los ángulos α y β?

7. Resuelve los siguientes problemas.

a. La diferencia de dos números es 126 y uno de ellos es 14 unidades menor que el triple del otro. ¿Cuáles son los números?

b. Las edades de Francisco y Catalina suman 68 años. Francisco tiene 5 años más que el doble de la edad de Catalina. ¿Cuáles son sus edades?

c. Daniela y Leandro juntaron $135.000 para hacer una donación.

8. Evalúa si cada afirmación es verdadera o falsa. **Justifica** en cada caso.

a. Si al representar gráficamente un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas las rectas tienen al menos dos puntos en común, entonces el sistema es compatible.

b. Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas siempre tiene, por lo menos, una solución.

9. Economía. Analiza la siguiente situación y luego realiza lo pedido.

En una fábrica textil, las ecuaciones que rigen la demanda y la oferta para un cierto producto son $p = -20c + 18.000$ y $p = 40c + 6.000$, respectivamente. Considera que p representa el precio del producto y c la cantidad que se produce.

a. Construye un gráfico relacionado con el contexto que represente las ecuaciones de oferta y demanda.

b. ¿Cuál es el punto de equilibrio? ¿Cómo lo interpretas?

c. Plantea un sistema de ecuaciones que modele la situación y resuélvelo.

d. ¿Cuáles son los valores de p y c? ¿Cómo se relacionan con el punto de equilibrio?

El **punto de equilibrio** hace referencia al nivel de venta, en el que se encuentran cubiertos los costos fijo y variable, es decir, no gana dinero, pero tampoco pierde. Este punto es donde coinciden las rectas de las ecuaciones de oferta y demanda.

10. Analicen los siguientes sistemas de ecuaciones, donde los sistemas 1 y 2 tienen la misma solución en cada caso. Luego, calculen lo pedido.

a. Calcular (2a – b)

1. $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = -10 \\ 5x - 3y = -42 \end{array}\right|$ **2.** $\left.\begin{array}{l} ax - 3y = 48 \\ 2x - by = 40 \end{array}\right|$

b. Calcular $(a+b)^2$

1. $\left.\begin{array}{l} 4x + y = 11 \\ 5x + 4y = 22 \end{array}\right|$ **2.** $\left.\begin{array}{l} ax + 2y = -10 \\ x - by = 32 \end{array}\right|$

11. Actividad de profundización. Propón un sistema de ecuaciones de acuerdo con la solución dada en cada caso. Justifica tu respuesta.

a. Solución $(3, -2)$

b. Solución $(-4, 5)$

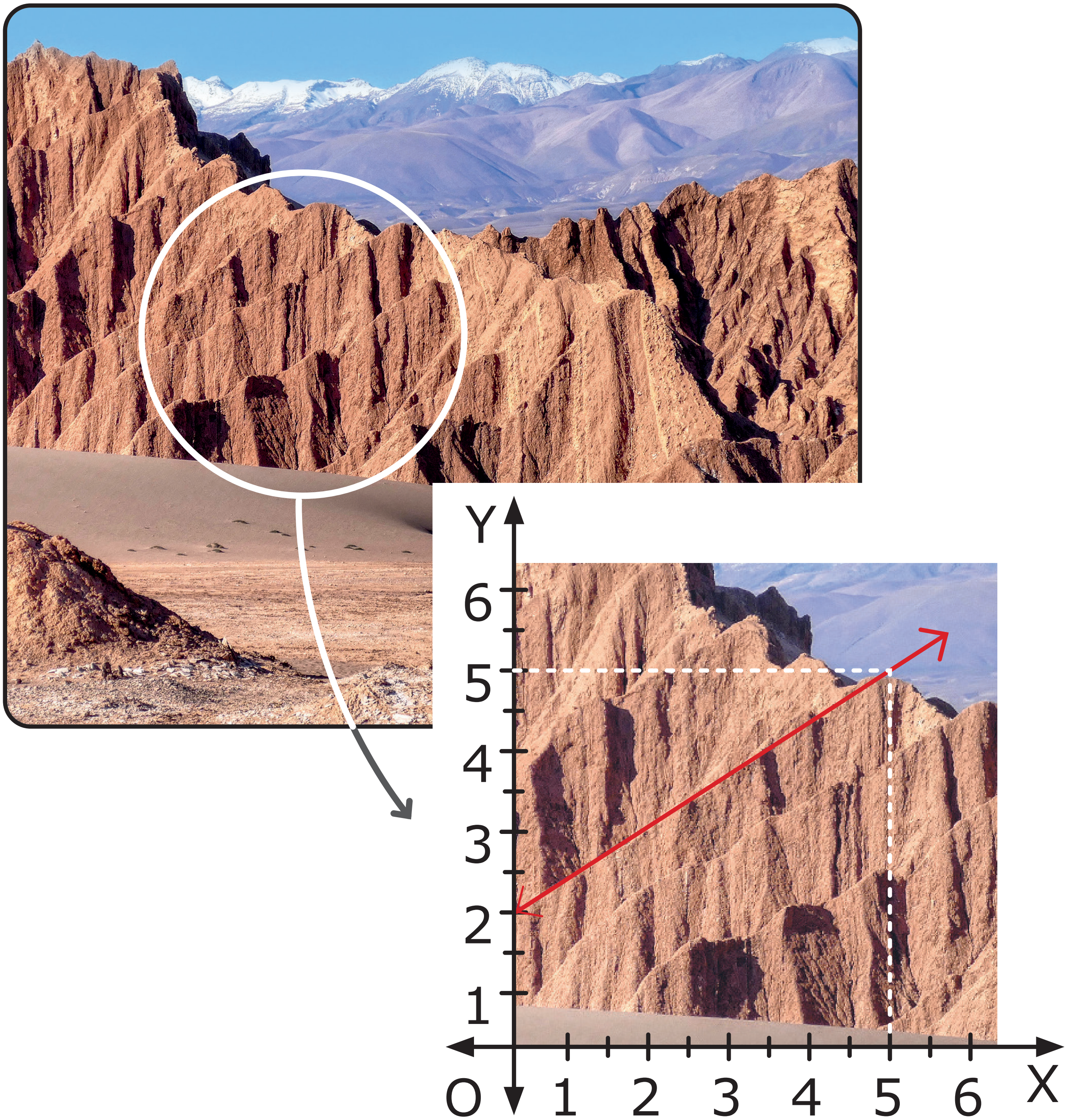
c. Solución $(0, 8)$

Cuaderno de Actividades

Páginas 1338 a 1345

Lección 6

Relaciones lineales en dos variables



¿Cómo aplicamos las relaciones lineales en el estudio de la tierra?

Analiza la siguiente información, y luego responde.

El desierto de Atacama se ubica en el norte de Chile y es el más árido del mundo. Es un desierto más bien rocoso y en él se pueden observar variadas formaciones geológicas.

1. ¿Cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta marcada en el plano que representa una línea de sedimento?

2. Determina la ecuación de la forma $ax + by = c$ de la recta.

3. Identifica otra línea de sedimento en el plano y establece la ecuación que la representa. ¿La recta es paralela a la marcada en el plano? Argumenta.

Reflexiona

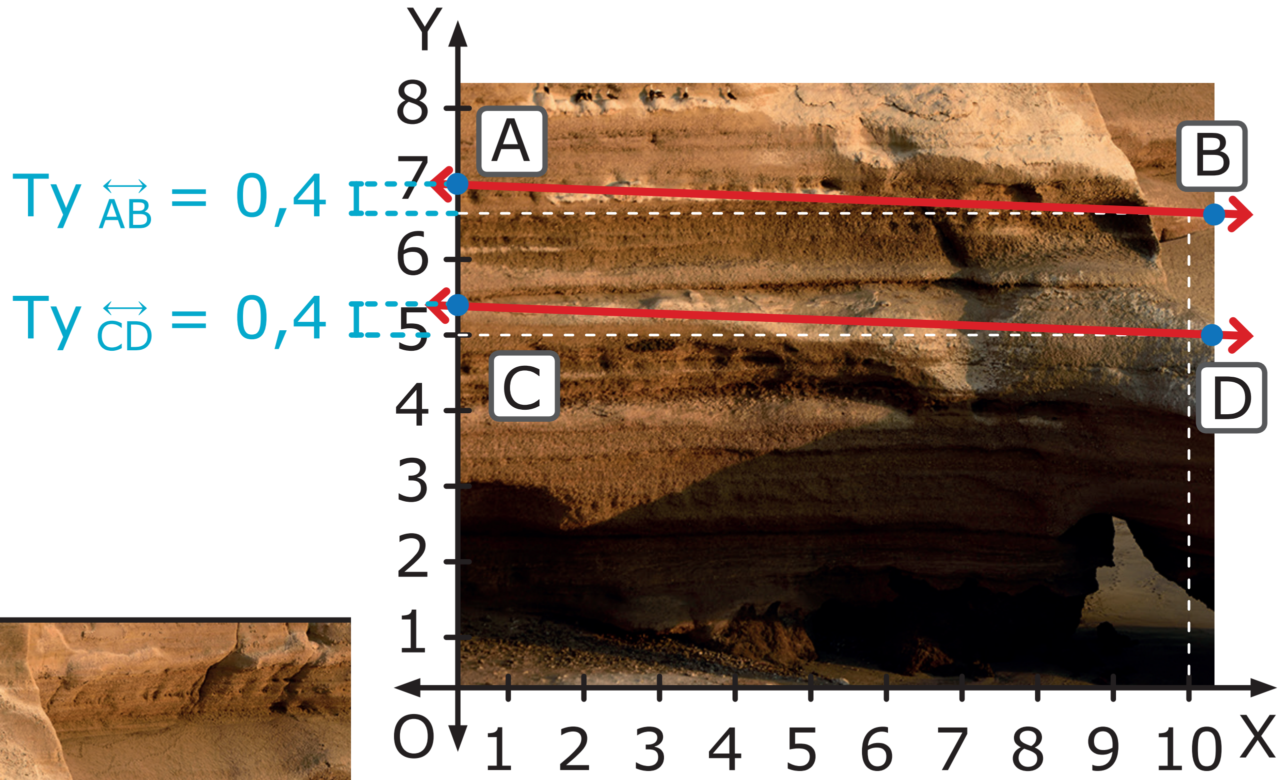
- ¿Qué conocimientos vistos en años anteriores crees que se pueden relacionar con lo que trabajarás en esta lección? Comenta con tus compañeros.

- ¿Qué dificultades tuviste para responder las preguntas anteriores? ¿Cómo podrías superarlas?

RELACIONES LINEALES DE LA FORMA $f(x, y) = ax + by$

En algunas partes del norte de Chile, la cordillera de la Costa cae en forma abrupta al mar, formando acantilados, lo que da origen al farellón costero.

En la imagen se muestra el farellón costero de Antofagasta, del que se ha considerado una parte y se ha representado en un plano cartesiano.



Costa rocosa y arenisca en La Portada de Antofagasta. Región de Antofagasta, Chile

En este gráfico se observa una línea horizontal ($\overline{AB}$) de izquierda a derecha cuya pendiente es 0,4 y otra línea horizontal ($\overline{CD}$) con igual pendiente.

► Determina la pendiente de cada recta. Para ello, calcula las siguientes expresiones:

$$m_{\overleftrightarrow{ab}} = \frac{\Delta y_{\overleftrightarrow{ab}}}{10} \qquad m_{\overleftrightarrow{cd}} = \frac{\Delta y_{\overleftrightarrow{cd}}}{10}$$

► ¿Cuál es la ecuación que representa a la recta $\overleftrightarrow{AB}$?

► Determina la ecuación de la recta $\overleftrightarrow{CD}$, y luego explica como la estableciste.

La pendiente de una recta $\overleftrightarrow{AB}$ corresponde a la razón entre la variación vertical ($\Delta y \overleftrightarrow{AB}$) y la variación horizontal ($\Delta x \overleftrightarrow{AB}$), es decir,

$$m\,\overleftrightarrow{ab} = \frac{\Delta y\,\overleftrightarrow{AB}}{\Delta x\,\overleftrightarrow{AB}}$$

Una **relación lineal de dos variables** en la que c = f(x, y), se puede relacionar con una **ecuación lineal de dos incógnitas** de la forma $ax + by = c$, con $a, b, c \in Q$. Esta expresión se puede representar con una recta en el plano cartesiano.

Por ejemplo, dada la relación lineal $f(x, y) = 3x + 2y$, si $f(x, y) = 4$, entonces la ecuación lineal que se relaciona con la expresión es $3x + 2y = 4$.

Ejemplo 1

Valoriza la expresión $f(x, y) = 3x - y$ para $x = 6$ e $y = -2$.

$$\begin{aligned} f(6, -2) &= 3 \bullet 6 - (-2) \\ &= 18 + 2 \\ &= 20 \end{aligned}$$

Luego, $f(6, -2) = 20$.

Dada una relación entre dos variables, se pueden registrar en una tabla distintos valores para x e y.

Ejemplo 2

Construye una tabla de valores para x e y considerando la relación $f(x, y) = 2x + y$.

Se eligen distintos valores para x e y, y se reemplazan en la expresión.

x	y	f(x, y) = 2x + y
-2	1	$f(-2, 1) = 2 \bullet (-2) + 1 = -3$
-1	-1	$f(-1,-1) = 2 \bullet (-1) + (-1) = -3$
0	3	$f(0, 3) = 2 \bullet 0 + 3 = 3$
3	-2	$f(3, -2) = 2 \bullet 3 + (-2) = 4$

Ejemplo 3

En la expresión $f(x, y) = 5x + 3y$, considerando que $f(x, y) = 9$, ¿cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta que representa dicha relación entre x e y?

De lo anterior, se tiene la siguiente igualdad:

$$5x + 3y = 9$$

$$3y = -5x + 9$$

$$y = -\frac{5}{3}x + 3$$

Luego, la pendiente de la recta es $-\frac{5}{3}$ y el coeficiente de posición es 3.

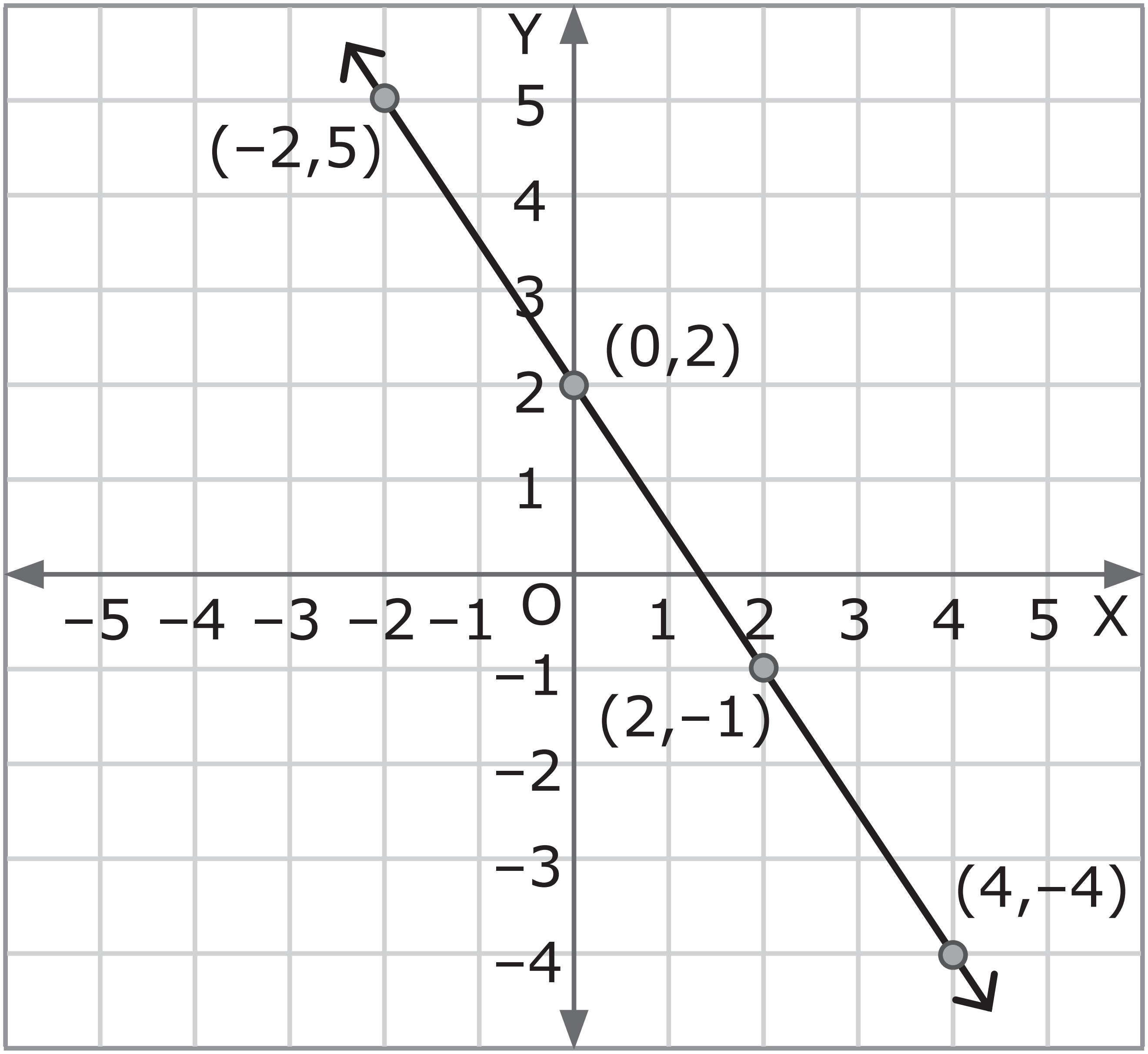
En una ecuación de la forma $ax + by = c$, con $a, b, c \in Q - \{0\}$, $-\dfrac{a}{b}$ corresponde a la **pendiente de la recta** y $\dfrac{c}{b}$ es el coeficiente de posición. Al conocer el valor del coeficiente de posición, se puede determinar el punto $(0, \dfrac{c}{b})$ en que la recta corta al eje Y.

Ejemplo 4

Representa la expresión $f(x,y) = 3x+2y$ como una ecuación lineal si $f(x,y) = 4$. Lego, grafícala en el plano cartesiano.

Como f(x, y) = 3x + 2y, y f(x, y) = 4, entonces la ecuación lineal que se relaciona con la expresión es 3x + 2y = 4. Además, 3x + 2y = 4 se puede escribir como $y = -\frac{3}{2}x + 2$ y posteriormente construir una tabla de valores para luego graficarla.

x	$\mathbf{y = -\frac{3}{2}x + 2}$	**(x, y)**
-2	$y = -\frac{3}{2} \bullet (-2) + 2 = 5$	(-2, 5)
0	$y = -\frac{3}{2} \bullet 0 + 2 = 2$	(0, 2)
2	$y = -\frac{3}{2} \bullet 2 + 2 = -1$	(2, -1)
4	$y = -\frac{3}{2} \bullet 4 + 2 = -4$	(4, -4)



¿Cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta del Ejemplo 4?

Ejemplo 5

Resuelve: En una pirámide de base rectangular se han realizado diferentes cortes de forma transversal y paralela a su base, todos separados a la misma distancia, como se muestra en la **Figura 1**.

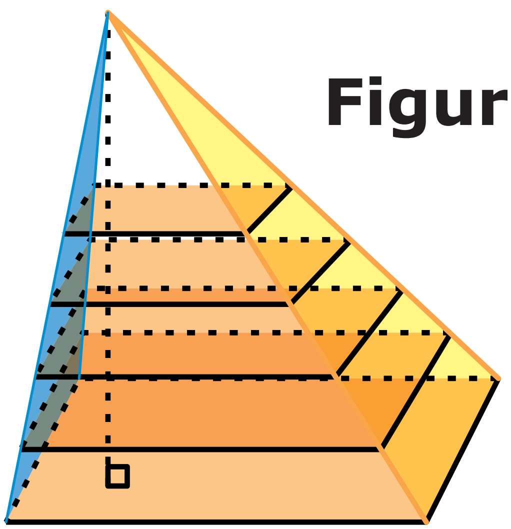


Figura 1

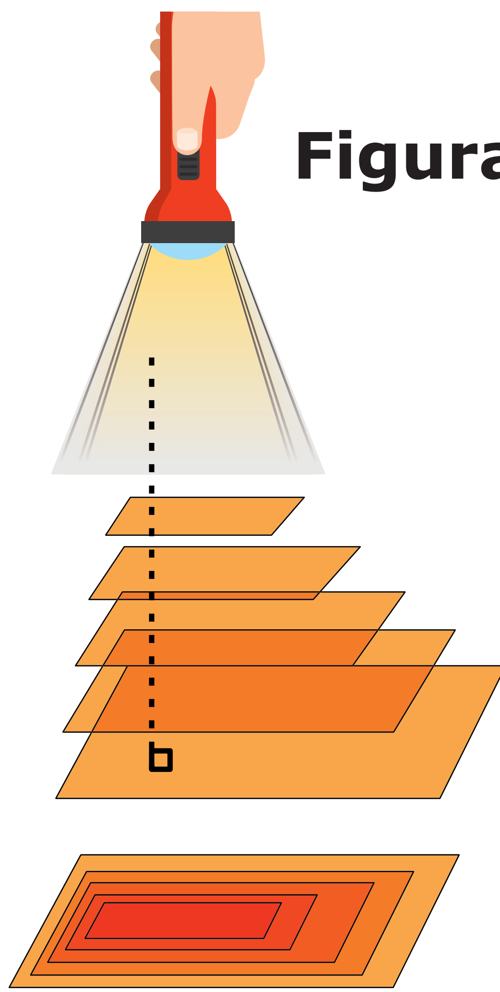


Figura 2

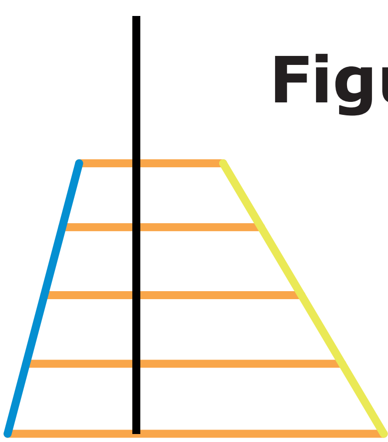


Figura 3

Un estudiante representa lo anterior utilizando micas transparentes de forma rectangular, y para ver como se aprecia la vista superior reflejada en un plano, la ilumina desde lo alto, como se muestra en la **Figura 2**. Finalmente, el estudiante utiliza otras 2 micas, de color azul y amarillo, las apoya en los costados y marca con un plumón los segmentos de línea (líneas de nivel) en los que se apoya, como se muestra en la **Figura 3**.

Una línea de nivel es aquella que representa en un plano o mapa los puntos que tienen la misma altura respecto de un plano de referencia.

- En la **Figura 2**, ¿que representa el rectángulo más oscuro reflejado en el plano?

  Respuesta: corresponde al rectángulo que está más cercano a la linterna, es decir, el que se encuentra en la parte superior.

- En las micas de color azul y amarillo de la **Figura 3**, ¿cómo se relacionan los segmentos de línea dibujados?

  Respuesta: los segmentos de líneas en la mica de color azul son todos paralelos y se encuentran cercanos uno del otro. De igual manera, los segmentos de líneas pintados en la mica de color amarillo son paralelos y la distancia que los separa es mayor que la que separa a los segmentos de líneas en la mica de color azul.

¿Qué puedes concluir de las pendientes relacionadas con las micas de color azul y amarillo? Comenta con tus compañeros.

Avtividades en tu cuaderno.

1. Valoriza las siguientes expresiones para x e y dados.

a. $f(x, y) = -x + 3y; x = 3, y = -1$

b. $f(x, y) = 2x + y;\ x = 3,\ y = 2$

c. $f(x, y) = -4x - y;\ x = -,\ y = 2$

d. $f(x, y) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}y,\ \ x\frac{2}{3} =,\ y = -2\frac{1}{4}$

2. Determina la pendiente y el coeficiente de posición de la recta que representa cada una de las siguientes expresiones.

a. $f(x, y) = -x - y$, si $f(x, y) = 8$

b. $f(x, y) = -\frac{2}{3}x + 1\frac{1}{4}y$, si $f(x, y) = 8$

c. $f(x, y) = 3x - 4y$, si $f(x, y) = 2$

d. $f(x, y) = 6x + 7y$, si $f(x, y) = -5$

e. $f(x, y) = -5x - 11y$, si $f(x, y) = 2$

3. Determina la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$ que se representa en cada tabla.

a.

x	**y**	**f(x, y)**
1	-5	7
0	-3,5	7

b.

x	y	f(x, y)
-2	-3	5
-0,25	4	5

c.

x	y	f(x, y)
4	4	4
-3	-3	4

4. Representa cada gráfica en el plano cartesiano según la información entregada.

a. $f(x, y) = 3$; $f(x, y) = x + y$

b. $f(x, y) = 2$; $f(x, y) = -x + 2y$

c. $f(x, y) = -4$; $f(x, y) = 2x + 5y$

d. $f(x, y) = -7$; $f(x, y) = -x - y$

5. Resuelve los siguientes problemas.

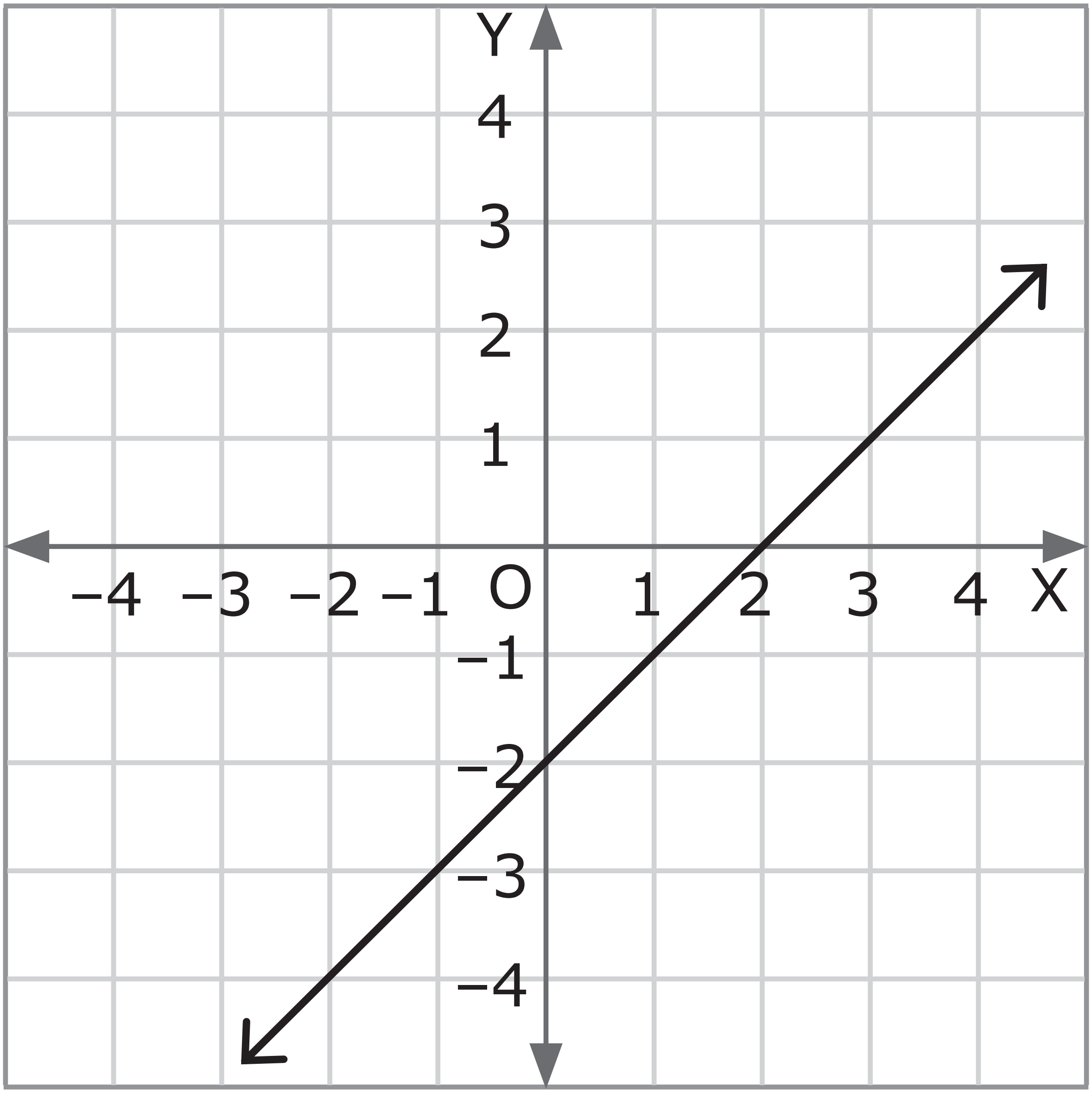
a. El punto $A(2, 5)$ pertenece a la gráfica de la ecuación $2x + by = 5$. ¿Cuál es el valor de b?

b. La pendiente de una recta es $\frac{5}{6}$ y corta al eje Y en el punto $(0, -4)$. ¿Cuál es la ecuación que se relaciona con esta recta?

c. Si $f(x, y) = 10x - 3y$, se cumple que $f(2, 3)$ es igual a 10? Explica.

d. En una relación lineal de dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$ se sabe que $f(x, y) = 3$ y que la gráfica pasa por los puntos $P(-5, -1)$ y $Q(-1, 1)$. ¿Cuáles son los valores de a y b?

6. Analiza la siguiente gráfica y luego determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Justifica en cada caso.



a. Si $f(x, y) = x - y$, necesariamente se debe cumplir que $f(x, y) = 1$.

b. Una tabla que representa lo anterior es:

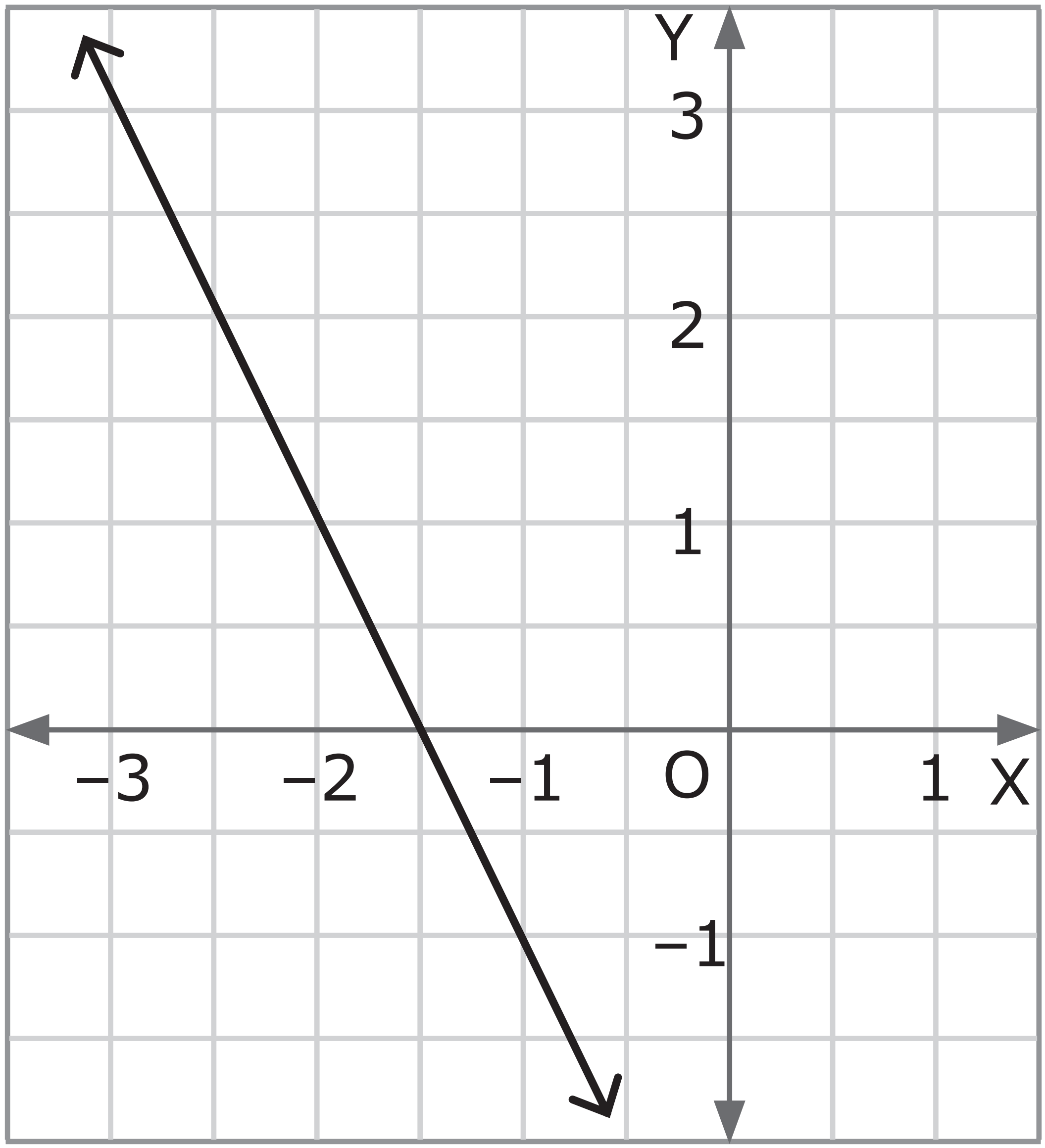
x	y	f(x, y)
-1	-3	2
3	1	2

c. Una ecuación que es paralela a la recta es $y = x - 1$.

d. Un punto que pertenece a la recta es Q(18, 16).

7. Actividad de profundización. Resuelve el siguiente problema.

En el plano cartesiano de la **página 406** se ha representado la relación $f(x,y) = ax + by$ con la condición que $f(x,y) = 5$. ¿Cuáles son los valores de a y b?



Cuaderno de Actividades

Páginas 1346 a 1363

Cierre

- ¿Te fue útil el estudio de los sistemas de ecuaciones para desarrollar este tema?, ¿por qué?

- ¿Trabajaste en equipo en forma responsable y proactiva? ¿Cómo evaluarías la participación de tus compañeros? Explica.

- ¿Respetaste y valoraste la opinión de tus compañeros? ¿Qué podrías mejorar?

VARIACIÓN DE PARÁMETROS

Se tiene una ecuación lineal de dos variables de la forma $0,5x + y = c$, donde $c \in Q$.

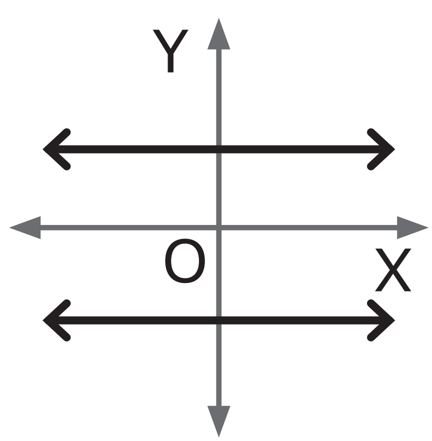
- Realiza en un mismo plano cartesiano la gráfica de la ecuación para $c = -1$, $c = 0$ y $c = 1$.

- ¿Se cortan en algún punto las tres graficas? ¿Como clasificarías estas rectas? Explica.

Los **parámetros** en una ecuación de la forma $ax + by = c$ son los valores de a, b y $c \in \mathbb{Q}$. Al variar estos parámetros según ciertas condiciones, se generan conjuntos de rectas con alguna característica en común.

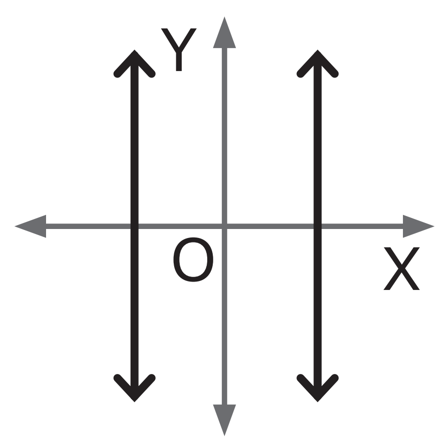
- Rectas paralelas al eje X

$$a = 0 \text{ y } b, c \neq 0$$



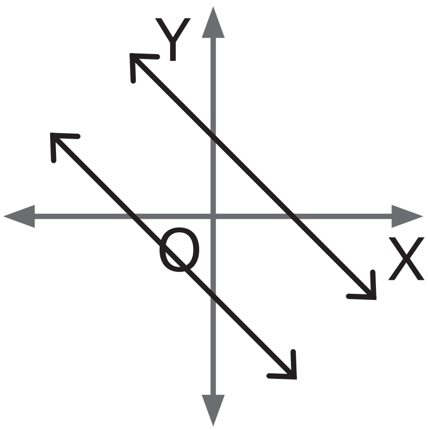
- Rectas paralelas al eje Y

$$b = 0 \text{ y } a, c \neq 0$$



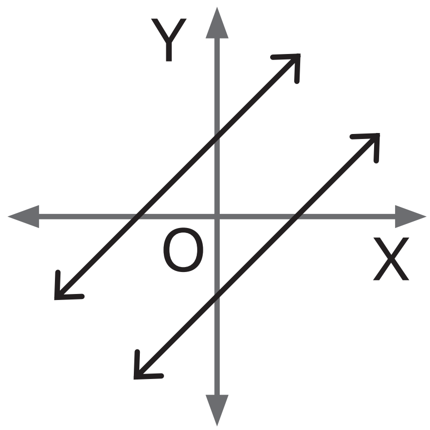
- Rectas paralelas con pendiente negativa

$a, b > 0$ o
$a, b < 0$



- Rectas paralelas con pendiente positiva

$a > 0, b < 0$ o
$a < 0, b > 0$



Actividades en tu cuaderno

1. Determina las siguientes ecuaciones según las condiciones dadas en cada caso.

a. Rectas paralelas cuya pendiente sea 5.

b. Tres rectas de pendiente –3.

2. Utiliza un software para graficar las rectas e identifica la ecuación de la forma $ax + by = c$ según los valores dados en cada caso. Luego, responde.

$a = b = 5,\ c = 7$

$a = b = -5,\ c = 7$

$a = b = 3,\ c = 7$

$a = b = -3,\ c = 7$

a. ¿Qué conclusión puedes obtener respecto de la pendiente de la recta?

b. ¿Puede ser a = b = 0 y c cualquier número? Explica.

3. Actividad de profundización. ¿Qué puedes concluir respecto de la variación de parámetros en una relación lineal de dos variables? Explica.

Cuaderno de Actividades

Páginas 1364 a 1374

Cierre

- ¿Cómo resolviste las dificultades que te surgieron al desarrollar las actividades? Explica.

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

► **Relaciones lineales de la forma $f(x, y) = ax + by$**

- De la forma $f(x, y) = ax + by$, con $a, b \in Q$.

- Se relaciona con una ecuación $ax + by = c$, con $a, b, c \in Q$.

► **Variación de parámetros**

- En la ecuación $ax + by = c$, dependiendo de los valores para $a, b, c \in Q$, es posible reconocer conjuntos de rectas con alguna característica en común.

Responde:

¿Pudiste representar fenómenos geográficos y cotidianos mediante relaciones lineales en dos variables? Comenta con tu curso y averigüen acerca de la importancia de la geología.

¿Cómo vas?

Evaluación Lección 6

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Valoriza las siguientes expresiones para x e y dados.

a. $f(x, y) = -6x + 3y;\ x = 1,\ y = -6$

b. $f\ (x, y) = 4x - 2y;\ x = -1,\ y = -2$

c. $f(x, y) = 2x + 5y;\ x = 0,\ y = -4$

2. Representa cada expresión como una ecuación lineal. Luego, grafícala en el plano cartesiano.

a. $f(x, y) = 5x + 4y$, si $f(x, y) = 2$

b. $f(x, y) = x - 3y$, si $f(x, y) = -6$

c. $f(x, y) = 2x - y$, si $f(x, y) = 0$

3. Representen las siguientes ecuaciones en el plano cartesiano. Luego, tracen 2 rectas paralelas a cada recta y escriban las ecuaciones correspondientes.

a. $6x - y = 3$

b. $-x + 5y = -1$

c. $2y = 7$

d. Considerando las ecuaciones anteriores, ¿varían los parámetros a, b y c en las ecuaciones de las rectas paralelas en cada caso? Expliquen.

4. Resuelve los siguientes problemas.

a. ¿Cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta que representa la expresión $f(x, y) = -12x + 16y$, si $f(x, y) = -2$?

b. Considerando $f(x, y) = -6x + 2y$, con $f(x, y) = 12$, ¿cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta que representa esta expresión?

c. Si en la ecuación $5x - 2y = c$ se hace variar el parámetro c, dejando fijos $a=5$, $b=-2$, ¿cuál es la pendiente del conjunto de rectas que se obtienen? Grafica 5 de estas rectas.

5. Analiza la siguiente información y luego determina las ecuaciones representadas en el plano cartesiano.

La recta corta al eje Y en el punto (0, 2), por lo que $y = -\frac{a}{b}x + 2$.

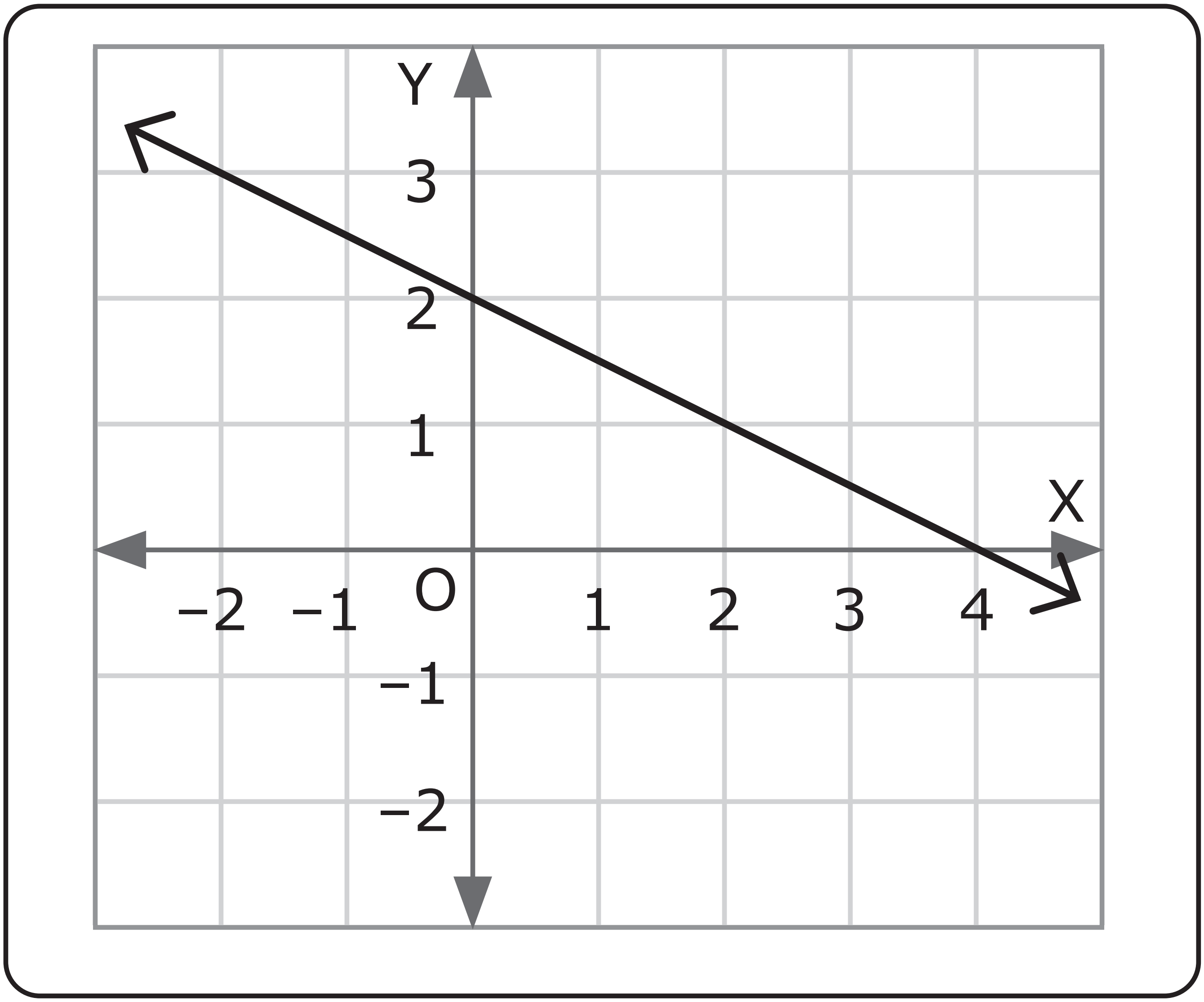
Además, el punto (2, 1) pertenece a la gráfica de la recta, entonces:

$$y = -\frac{a}{b}x + 2$$

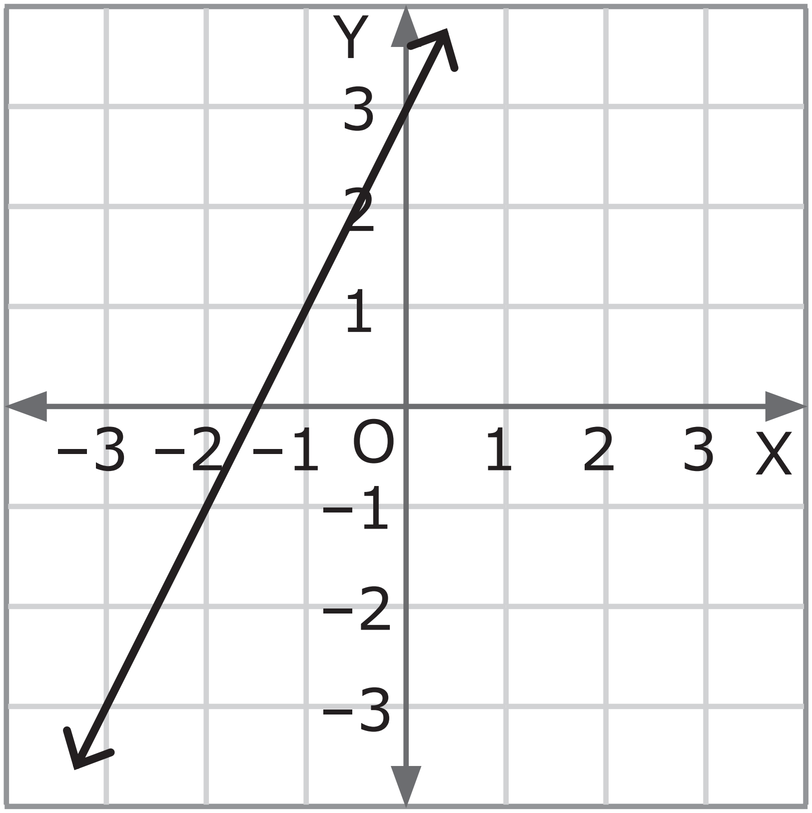
$$1 = -\frac{a}{b} \bullet 2 + 2$$

$$-\frac{1}{2}x = -\frac{a}{b}$$

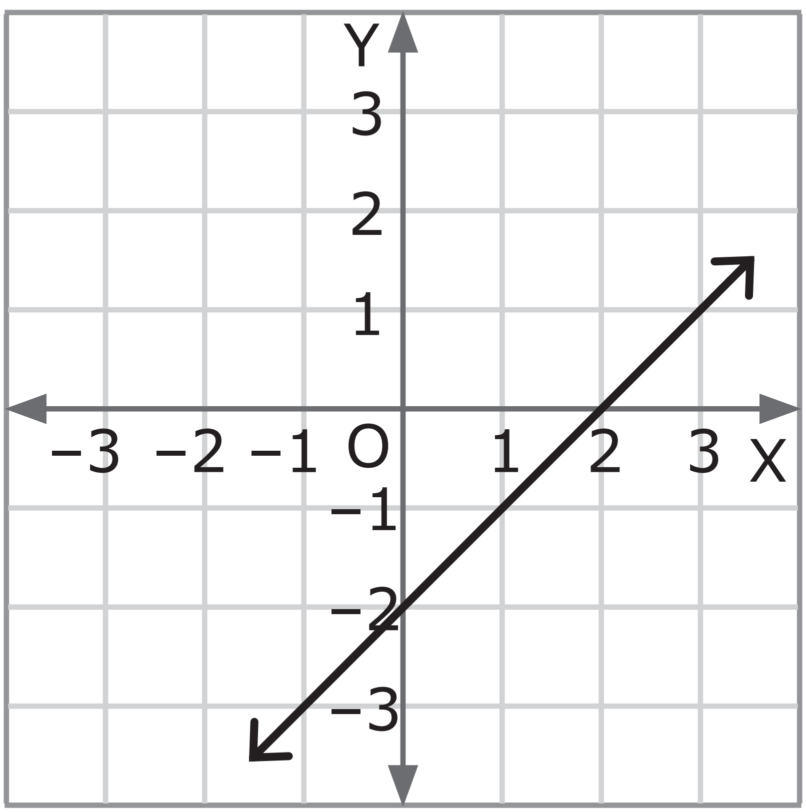
Luego, la ecuación representada en el plano cartesiano es $y = -\frac{1}{2}x + 2$, o bien $x + 2y = 4$.


Y
3
2
1
X
O
−2
−1
1
2
3
4
−1
−2

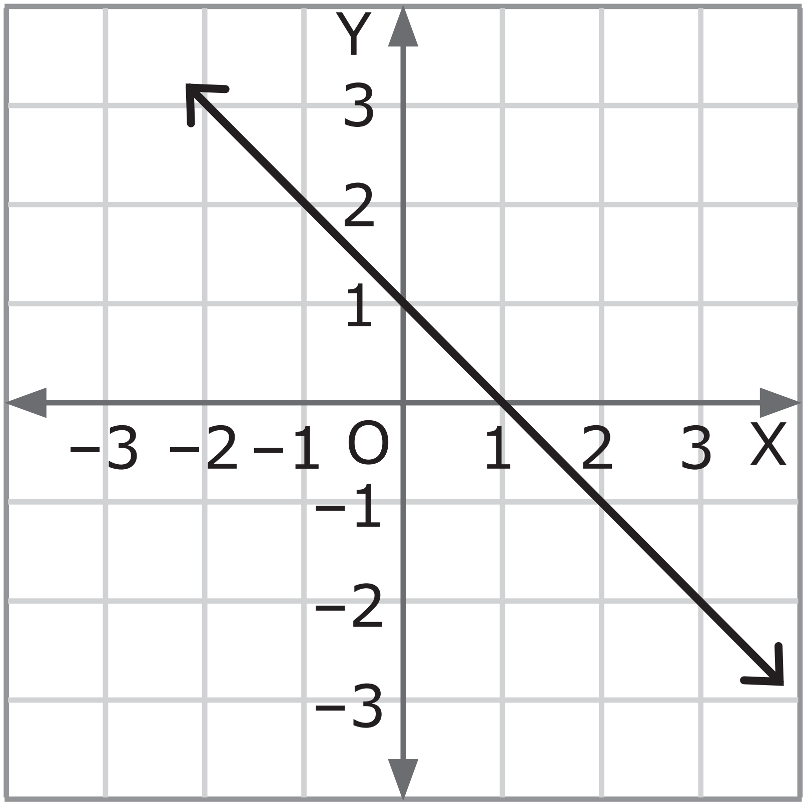
a.



b.



c.



6. Determina la relación lineal de la forma $f(x, y) = ax + by$ que se representa en cada tabla.

a.

x	**y**	**f(x, y)**
0,4	3	0,1
0,2	5	$\frac{1}{10}$

b.

x	y	f(x, y)
$\frac{1}{8}$	0,125	1
0,325	$\frac{3}{8}$	1

c.

x	y	f(x, y)
-0,2	0,4	$-\frac{8}{10}$
0,7	0,5	$-\frac{8}{10}$

Cuaderno de Actividades

Páginas 1374 a 1379

Lección 7

Perímetro y área de sectores y segmentos circulares

¿En qué elementos de nuestro entorno podemos observar formas circulares?

Analiza la siguiente información, y luego responde.

El Museo a Cielo Abierto en San Miguel es una colección de más de sesenta murales expuestos en su mayoría en los muros de los edificios. Uno de estos murales es Meli Wuayra, que en aymara significa cuatro vientos, diseñado por el duo Aislap.

La imagen de la página anterior representa a una machi, y alrededor de ella los artistas plasmaron los símbolos de otras etnias chilenas.

1. ¿Qué figuras geométricas reconoces en el mural? Nombra tres.

2. ¿En cuántas partes está dividido el círculo más grande de la imagen?

3. Considerando tu respuesta anterior, si todas las partes fueran iguales, ¿qué fracción corresponde cada una de las partes que fueron divididas?

Reflexiona

- ¿En tu entorno has apreciado formas que se relacionen con círculos? Explica.

- ¿Qué conocimientos vistos en años anteriores crees que se pueden relacionar con lo que trabajarás en esta lección? Comenta con tus compañeros.

- ¿Crees que es importante probar nuevas estrategias al resolver problemas?, ¿por qué?

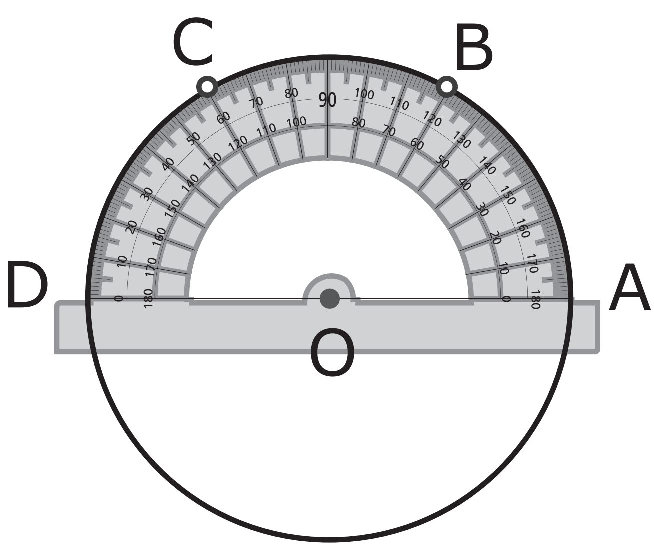
PERÍMETRO Y ÁREA DE SECTORES CIRCULARES

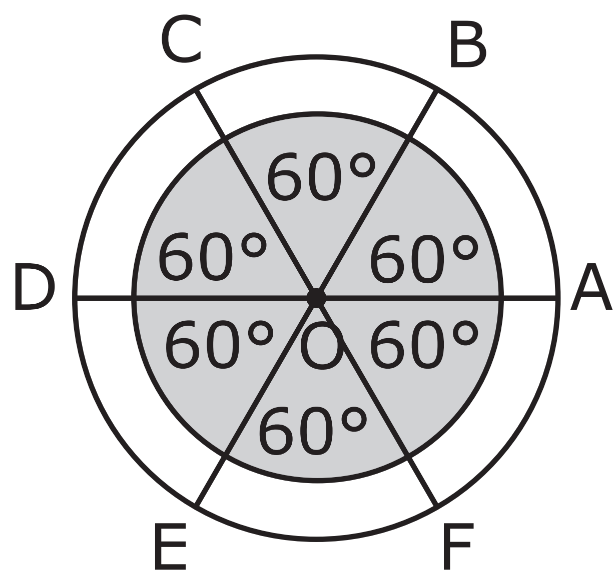
Ejemplo 1

Divide un círculo en 6 partes iguales. Como el círculo se dividió en 6 partes iguales, la medida del ángulo del centro es:

$$a = \frac{360°}{6} = 60°.$$

Luego construyes el círculo de centro O y, con un transportador, marcas los ángulos y trazas cada diámetro.





Recurso Web

Para revisar cómo usar el transportador, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/rphj

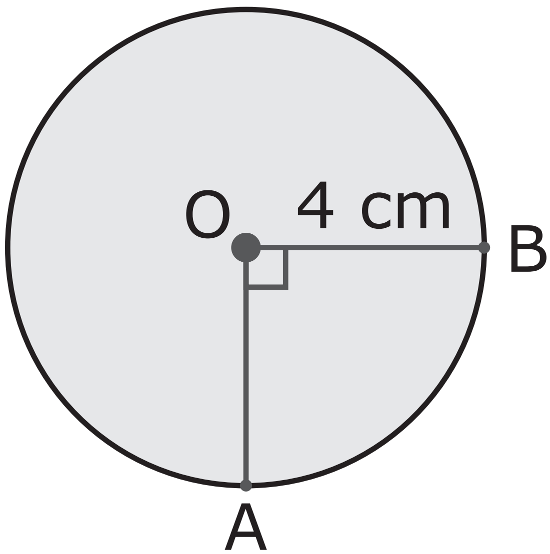
En un círculo de centro O, **el ángulo del centro** corresponde a aquel cuyo vértice es el punto O y sus lados son radios.

Al **dividir un círculo** en n partes iguales, con $n \in N$, la medida del ángulo del centro (α) es:

$$\alpha = \frac{360º}{n}$$

Ejemplo 2

Calcula la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ en el círculo de centro O. Considera $\pi \approx 3{,}14$.



Observa que el ángulo AOB mide 90°, por lo que la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ corresponde a la cuarta parte del perímetro del círculo.

- Perímetro del círculo: $(2 \bullet r \bullet \pi)$ cm $= (2 \bullet 4 \bullet \pi)$ cm $= (8 \bullet \pi)$ cm

- Longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$: $(8 \bullet \pi \bullet \frac{1}{4})$ cm

$= (2 \bullet \pi\ )$ cm $\approx 6{,}28$ cm

Recuerda que el área (A) y el perímetro (P) del círculo de centro O y radio r se pueden calcular con las siguientes fórmulas respectivamente:

$$A = r^2 \bullet \pi$$

$$P = 2r \bullet \pi$$

¿La longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ es igual a la longitud del arco $\overset{\frown}{BA}$? Explica.

Actividades en tu cuaderno.

1. Si en el círculo del **Ejemplo 2** un arco midiera 120°, ¿a qué parte del perímetro del círculo correspondería?

2. ¿Cuál es la longitud del arco determinado por un ángulo de 60° en un círculo de radio 5 cm?

La longitud de un arco $\widehat{AB}$ de un círculo de radio r, determinado por un ángulo α, está dada por:

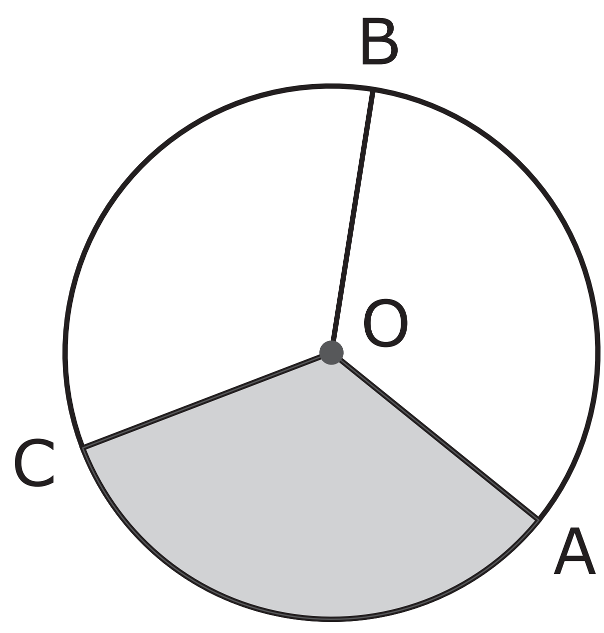
$$L(\widehat{AB}) = 2r \bullet \pi \bullet \frac{a}{360^o}$$

Ejemplo 3

El círculo de centro O y radio 3 cm se divide en 3 partes iguales. ¿Cuál es el perímetro del sector circular destacado? Considera $\pi \approx 3{,}14$.

Como el círculo se dividió en 3 partes iguales, la medida del ángulo del centro es: $\dfrac{360º}{3} = 120°$

El perímetro del sector circular corresponde a la longitud del arco $\overset{\frown}{CA}$ más dos veces la medida del radio: $2r \bullet \pi \bullet \dfrac{120º}{360} + 2r$



¿Por qué crees que el perímetro del sector circular corresponde a la expresión anterior?

Al reemplazar los valores obtienes:

$$\left(6 \bullet \pi \bullet \frac{120^{\circ}}{360} + 6\right)\text{cm} =$$

$$\left(6 \bullet \pi \bullet \frac{1}{3} + 6\right)\text{cm} =$$

$$(2 \bullet \pi + 6)\ \text{cm} \approx 12{,}28\ \text{cm}$$

Recurso Web

Para revisar algunos conceptos relacionados con el círculo y la circunferencia, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/n7wmy

¿Con que expresión podrías generalizar la fórmula para calcular el área de sectores circulares? Comenta con un compañero(a).

Un **sector circular** es la porción de círculo delimitada por dos radios.

- **Perímetro** del sector circular.

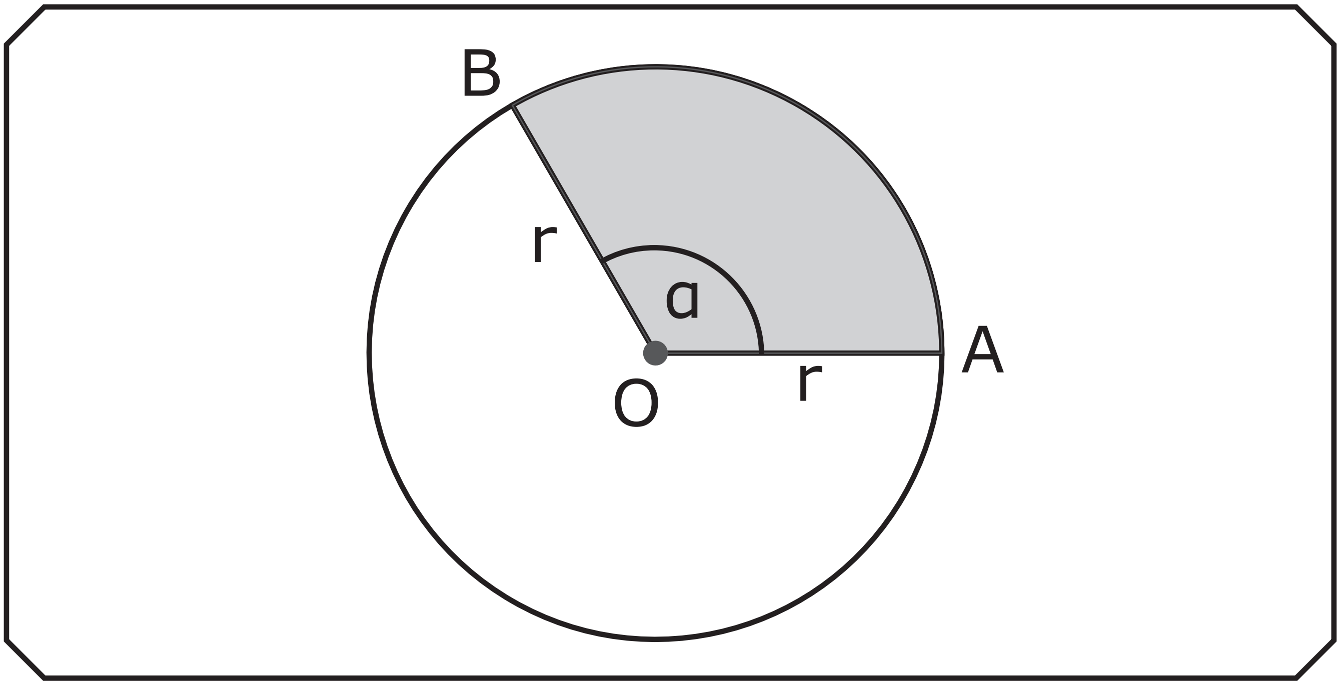
$$2r \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360^o} + 2r \rightarrow$$ 2 veces le medida del radio

Longitud del arco: $2r \bullet \pi \bullet \dfrac{\alpha}{360^o}$

- **Área** del sector circular.

$$r^2 \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360^o} \rightarrow$$ Parte del círculo que corresponde al sector circular

Area total del círculo: $r^2 \bullet \pi$

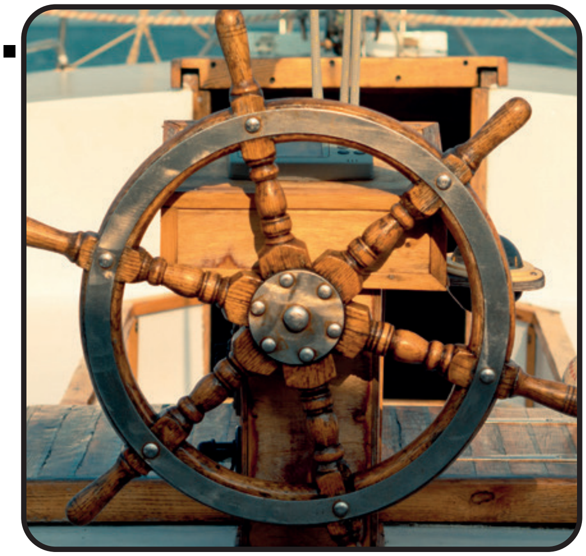


Actividades en tu cuaderno

1. Observa cada imagen, relaciónala con un círculo dividido en partes iguales y calcula cuánto mide aproximadamente el ángulo del centro.

a.

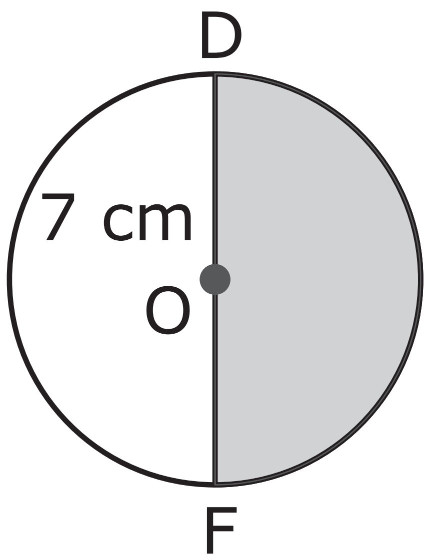
b.



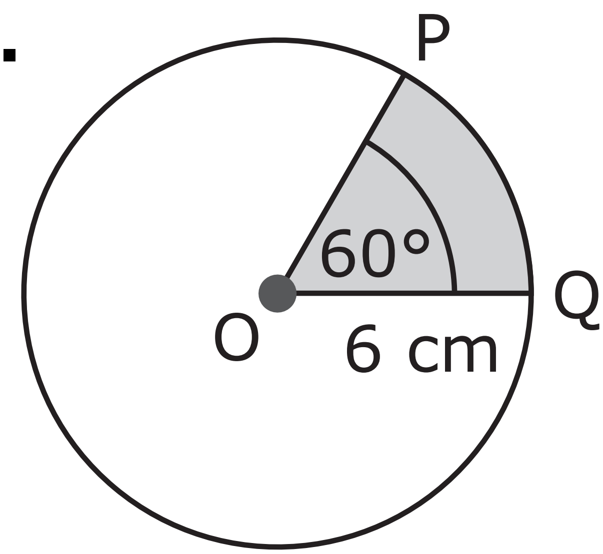
c.

2. Calcula el perímetro y el área de cada sector circular destacado. Considera $\pi \approx 3{,}14$.

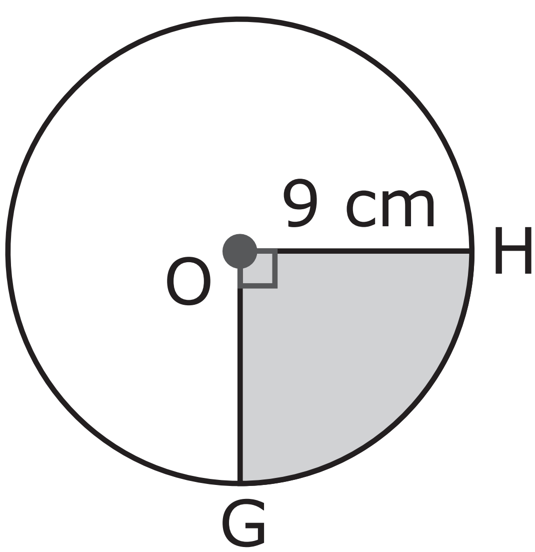
a.



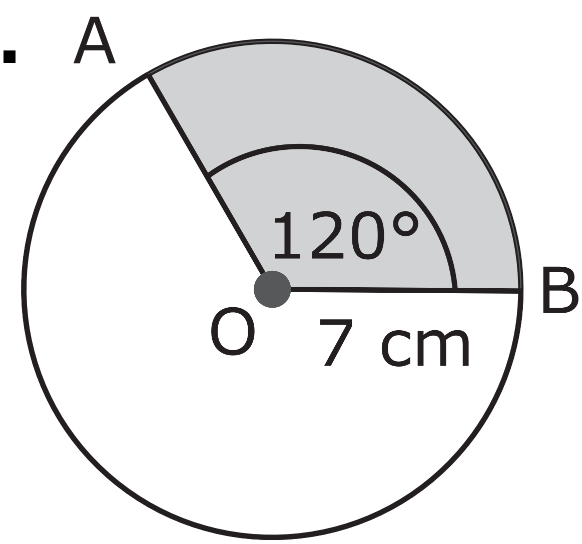
b.



c.



d.



3. Resuelve los siguientes problemas. Considera $\pi \approx 3,14$.

a. Si el radio de un círculo es de 2,3 cm y la medida del ángulo central de un arco es de 60°, ¿cuánto mide la longitud de dicho arco?

b. Si el radio de un círculo mide 4 cm y la longitud de un arco, 6,28 cm, ¿cuánto mide el ángulo central de dicho arco?

c. Si el radio de un círculo es de 4 cm y la medida del ángulo central de un arco es de 120°, ¿cuánto mide la longitud de dicho arco?

4. Astronomía y navegación. Analiza la siguiente información, y luego responde.

Un sextante es un instrumento óptico de navegación que mide la separación angular entre dos objetos, por ejemplo, entre el sol y el horizonte. También se usa para calcular la distancia a la que se encuentra una persona de un punto fijo de la costa.

Su nombre proviene de su escala de medida, pues abarca un sexto de un círculo completo.

a. Al relacionar un sextante con un sector circular, ¿cuál es la medida del ángulo del centro?

b. Se construye un sextante considerando un círculo de radio 13 cm:

- ¿Cuál es el perímetro?
- ¿Cuál es el área?

c. Investiguen acerca de la importancia del sextante en la navegación y expongan su trabajo al curso.

Recurso Web

Para construir un sextante casero puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/znkp3

5. **Responde y argumenta** tu respuesta en cada caso.

a. ¿Es correcto afirmar que cada sector circular relacionado con el ángulo del centro que mide 90° corresponde a la mitad del círculo?

b. Si el ángulo del centro de un sector circular mide 36°, ¿es correcto afirmar que corresponde a la décima parte del círculo?

c. Si se tienen dos puntos A y B en un círculo de centro O, ¿existe un ángulo del centro α tal que $m(\measuredangle AOB) = m(\measuredangle BOA)$?

Proyecto. ¿Cómo relacionamos la geometría con el arte?

6. Investiguen las medidas reales (o aproximadas) del mural presentado en la **página 424** y hagan lo siguiente:

a. Identifiquen un sector circular en el mural y determinen cuanta pintura necesitarían para cubrir dicha superficie.

b. ¿Por qué creen que el mural se diseñó considerando la simetría y las formas circulares? Fundamenten.

c. ¿Qué opinan del proyecto Museo a Cielo Abierto y del arte callejero presente en su ciudad?

d. Presenten su trabajo al curso y comenten acerca del uso de la geometría en el arte.

Cuaderno de Actividades

Páginas 1380 a 1400

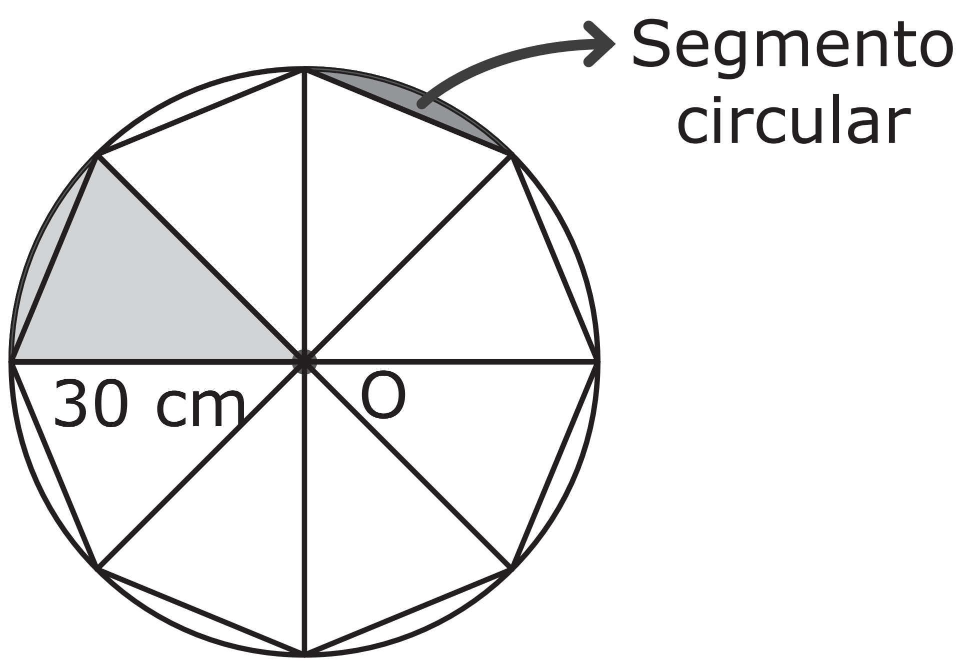
Cierre

- ¿Crees que las representaciones concretas son útiles para comprender mejor algunos conceptos?, ¿por qué?

- Respecto de los trabajos en grupo que realizaste: ¿qué mejorarías tú?, ¿qué crees que deben mejorar tus compañeros?

PERÍMETRO Y ÁREA DE SEGMENTOS CIRCULARES

En nuestro entorno podemos apreciar diversos objetos que se relacionan con formas circulares, por ejemplo, en la imagen se muestra un esquema de un pavimento de mármol.



Observa el círculo de la imagen anterior dividido en partes iguales y responde:

- ¿En cuántas partes se dividió el círculo de centro O?

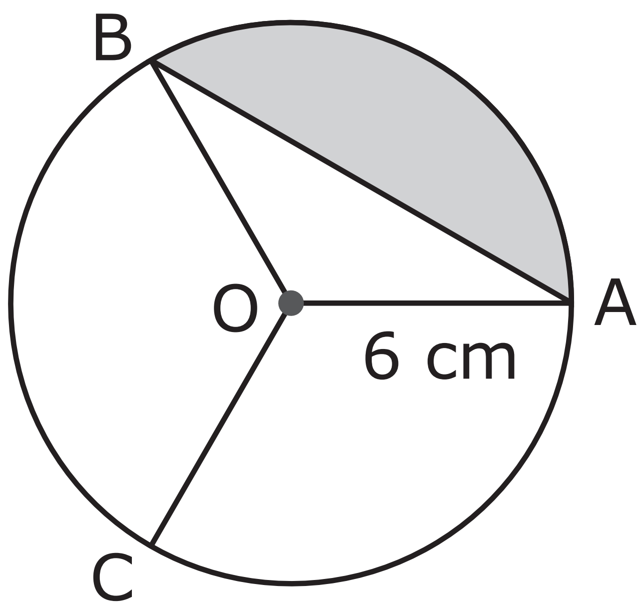
- ¿Cuánto mide el ángulo del centro?

- ¿Cuál es el perímetro del sector circular?, ¿y el área?

- ¿Cómo calcularías el perímetro del segmento circular?, ¿y el área? Explica.

Ejemplo 1

El círculo de centro O está dividido en 3 partes iguales, y la cuerda $\overline{AB}$ mide 10,4 cm. ¿Cuánto es el perímetro del segmento circular destacado? Considera π ≈ 3,14.



El ángulo del centro mide 120°, ya que $\frac{360º}{3}$ = 120°.

El perímetro del segmento circular corresponde a la longitud del arco $\overset{\frown}{AB}$ más la longitud de la cuerda $\overline{AB}$, es decir:

$$2r \bullet \pi \bullet \frac{120º}{360º} + m(\overline{AB})$$

¿Por qué el perímetro del segmento circular se calcula sumando estas longitudes? Explica.

Al reemplazar los valores, obtienes:

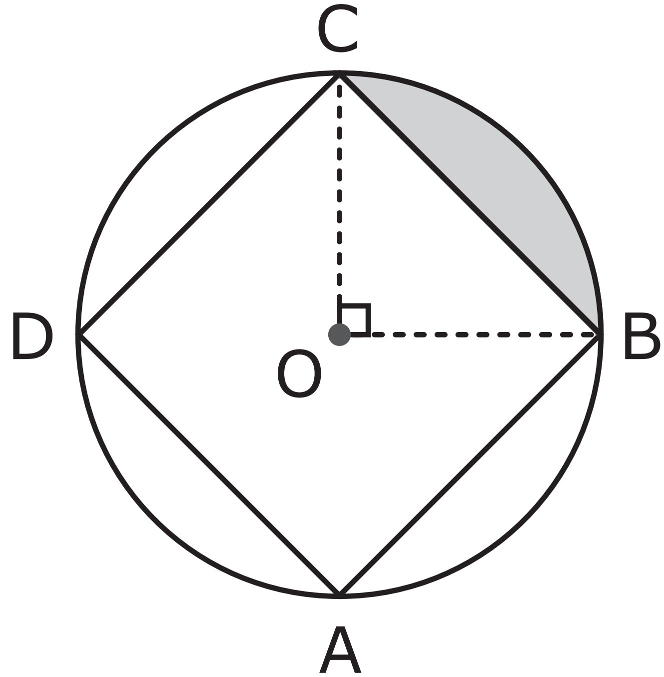
$$(12 \bullet \pi \bullet \frac{120º}{360º} + 10{,}4cm =$$

$$(12 \bullet \pi \bullet \frac{1}{3} + 10{,}4)\ cm =$$

$$(4 \bullet \pi + 10{,}4)\ cm \approx 22{,}96\ cm$$

Ejemplo 2

En el círculo de centro O y radio igual a 9 cm se inscribió el cuadrado ABCD. ¿Cuál es el área del segmento circular destacado? Considera π ≈ 3,14.



Para resolver el problema, puedes calcular el área del sector circular delimitado por los radios $\overline{OC}$ y $\overline{OB}$ y el arco $\overset{\frown}{BC}$, y a dicha área restarle el área del triángulo COB.

¿Con que expresión podrías generalizar la fórmula para calcular el área de segmentos circulares? Comenta con un compañero(a).

► Área del sector circular:

$$r^2 \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360º} = (9^2 \bullet \pi \bullet \frac{90º}{360º}) \text{ cm}^2$$

$$= (81 \bullet \pi \bullet \frac{90º}{360º}) \text{ cm}^2$$

$$= (\frac{81 \bullet \pi}{4}) \text{ cm}^2$$

$$\approx 63{,}585 \text{ cm}^2$$

► Área del triángulo COB:

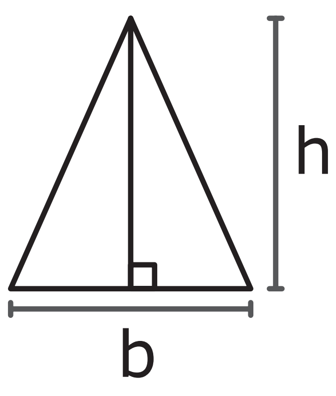
$$\frac{b \bullet h}{4} = \left(\frac{9 \bullet 9}{2}\right) \text{cm}^2$$

$$= 40{,}5 \text{ cm}^2$$

Finalmente, restas los valores obtenidos: $(63{,}585 - 40{,}5) \text{ cm}^2 = 23{,}085 \text{ cm}^2$

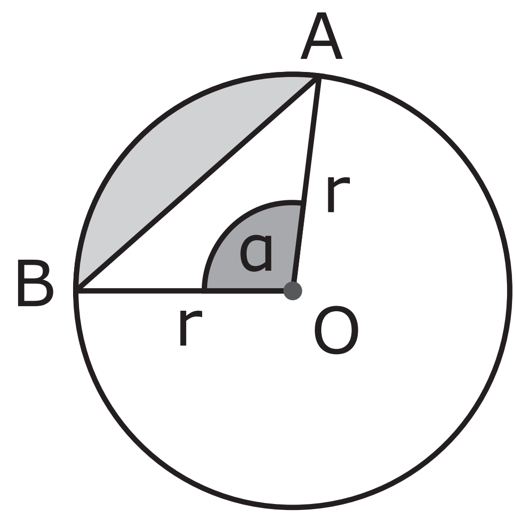
Entonces, el área del segmento circular es, aproximadamente, $23{,}085 \text{ cm}^2$.

El área (A) de un triángulo de base b y altura h se calcula utilizando la expresión:



$$A = \frac{b \bullet h}{2}$$

Un **segmento circular** corresponde a una parte del círculo determinada por una cuerda.



• **Perímetro** del segmento circular.

$$2r \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360^{o}} + m(\overline{AB})$$

Longitud del arco: $2r \bullet \pi \bullet \dfrac{a}{360^{o}}$

Medida de la cuerda: $m(\overline{AB})$

- **Área** del segmento circular.

$$r^2 \cdot \pi \cdot \frac{\alpha}{360^\circ} - \text{Área } (\Delta OAB)$$

Área del sector circular: $r^2 \cdot \pi \cdot \dfrac{\alpha}{360^\circ}$

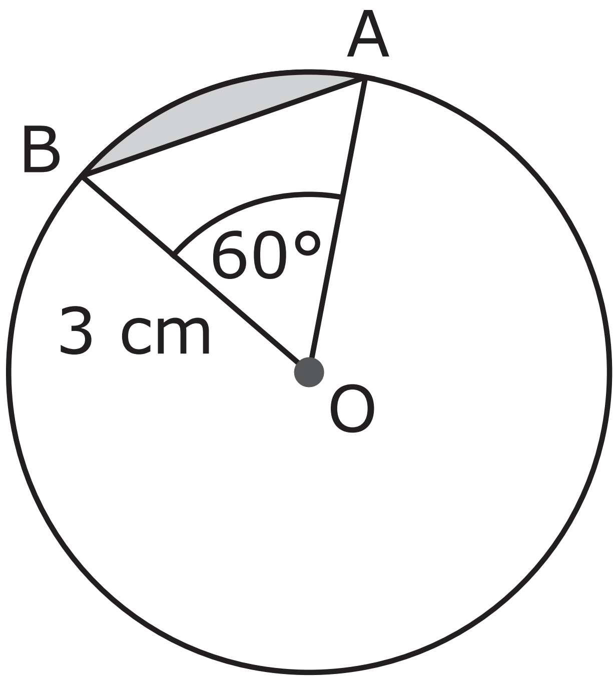
Área del triángulo: Área (ΔOAB)

Actividades en tu cuaderno

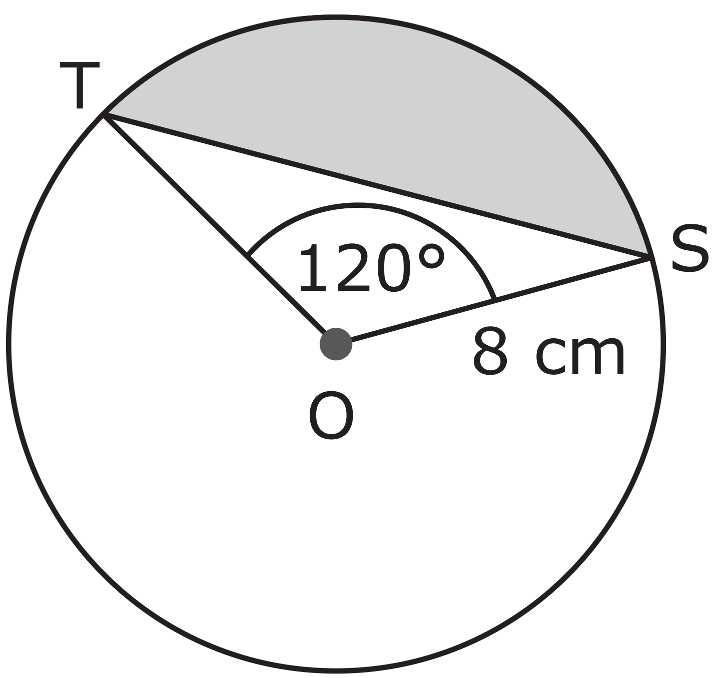
Utiliza la calculadora para comprobar tus cálculos.

1. Calcula el perímetro de cada segmento circular. Considera $\pi \approx 3,14$.

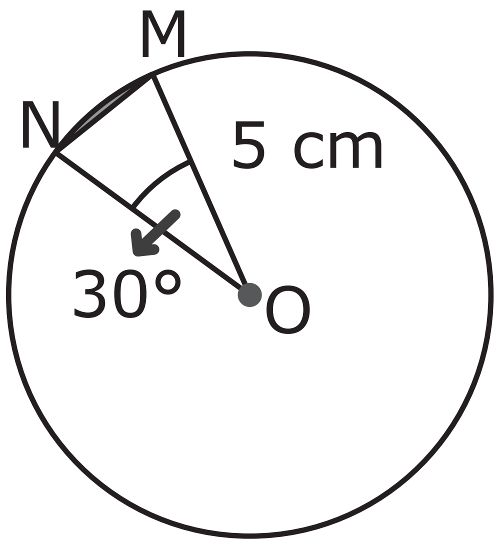
a. m($\overline{AB}$) = 3 cm



b. m($\overline{ST}$) = 13,9 cm

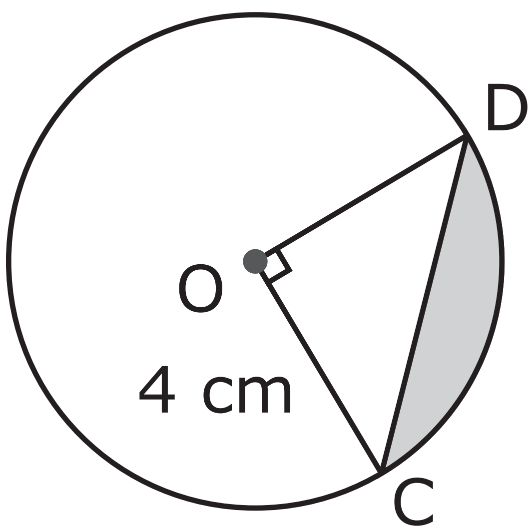


c. m($\overline{MN}$) = 2,6 cm

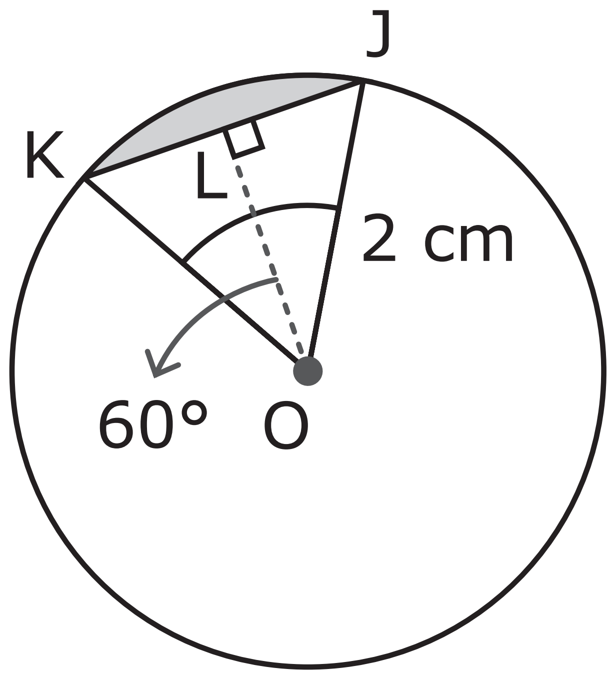


2. Calcula el área de cada segmento circular. Considera π ≈ 3,14.

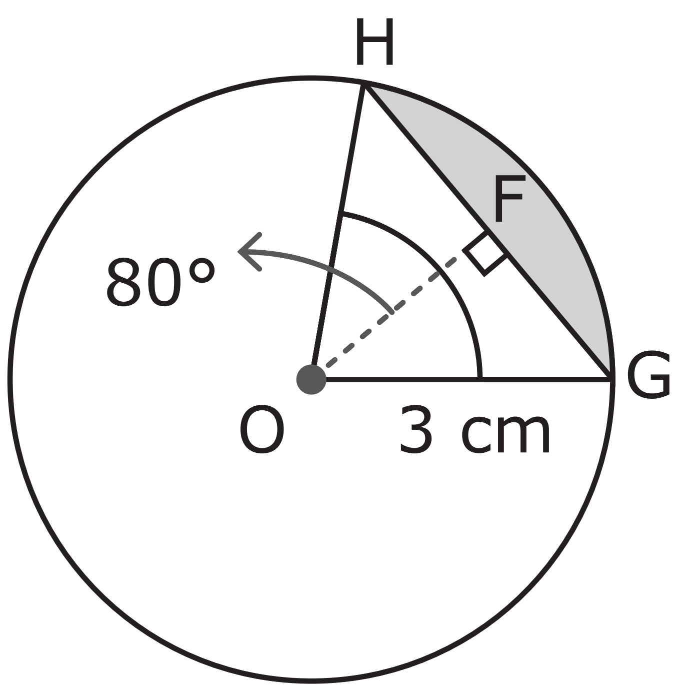
a. m($\overline{CD}$) = 5,7 cm



b. m($\overline{KJ}$) = 2 cm   m($\overline{OL}$) = 1,7 cm

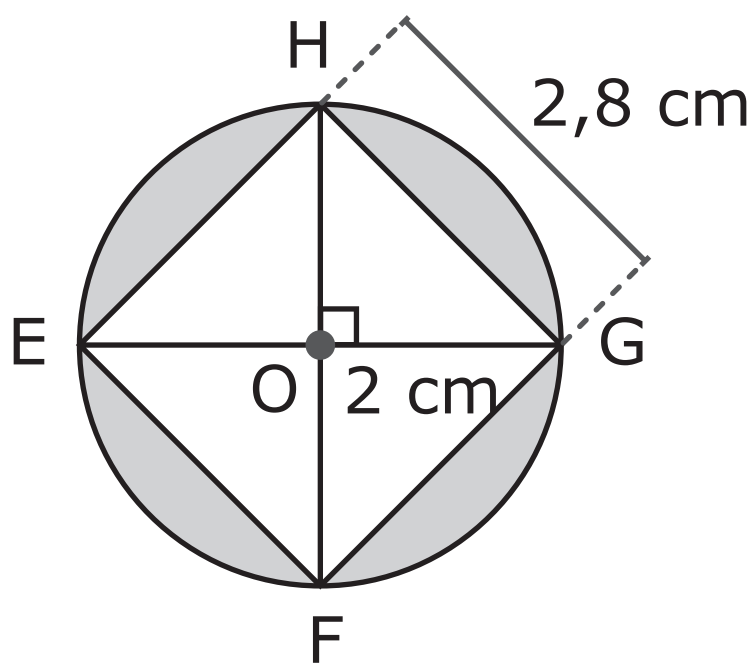


c. m($\overline{GH}$) = 3,9 cm   m($\overline{OF}$) = 2,3 cm



3. Resuelve el siguiente problema utilizando alguna de las **estrategias propuestas** a continuación de este problema.

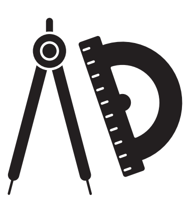
En el círculo de centro O se inscribió el cuadrado EFGH. ¿Cuál es el perímetro de la figura formada por los segmentos circulares pintados?



1 Calcular el perímetro de cada segmento circular, y luego multiplicarlo por cuatro.

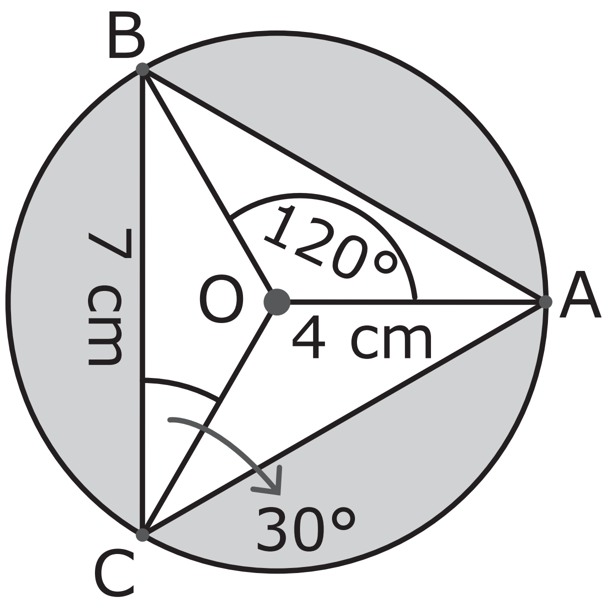
2 Aplicar las fórmulas para calcular el perímetro del círculo y del cuadrado, y luego sumarlos.

3 Usar un cordón y una regla para medir el perímetro del círculo y del cuadrado, y luego sumar los valores.



Utiliza tus **materiales** para desarrollar las actividades.

4. **Evalúa** si cada afirmación es verdadera o falsa respecto del círculo de centro O. **Justifica** en cada caso.



a. El triángulo ABC es equilátero.

b. Los segmentos circulares pintados tienen igual área.

c. El perímetro de la parte pintada es igual a un tercio del perímetro del círculo.

d. El área de la parte pintada es igual a la diferencia entre el área del círculo y el área del triángulo ABC.

5. Crea un diseño circular para decorar una pared en el que se pueda destacar un segmento circular. Luego, realiza lo pedido.

a. Mide el radio de tu diseño.

b. Calcula el perímetro del segmento circular.

c. Calcula el área del segmento circular.

d. Comparte tu trabajo con tus compañeros y hagan una composición con todos los diseños.

Cuaderno de Actividades

Páginas 1401 a 1416

Cierre

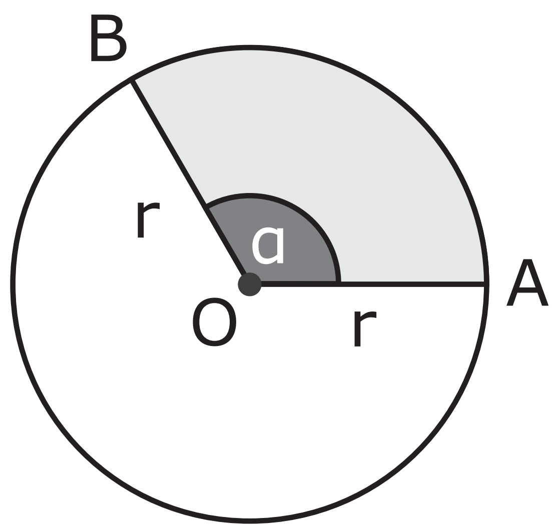
- ¿Qué dificultades tuviste al calcular el perímetro y el área de un segmento circular?

- ¿En qué situaciones puedes aplicar los conocimientos adquiridos? Da un ejemplo.

Síntesis

En las páginas tratadas anteriormente has estudiado:

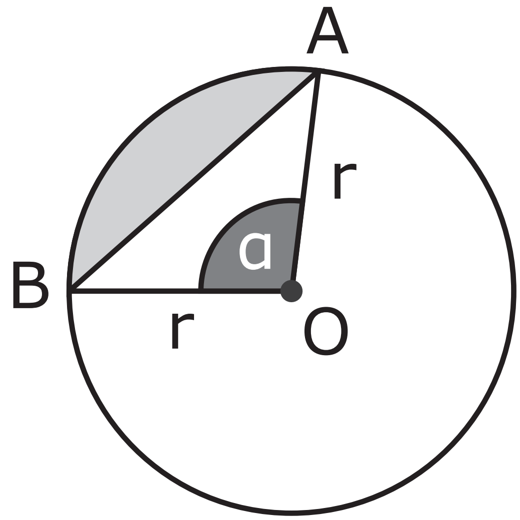
► Sectores circulares



Perímetro $\rightarrow 2r \bullet \pi \bullet \dfrac{\alpha}{360^{o}} + 2r$

Área $\rightarrow r^2 \bullet \pi \bullet \dfrac{\alpha}{360^{o}}$

► Segmentos circulares



$$\text{Perímetro} \rightarrow 2r \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360^{\circ}} + m(\overline{AB})$$

$$\text{Área} \rightarrow r^2 \bullet \pi \bullet \frac{\alpha}{360^{\circ}} - \text{Área }(\Delta OAB)$$

Responde:

¿En qué elementos de tu entorno pudiste observar el uso de sectores y segmentos circulares?, ¿crees que es útil considerar estas formas en el arte y la arquitectura? Comenta con tus compañeros.

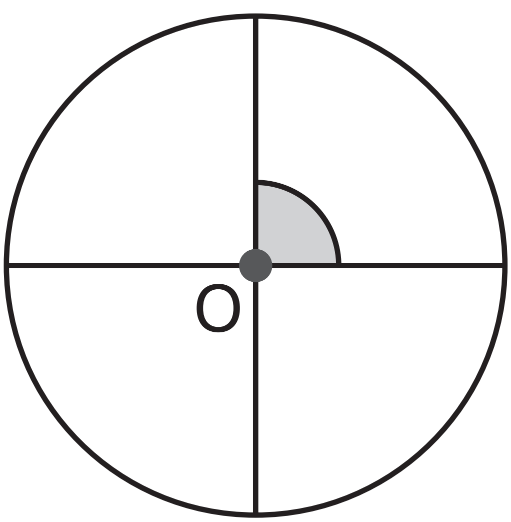
¿Cómo vas?

Evaluación Lección 7

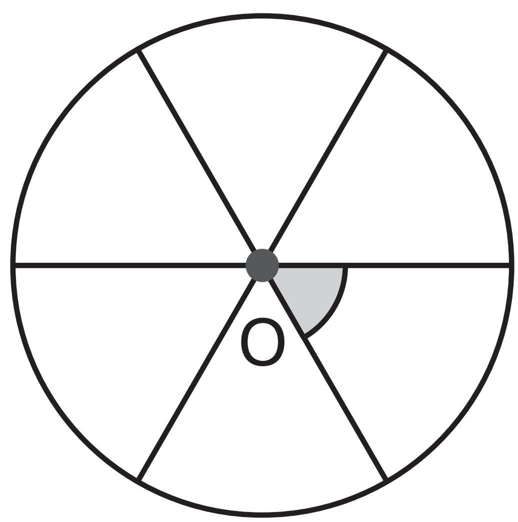
Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Calcula la medida del ángulo del centro si cada círculo de centro O está dividido en partes iguales.

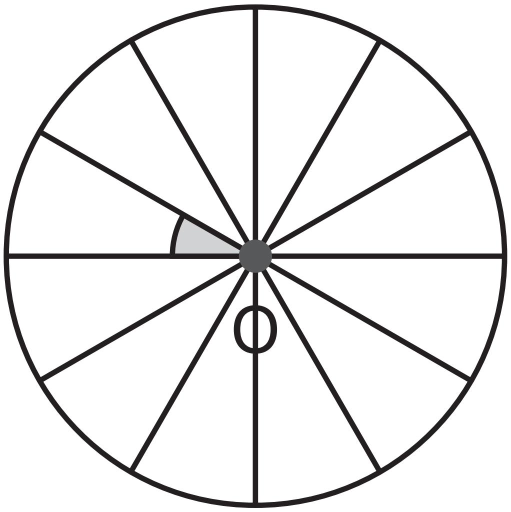
a.



b.

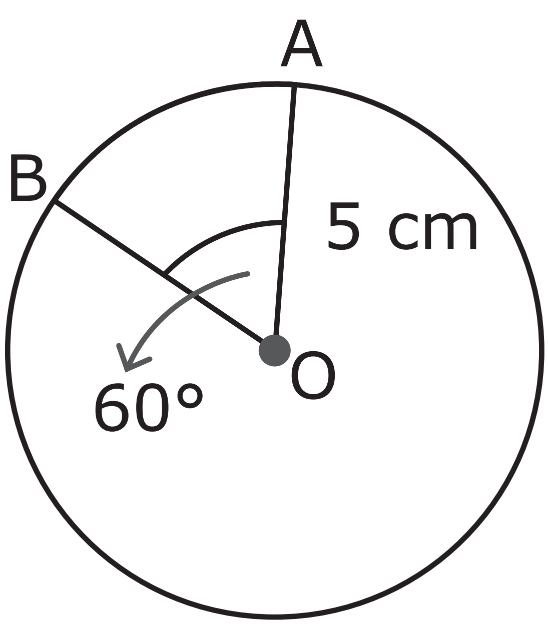


c.

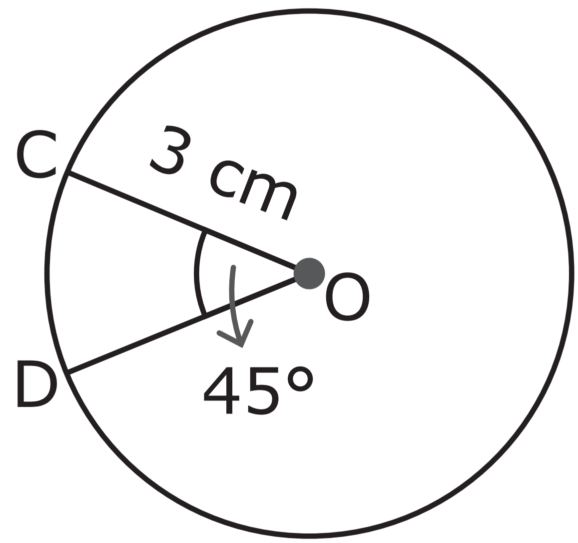


2. Calcula la longitud de cada arco. Considera π ≈ 3,14.

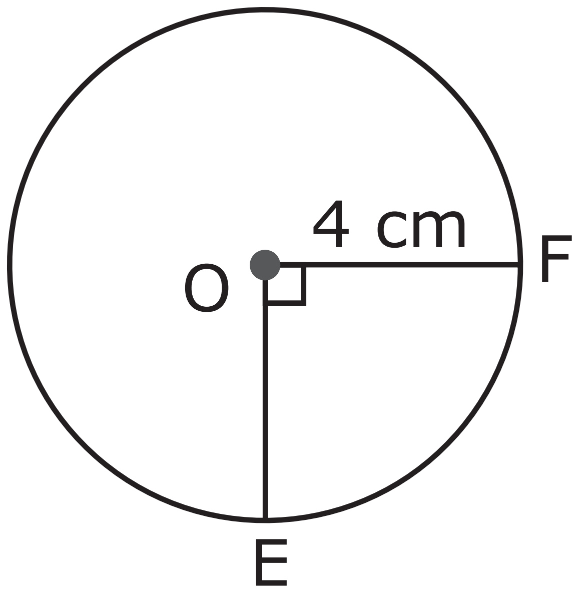
a. $L(\overset{\frown}{AB})$



b. $L(\overset{\frown}{CD})$

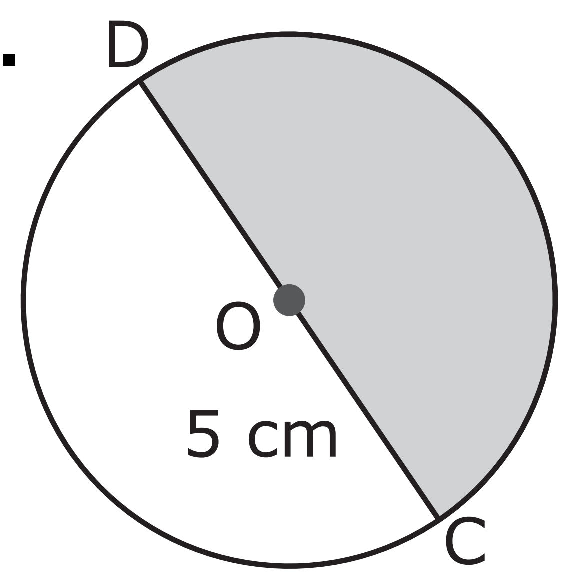


c. L($\overset{\frown}{EF}$)

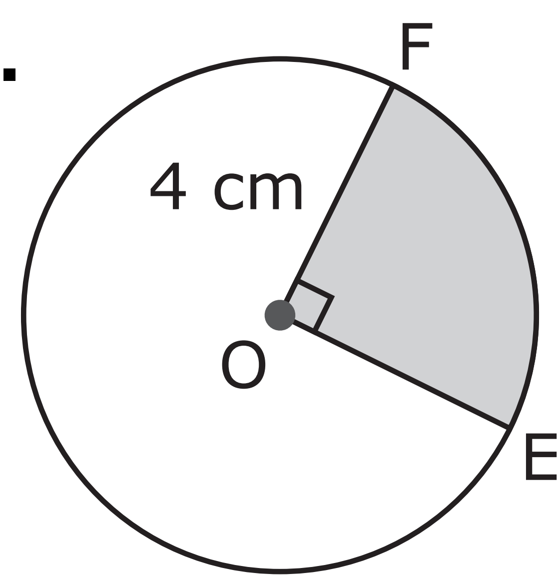


3. Calcula el perímetro y el área de cada sector o segmento circular. Considera π ≈ 3,14.

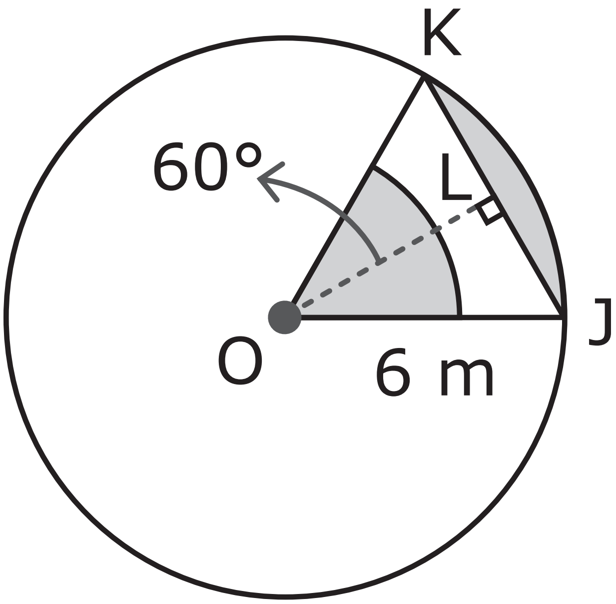
a.



b.



c. m($\overline{JK}$) = 6 m; m($\overline{OL}$) = 5,2 m

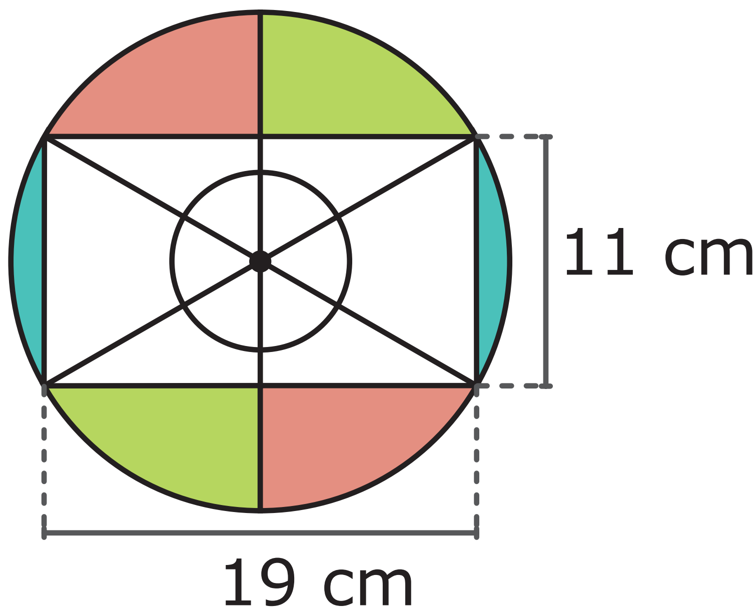


4. Resuelve los siguientes problemas.

a. El minutero de un reloj mide 15 cm de largo. ¿Cuántos centímetros se desplaza su punta en un cuarto de hora?

¿Cuántos centímetros se desplaza en 30 minutos?

b. Claudia está pintando un diseño con forma circular, como se muestra en la imagen. Si los ángulos del centro tienen igual medida, ¿cuál es el área que ha pintado Claudia?



5. Arte y cultura. Analiza la siguiente información, y luego responde.

En la imagen se muestra el símbolo maya q'anil, que es uno de los 20 nawales o energía que rigen la vida. Representa la regeneración de la tierra y la fertilidad.

Si se confecciona uno de estos símbolos con un radio de 7 cm:

a. ¿Cuál es el perímetro del sector circular marcado?

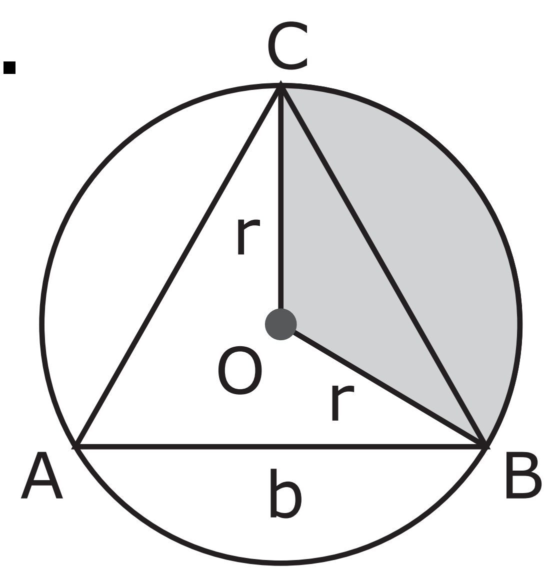
b. ¿A cuánto equivale el área del sector circular marcado?

Recurso Web

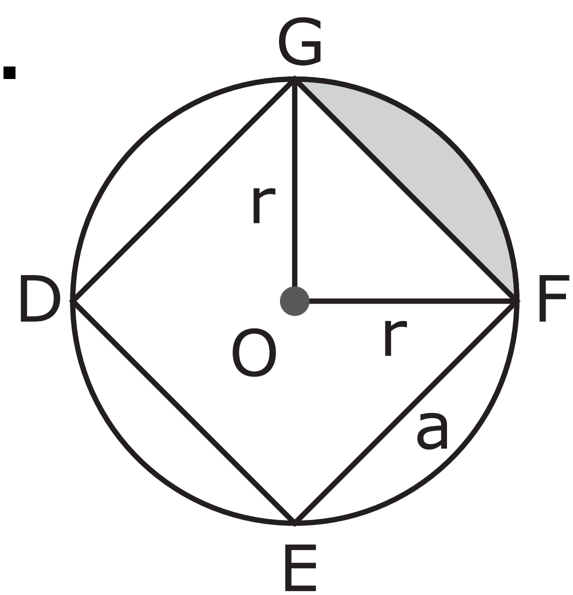
Para conocer más acerca de los nawales mayas, puedes visitar el siguiente sitio: https://n9.cl/0gh7

6. Expliquen cómo calcularían el área de cada sector o segmento circular. Consideren que en cada círculo de centro O y radio r se ha inscrito un polígono regular.

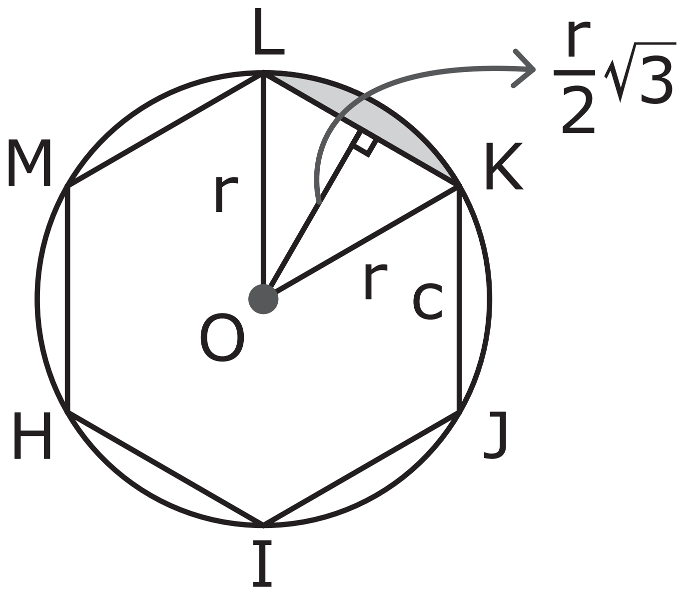
a.



b.



c.



Cuaderno de Actividades

Páginas 1417 a 1427

¿Qué aprendiste?

Evaluación Unidad 2

Desarrolla las siguientes actividades en tu cuaderno.

1. Plantea una ecuación para cada situación, y luego determina dos posibles soluciones.

a. La suma de dos números es 50. ¿Cuáles son los números?

b. El perímetro de un rectángulo es 60m. ¿Cuánto miden sus lados?

2. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones utilizando el método que estimes conveniente.

a. $\left.\begin{array}{r} x - y = 8 \\ x - y = 5 \end{array}\right|$

b. $\left.\begin{array}{r} 7a - 6b = 12 \\ -4a + 12b = 3 \end{array}\right|$

c. $\left.\begin{array}{r} 2a - 3b = 4 \\ a - 1{,}5b = 2 \end{array}\right|$

d. $\left.\begin{array}{r} 5c + 2d = -1{,}2 \\ 0{,}4c - 8d = 8{,}2 \end{array}\right|$

3. Resuelve de manera gráfica cada sistema de ecuaciones.

a. $\left.\begin{array}{r} x + 5y = -2 \\ -x + y = -4 \end{array}\right|$

b. $\left.\begin{array}{r} 3x + 2y = 1 \\ 2x + 3y = -1 \end{array}\right|$

c. $\begin{array}{l} x = -2y + 3 \\ 2 = 3y - x \end{array}\Big]$

d. $\begin{array}{l} x = -2y \\ 0 = y - x \end{array}\Big]$

4. Valoriza las siguientes expresiones para x e y dados.

a. $f(x, y) = 5x + y$; $x = 11$, $y = -2$

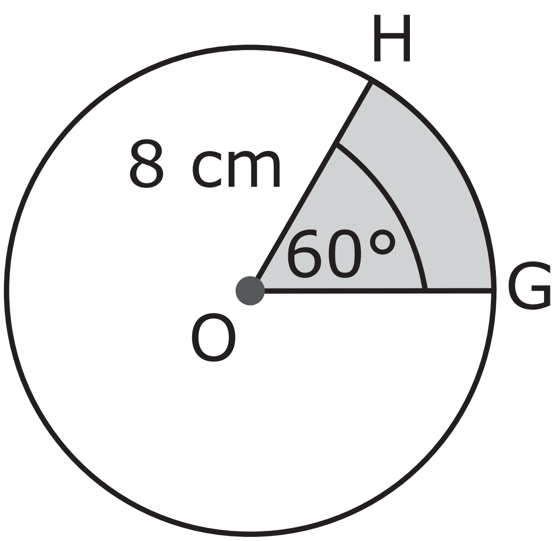
b. $f(x, y) = 8x - 3y$; $x = -4$, $y = -10$

c. $f(x, y) = x + 3{,}4y$; $x = 1$, $y = 2$

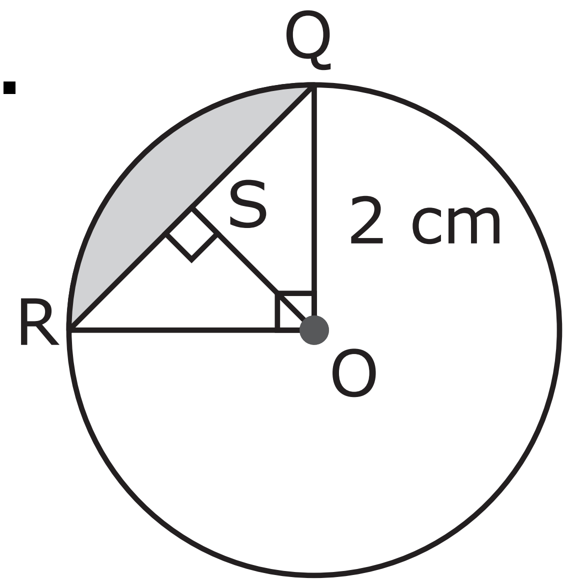
d. $f(x, y) = x - \frac{3}{5}y$; $x = 6$, $y = 7$

5. Calcula el perímetro y el área de cada sector o segmento circular. Considera π ≈ 3,14.

a.



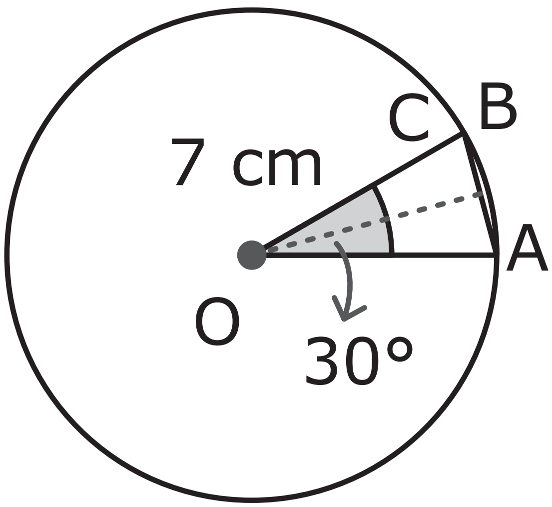
b.



$m(\overline{QR}) = 2{,}8$ cm

$m(\overline{OS}) = 1{,}4$ cm

c.



$m(\overline{AB}) = 3{,}6$ cm

$m(\overline{OC}) = 6{,}8$ cm

6. Resuelve los siguientes problemas planteando un sistema de ecuaciones.

a. Las edades de Jaime (x) y Tamara (y) suman 70 años. Si Tamara tiene 8 años menos que Jaime, ¿cuál es la edad de cada uno?

b. **Geometría.** El perímetro de un triángulo isósceles es de 97 cm. La medida de cada uno de los lados iguales excede en 11 cm la medida del tercer lado. ¿Cuál es la medida de cada lado?

7. Propongan dos problemas que se puedan modelar con el siguiente sistema de ecuaciones y luego resuélvanlos.

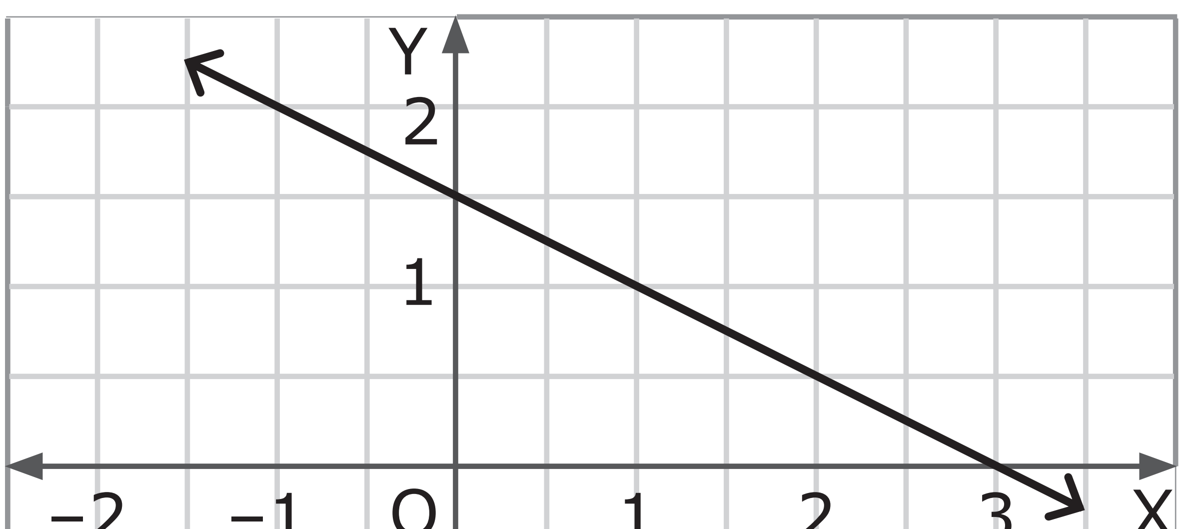
$$\begin{array}{l|} 2x + y = 14 \\ x - y = 1 \\ \hline \end{array}$$

8. Responde las siguientes preguntas.

a. ¿Cuál es la pendiente y cuál el coeficiente de posición de la recta que representa la expresión $f(x, y) = 8x - 6y$, si $f(x, y) = -5$?

b. Si $f(x, y) = \frac{3}{5}x - 0{,}2y$, y $f(x, y) = 5$, ¿se cumple que $f(5, 20)$ es igual a 5? Justifica.

9. Grafica una recta paralela a la recta representada en el plano cartesiano y determina la ecuación correspondiente. Luego, **explica** si los parámetros a, b y c varían en la ecuación de la forma $ax + by = c$.

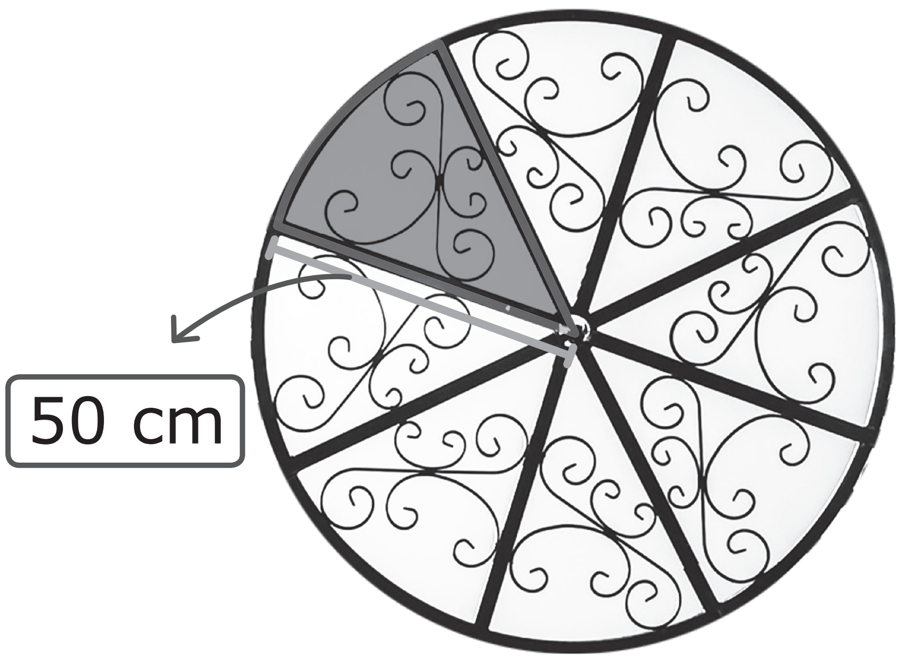


10. Resuelve los siguientes problemas.

a. En un círculo de 4 cm de radio se traza un ángulo central de 60°. ¿Cuál es el área del segmento circular comprendido entre la cuerda que une los extremos de los dos radios y su arco correspondiente?

b. **Arquitectura.** En la imagen se muestra círculo central de una cúpula, está dividido en partes iguales. ¿Cuál es el área del sector circular destacado? Considera $\pi \approx 3{,}14$.

Círculo central de la Cúpula metálica vista desde abajo.



Cuaderno de Actividades

Páginas 1428 a 1438

Cierre

- ¿Crees que te ayudo compartir tus desarrollos y comentar las actividades con tus compañeros?, ¿por qué?

- ¿Cómo evaluarías tu desempeño a lo largo de la unidad? ¿Qué aspectos mejorarías?